

# 水力机械叶片上漩涡作用力量化方法研究

郭 嫻 黄先北 赵晋英

(扬州大学电气与能源动力工程学院, 扬州 225127)

**摘要:** 水力机械中存在大量的漩涡,研究漩涡结构对叶片受力的影响,是揭示内流机理、提升设计水平的关键,但多数分析方法难以量化漩涡的影响。力解构法(FDM)作为一种后处理方法,可以将浸没在流体中边界上所受压力表达为流场中包括漩涡在内的不同效应产生的作用力之和。为此,以某离心泵为研究对象,应用FDM方法获得了流场中不同效应在叶片上产生的作用力。结果表明:FDM可以准确解析流场不同效应的作用力,偏差可控制在15%以下;不同工况下,漩涡产生的作用力占主导,而粘性产生的作用力可忽略;漩涡产生的作用力主要由叶片进口流动冲击与相应的流动分离,以及叶片出口的尾流引起;小流量工况下,进口冲击与流动分离产生的漩涡力占比最高。研究结果为量化漩涡对水力机械的影响提供了新的思路,并揭示了漩涡产生的作用力与局部流动现象之间的联系。

**关键词:** 水力机械; 离心泵; 漩涡; 力解构法; 数值模拟

中图分类号: TK72 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2026)05-0325-05

OSID:



## Quantitative Method of Force Generated by Vortex on Hydraulic Machinery Blades

GUO Qiang HUANG Xianbei ZHAO Jinying

(College of Electrical, Energy and Power Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225127, China)

**Abstract:** There are a large number of vortices in hydraulic machinery, and studying the influence of vortex structure on blade force is the key to revealing the internal flow mechanism and improving design level. However, most analysis methods are difficult to quantify the influence of vortices. The force decomposition method (FDM), as a post-processing technique, can express the pressure force acting on the boundary immersed in the fluid as the sum of the forces generated by different effects, including vortices, in the flow field. Therefore, taking a centrifugal pump as the research object, the forces on the blades caused by different effects in the flow field were obtained by using FDM method. The results showed that FDM can accurately analyze the forces of different effects in the flow field, and the deviation can be controlled below 15%. Under different operating conditions, the force generated by vortices dominated, while the force generated by viscosity can be ignored. The force generated by the vortex was mainly caused by the flow impact at the blade inlet and the corresponding flow separation, as well as the wake at the blade outlet. Under low flow rate conditions, the vortex force generated by inlet impact and flow separation had the highest proportion. The research result can provide an approach for quantifying the impact of vortices on hydraulic machinery and reveal the relationship between the forces generated by vortices and local flow phenomena.

**Key words:** hydraulic machinery; centrifugal pump; vortex; force decomposition method; numerical simulation

## 0 引言

在水力机械内部流动中,涡是难以避免的。现

有研究已表明:在多数情况下,涡会对水力机械产生负面作用,如振动、空化等<sup>[1-3]</sup>。不少研究定性分析了涡对水力机械性能的影响<sup>[4-6]</sup>,但难以实现量化。

收稿日期: 2024-11-10 修回日期: 2024-12-26

基金项目: 国家自然科学基金项目(52379093,52276041)和江苏省水利科技项目(2022016)

作者简介: 郭嫻(1988—),女,副教授,博士,主要从事空化理论、水力机械流动机理研究,E-mail: znguoqiang@163.com

通信作者: 黄先北(1991—),男,副教授,博士,主要从事CFD理论、水力机械流动机理研究,E-mail: znhuang@163.com

水力机械的核心部件是叶轮,而叶轮设计的核心是叶片。因此,解决上述问题的关键在于量化涡对叶片的影响。近年来,熵产理论作为衡量水力机械内部能量损失的一种方法,得到了较为广泛的应用<sup>[7-10]</sup>,但这种方法并不能量化涡对叶片的作用。

湍流是由不同尺度的涡构成的。量化涡影响的关键在于建立局部涡流对叶片影响的数学表达。文献[11]指出,不可压粘性流动中,作用在浸没边界上的力可以分解为势流与涡力。这一研究建立了局部涡与边界受力的数学关系,称为力解构法(Force decomposition method, FDM),奠定了量化涡影响的理论基础,但仅限于直接数值模拟(Direct numerical simulation, DNS)得到的不可压粘性流场。在此基础上,部分学者将此方法进一步拓展,使其与涡识别准则  $Q$  关联<sup>[12-14]</sup>。然而,前述方法仅适于 DNS 得到的不可压流动。为此,文献[15]将前述方法拓展至模化的可压缩流动 N-S 方程(RANS、LES),使其适于雷诺平均 N-S (Reynolds-averaged Navier-Stokes, RANS) 或大涡模拟(Large eddy simulation, LES)的可压或不可压流动,并在空化流动中取得了良好的效果。由此可见,FDM 是一种极具潜力的方法,可实现涡对水力机械叶片作用力的量化。

本文以某离心泵为例,应用 FDM 方法分析叶轮中涡对叶片产生的作用力,一方面检验该方法在水力机械中的适用性,另一方面研究叶片上作用力的形成机理。

## 1 数学方程与算例描述

### 1.1 FDM 方法

模化的 N-S 方程可以统一写为

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) + \nabla p =$$

$$\nabla \cdot \left[ \mu \nabla \cdot \mathbf{U} + \mu \nabla^T \mathbf{U} - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{U}) \boldsymbol{\delta} \right] - \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{\tau}) + \mathbf{S}_m \quad (1)$$

式中  $\mathbf{U}$ ——速度  $t$ ——时间  
 $\rho$ ——密度  $p$ ——静压  
 $\mu$ ——动力粘度  $\mathbf{S}_m$ ——源项  
 $\boldsymbol{\tau}$ ——雷诺应力或亚格子应力  
 $\boldsymbol{\delta}$ ——Kronecker 算子

引入辅助势函数  $\phi_i$ , 定义见图 1 与公式

$$\Delta \phi_i = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{n} \nabla \phi_i = \begin{cases} n_i & (B) \\ 0 & (\Sigma) \end{cases} \quad (3)$$

式中  $B$ ——浸没边界

$n_i$ ——边界法向量在  $i$  方向的投影长度

$\Sigma$ ——流体域外边界

$\mathbf{n}$ ——浸没边界的法向量

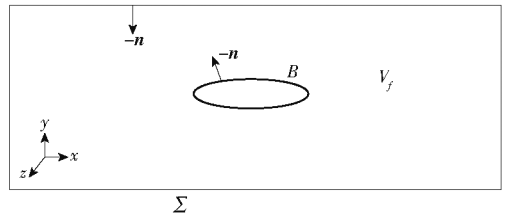


图 1 流体域与浸没边界相关参数定义示意图

Fig. 1 Schematic of definition of parameters related to fluid domain and immersion boundary

将式(1)投影到势函数的梯度方向并在  $V_f$  中积分,最终得到<sup>[15]</sup>

$$F_{p,i} = F_{\tau,i} + F_{s,i} + F_{k,i} + F_{v,i} + F_{\omega,i} \quad (4)$$

其中

$$F_{p,i} = \int_B p n_i dS$$

$$F_{\tau,i} = - \int_{V_f} \nabla \phi_i \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{\tau}) dV$$

$$F_{s,i} = \int_{V_f} \nabla \phi_i \mathbf{S}_m dV$$

$$F_{k,i} = - \int_{V_f} \rho \nabla \phi_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} dV - \int_{V_f} \frac{1}{2} \rho \nabla \phi_i \nabla \cdot (\mathbf{U} \mathbf{U}) dV$$

$$F_{v,i} = \int_{V_f} \nabla \phi_i \left[ \nabla \cdot (\mu \nabla \cdot \mathbf{U} + \mu \nabla^T \mathbf{U} - \frac{2}{3} \mu \text{tr}(\nabla \cdot \mathbf{U}) \boldsymbol{\delta}) \right] dV$$

$$F_{\omega,i} = - \int_{V_f} \rho \nabla \phi_i (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{U}) dV$$

式中  $S$ ——浸没边界的面积

$\boldsymbol{\omega}$ ——涡量

$F_{\omega,i}$ ——涡力

$V$ ——网格单元体积

tr——张量求迹运算符

$F_{p,i}$ ——作用在浸没边界上的压力

$F_{k,i}$ ——运动力,由流体加速及运动引起

$F_{v,i}$ ——粘性耗散力

$F_{\tau,i}$ ——湍流模型模化力

$F_{s,i}$ ——源项力

由于式(4)包含了密度与  $\boldsymbol{\tau}$ , 该方法适于 RANS、LES 模拟的变密度流动,如空化,是一种普适性方法。

### 1.2 离心泵模拟方法

本算例为一多级离心泵,文献[16]对其单级叶轮进行了 PIV 及 LDV 试验。离心泵几何参数如表 1 所示。

考虑到该离心泵在小流量时将出现所谓“交替失速”现象,即失速涡间隔 1 个流道出现,本文采用

表1 离心泵的几何参数

Tab.1 Geometrical parameters of centrifugal pumps

参数	数值
进口直径 $D_1$ /mm	71
出口直径 $D_2$ /mm	190
进口高度 $b_1$ /mm	13.8
出口高度 $b_2$ /mm	5.8
叶片数 $Z$	6
叶片厚度 $t_b$ /mm	3
进口角 $\beta_1$ /(°)	19.7
出口角 $\beta_2$ /(°)	18.4
叶片曲率半径 $R_b$ /mm	70
设计流量 $Q_d$ /( $m^3 \cdot h^{-1}$ )	11.016

文献[17]的两个叶轮流道进行模拟(图2),网格总数为  $2.05 \times 10^6$ ,平均  $y^+$  为4。其中动域与静域之间交界面采用AMI(Arbitrary mesh interface),进口为均匀速度,出口设置相对静压为零。为充分解析流场,采用动态Smagorinsky模型。

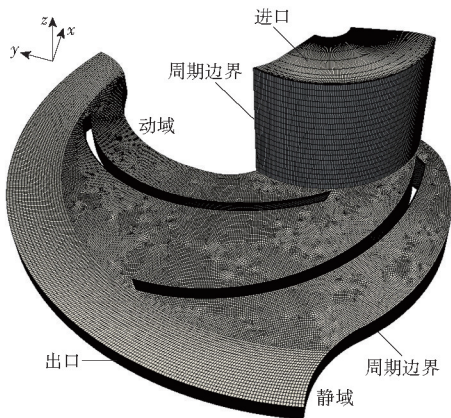


图2 计算域示意图

Fig.2 Schematic of computed domain

采用二阶离散格式,时间步长为  $5 \times 10^{-5}$  s。在2个叶轮旋转周期后开始作时间平均,平均结果基于5个叶轮旋转周期的数据。

### 1.3 模拟验证

文献[17]已检验该模型在设计工况下的预测效果,此处不再赘述。为检验小流量工况的结果,本文选取  $0.3Q_d$  的时均结果,并与文献[18]的PIV结果进行对比,如图3所示,其中  $\theta$  为周向角度,  $0^\circ$  表示叶片正面(压力面),  $U_2$  为叶片出口处的周向速度,  $W$  为径向速度  $U_r$  与周向速度  $U_t$  的合速度,即

$$W = \sqrt{U_r^2 + U_t^2} \quad (5)$$

从图3中可见,模拟结果捕捉到了小流量工况下的速度分布规律,结果可信。

## 2 结果分析

### 2.1 FDM方法验证

求解式(3)中的Laplacian方程,得到辅助势函

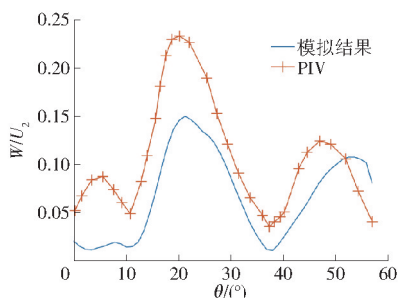


图3  $0.3Q_d$  工况下叶轮中截面直径  $0.5D_2$  圆弧上的速度分布对比

Fig.3 Comparison of velocity distribution on arc with cross-sectional diameter of  $0.5D_2$  in impeller under  $0.3Q_d$

数,其中叶轮中截面上的  $\phi_3$  分布如图4所示。从图中可见,  $\phi_3$  除叶片吸力面附近外,其余位置的分布在两个流道中基本一致。

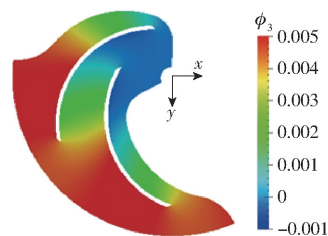


图4 叶轮中截面上的  $\phi_3$  分布

Fig.4 The  $\phi_3$  distribution on cross-section in impeller

应用式(4)计算压力及不同效应产生的作用力,并定义合力  $F$  为

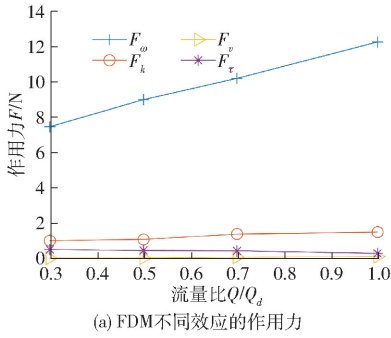
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (6)$$

式中忽略了  $z$  方向的作用力,这是因为该泵的流动主要位于  $x-y$  平面。统计  $0.16 \sim 0.56$  s 范围内(5个叶轮旋转周期)、间隔  $0.04$  s 的FDM结果,计算FDM的平均偏差,不同工况下的相对偏差均不超过15%,说明FDM是可靠的。由于FDM的精度受网格、数值格式、湍流模型等多方面影响,而大涡模拟可解析的湍流约为80%<sup>[18]</sup>,因此相对偏差在20%以内认为可接受。此外,相对偏差随着流量的下降而呈现下降趋势,这是因为流场中失速涡逐步形成(见图5b),叶片上的作用力趋于下降而使FDM结果与压力更为接近。

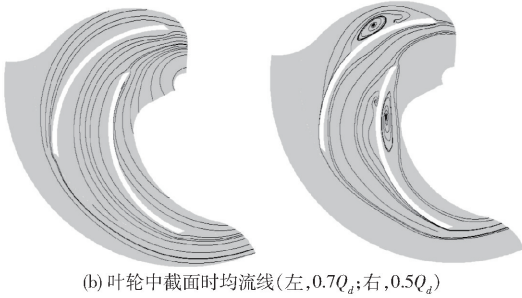
### 2.2 流道内各效应产生的作用力

参照式(6)定义式(4)右侧不同项产生的作用力,将  $0.16 \sim 0.56$  s 范围内不同时刻的结果求平均值,得到图5所示结果。从图中可见,涡力  $F_\omega$  占主导,运动力  $F_k$  次之,模化力  $F_r$  再次之,粘性耗散力  $F_p$  始终可忽略。说明叶片上的压力主要由流道中的涡引起,且模化力的作用亦不容忽视,证明FDM方法中考虑模化力是正确的。随着流量下降,涡力与运动力均呈下降趋势,尽管流道内流动分离加剧,漩涡增强,但更低的流量使单位时间内叶片的做功能

力下降(图5b),对流体产生的作用力也随之减弱。此外,模化力随流量的降低逐渐上升,这是因为小流量下的小尺度涡明显增加,湍流中被亚格子模型模化的部分提高。



(a) FDM不同效应的作用力



(b) 叶轮中截面时均流线(左,0.7Q<sub>d</sub>;右,0.5Q<sub>d</sub>)

图5 不同工况下 FDM 不同效应产生的作用力与流场结构

Fig. 5 Forces and flow field structures generated by different effects of FDM under different operating conditions

由于涡力占主导,进一步分析叶轮内  $F_\omega$  的典型分布,如图6所示。从图中可见,  $F_\omega$  集中于叶片吸力面与压力面的进口与出口附近。由此可见,  $F_\omega$  的产生与叶片进口流动冲击、流动分离以及叶片出口的尾流作用关系密切。对比不同工况下的  $F_\omega$  分布可见,尽管设计流量下两个流道内的流动基本一致<sup>[19]</sup>,但  $F_\omega$  在叶片吸力面上存在差异,这一差异主要与辅助势在此处的差异有关,见图4。随着流量降低,0.7Q<sub>d</sub>时的分布仍与 Q<sub>d</sub>相近,此时流道中并未出现明显的漩涡。0.5Q<sub>d</sub>时,流道 B(图7)出现明显的漩涡,此时流道 B 叶片压力面出口附近的  $F_\omega$  明显增强,而当流量降低至 0.3Q<sub>d</sub>时,流道 A(图7)出现明显漩涡,此时流道 A 叶片压力面出口附近的  $F_\omega$  明显增强。由此可见,当流道中出现明显漩涡时,叶片压力面出口附近的  $F_\omega$  变化明显,与尾流作用直接相关。文献[20]详细讨论了该离心泵的尾流现象,本文不再作进一步分析。

### 2.3 流道不同区域产生的作用力

为明确流动冲击、流动分离与尾流对涡力的贡献,将每个流道分为图7a所示的3部分,并统计各部分的涡力占比  $\sigma$ ,定义为

$$\sigma = \frac{F_{part}}{\sum F_{part}} \quad (7)$$

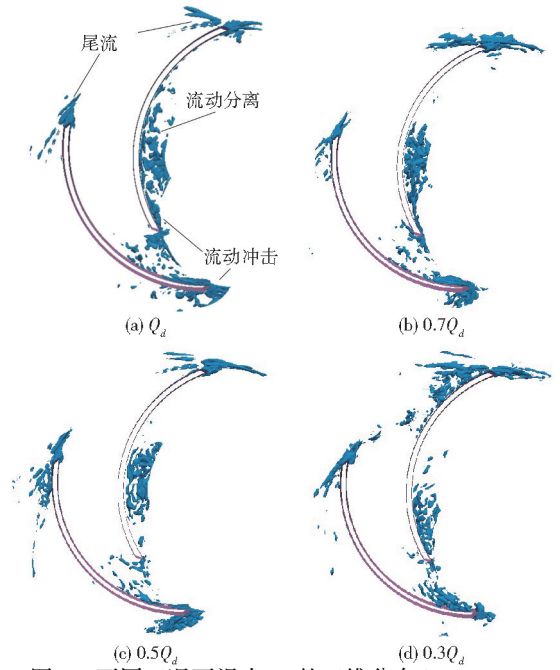
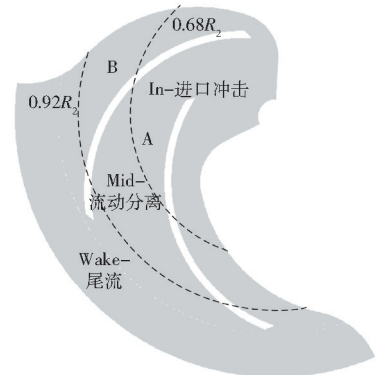
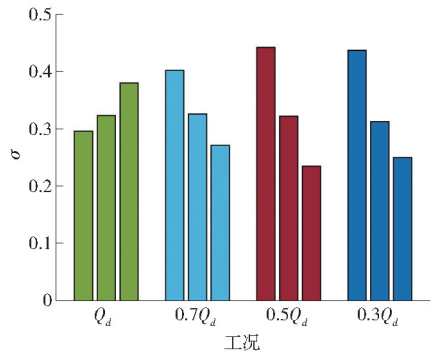


图6 不同工况下涡力  $F_\omega$  的三维分布 ( $t=0.28\text{ s}$ ,  $F_\omega = 3 \times 10^{-4}\text{ N}$ )

Fig. 6 Three-dimensional distribution of vortex force  $F_\omega$  under different operating conditions ( $t=0.28\text{ s}$ ,  $F_\omega = 3 \times 10^{-4}\text{ N}$ )



(a) 流道分解示意图



(b) 涡力在不同区域的占比图

图7 流道不同区域产生的涡力

Fig. 7 Vorticity forces generated in different areas of passage

式中  $F_{part}$ ——某一部分流道产生的作用力  
结果如图7b所示,各工况下从左至右依次为 In、Mid 与 Wake。由图7b可见,设计流量下叶片进

口的流动冲击较小,占比较低,而随着流量降低,流动冲击逐步增强,且伴随明显分离流动,导致占比随之提高。流道中部产生的作用力占比随流量降低基本保持稳定,这是因为流道中部的流动较为稳定,漩涡在此区域的流动分离弱于进口区域。随着流量下降,尾流区域占比呈先下降后上升的趋势,这是由于此区域存在典型的射流-尾流效应,在工况  $Q_d \sim 0.5Q_d$ ,随着流量下降,该效应减弱<sup>[20]</sup>,而在  $0.3Q_d$  时,由于流动分离导致的失速涡显著增强,该效应随之增强。

### 3 结论

(1) FDM 方法能可靠地反映离心泵内流动结构在叶片上产生的压力,偏差不超过 15%。

(2) 离心泵流道内,漩涡产生的力占主导,其次为流体运动与加速产生的力以及模化应力产生的力。

(3) 漩涡产生的力集中于叶片进口与出口附近,受流动冲击、流动分离与尾流的影响。

(4) 小流量工况下,流动冲击增强且流动分离加剧,导致此区域内产生的作用力占主导。

### 参 考 文 献

- [1] 郑源,赵雪莹,周文杰,等.空化诱导的离心泵叶轮区流动特性与压力脉动分析[J].农业机械学报,2024,55(10):244-251.  
ZHENG Yuan, ZHAO Xueying, ZHOU Wenjie, et al. Analysis of flow characteristics and pressure pulsation in impeller region of centrifugal pump induced by cavitation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024,55(10):244-251. (in Chinese)
- [2] 张虎,左逢源,张德胜,等.轴流泵叶顶泄漏涡形成演化机理与涡空化分析[J].农业机械学报,2021,52(2):157-167.  
ZHANG Hu, ZUO Fengyuan, ZHANG Desheng, et al. Formation and evolution mechanism of tip leakage vortex in axial flow pump and vortex cavitation analysis[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021,52(2):157-167. (in Chinese)
- [3] 杨万里,叶金铭.泵喷推进器梢涡空化计算方法[J].舰船科学技术,2024,46(14):15-20.  
YANG Wanli, YE Jinming. Tip leakage vortex cavitation of pump-jet propulsor[J]. Ship Science and Technology, 2024,46(14):15-20. (in Chinese)
- [4] 宋希杰.轴流泵进水池附底漩涡动力特性及诱导压力脉动研究[D].扬州:扬州大学,2020.  
SONG Xijie. Study on dynamic characteristics and induced pressure fluctuation of floor-attached vortex in an axial flow pump-ump[D]. Yangzhou: Yangzhou University,2020. (in Chinese)
- [5] SONG X J, LIU C, WANG Z W. Prediction on the pressure pulsation induced by the free surface vortex based on experimental investigation and biot-savart law[J]. Ocean Engineering,2022,250:110934.
- [6] 李颜雁,郭鹏程,孙龙刚,等.立柱对大型泵站前池和进水池流态影响的数值分析[J].排灌机械工程学报,2021,39(9):929-936.  
LI Yanyan, GUO Pengcheng, SUN Longgang, et al. Numerical analysis on influence of vertical column on flow pattern in forebay and intake of large pumping station[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering,2021,39(9):929-936. (in Chinese)
- [7] 郭媵,费宗岳,黄先北,等.基于熵产分析的喷水推进泵空化特性研究[J].船舶力学,2024,28(10):1507-1515.  
GUO Qiang, FEI Zongyue, HUANG Xianbei, et al. Cavitation characteristics of water-jet pump based on entropy production analysis[J]. Journal of Ship Mechanics,2024,28(10):1507-1515. (in Chinese)
- [8] 郭媵,后焯聪,黄先北,等.基于熵产理论的翼端间隙空化涡流特性研究[J].华中科技大学学报(自然科学版),2024,52(1):27-31,52.  
GUO Qiang, HOU Yecong, HUANG Xianbei, et al. Research on cavitation vortex characteristics of hydrofoil tip clearance based on entropy production theory[J]. Huazhong Univ. of Sci. & Tech. (Natural Science Edition),2024,52(1):27-31,52. (in Chinese)
- [9] ZHOU L, HANG J W, BAI L, et al. Application of entropy production theory for energy losses and other investigation in pumps and turbines: a review[J]. Energy, 2022, 318: 119211.
- [10] KOCK F, HERWIG H. Entropy production calculation for turbulent shear flows and their implementation in cfd codes[J]. International Journal of Heat & Fluid Flow, 2005, 26(4):672-680.
- [11] CHANG C C. Potential flow and forces for incompressible viscous flow[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences, 1992, 437:517-525.
- [12] GAO A K, ZOU S F, SHI Y, et al. Passing-over leading-edge vortex: the thrust booster in heaving airfoil[J]. AIP Advances, 2019, 9(3):035314.
- [13] LUO X G, GAO A K, LU X Y. Enhanced performance of a self-propelled flexible plate by a uniform shear flow and mechanism insight[J]. Physics of Fluids,2023,35(2):021903.

- International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2020: 4559–4566.
- [17] FURGALE P, REHDER J, SIEGWART R. Unified temporal and spatial calibration for multi-sensor systems[C]//2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2013: 1280–1286.
- [18] CHANG Y, EBADI K, DENNISTON C E, et al. LAMP 2.0: a robust multi-robot SLAM system for operation in challenging large-scale underground environments[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(4): 9175–9182.
- [19] TEED Z, DENG J. Droid-SLAM: deep visual slam for monocular, stereo, and RGB-D cameras[J]. Advances in neural Information Processing Systems, 2021, 34: 16558–16569.
- [20] 陈劭, 郭宇翔, 高天啸, 等. 移动机器人 RGB-D 视觉 SLAM 算法[J]. 农业机械学报, 2018, 49(10): 38–45.  
CHEN Shao, GUO Yuxiang, GAO Tianxiao, et al. RGB-D visual SLAM algorithm for mobile robots[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(10): 38–45. (in Chinese)
- [21] 董蕊芳, 王宇鹏, 阚江明. 基于改进 ORB\_SLAM2 的机器人视觉导航方法[J]. 农业机械学报, 2022, 53(10): 306–317.  
DONG Ruifang, WANG Yupeng, KAN Jiangming. Visual navigation method for robot based on improved ORB\_SLAM2[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(10): 306–317. (in Chinese)
- [22] 齐咏生, 宋继鹏, 刘利强, 等. 基于点线特征融合的延迟边缘化视觉惯性 SLAM 方法[J]. 农业机械学报, 2024, 55(12): 372–383.  
QI Yongsheng, SONG Jipeng, LIU Liqiang, et al. Delayed marginalization visual inertia SLAM method based on point and line feature fusion[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2024, 55(12): 373–382. (in Chinese)
- [23] VON GIOI R G, JAKUBOWICZ J, MOREL J M, et al. LSD: a fast line segment detector with a false detection control[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 32(4): 722–732.
- [24] ZHANG L, KOCH R. An efficient and robust line segment matching approach based on LBD descriptor and pairwise geometric consistency[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2013, 24(7): 794–805.
- [25] DURRANT-WHYTE H, RYE D, NEBOT E. Localization of autonomous guided vehicles[C]//Robotics Research: the Seventh International Symposium. Springer London, 1996: 613–625.
- [26] KNEIP L, LYNEN S. Direct optimization of frame-to-frame rotation[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, 2013: 2352–2359.
- [27] HE Y, XU B, OUYANG Z, et al. A rotation-translation-decoupled solution for robust and efficient visual-inertial initialization [C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2023: 739–748.

~~~~~

(上接第 329 页)

- [14] MENON K, MITTAL R. Quantitative analysis of the kinematics and induced aerodynamic loading of individual vortices in vortex-dominated flows: a computation and data-driven approach[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 443: 110515.
- [15] HUANG X B, JIN G Q, LIU X D, et al. A method for quantitatively depicting the influence of vortices on the pressure forces acting on a hydrofoil in cavitating flow with tip clearance[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2024, 178: 104899.
- [16] PEDERSEN N, LARSEN P S, JACOBSEN C B. Flow in a centrifugal pump impeller at design and off-design conditions—part I: particle image velocimetry (PIV) and laser doppler velocimetry (LDV) measurements[J]. Journal of Fluids Engineering, 2003, 125(1): 61–72.
- [17] HUANG X B, LIU Z Q, LI Y J, et al. Study of the internal characteristics of the stall in a centrifugal pump with a cubic non-linear SGS model[J]. Journal of Hydrodynamics, 2019, 31(4): 788–799.
- [18] POPE S B. Turbulent flows[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [19] LIU X D, LI Y J, LIU Z Q, et al. Experimental and numerical investigation of stall mechanism in centrifugal pump impeller [J]. Appl. Fluid Mech., 2022, 15(3): 927–941.
- [20] LIU B Q, YANG W, CHENG L, et al. Numerical study on jet-wake flow and its evolution in a centrifugal pump with alternating stall[J]. Physics of Fluids, 2023, 35: 115105.