

并联机构正运动学 AWPSO - SM 求解算法

杨辉 郝丽娜 项超群

(东北大学机械工程与自动化学院, 沈阳 110819)

摘要: 通过将数值迭代算法与智能优化算法相结合, 提出并联机构正运动学问题的通用求解算法——自适应权重粒子群-弦截法(AWPSO-SM)算法, 并针对3-UCU(U为万向副, C为圆柱副)并联机构给出AWPSO-SM的详细求解过程。为了验证所提算法的有效性, 在Matlab环境下, 分别给出3-UCU、3-PPR(P为移动副, R为转动副)以及4-SPS(S为球副)3种典型并联机构正运动学问题的求解算例, 并分别与AWPSO和弦截法的求解结果进行对比。由仿真结果可知, AWPSO-SM克服了单一方法在局部收敛性和初值选取方面对计算结果的影响, 可有效地对并联机构的正运动学问题进行求解。

关键词: 并联机构; 正运动学; 自适应权重粒子群-弦截法

中图分类号: TH122 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2017)01-0346-07

AWPSO - SM Algorithm for Parallel Mechanism Forward Kinematics

YANG Hui HAO Li'na XIANG Chaoqun

(School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: By a combination of the numerical iteration method and the intelligent optimization algorithm, the adaptive weight particle swarm optimization with secant method (AWPSO-SM) was presented which was applied for solving the parallel mechanism forward kinematics problems. Then, the 3-UCU (U is universal pair, C is cylindrical pair) parallel mechanism was treated as the research object, and then the detailed solving process of AWPSO-SM was given, namely, the inverse kinematics model of 3-UCU parallel mechanism was established firstly; based on the model, the iterated function and fitness function was designed, and then the forward kinematics of the 3-UCU parallel mechanism was solved by AWPSO-SM. Finally, the effectiveness and accuracy of AWPSO-SM was verified via several numerical examples of 3-UCU parallel mechanism, 3-PPR (P is prismatic pair, R is revolute joint) parallel mechanism and 4-SPS (S is spherical joint) parallel mechanism which were the typical parallel mechanisms in Matlab environment. From simulation results, AWPSO-SM avoids the effects of the local convergence and the initial value on the calculation results, and could solve the forward kinematics of the 3-UCU parallel mechanism effectively. Moreover, AWPSO-SM avoids the complicated derivation process and has simple calculating process. AWPSO-SM has better accuracy with little iteration times and universality than AWPSO and secant method.

Key words: parallel mechanism; forward kinematics; AWPSO-SM

引言

并联机构具有结构简单、累计误差小、承载能力大等特点, 被广泛应用于工业制造、航空航天等领域中^[1-3]。然而, 并联机构普遍存在逆运动学问题简单、正运动学问题复杂的现象, 且由于机构运动学分

析是机构其他性能研究及运动控制的基础, 故并联机构正运动学问题的求解方法仍是当前国内外的研究热点。

目前并联机构正运动学问题的求解方法主要分为2种, 即解析法和数值法。利用解析法虽可以求得机构全部运动学正解, 能完整地描述机构的运动

收稿日期: 2016-05-23 修回日期: 2016-06-20

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(61573093)和国家高技术研究发展计划(863计划)项目(2015AA042302)

作者简介: 杨辉(1987—), 男, 博士生, 主要从事机器人柔顺性控制研究, E-mail: 405377205@qq.com

通信作者: 郝丽娜(1968—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事机器人建模与智能控制研究, E-mail: haolina@me.neu.edu.cn

特性,但其计算过程极为复杂,且针对不同的机构其消元方法也不尽相同,缺乏通用性,故仅能作为理论分析的手段而无法实际应用^[4-7]。相比之下,数值法计算过程较为简洁,能够快速地对正运动学问题进行求解,但是数值法往往需要约束条件,故无法求得正运动学问题的全部解^[8]。常用数值求解方法有两种,即数值迭代法和智能优化算法^[9-10]。文献[11]基于运动学逆解方程,得到并联机构杆长微变量与运动平台微变量之间的线性关系,通过不断叠加连杆的微小变量,从而得到 6-3 型 Steward 平台的运动学正解。文献[12]则针对 3-PPR 型并联机构,应用改进的蚁群算法对其正运动学问题进行求解,并通过数值算例验证了算法的有效性。文献[13]则针对 6-SPS 平台利用带有竞争机制的共享适应度粒子群(CSFPSO)算法实现了对其全部运动学正解的求解。然而,数值迭代法的求解精度受初值选取的影响较大,而智能优化算法则存在易陷入局部收敛的问题。针对上述问题,本文提出将数值迭代与智能优化算法相结合的思路,首先利用智能优化算法求得较为理想的迭代初值,然后利用数值迭代方法对并联机构的正运动学问题进行求解。

1 AWPSO - SM 算法描述

粒子群(PSO)算法与蚁群算法、人群搜索算法以及果蝇算法等相似,是一种基于群体的随机优化算法,其初值是随机的,且具有迭代格式简单、收敛快、效率高等特点,但 PSO 算法与大多数优化算法一样存在容易陷入局部最优的缺点。本文采用自适应权重粒子群(AWPSO)算法^[14],该方法比传统 PSO 方法收敛速度快,在较少的迭代次数下便可获得较好计算结果。

数值迭代算法采用弦截法,该方法是在牛顿法的基础上得出的一种插值方法,相比牛顿法,它避免了对非线性方程的复杂求导过程,具有较好的收敛精度,但与大多数数值迭代方法一样,其对初值的选取具有严格的要求。

上述 2 种方法分别在智能优化算法及数值迭代算法中具有一定的代表性,本文提出将上述 2 种方法配合使用,并基于此提出 AWPSO - SM 算法,即利用 AWPSO 算法求取弦截法所需的初值,然后利用弦截法进一步求解并联机构的正运动学问题。AWPSO - SM 算法流程图如图 1 所示。

利用 AWPSO - SM 算法求解并联机构正运动学问题的步骤如下:

- (1) 建立并联机构运动学逆解方程。
- (2) 根据所建逆解方程,设计 AWPSO - SM 算

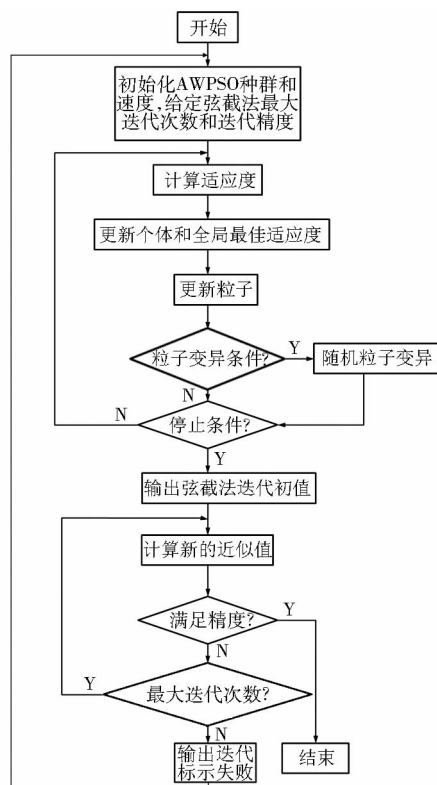


图 1 AWPSO - SM 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of AWPSO - SM algorithm

法所需的迭代函数及适应度函数,并根据图 1 所示的算法流程对并联机构的正运动学问题进行求解。

本文以 3-UCU 并联机构为例,对基于 AWPSO - SM 算法的并联机构正运动学问题的详细求解过程进行阐述。

2 3-UCU 并联机构正运动学求解

2.1 逆运动学方程的建立

建立如图 2 所示的空间坐标系。首先,在固定平台中心点处建立固定坐标系 $O_B X_B Y_B Z_B$,其中 X_B 轴过固定平台铰链点 B_3 , Y_B 轴与边 $B_1 B_3$ 相交且与边 $B_1 B_2$ 平行, Z_B 轴垂直于固定平台向上;然后,在运动平台中心点处建立运动坐标系 $O_P X_P Y_P Z_P$,与固定

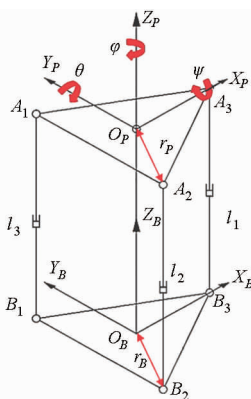


图 2 3-UCU 并联机构模型

Fig. 2 Model of 3-UCU parallel mechanism

坐标系相同,其 X_p 轴过运动平台铰链点 A_3 , Y_p 轴与边 A_1A_3 相交且与边 A_1A_2 平行, Z_p 轴垂直于运动平台向上。 l_1 、 l_2 、 l_3 分别为连杆 B_3A_3 、 B_2A_2 、 B_1A_1 的长度。

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{Z_p}(\varphi) \mathbf{R}_{Y_p}(\theta) \mathbf{R}_{X_p}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\theta & \cos\varphi\sin\theta\sin\psi - \sin\varphi\cos\psi & \cos\varphi\sin\theta\cos\psi + \sin\psi\sin\varphi \\ \sin\varphi\cos\theta & \sin\varphi\sin\theta\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi & \sin\varphi\sin\theta\cos\psi - \sin\psi\cos\varphi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\psi & \cos\theta\cos\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_l & x_m & x_n \\ y_l & y_m & y_n \\ z_l & z_m & z_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, ψ 、 θ 、 φ 分别为运动平台相对固定坐标系 X_B 、 Y_B 、 Z_B 轴的转角。由于运动平台与固定平台半径相等,即 $r_p = r_B = r$,则铰链点 A_i 、 B_i ($i = 1, 2, 3$)在其各自坐标系中的位置坐标为

$$\begin{cases} \mathbf{A}_1 = \left[-\frac{r}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}r \quad 0 \right]^T \\ \mathbf{A}_2 = \left[-\frac{r}{2} \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}r \quad 0 \right]^T \\ \mathbf{A}_3 = [r \quad 0 \quad 0]^T \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \mathbf{B}_1 = \left[-\frac{r}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}r \quad 0 \right]^T \\ \mathbf{B}_2 = \left[-\frac{r}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}r \quad 0 \right]^T \\ \mathbf{B}_3 = [r \quad 0 \quad 0]^T \end{cases} \quad (3)$$

运动坐标系 $O_pX_pY_pZ_p$ 原点相对于固定坐标系 $O_BX_BY_BZ_B$ 的位置坐标可表示为 $\mathbf{P} = (0, 0, h)^T$,

$$\begin{cases} f_1(\psi, \theta, \varphi) = \left[\sqrt{2r^2(1-x_l) + h(h+2rz_l)} \right]^{1/2} / l_1 - 1 \\ f_2(\psi, \theta, \varphi) = \left[\sqrt{2r^2 + h^2 - \frac{r^2}{2} \left(x_l + \sqrt{3}x_m + \sqrt{3}y_l + 3y_m + \frac{2\sqrt{3}}{r}hz_m + \frac{2}{r}hz_l \right)} \right]^{1/2} / l_2 - 1 \\ f_3(\psi, \theta, \varphi) = \left[\sqrt{2r^2 + h^2 - \frac{r^2}{2} \left(x_l - \sqrt{3}x_m - \sqrt{3}y_l + 3y_m - \frac{2\sqrt{3}}{r}hz_m + \frac{2}{r}hz_l \right)} \right]^{1/2} / l_3 - 1 \end{cases} \quad (6)$$

(2)在搜索空间内对粒子群进行初始化,令 $\mathbf{x} = (\psi, \theta, \varphi)$,搜索速度为 \mathbf{v} 。为防止计算结果出现多解,提高运算精度,故给定粒子大小及搜索速度的约束空间,即粒子最大值 \mathbf{x}_{\max} 和最小值 \mathbf{x}_{\min} ,以及粒子最大搜索速度 \mathbf{v}_{\max} 和最小搜索速度 \mathbf{v}_{\min} 。定义种群规模为 n ,最大迭代次数 m ,惯性权重 w 的最大值 w_{\max} 及最小值 w_{\min} 并初始化种群的位置速度。

(3)令 $\mathbf{F} = (f_1, f_2, f_3)$,设粒子的适应度函数为

$$f(j) = \frac{1}{3} (\|\mathbf{F}\|_2) \quad (7)$$

式中 $f(j)$ ——第 j 个粒子的适应度函数

$\|\mathbf{F}\|_2$ ——向量 \mathbf{F} 的2-范数

(4)粒子位置的更新过程:根据粒子当前状态,比较粒子的适应度函数值 f 与粒子自身最优历史位置 \mathbf{p}_{bestp} 对应的适应度函数值 f_{best_valuep} ,如果 $f <$

将固定坐标系 $O_BX_BY_BZ_B$ 作为参考坐标系,设机构转动顺序为 $Z_p - Y_p - X_p$,则运动坐标系 $O_pX_pY_pZ_p$ 相对其的旋转矩阵 \mathbf{R} 为

h 为机构高度。则两平台相应铰链点之间的连杆矢量为

$$l_i \mathbf{e}_i = \mathbf{P} + \mathbf{R}\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4)$$

将铰链点 \mathbf{A}_i 、 \mathbf{B}_i 的坐标代入式(4),则可得到3根连杆的长度变化方程为

$$\begin{cases} l_1 = \sqrt{2r^2(1-x_l) + h(h+2rz_l)} \\ l_2 = \sqrt{2r^2 + h^2 - \frac{r^2}{2} \left(x_l + \sqrt{3}x_m + \sqrt{3}y_l + 3y_m + \frac{2\sqrt{3}}{r}hz_m + \frac{2}{r}hz_l \right)} \\ l_3 = \sqrt{2r^2 + h^2 - \frac{r^2}{2} \left(x_l - \sqrt{3}x_m - \sqrt{3}y_l + 3y_m - \frac{2\sqrt{3}}{r}hz_m + \frac{2}{r}hz_l \right)} \end{cases} \quad (5)$$

式(5)即为3-UCU并联机构的逆运动学方程。

2.2 AWPSO-SM数值求解

算法的具体运算过程如下:

(1)根据式(5),将非线性方程转换为

f_{best_valuep} ,则此时粒子对应的 \mathbf{p}_{bestp} 就是当前粒子位置;比较每个粒子的 f_{best_valuep} 与种群中运行最优的粒子 \mathbf{p}_{bestg} 对应的适应度函数值 f_{best_valueg} ,如果 $f_{best_valuep} < f_{best_valueg}$,则 \mathbf{p}_{bestg} 就是 \mathbf{p}_{bestp} 所对应的粒子位置。

(5)计算惯性权重

$$w = \begin{cases} w_{\min} + (f(i) - f_{best_valueg})(w_{\max} - w_{\min}) / (f_{vavg} - f_{best_valuep}) & (f(i) \leq f_{vavg}) \\ w_{\max} & (f(i) > f_{vavg}) \end{cases} \quad (8)$$

式中 f_{vavg} ——整个种群适应度函数的平均值
更新粒子的速度和位置

$$\mathbf{v}_{ij}^{k+1} = w^k \mathbf{v}_{ij}^k + C_1 R_1 (\mathbf{p}_{bestp_{ij}} - \mathbf{x}_{ij}^k) + C_2 R_2 (\mathbf{p}_{bestg_i} - \mathbf{x}_{ij}^k) \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_{ij}^{k+1} = \mathbf{x}_{ij}^k + \mathbf{v}_{ij}^{k+1} \quad (10)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, 3$; $k = 0, 1, 2, \dots, m$; C_1 和 C_2 称为学习因子, R_1 和 R_2 为服从 $[0, 1]$ 分布的随机

数。

进行越界限制

$$\mathbf{v}_{ij}^{k+1} = \begin{cases} \mathbf{v}_{\max} & (\mathbf{v}_{ij}^{k+1} \geq \mathbf{v}_{\max}) \\ \mathbf{v}_{\min} & (\mathbf{v}_{ij}^{k+1} \leq \mathbf{v}_{\min}) \end{cases} \quad (11)$$

$$\mathbf{x}_{ij}^{k+1} = \begin{cases} \mathbf{x}_{\max} & (\mathbf{x}_{ij}^{k+1} \geq \mathbf{x}_{\max}) \\ \mathbf{x}_{\min} & (\mathbf{x}_{ij}^{k+1} \leq \mathbf{x}_{\min}) \end{cases} \quad (12)$$

(6) 为了改善粒子群算法的种群多样性,在算法中加入随机变异。

$$\mathbf{x}_{il}^k = \lambda_1 \mathbf{p}_{bestp} \quad (\lambda_2 > 0.8) \quad (13)$$

式中, \mathbf{x}_{il}^k 为在第 k 次进化、第 i 个粒子中所需辨识变

量中的一个随机变量, λ_1, λ_2 为服从 $[0, 1]$ 分布的随机数。

(7) 若迭代次数未达到最大迭代次数 m , 则返回步骤(3); 若达到最大迭代次数则转到步骤(8)。

(8) 定义弦截法的迭代精度为 10^{-4} , 并将由粒子群算法所得到的结果作为迭代初值, 即 $\mathbf{x}_0 = (\psi_0, \theta_0, \varphi_0)$, 将 $\mathbf{x}_0 + 0.0001$ 作为其前一个迭代值。

(9) 更新过程: 迭代格式为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{Y}(\mathbf{x}_k)^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{Y}(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \frac{f_1(\psi_k, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1}) - f_1(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1})}{\psi_k - \psi_{k-1}} & \frac{f_1(\psi_{k-1}, \theta_k, \varphi_{k-1}) - f_1(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1})}{\theta_k - \theta_{k-1}} & \frac{f_1(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_k) - f_1(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1})}{\varphi_k - \varphi_{k-1}} \\ \frac{f_2(\psi_k, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1}) - f_2(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1})}{\psi_k - \psi_{k-1}} & \frac{f_2(\psi_{k-1}, \theta_k, \varphi_{k-1}) - f_2(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1})}{\theta_k - \theta_{k-1}} & \frac{f_2(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_k) - f_2(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1})}{\varphi_k - \varphi_{k-1}} \\ \frac{f_3(\psi_k, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1}) - f_3(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1})}{\psi_k - \psi_{k-1}} & \frac{f_3(\psi_{k-1}, \theta_k, \varphi_{k-1}) - f_3(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1})}{\theta_k - \theta_{k-1}} & \frac{f_3(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_k) - f_3(\psi_{k-1}, \theta_{k-1}, \varphi_{k-1})}{\varphi_k - \varphi_{k-1}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

(10) 如果迭代精度未达到要求, 则返回步骤(8)继续计算; 若达到精度要求, 则退出计算; 若迭代次数大于 500 次, 则强制退出计算, 并提示迭代不收敛。

3 并联机构正运动学数值算例

3.1 3-UCU 机构数值算例

3-UCU 并联机构固定平台及运动平台半径 $r = 38.5 \text{ mm}$, 运动坐标系 $O_p X_p Y_p Z_p$ 原点相对于固定坐

标系 $O_B X_B Y_B Z_B$ 的位置坐标为 $\mathbf{P} = (0, 0, 250)$, 令机构运动平台呈现 5 种典型运动姿态, 即分别绕 3 个轴的转角、绕 X_B 和 Y_B 轴的复合转角以及同时绕 3 个轴的复合转角, 具体转角目标值如表 1~3 所示; 根据目标值, 通过机构逆运动学方程求得连杆长度, 并将其作为 AWPSO - SM、AWPSO 算法及弦截法的输入量; 对于 AWPSO - SM, 设粒子群的种群规模为 $n = 30$, 最大迭代次数为 $m = 200$, $x_{\max} = 0.87 \text{ rad}$ 、 $x_{\min} = -0.87 \text{ rad}$ 、 $v_{\max} = 0.87 \text{ rad/s}$ 、 $v_{\min} = -0.87 \text{ rad/s}$ 、

表 1 3-UCU AWPSO - SM 计算结果

Tab.1 3-UCU results of AWPSO - SM

算例	ψ/rad			θ/rad			φ/rad			迭代次数
	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	
1	0.082 99	0.082 98	1×10^{-5}	0	0	0	0	0	0	203
2	0	0	0	0.196 35	0.196 35	0	0	0	0	203
3	0	0	0	0	0	0	0.174 53	0.174 53	0	202
4	0.597 57	0.597 57	0	-0.194 16	-0.194 16	0	0	0	0	203
5	0.285 25	0.285 25	0	-0.559 84	-0.559 84	0	0.084 91	0.084 91	0	205

表 2 3-UCU AWPSO 算法计算结果

Tab.2 3-UCU results of AWPSO algorithm

算例	ψ/rad			θ/rad			φ/rad			迭代次数
	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	
1	0.082 99	0.083 19	-2×10^{-4}	0	0	0	0	0	0	1 000
2	0	0	0	0.196 35	0.196 32	3×10^{-5}	0	0	0	1 000
3	0	0	0	0	0	0	0.174 53	0.174 60	-7×10^{-5}	1 000
4	0.597 57	0.597 39	1.8×10^{-4}	-0.194 16	-0.192 55	-1.61×10^{-3}	0	-0.100 81	0.100 81	1 000
5	0.285 25	0.281 62	3.63×10^{-3}	-0.559 84	-0.560 01	1.7×10^{-4}	0.084 91	0	0.084 91	1 000

表 3 3-UCU 弦截法计算结果

Tab.3 3-UCU results of secant method

算例	ψ/rad			θ/rad			φ/rad			迭代次数
	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	
1	0.082 99	NaN	NaN	0	NaN	NaN	0	NaN	NaN	437
2	0	NaN	NaN	0.196 35	NaN	NaN	0	NaN	NaN	308
3	0	NaN	NaN	0	NaN	NaN	0.174 53	NaN	NaN	42
4	0.597 57	不收敛	—	-0.194 16	不收敛	—	0	不收敛	—	>500
5	0.285 25	NaN	NaN	-0.559 84	NaN	NaN	0.084 91	NaN	NaN	434

$\omega_{\max} = 1.2$ 、 $\omega_{\min} = 0.3$ 、 $C_1 = C_2 = 1.8$, 设种群初值为 $[1, 1, 1]$ 。对于 AWPSO 算法, 设粒子群的种群规模为 $n' = 100$, 最大迭代次数为 $m' = 1000$, 其余参数不变。对于弦截法设其迭代初值也为 $[1, 1, 1]$ 。然后对机构的正运动学方程进行求解, 并将 3 种方法所求结果进行对比, 其结果如表 1~3 所示。

从表 1 和表 2 可以看出, AWPSO-SM 弥补了 AWPSO 的局部收敛性, 且仅需较少的迭代次数便可以获得较为精确的结果。从表 3 可以看出, 当初值与目标值相差较大时, 弦截法处于发散状态, 而 AWPSO-SM 则避免了该问题对计算结果的影响, 能够精确地对 3-UCU 并联机构的正运动学方程进行求解。

3.2 3-PPR 机构数值算例

3-PPR 并联机构具有 2 个平移自由度和 1 个转动自由度, 根据文献[12]可知 3-PPR 并联机构的逆运动学方程为

$$\begin{cases} d_1 = -\frac{r}{2}\cos\theta - \frac{\sqrt{3}r}{2}\sin\theta + x + \frac{r}{2} \\ d_2 = -\frac{r}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}r}{2}\sin\theta + x + \frac{r}{2} \\ d_3 = r\sin\theta + y \end{cases} \quad (16)$$

式中, $\mathbf{d} = (d_1, d_2, d_3)$ 为驱动器位移, 设机构固定平台与运动平台的半径相等, 即 $r = 40$ mm。

依照上述求解步骤, 利用文献[12]中所列目标值进行数值仿真, 对于 AWPSO-SM, 设粒子群的种群规模为 $n = 30$, 最大迭代次数为 $m = 200$ 、 $x_{\max 1} = 0.42$ rad、 $x_{\min 1} = -0.42$ rad、 $v_{\max 1} = 0.42$ rad/s、 $v_{\min 1} = -0.42$ rad/s、 $x_{\max 2} = 60$ mm、 $x_{\min 2} = -60$ mm、 $v_{\max 2} = 60$ mm/s、 $v_{\min 2} = -60$ mm/s、 $\omega_{\max} = 1.2$ 、 $\omega_{\min} = 0.3$ 、 $C_1 = C_2 = 1.8$, 设种群初值为 $[10, 10, 10]$ 。对于 AWPSO 算法, 设粒子群的种群规模为 $n' = 100$, 最大迭代次数为 $m' = 1000$, 其余参数不变。对于弦截法设其迭代初值也为 $[10, 10, 10]$ 。其结果如表 4~6 所示。

表 4 3-PPR AWPSO-SM 计算结果

Tab.4 3-PPR results of AWPSO-SM

算例	x/mm			y/mm			θ/rad			迭代次数
	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	
1	10	10	0	15	15	0	0.087 27	0.087 27	0	203
2	10	10	0	20	20	0	0.174 53	0.174 53	0	203
3	15	15	0	15	15	0	0.174 53	0.174 53	0	203
4	15	15	0	20	20	0	0.261 8	0.261 8	0	203
5	20	20	0	15	15	0	0.174 53	0.174 53	0	203

表 5 3-PPR AWPSO 算法计算结果

Tab.5 3-PPR results of AWPSO algorithm

算例	x/mm			y/mm			θ/rad			迭代次数
	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	
1	10	9.759 37	0.240 63	15	16.167 94	-1.167 94	0.087 27	0.083 84	3.43×10^{-3}	1000
2	10	10.204 19	-0.204 19	20	19.036 33	0.963 67	0.174 53	0.184 2	-9.67×10^{-3}	1000
3	15	15.308 9	0.308 9	15	13.670 7	1.329 3	0.174 53	0.181 59	-7.06×10^{-3}	1000
4	15	14.495 86	0.504 14	20	19.125 1	0.874 9	0.261 8	0.247 16	0.014 64	1000
5	20	19.570 45	0.429 55	15	16.665 18	-1.665 18	0.174 53	0.160 04	0.014 49	1000

从表 4 和表 5 同样可以看出, AWPSO-SM 有效弥补了 AWPSO 的局部收敛性, 且所需迭代次数更少、精度更高。从表 6 可以看出, 初值对弦截法求

解精度的影响较大, 而 AWPSO-SM 则避免了初值问题对计算结果的影响。故相较 AWPSO 及弦截法, 其能够有效地对 3-PPR 并联机构的正运动学

表 6 3 - PPR 弦截法计算结果
Tab. 6 3 - PPR results of secant method

算例	x/mm			y/mm			θ/rad			迭代次数
	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	
1	10	NaN	NaN	15	NaN	NaN	0.08727	NaN	NaN	5
2	10	-29.392 31	39.392 31	20	20	0	0.174 53	9.250 24	-9.075 71	5
3	15	-24.392 31	39.392 31	15	15	0	0.174 53	9.250 24	-9.075 71	5
4	15	-23.637 03	38.637 03	20	20	0	0.261 8	9.162 98	-8.901 18	5
5	20	-19.392 31	39.392 31	15	15	0	0.174 53	9.250 24	-9.075 71	5

方程进行求解。

3.3 4 - SPS 机构数值算例

4 - SPS 并联机构具有 3 个转动自由度和 1 个垂直方向平移自由度,根据文献[15]及式(1)可知 4 - SPS 并联机构的逆运动学方程为

$$\begin{cases}
 l_1 = \sqrt{(ax_l - ax_m - b)^2 + (ay_l - ay_m + b)^2 + (az_l - az_m + z)^2} \\
 l_2 = \sqrt{(ax_l + ax_m - b)^2 + (ay_l + ay_m - b)^2 + (az_l + az_m + z)^2} \\
 l_3 = \sqrt{(-ax_l + ax_m + b)^2 + (-ay_l + ay_m - b)^2 + (-az_l + az_m + z)^2} \\
 l_4 = \sqrt{(-ax_l - ax_m + b)^2 + (-ay_l - ay_m + b)^2 + (-az_l - az_m + z)^2}
 \end{cases}
 \quad (17)$$

式中, $l = (l_1, l_2, l_3, l_4)$ 为机构连杆杆长; a 为运动

平台边长的 1/2, 设 $a = 100 \text{ mm}$; b 为固定平台边长的 1/2, 设 $b = 200 \text{ mm}$ 。

依照上述求解步骤,利用表 7 中所列目标值进行数值仿真,对于 AWPSO - SM,设粒子种群规模为 $n = 30$,最大迭代次数为 $m = 200$, $x_{\max 1} = 1.22 \text{ rad}$, $x_{\min 1} = -1.22 \text{ rad}$, $v_{\max 1} = 1.22 \text{ rad/s}$, $v_{\min 1} = -1.22 \text{ rad/s}$, $x_{\max 2} = 300 \text{ mm}$, $x_{\min 2} = -80 \text{ mm}$, $v_{\max 2} = 100 \text{ mm/s}$, $v_{\min 2} = -100 \text{ mm/s}$, $\omega_{\max} = 1.2$, $\omega_{\min} = 0.3$, $C_1 = C_2 = 1.8$ 。设种群初值为 $[10, 10, 10, 10]$ 。对于 AWPSO 算法,设粒子群的种群规模为 $n' = 100$,最大迭代次数为 $m' = 1000$,其余参数不变。对于弦截法设其迭代初值也为 $[10, 10, 10, 10]$ 。其结果如表 7 ~ 9 所示。

表 7 4 - SPS AWPSO - SM 计算结果
Tab. 7 4 - SPS results of AWPSO - SM

算例	ψ/rad			θ/rad			φ/rad			z/mm			迭代次数
	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	
1	0.558 51	0.558 51	0	0	0	0	0	0	0	200	200	0	204
2	0	0	0	0.785 4	0.785 4	0	0	0	0	200	200	0	202
3	0.785 4	0.785 4	0	0.628 32	0.628 32	0	0	0	0	100	100	0	204
4	0.523 6	0.523 6	0	0.523 6	0.523 6	0	1.047 2	1.047 2	0	200	200	0	206
5	0.098 17	0.098 17	0	0.448 8	0.448 8	0	0.785 4	0.785 4	0	175	175	0	205

表 8 4 - SPS AWPSO 算法计算结果
Tab. 8 4 - SPS results of AWPSO algorithm

算例	ψ/rad			θ/rad			φ/rad			z/mm			迭代次数
	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	
1	0.558 51	0.558 38	1.3×10^{-4}	0	0	0	0	0	0	200	200	0	1000
2	0	0	0	0.785 4	0.785 34	6×10^{-5}	0	0	0	200	200	0	1000
3	0.785 4	0.807 4	-0.022	0.628 32	0.637 79	9.47×10^{-3}	0	0	0	100	97.308 25	2.691 75	1000
4	0.523 6	0.932 86	-0.409 26	0.523 6	0.775 9	-0.252 3	1.047 2	1.221 73	-0.174 53	200	130.614	69.386	1000
5	0.098 17	0.098 57	4×10^{-4}	0.448 8	0.410 16	0.038 64	0.785 4	0.294 7	0.490 7	175	200	-25	1000

表 9 4 - SPS 弦截法计算结果
Tab. 9 4 - SPS results of secant method

算例	ψ/rad			θ/rad			φ/rad			z/mm			迭代次数
	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	目标值	实际值	绝对误差	
1	0.558 51	Inf	Inf	0	0	0	0	Nan	Nan	200	0	200	402
2	0	NaN	NaN	0.785 4	NaN	NaN	0	NaN	NaN	200	NaN	NaN	490
3	0.785 4	Inf	Inf	0.628 32	0	0.628 32	0	NaN	NaN	200	0	200	420
4	0.523 6	发散	—	0.523 6	发散	—	1.047 2	发散	—	200	发散	—	>500
5	0.098 17	发散	—	0.448 8	发散	—	0.785 4	发散	—	175	发散	—	>500

表7和表8再次显示了AWPSO-SM相较于AWPSO算法在求解精度以及迭代次数上的优越性。从表9可以看出,当初值为 $[10, 10, 10, 10]$ 时,弦截法无法对4-SPS并联机构的正运动学问题进行求解,而AWPSO-SM则避免了初值问题对计算结果的影响。故AWPSO-SM算法也能精确、有效地对4-SPS并联机构的正运动学方程进行求解,进而说明该算法针对并联机构正运动学问题的求解具有一定的普适性。

4 结束语

基于数值迭代算法与智能优化算法相结合的思路,提出针对并联机构运动学正解问题的通用求解

算法:AWSPSO-SM算法。针对3-UCU并联机构,对算法的详细求解过程进行了阐述;最后,依照算法求解步骤,通过数值算例,分别对3-UCU、3-PPR、4-SPS并联机构的正运动学问题进行求解,并与AWPSO算法和弦截法进行了比较,从而对算法的有效性及精确性进行了验证。由仿真结果可知,利用AWPSO-SM可以精确地对并联机构的正运动学问题进行求解,避免了AWPSO局部收敛性和弦截法初值问题对运算结果的影响。此外,该算法避免了求导过程,运算过程简单快捷,相较于AWPSO算法仅需很少的迭代步骤便可以获得较为精确的运算结果,具有良好的通用性。

参 考 文 献

- 高天雷. 国内并联机床的发展[J]. 航空制造技术, 2010(4): 60-62.
GAO Tianlei. Domestic development of parallel machine tools[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2010(4): 60-62. (in Chinese)
- MAYHEW D, BACHRACH B, RYMER W Z, et al. Development of the MACARM—a novel cable robot for upper limb neurorehabilitation[C]//Proceedings of the 2005 IEEE 9th International Conference on Rehabilitation Robotics, 2005: 299-302.
- DUAN B Y, QIU Y Y, ZHANG F S, et al. On design and experiment of the feed cable-suspended structure for super antenna[J]. Mechatronics, 2009, 19(4): 503-509.
- 黄昔光, 廖启征, 魏世民, 等. 一般6-6型平台并联机构位置正解代数消元法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(1): 56-61.
HUANG Xiguang, LIAO Qizheng, WEI Shimin, et al. Forward kinematics analysis of the general 6-6 platform parallel mechanism based on algebraic elimination[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(1): 56-61. (in Chinese)
- 李鹭扬, 吴洪涛. 一类6-SPS并联机构正运动学符号解分析[J]. 扬州大学学报:自然科学版, 2006, 9(3): 42-45.
LI Luyang, WU Hongtao. A symbolic solution of forward kinematics analysis of a 6-SPS parallel mechanism[J]. Journal of Yangzhou University: Natural Science Edition, 2006, 9(3): 42-45. (in Chinese)
- 程世利, 吴洪涛, 姚裕, 等. 6-SPS并联机构运动学正解的一种解析化方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(9): 26-31.
CHENG Shili, WU Hongtao, YAO Yu, et al. An analytical method for the forward kinematics analysis of 6-SPS parallel mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(9): 26-31. (in Chinese)
- 夏富杰. 空间并联机构运动分析的有限元法[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(1): 60-62, 81.
XIA Fujie. Finite element method of kinematic analysis of spatial mechanisms[J]. Mechanical Science and Technology, 1998, 17(1): 60-62, 81. (in Chinese)
- LEE K M, SHAH D K. Kinematics analysis of a three degree of freedom in parallel actuated manipulator[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988, 4(3): 354-360.
- INNOCENTI C, CASTELLI V P. Forward kinematics of the general 6-6 fully parallel mechanism: an exhaustive numerical approach via a mono-dimensional-search algorithm[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1993, 115(4): 932-937.
- 车林仙, 何兵, 易建, 等. 对称结构Steward机构位置正解的改进粒子群算法[J]. 农业机械学报, 2008, 39(10): 158-163.
CHE Linxian, HE Bing, YI Jian, et al. Improved particle swarm optimization for forward positional analysis of symmetrical Steward parallel manipulators[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(10): 158-163. (in Chinese)
- 戴文伟, 吴洪涛, 杨小龙. 6-3型Steward平台并联机构的运动学正解[J]. 中国制造业信息化, 2012, 41(17): 43-46.
DAI Wenwei, WU Hongtao, YANG Xiaolong. Numerical method for forward kinematics of 6-3 Steward platform parallel manipulator[J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2012, 41(17): 43-46. (in Chinese)
- 吴小勇, 谢志江, 宋代平, 等. 基于改进蚁群算法的3-PPR并联机构位置正解研究[J/OL]. 农业机械学报, 2015, 46(7): 339-344. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20150748&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.07.048.
WU Xiaoyong, XIE Zhijiang, SONG Daiping, et al. Forward kinematics of 3-PPR parallel mechanism based on improved ant colony algorithm[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(7): 339-344. (in Chinese)
- 李明磊, 贾育秦. 6-SPS并联机构位置正解的改进粒子群算法[J]. 现代制造工程, 2009(5): 106-110.
LI Minglei, JIA Yuqin. Improved particle swarm optimization algorithm for forward positional analysis of 6-SPS parallel manipulators[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2009(5): 106-110. (in Chinese)

- microchannels[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2010, 20(4):045018.
- 5 CHI Y L, SANG Y L. Pressure drop of two-phase plug flow in round mini-channels: influence of surface wettability [J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2008, 32(8):1716-1722.
- 6 FOX H W, ZISMAN W A. The spreading of liquids on low energy surfaces, I. polytetra-fluoroethylene[J]. *Journal of Colloid Science*, 1950, 5(6):514-531.
- 7 YOUNG T. An essay on the cohesion of fluids[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1805, 95:65-87.
- 8 YOUNG T. Experiments and calculations relative to physical optics[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1804, 94:1-16.
- 9 鲁钟琪. 两相流与沸腾传热[M]. 北京:清华大学出版社, 2002:41-64.
- 10 SUNG M K, MUDAWAR I. Consolidated method to predicting pressure drop and heat transfer coefficient for both subcooled and saturated flow boiling in microchannel heat sinks[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012, 55(13-14):3720-3731.
- 11 LEE J, MUDARWAR I. Two-phase flow in high heat flux microchannel heat sink for refrigeration cooling applications: part I-pressure drop characteristics[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005, 48(5):928-940.
- 12 阎昌琪. 气液两相流[M]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社, 2007:160-167.
- 13 胡丽琴, 罗小平, 廖寿学. 矩形微细通道纳米流体沸腾流动阻力特性研究[J]. *中南大学学报:自然科学版*, 2014, 45(7):2209-2216.
- HU Liqin, LUO Xiaoping, LIAO Shouxue. Research on boiling flow resistance of nanofluid in rectangular microchannels[J]. *Journal of Central South University:Science and Technology*, 2014, 45(7):2209-2216. (in Chinese)
- 14 CHIWOONG C, JEONG S, DONG Inyu, et al. Flow boiling behaviors in hydrophilic and hydrophobic microchannels [J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2011, 35(5):816-824.
- 15 LOCKHART R W, MARTINELLI R C. Proposed correlation of data for isothermal two-phase two-component flow in pipes [J]. *Chemical Engineering Progress*, 1949, 45:39-48.
- 16 FRANCISCO R, ALEJANDRO L. Two phase flow pressure drop in multiport mini-channel tubes using R134a and R32 as working fluids [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2015, 92:17-33.
- 17 MISHIMA K, HIBIKI T. Some characteristics of air-water two-phase flow in small diameter vertical tubes[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 1996, 22(4):703-712.
- 18 QU W, MUDAWAR I. Measurement and prediction of pressure drop in two-phase micro-channel heat sinks[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2003, 46(15):2737-2753.
- 19 ZHANG W, HIBIKI T, MISHIMA K, et al. Correlations of two-phase frictional pressure drop and void fraction in mini-channel [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, 53(1-3):453-465.
- 20 刘波, 罗小平, 谢鸣宇. 纳米制冷剂在微通道内两相摩擦压降实验研究[J]. *低温工程*, 2015(4):20-26.
- LIU Bo, LUO Xiaoping, XIE Mingyu. Experimental study of two-phase fractional pressure drop of nanorefrigerant through microchannels[J]. *Cryogenics*, 2015(4):20-26. (in Chinese)

(上接第 352 页)

- 14 余胜威. MATLAB 优化算法案例分析与应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2014.
- 15 王庚祥, 原大宁, 刘宏昭, 等. 空间 4-SPS/CU 并联机构运动学分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2012, 43(3):207-212, 199. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20120337&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.03.037.
- WANG Gengxiang, YUAN Daning, LIU Hongzhao, et al. Kinematic analysis of spatial 4-SPS/CU parallel mechanism[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2012, 43(3):207-212, 199. (in Chinese)
- 16 张艳伟, 韦斌, 王南, 等. 空间转动 3-SPS-S 并联机构运动学性能分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2012, 43(4):212-215, 207. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20120440&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.04.040.
- ZHANG Yanwei, WEI Bin, WANG Nan, et al. Kinematic performance analysis of 3-SPS-S spatial rotation parallel mechanism [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2012, 43(4):212-215, 207. (in Chinese)
- 17 崔国华, 张艳伟, 张英爽, 等. 空间转动型 3-SPS/S 并联机器人的构型设计分析[J]. *吉林大学学报*, 2009, 39(增刊 1):200-205.
- CUI Guohua, ZHANG Yanwei, ZHANG Yingshuang, et al. Configuration design and analysis of a new 3-SPS/S spatial rotation parallel manipulator[J]. *Journal of Jilin University*, 2009, 39(Supp.1):200-205. (in Chinese)