

考虑润滑间隙效应的空间并联机构动力学优化

陈修龙 居 硕 贾永皓

(山东科技大学机械电子工程学院, 青岛 266590)

摘要: 为了改善润滑间隙效应引起的空间并联机构动态性能的渐变劣化问题,以3-RRPaR冗余并联机构为研究对象,提出一种考虑润滑间隙效应的空间并联机构动力学优化方法。建立了考虑润滑转动副间隙的3-RRPaR冗余并联机构动力学模型;以优化末端执行器的动力学响应误差和优化间隙关节处的约束反力为目的设置目标函数,通过优化末端执行器质量以及转动惯量的方式来缓解运动副间隙导致的劣化效应,建立了考虑润滑间隙效应3-RRPaR冗余并联机构动力学优化模型;试验验证了所建动力学模型的有效性,对比分析两种目标函数对优化效果的影响以选择最佳优化方式,并分析优化前后考虑润滑间隙效应的空间并联机构动力学特性,结果表明动力学优化使润滑间隙转动副处约束反力峰值降低16.16%,为改善间隙效应提高空间并联机构动态性能提供了理论支撑。

关键词: 空间并联机构; 运动副间隙; 润滑; 优化设计

中图分类号: TH113 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2024)03-0441-11

OSID:



Dynamic Optimization Method of Spatial Parallel Mechanism Considering Lubrication Clearance Effect

CHEN Xiulong JU Shuo JIA Yonghao

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: In order to improve the gradual deterioration of the dynamic performance of the spatial parallel mechanism caused by the lubrication clearance effect, a dynamic optimization method of the spatial parallel mechanism considering the lubrication clearance effect was proposed by taking the 3-RRPaR redundant parallel mechanism as the research object. Firstly, the kinematic model of the lubrication clearance of the revolute pair and the oil film bearing capacity model were established. The transition force model of the contact state was derived, and the dynamic model of the 3-RRPaR redundant parallel mechanism considering the lubrication clearance of the revolute pair was established. Then, the objective function was set up to optimize the dynamic response error of the end-effector and the constraint reaction force at the clearance joint. By optimizing the quality of the end-effector and the moment of inertia, the degradation effect caused by the clearance of the kinematic pair was alleviated, and the dynamic optimization model of the 3-RRPaR redundant parallel mechanism considering the lubrication clearance effect was established. Finally, the effectiveness of the established dynamic model was experimentally verified, the influence of the two objective functions on the optimization effect was compared and analyzed to select the best optimization method, and the dynamic characteristics of the spatial parallel mechanism considering the lubrication clearance effect before and after optimization were analyzed. The results showed that the optimization reduced the peak value of the constraint reaction force at the lubrication clearance revolute joint by 16.16%. The research result can provide theoretical support for improving the dynamic performance of spatial parallel mechanism by improving the clearance effect.

Key words: spatial parallel mechanism; motion pair clearance; lubrication; optimal design

收稿日期: 2024-01-02 修回日期: 2024-01-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(52275115)和山东省自然科学基金项目(ZR2022ME040)

作者简介: 陈修龙(1976—),男,教授,博士,主要从事机械系统动力学和机器人机构学理论与应用研究,E-mail: cxldy99@163.com

通信作者: 贾永皓(1993—),男,工程师,博士,主要从事机械系统动力学研究,E-mail: jnsdjyh@163.com

0 引言

现代机械系统受装配需要、加工精度和构件之间的摩擦磨损等因素的影响,不可避免存在运动副间隙^[1-2]。为缓解润滑间隙效应带来的负面影响,通过提高加工精度可以在一定程度上改善空间并联机构的动态性能,但制造成本高昂。通过优化设计方法从动力学层面开展润滑间隙效应与空间并联机构动力学特性的关系研究,为空间并联机构缓解润滑间隙效应提供了一种新思路^[3-4],同时也是保障空间并联机构动态性能和开展整机集成设计须重点考虑的问题。

目前,国内外学者研究方向主要集中在运动副间隙对机构动态特性的影响,但对于通过优化设计来提高含间隙机构动态响应的研究较少。CHEN等^[5]考虑连杆柔性,研究含间隙压力机机构的动态特性,指出了转速是引起该系统运动精度降低的主要原因。CHAN等^[6]研究发现,相对于开环机构,运动副间隙对闭环球面连杆机构将产生更大的误差。QIAN等^[7]建立了移动副间隙关节的三维模型,并通过数值计算和试验的方式讨论了机构非线性动力学特性。FAN等^[8]研究了间隙球面副和其等效关节分别对并联机构工作空间和刚度的影响,结果表明运动副间隙导致并联机构工作空间增大的同时会降低机构刚度。陈修龙等^[9]以4-UPS/RPU空间并联机构为研究对象,研究考虑混合间隙的空间并联机构多体系统的非线性动力学特性。郑恩来等^[10]以高速多连杆精密压力机为研究对象,基于绝对节点坐标法建立了考虑润滑效应的弹性多体系统动力学模型。FANG等^[11]基于平均雷诺方程和Greenwood-Tripp凹凸接触理论描述间隙运动副的润滑行为。XIE等^[12]提出了一种考虑轴颈不对中影响的轴承润滑模型,研究了不同表面粗糙度和径向间隙对润滑性能的影响。CHEN等^[13-14]建立了含润滑球铰间隙的4-UPS/RPS并联机器人的动力学模型,改进了润滑力模型,为系统提供了更好的数值稳定性。随后,研究了润滑油动力粘度对2RPS-SPR并联机构动力学特性的影响。FANG等^[15]建立了含润滑间隙的活塞-缸套系统理论模型,测量在不同发动机转速和润滑油粘度下活塞组的摩擦力,结果表明所建立的模型在混合润滑和流体润滑状态下具有较好的模拟精度。JIANG等^[16]以具有2个转动副间隙的九杆机构为研究对象,分析了优化对考虑间隙机构动力学响应和非线性特性的影响。ETESAMI等^[17]以振动力和振动力矩的总和以及曲柄滑块机构的传动角

为目标函数,对考虑滑动销间隙的曲柄滑块机构进行了优化设计。BAI等^[18]以平面四杆机构为研究对象,提出了一种减小平面连杆机构间隙引起的不良振动的优化设计方法,解决了具有间隙关节的双轴传动卫星天线机构的高度非线性优化问题。LI等^[19]针对考虑帆板柔性和关节间隙的可展开太阳能电池阵系统,提出了一种基于自适应模拟退火算法和非主导排序遗传算法的分层优化策略。王成志等^[20]基于螺旋理论推导了间隙转向机构运动模型及主销转角与转向轮转角理论模型,通过优化设计提高了该机构转向精度。

本文以3-RRPaR冗余并联机构为研究对象,在动力学模型的基础上,建立考虑润滑间隙效应3-RRPaR空间并联机构动力学优化模型。采用质量分配策略优化关键构件的属性参数以获取最佳设计方案,以降低润滑间隙效应对空间并联机构动力学性能的劣化效应。试验验证所建动力学模型的正确性,对比分析不同目标函数对优化效果的影响,选择最佳优化方式,对比优化前后考虑间隙效应的空间并联机构动力学特性。

1 含润滑间隙3-RRPaR冗余并联机构动力学建模

1.1 润滑转动副间隙模型

图1为润滑转动副间隙横截面示意图,销轴相对轴套的偏心矢量 e'_l 可以表示为

$$e'_l = r_{oj} - r_{ob} \tag{1}$$

式中 r_{oj} —— o_j 在全局坐标系中位置向量
 r_{ob} —— o_b 在全局坐标系中位置向量

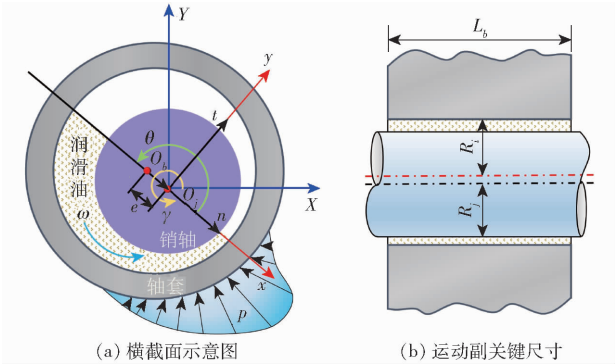


图1 润滑转动副间隙横截面示意图
Fig. 1 Cross-sectional diagrams of lubricated revolute joint

离心率 ε_r 可以反映销轴和轴套的相对偏移关系,计算式为

$$\varepsilon_r = \frac{|e'_l|}{c_r} \tag{2}$$

式中 c_r ——径向间隙
偏心矢量与X轴正方向的夹角 γ 为

$$\gamma = \arctan \frac{(\mathbf{e}_l')_y}{(\mathbf{e}_l')_x} \quad (3)$$

式(3)对时间的一阶导数可表示为

$$\dot{\gamma} = \frac{(\mathbf{e}_l')_x (\dot{\mathbf{e}}_l')_y - (\dot{\mathbf{e}}_l')_x (\mathbf{e}_l')_y}{(\dot{\mathbf{e}}_l')^2} \quad (4)$$

油膜厚度 h_l 可以反映轴承润滑情况,通过销轴和轴套的相对位置关系可以计算出油膜厚度,计算式为

$$h_l = c_r (1 + \varepsilon_r \cos \theta) \quad (5)$$

式中 θ ——销轴相对初始状态在局部坐标系下的角坐标

局部坐标系 xO_y 用来确定边界条件和油膜承载力,如图1所示。

油膜承载力的产生主要来自:楔形效应与挤压效应。销轴和轴套表面间的相对角速度引起流体的卷吸效应产生的油膜承载力被称为楔形力。由两者间的相对径向速度产生的油膜承载力被称为挤压力。本文润滑模型建立忽略轴向间隙,认为轴套在运动过程中不发生倾斜且运动副元件均为刚体表面不发生变形。

动载荷径向滑动轴承等温雷诺方程的一般形式为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_l^3}{\mu} \frac{\partial p_l}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h_l^3}{\mu} \frac{\partial p_l}{\partial z} \right) = \frac{6R_i \omega_r \partial h_l}{\partial x} + \frac{12 \partial h_l}{\partial t} \quad (6)$$

式中 x ——轴套径向方向坐标

z ——轴套轴向方向坐标

p_l ——油膜压力 t ——时间

μ ——润滑油动力粘度

R_i ——轴套内壁半径

ω_r ——销轴相对轴套角速度

时间 t 所在项用于表示挤压效应,右侧第1项表示由相对旋转引起的楔形效应。

式(6)是椭圆型二阶偏微分方程(PDE),其解析解通常很难获得,若采用有限差分、有限体积等数值解集成到具有刚性的多体系统动力学方程中计算成本巨大。本文采用的滑动轴承,轴径比大于0.5,因此,考虑到 Gumbel 边界条件,采用无线长轴模型^[21]对式(6)进行简化。

对于径向速度 $\dot{\varepsilon}_r > 0$ 时,油膜承载力可表示为

$$\begin{cases} F_{nl} = \frac{-6\mu R_j^3 L_b}{c_r^2} \frac{\dot{\varepsilon}_r}{(1 - \varepsilon_r^2)^{3/2}} \left[\frac{4k\varepsilon_r^2}{2 + \varepsilon_r^2} + \frac{\pi(k+3)}{k+1.5} \right] \\ F_{tl} = \frac{6\mu R_j^3 L_b}{c_r^2} \frac{\pi\varepsilon_r(\omega - 2\dot{\gamma})}{(2 + \varepsilon_r^2)(1 - \varepsilon_r^2)^{1/2}} \frac{k+3}{k+1.5} \end{cases} \quad (7)$$

式中 F_{nl} ——轴承沿偏移矢量方向承载力

F_{tl} ——轴承垂直偏移矢量方向承载力

当径向速度 $\dot{\varepsilon}_r < 0$ 时,油膜承载力可表示为

$$\begin{cases} F_{nl} = \frac{-6\mu R_j^3 L_b}{c_r^2} \frac{\dot{\varepsilon}_r}{(1 - \varepsilon_r^2)^{3/2}} \left(\frac{4k\varepsilon_r^2}{2 + \varepsilon_r^2} - \frac{\pi k}{k+1.5} \right) \\ F_{tl} = \frac{6\mu R_j^3 L_b}{c_r^2} \frac{\pi\varepsilon_r(\omega - 2\dot{\gamma})}{(2 + \varepsilon_r^2)(1 - \varepsilon_r^2)^{1/2}} \frac{k}{k+1.5} \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$k = \sqrt{(1 - \varepsilon_r^2) \left[\left(\frac{\omega_r - 2\dot{\gamma}}{2\dot{\varepsilon}_r} \right)^2 + \frac{1}{\varepsilon_r^2} \right]} \quad (9)$$

当销轴和轴套的中心非常接近时即偏心率 ε_r 接近零时,式(7)、(8)存在数值稳定性的问题。将上述模型修正为

$$F_{nm} = \begin{cases} F_{nl} & (\varepsilon_0 \leq \varepsilon_r < 1) \\ \varepsilon^m F_{nl} & (0 < \varepsilon_r < \varepsilon_0) \end{cases} \quad (10)$$

$$F_{tm} = \begin{cases} F_{tl} & (\varepsilon_0 \leq \varepsilon_r < 1) \\ \varepsilon^m F_{tl} & (0 < \varepsilon_r < \varepsilon_0) \end{cases} \quad (11)$$

式中 m ——修正系数

ε_0 ——稳定系数

修正系数 m 为正实数,取值范围为0~5。将油膜承载力分量转换到系统惯性坐标系下,可表示为

$$\mathbf{F}_l = \begin{bmatrix} F_{nm} \cos \gamma - F_{tm} \sin \gamma \\ 0 \\ F_{nm} \sin \gamma + F_{tm} \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (12)$$

为了研究润滑间隙运动副元素的动态行为,采用合理的模型处理润滑状态和接触状态之间的过渡。为了使过渡过程中运动副接触力保持连续,采用加权平均混合过渡力模型^[22]实现平稳过渡,表示为

$$\mathbf{F}_m = \begin{cases} \mathbf{F}_l & (e_l' < c_r) \\ \frac{c_r + e_0 - e_l'}{e_0} \mathbf{F}_l + \frac{e_l' - c_r}{e_0} \mathbf{F}_d & (c_r \leq e_l' < c_r + e_0) \\ \mathbf{F}_d & (e_l' \geq c_r + e_0) \end{cases} \quad (13)$$

式中 $\mathbf{F}_d$ ——运动副处于干摩擦状态时的接触力^[3,23]

e_0 ——偏心率容差

e_0 和偏心率容差 e_l 取决于间隙,在润滑油膜承载力计算中,径向间隙为 $c_r + e_1$ 。

1.2 含润滑间隙3-RRPaR 冗余并联机构动力学模型

3-RRPaR 冗余并联机构是实验室自主研发的一种 Delta 型高速分拣机器人的动力机构,具有的结构冗余特性能起到规避奇异位姿、提高刚度的

作用。

如图 2、3 所示,该并联机构包含机架、末端执行器和 3 个具有相同拓扑结构的运动支链。机构中所有相邻构件均由转动副连接,1 和 2 号运动支链在竖直平面呈对称分布,3 号运动支链位于水平面。该并联机构每条运动支链具有 5 个活动构件。主动臂、平行四边形 (Pa) 支链长杆和短杆长度分别为 l_1 、 l_2 和 l_3 ,上标 i 为支链编号。该并联机构可实现沿 X 、 Y 和 Z 3 个方向的平移运动。



图 2 3-RRPaR 并联机构三维模型

Fig. 2 Three-dimensional model of 3-RRPaR parallel mechanism

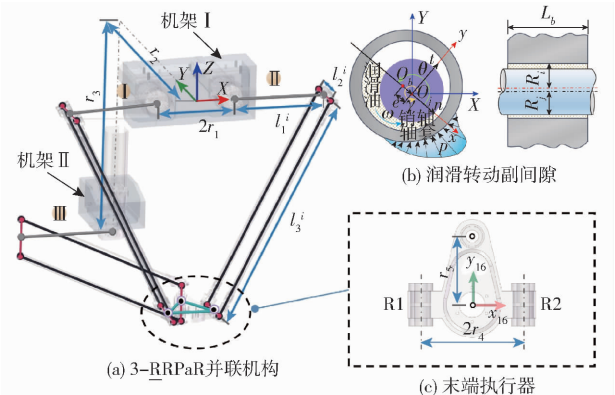


图 3 含润滑间隙 3-RRPaR 并联机构结构简图

Fig. 3 Schematics of 3-RRPaR parallel mechanism with lubricated clearance joints

采用笛卡尔方法对 3-RRPaR 并联机构中的活动构件进行位形描述。惯性系 $OXYZ$ 位于机架 I 中心处,活动构件质心坐标系记为 $ox_iy_iz_i$ ($i = 1, 2, \dots, 16$)。系统广义坐标可以表示为

$$\boldsymbol{q} = [\boldsymbol{q}_1 \quad \boldsymbol{q}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{q}_{16}]^T \quad (14)$$

$$\boldsymbol{q}_i = [x_i \quad y_i \quad z_i \quad \alpha_i \quad \beta_i \quad \gamma_i] \quad (15)$$

$$\boldsymbol{r}_i = [x_i \quad y_i \quad z_i]^T \quad \boldsymbol{\theta}_i = [\alpha_i \quad \beta_i \quad \gamma_i]^T$$

式中 $\boldsymbol{r}_i$ ——质心坐标系基点在惯性系中的位置坐标
 $\boldsymbol{\theta}_i$ ——由 3 个 Cardan 角组成的方位坐标,表示质心坐标系相对于惯性系的姿态
该并联机构只包含转动副,转动副约束相邻刚

体仅绕旋转轴转动,约束示意图如图 4 所示。多体系统中第 n 个转动副运动约束方程可以表示为

$$\boldsymbol{\Phi}_R^n(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_j + \boldsymbol{A}_j \bar{\boldsymbol{s}}_j - \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{A}_i \bar{\boldsymbol{s}}_i \\ \boldsymbol{a}_i^T \boldsymbol{c}_j \\ \boldsymbol{b}_i^T \boldsymbol{c}_j \end{bmatrix} = \boldsymbol{O}_{5 \times 1} \quad (16)$$

式中 $\boldsymbol{r}_j$ ——局部坐标系 $o'_jx'_jy'_jz'_j$ 在惯性系中的位置矢量
 $\bar{\boldsymbol{s}}_i$ ——旋转轴线中心点在构件 i 所在局部坐标系 $o'_ix'_iy'_iz'_i$ 中的位置矢量
 $\bar{\boldsymbol{s}}_j$ ——旋转轴线中心点在构件 j 所在局部坐标系 $o'_jx'_jy'_jz'_j$ 中的位置矢量
 $\boldsymbol{c}_j$ ——与旋转轴线重合的矢量,且垂直于 $\boldsymbol{a}_i$ 与 $\boldsymbol{b}_i$
 $\boldsymbol{A}_i$ 、 $\boldsymbol{A}_j$ ——局部坐标系相对于惯性系的变换矩阵

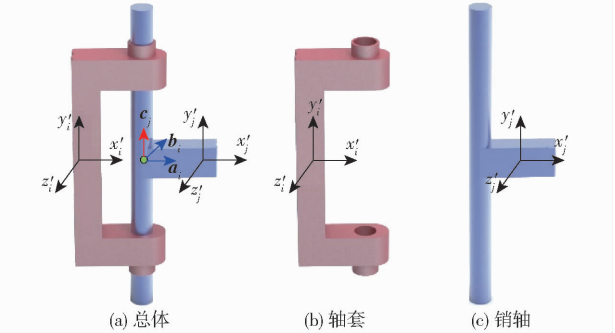


图 4 转动副约束示意图

Fig. 4 Schematics of revolute joint constraints

该并联机构多体系统共包含 21 个转动副,因此,理想情况下系统约束方程可以表示为

$$\boldsymbol{\Phi}_R(\boldsymbol{q}, t) = [\boldsymbol{\Phi}_R^{(1)T} \quad \boldsymbol{\Phi}_R^{(2)T} \quad \cdots \quad \boldsymbol{\Phi}_R^{(21)T} \quad \boldsymbol{\Phi}_{Dr}^{(1)T} \quad \boldsymbol{\Phi}_{Dr}^{(2)T} \quad \boldsymbol{\Phi}_{Dr}^{(3)T}]^T = \boldsymbol{O}_{108 \times 1} \quad (17)$$

考虑润滑间隙的 3-RRPaR 并联机构动力学模型主要关注润滑油的加入对机构动力学特性的影响。间隙的存在使运动副原有的几何约束消失,仅受到力约束。因此,对于考虑间隙的运动副其对应的运动约束方程应去除。对于润滑状态,力约束由油膜承载力提供,此时,运动副元素之间不直接接触由润滑油传递作用力。当转动副 R1 和 R2 处考虑润滑间隙时,此处转动副运动学约束被释放,对应的约束方程减至 71 个, $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{q}, t) = \boldsymbol{O}_{71 \times 1}$ 。

采用 Baumgarte 违约控制算法^[24]控制系统中的约束违反,保持数值稳定性。因此,由第一类拉格朗日方程建立的含润滑间隙的 3-RRPaR 并联机构动力学方程为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M} & \boldsymbol{\Phi}_q^T \\ \boldsymbol{\Phi}_q & \boldsymbol{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q} \\ \hat{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中 $\hat{\eta} = \Phi_q \ddot{q} - 2\alpha \dot{\Phi} - \beta^2 \Phi$ (19)

式中 M ——系统质量矩阵

Φ_q ——约束方程雅可比矩阵

$\ddot{q}$ ——系统广义坐标加速度矢量

Q ——系统广义力矩阵

λ ——拉格朗日乘子

$\dot{\Phi}$ ——约束方程对时间微分

α, β ——Baumgarte 违约控制算法的修正参数

系统的广义力矩阵 Q 包括系统惯性力和间隙运动副产生的碰撞力以及油膜承载力组成的平均混合过渡力。

当 α 与 β 相等时为临界阻尼,方程可快速收敛。通常 α, β 取 $[0, 50]$ 之间的正实数,取 $\alpha = 5, \beta = 5$ 。

2 优化设计模型建立和解决方案

2.1 径向基函数元模型

径向基函数(RBF)结构简单,由于对维数的不敏感性,在高维空间中具有较好的逼近精度。考虑到在动力学优化问题中通常是多设计变量优化问题,因此,采用径向基函数作为元模型对考虑间隙效应的空间并联机构动力学模型进行逼近。

对 t 个不同的点 $x_1, x_2, \dots, x_t \in \mathbf{R}^d$ 和数据 $f_1, f_2, \dots, f_t \in \mathbf{R}$,该问题可近似为

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{m=1}^t \lambda_m \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_m\|_2) + \rho(\mathbf{x}) \quad (\mathbf{x} \in \mathbf{R}^d) \quad (20)$$

式中 t ——昂贵模拟中目标和约束函数内已被评估的点数

$\mathbf{c}_m$ ——第 m 个基函数 $\varphi(\chi)$ 的中心

$\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_m\|_2$ ——用于表征 $\mathbf{x}$ 与样本点 $\mathbf{c}_m$ 之间的欧氏距离

$\rho(\mathbf{x})$ ——多项式或常数

第 m 个基函数的系数 λ_m ($m = 1, 2, \dots, n$) 可以通过求解线性方程组得到。常用的基函数 $\varphi(\chi)$ 类型包括线性、三次、薄板样条、多二次以及高斯函数。

本文使用较为稳健的配置方式,基函数和多项式分别采用三次径向基函数 $\varphi(\chi) = \chi^3$ 和线性多项式 $\rho(\mathbf{x}) = \mathbf{b}^T \mathbf{x} + a$,其中 $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_k)^T$ 。系数 $\lambda_m, \mathbf{b}$ 和 a 求解如下

$$\begin{bmatrix} \varphi & P \\ P^T & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ O \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中

$$\varphi_{l_1 l_2} = \varphi(\|\mathbf{x}_{l_1} - \mathbf{x}_{l_2}\|_2) \quad (l_1 = l_2 = 1, 2, \dots, N_t) \quad (22)$$

$$P = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & 1 \\ \mathbf{x}_2^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{x}_n^T & 1 \end{bmatrix} \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \\ a \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{bmatrix} \quad (23)$$

径向基函数近似模型(式(20))的输入为优化设计变量参数,输出为空间并联机构末端执行器动力学响应。

2.2 优化模型建立

间隙运动副给并联机构带来的劣化效应,制约了并联机构性能的充分发挥。在理论层面通过对并联机构进行结构参数优化是解决这一问题的有效途径。考虑间隙效应空间并联机构动力学优化设计是在满足工程需要和性能要求的前提下,将空间并联机构动力学模型与优化算法相融合,对机构中的关键构件进行参数优化设计。同结构优化问题类似,机械装备动力学优化问题也包括:目标函数、设计变量和约束条件。

2.2.1 设计变量

采用质量分配法针对含润滑间隙空间并联机构的关键构件进行结构参数优化,在不改变并联机构拓扑构型、结构类型和材料的情况下,通过重新分配关键构件质量和惯量使含润滑间隙并联机构保持动态性能最优。末端执行器作为执行机构往往根据具体工况需求进行相应设计,设计变量 $\mathbf{x}$ 表示为

$$\mathbf{x}_a = (m_e, J_{xx}^e, J_{yy}^e, J_{zz}^e)^T \quad (24)$$

式中 $\mathbf{x}_a$ ——优化设计变量阵列

m_e ——末端执行器质量

$J_{xx}^e, J_{yy}^e, J_{zz}^e$ ——末端执行器转动惯量

2.2.2 目标函数

考虑润滑间隙效应对空间并联机构动力学进行优化设计时,首先要明确优化目标,目标函数决定优化设计方向。通过前文分析,明确间隙效应对空间并联机构动力学特性的不良影响主要源自于间隙运动副元素的频繁接触碰撞,产生的碰撞力通过构件传递至末端执行器进而影响执行机构动力学性能。为降低这种影响分别从两个视角:优化末端执行机构动力学响应误差和优化间隙关节处约束反力,研究优化前后间隙效应对空间并联机构动力学响应的影响。

(1) 目标函数 I

间隙运动副处的接触碰撞直接作用在末端执行器上,会导致动力学响应产生高频振动,这种波动和间隙关节处的接触碰撞行为密切相关,也是

多个间隙运动副耦合作用的结果。优化方向为考虑减小末端执行器的位移、速度和加速度响应与规划轨迹响应的误差,以保证该机构动态性能有本质的提高。优化目标以间隙效应作用在空间并联机构动力学响应的具体影响结果为依据,目标函数可以表示为

$$f_o^1(\mathbf{x}) = w_D \| \mathbf{D}_E \| + w_S \| \mathbf{S}_E \| + w_A \| \mathbf{A}_E \| \quad (25)$$

式中 w_D, w_S, w_A ——对应响应的权重,取 1/3

- $\mathbf{D}_E$ ——归一化后并联机构末端执行器的位移误差
- $\mathbf{S}_E$ ——归一化后并联机构末端执行器的速度误差
- $\mathbf{A}_E$ ——归一化后并联机构末端执行器的加速度误差

考虑间隙效应时并联机构末端执行器的位移、速度和加速度响应误差在不同的数量级,采用 Min - Max 归一化方法对动力学响应误差进行线性变换,归一化后的位移误差可以表示为

$$D_E = \frac{\overline{D_E} - \overline{D_{Emin}}}{\overline{D_{Emax}} - \overline{D_{Emin}}} \quad (26)$$

- 式中 $\overline{D_E}$ ——样本点处的位移误差响应均值
 $\overline{D_{Emax}}$ ——优化前位移误差响应的均值上限
 $\overline{D_{Emin}}$ ——优化前位移误差响应的均值下限

对于速度和加速度误差响应指标只需将对应的位移响应替换成速度和加速度响应即可。

(2) 目标函数 II

鉴于缓解间隙效应最直接的方法是减缓间隙运动副元素的接触碰撞程度,优化方向为减小间隙运动副处的约束反力。该优化目标从间隙效应问题的源头出发,着重考量运动副关节处的接触碰撞行为,目标函数为

$$f_o^2(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i F_i^c \quad (27)$$

- 式中 i ——间隙运动副编号
 w_i ——对应编号为 i 的间隙运动副的权重
 F_i^c ——间隙运动副 i 处的作用力

考虑各间隙运动副的重要程度相同,因此权重 w_i 的取值相同。 F_i^c 同位移误差响应一致,采用式 (26) 归一化处理。

2.2.3 约束条件

对于考虑润滑间隙效应空间并联机构的动力学优化问题,约束条件主要考虑优化变量的变化范围,表示为

$$\mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u \quad (28)$$

- 其中 $\mathbf{x}_l = (m_{emin}, J_{xxmin}^e, J_{yymin}^e, J_{zzmin}^e)^T$
 $\mathbf{x}_u = (m_{emax}, J_{xxmax}^e, J_{yymin}^e, J_{zzmax}^e)^T$

式中 $\mathbf{x}_l$ ——设计变量 $\mathbf{x}$ 的上边界
 $\mathbf{x}_u$ ——设计变量 $\mathbf{x}$ 的下边界
 $\mathbf{x}_l$ 和 $\mathbf{x}_u$ 取值范围如表 1 所示。

表 1 设计变量的取值范围
Tab.1 Range of design variables

变量	m_e/kg	$J_{xx}^e/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$J_{yy}^e/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$J_{zz}^e/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$
$\mathbf{x}_u$	1.3	1.3	1.3	1.3
$\mathbf{x}_l$	0.7	0.7	0.7	0.7

求解考虑润滑间隙效应并联机构动力学优化设计问题可以表示为有约束的非线性优化问题,其数学模型可以表示为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{x}} f_o^n(\mathbf{x}) & (n=1,2) \\ \text{s. t. } \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u \end{cases} \quad (29)$$

2.3 考虑润滑间隙效应空间并联机构动力学优化求解流程

考虑润滑间隙效应空间并联机构的动力学优化由基于之前所建立的考虑润滑间隙效应的空间并联机构动力学模型和 G - MSRS 策略^[25]组成。动力学优化主要求解流程如图 5 所示,包括以下步骤:

- (1) 读取系统动力学优化模型的相关参数。包括系统初始拓扑结构信息和润滑间隙运动副的几何参数,获取优化所需要的目标函数、设计变量以及约束条件。
- (2) 生成初始样本点。根据所选取的设计变量以及约束条件,采用拉丁超立方采样生成初始样本点,并在对应的样本点处进行昂贵函数模拟。
- (3) 建立润滑间隙效应的运动副矢量模型。计算潜在接触点位置矢量,判断销轴和轴套的相对位置关系,根据润滑间隙效应模型,计算润滑间隙运动副处的约束反力。
- (4) 求解系统动力学方程。计算系统质量矩阵、约束雅可比矩阵、广义力矩阵并组装成系统方程。将系统方程降阶并求解得到系统的状态变量。
- (5) 生成用于动力学优化的元模型。采用径向基函数生成用于动力学优化的元模型,采用随机抽样策略生成候选点对样本点进行富集。
- (6) 评价样本点信息。通过评价函数的响应面准则和距离准则对各样本点进行评估,根据评价结果选择出最优评估点并在该点进行动力学模拟。
- (7) 更新元模型信息。采用径向基函数更新用于间隙动力学优化的元模型,并判断样本点是否为最优解。如若样本点为已知最优解则进行保存,否则进行下一次迭代,直至达到优化的最大迭代数。

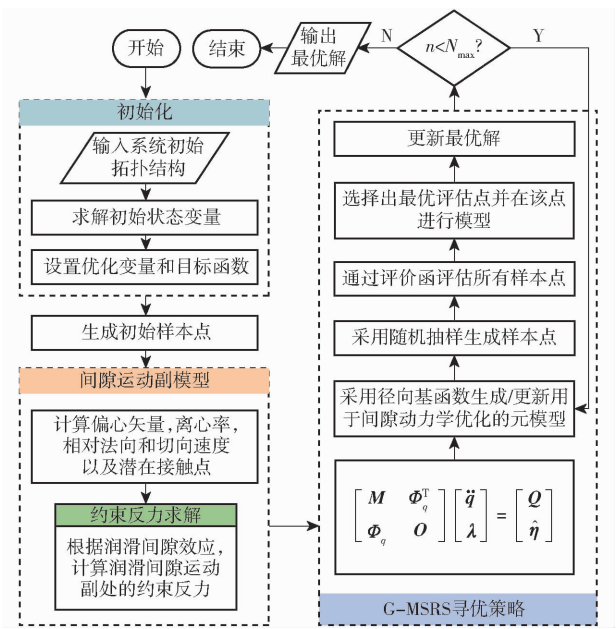


图5 考虑间隙效应并联机构动力学优化的求解流程

Fig.5 Solution flowchart for dynamic optimization of parallel mechanism with clearance effect

3 算例

3.1 参数设置

结构参数与仿真参数如表 2、3 所示,末端执行器运动轨迹规划为

$$\begin{cases} x_e = 0.03 - 0.03\cos(\omega t) \\ y_e = 0.03\sin(\omega t) \end{cases} \quad (30)$$

角速度 ω 默认为 4π rad/s。

3.2 考虑润滑间隙效应空间并联机构动力学模型的试验验证

为了研究润滑间隙效应对 3-RRPa 并联机构动力学响应的影响,在自主搭建的含间隙 3-RRPa 并联机构试验台开展试验,将试验结果与理论数值计算结果对比分析,以验证所建立理论模型结果的合理性和科学性,试验样机如图 6 所示。

为了更好地验证理论模型结果,并进行对比,待并联机构运动稳定后,选取一个完整运动周期进行测量分析。对转动副 R1 和 R2 更换间隙为 0.05 mm 间隙轴,轴向间隙通过径向锁紧螺母控制为定值 0.01 mm。

图 7 给出了含润滑转动副间隙 3-RRPa 并联机构末端执行器加速度响应。由图 7 可知,在加速度曲线的主要波动位置和趋势上具有较好的一致性。加速度响应曲线较润滑前工况时更平稳,峰值和振动频率有所下降。此外,间隙运动副经过润滑加速度响应呈现出相似性,表现在曲线趋势、振动位置和振动频率上。通过对比空间并联机构响应的试

表 2 3-RRPa 并联机构结构参数
Tab.2 Structural parameters of 3-RRPa parallel mechanism

构件	参数	数值
主动臂	长度 l_1^i/m	0.125
	质量 m_1^i/kg	2.129
	转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.127×10^{-3}
	转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.656×10^{-2}
	转动惯量 $I_{zz}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.581×10^{-2}
Pa 支链短杆	长度 l_3^i/m	0.052 5
	质量 m_3^i/kg	0.259
	转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	2.294×10^{-4}
	转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.624×10^{-5}
	转动惯量 $I_{zz}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	2.290×10^{-2}
末端执行器	距离 r_4/m	0.06
	距离 r_5/m	0.08
	质量 m_4/kg	1.005
	转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.279×10^{-3}
	转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.014×10^{-3}
	转动惯量 $I_{zz}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	2.140×10^{-3}
	长度 l_2^i/m	0.322
Pa 支链长杆	质量 m_2^i/kg	0.199
	转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	8.773×10^{-3}
	转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	8.773×10^{-3}
	转动惯量 $I_{zz}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.617×10^{-5}
	距离 r_1/m	0.1
机架 I	质量 m_5/kg	12.068
	转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.238
	转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.185
	转动惯量 $I_{zz}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	6.856×10^{-2}
	距离 r_2/m	0.597
机架 II	距离 r_3/m	0.685
	质量 m_6/kg	7.637
	转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	5.854×10^{-2}
	转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	3.347×10^{-2}
	转动惯量 $I_{zz}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	3.334×10^{-2}

表 3 含润滑间隙空间并联机构动力学仿真参数
Tab.3 Dynamics simulation parameters of spatial parallel mechanism with lubricated clearance joints

参数	数值
轴套内壁半径 R_i/m	0.007 5
轴套外壁半径 R_o/m	0.012
轴承长度 L_b/m	0.05
恢复系数 c_e	0.9
干摩擦状态摩擦因数 $\mu_s、\mu_k$	0.10、0.15
杨氏模量 $E_b、E_j/\text{GPa}$	200、72
泊松比 $\nu_b、\nu_j$	0.33、0.29
动力粘度 $\mu/(\text{mPa}\cdot\text{s})$	10
积分步长/s	0.000 1
积分方法	Runge-Kutta-Fehlberg

验结果与理论结果,验证了理论模型计算结果的有效性。

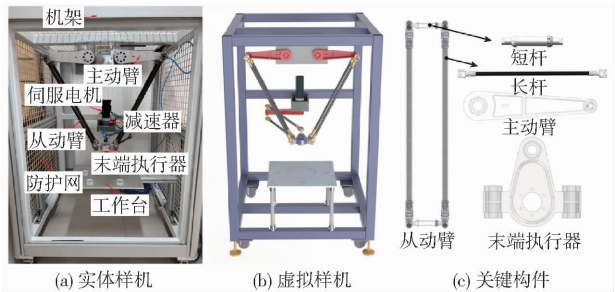


图 6 含间隙 3-RRPaR 冗余并联机构试验样机

Fig. 6 Test prototype of 3-RRPaR redundant parallel mechanism with clearance joints

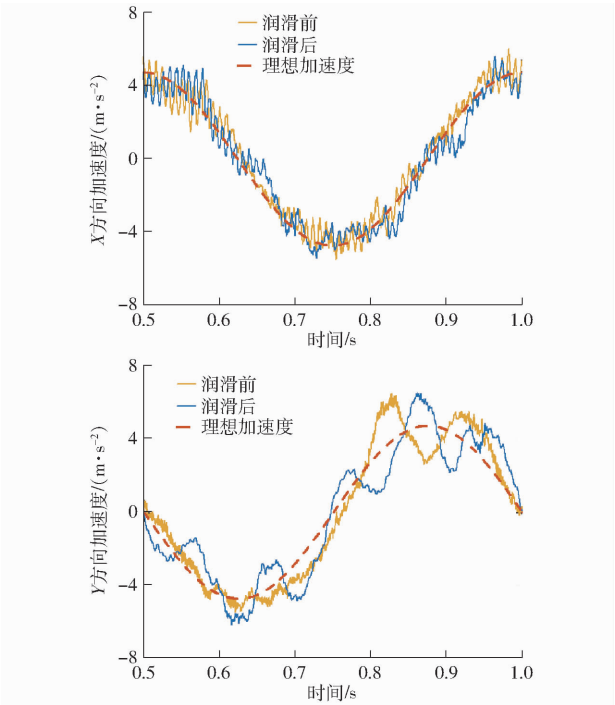


图 7 末端执行器加速度响应试验结果对比

Fig. 7 Comparison of experimental results of acceleration response of end effector

3.3 动力学优化结果

根据上述考虑润滑间隙效应空间并联机构动力学优化流程,以优化末端执行器的动力学响应误差(目标函数 I)和优化间隙关节处的约束反力(目标函数 II)两种方式,对含润滑间隙 3-RRPaR 冗余并联机构进行动力学优化。

优化结果如表 4 所示,为优化末端执行器的动力学响应误差,以目标函数 I 为变量,通过建立的优化模型计算,得到了质量为 0.887 kg,转动惯量分别为 1.166×10^{-3} 、 1.276×10^{-3} 、 $1.649 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 的末端执行器为最优解,相较优化前(表 3)分别降低 0.118 kg 和 1.13×10^{-4} 、 -2.62×10^{-4} 、 $4.91 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。为优化间隙关节处的约束反力,以目标函数 II 为变量,经计算得到质量为 0.703 kg,转动惯量分别为 8.957×10^{-4} 、 7.099×10^{-4} 、 $1.498 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 的最优解。

表 4 含润滑间隙 3-RRPaR 并联机构优化结果
Tab. 4 Optimization results of 3-RRPaR parallel mechanism with lubricated clearance joints

变量	m_e/kg	$J_{xx}^e/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$J_{yy}^e/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$J_{zz}^e/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
目标函数 I	0.887	1.166×10^{-3}	1.276×10^{-3}	1.649×10^{-3}
目标函数 II	0.703	8.957×10^{-4}	7.099×10^{-4}	1.498×10^{-3}

图 8 为不同优化方式目标函数值的迭代曲线。由图 8 可以看出,较优化之前,以末端执行器动力学响应误差最小为优化目标时(目标函数 I),目标函数值降低 0.2%,而以间隙关节处的约束反力最小为优化目标时(目标函数 II),目标函数值下降 16.16%。由随机样本点的函数值分布范围可知,末端执行器质量对间隙运动副处的约束反力影响较大。

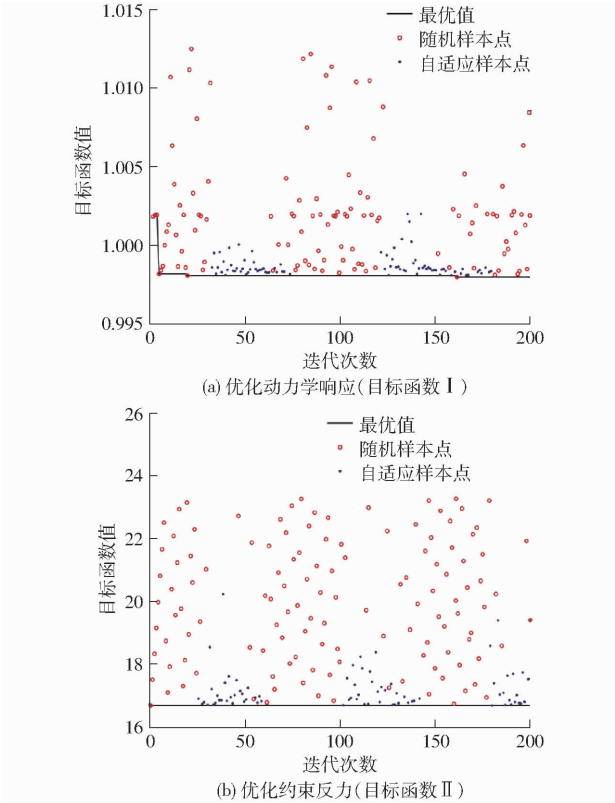


图 8 动力学优化迭代过程

Fig. 8 Iterative process of dynamic optimization

图 9 为优化前后末端执行器的动力学响应。润滑油的存在使位移响应误差保持在较低的水平。优化动力学响应时,X 方向位移误差最大值由 $6.11 \times 10^{-4} \text{ m}$ 降至 $5.42 \times 10^{-4} \text{ m}$ 。Y 方向位移误差沿 Y 轴负方向的最大偏移由 $1.22 \times 10^{-5} \text{ m}$ 减至 $9.34 \times 10^{-6} \text{ m}$ 。以约束反力为优化目标时,在 X 和 Y 方向误差分布范围都较优化之前有小幅增大。速度响应曲线和位移响应的情况类似,优化前后误差曲线趋势及波动位置一致。由图 9e、9f 得,经过优化加速度误差响应的波动位置出现了差异。以 X 方向

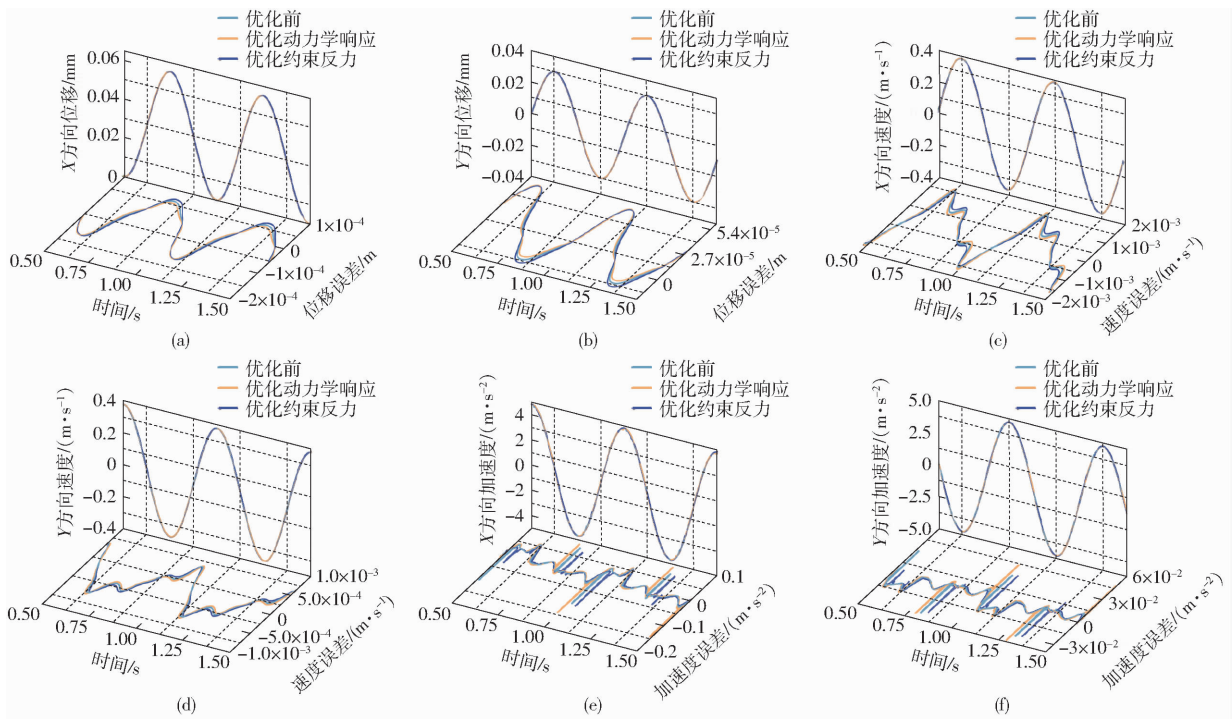


图 9 末端执行器动力学响应
Fig. 9 Dynamic response of end effector

加速度为例,优化前最大误差为 -0.108 m/s^2 发生在 1.014 s 附近,优化目标函数 I 和 II 时最大误差分别为 -0.148 m/s^2 和 -0.112 m/s^2 , 发生在 0.995 s 和 1.04 s 附近。结果表明,尽管加速度响应峰值较优化之前有小幅提高,但综合考虑位移、速度和加速度响应这三者,优化结果对该机构整体动力学性能仍有一定提升。

图 10 给出了优化对含润滑间隙转动副的约束反力的影响。动力学响应为优化目标时,虽然动力学响应误差减少 0.2% ,但转动副 R1 和 R2 处的约束反力峰值较优化之前分别提高 116% 和 115% 。而以约束反力为优化目标时,转动副 R1 和 R2 处的约束反力整体水平下降明显。图 11 对比了优化对含润滑间隙转动副轴心轨迹的影响,可以看出,优化前后转动副 R1 处的轴心轨迹基本重合,R2 处以约束反力为优化目标时轴心轨迹的运动范围较优化前和优化动力学响应时增大,这是由于约束反力与间隙运动副的动态特性密切相关,对轴心轨迹的影响较优化动力学响应更加直接。

4 结论

(1)提出了一种考虑润滑间隙效应的空间并联机构动力学建模方法,推导出了转动副润滑间隙运动矢量模型,构建润滑间隙运动副的油膜承载力与接触状态过渡力模型,建立了含润滑间隙 3 -

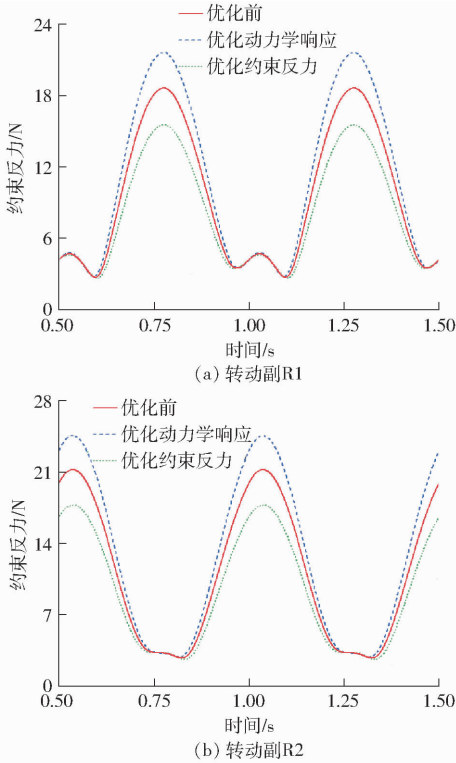


图 10 含润滑间隙转动副约束反力
Fig. 10 Restraint reaction force of lubricated revolute clearance joints

RRPaR 并联机构动力学模型。

(2)结合多体动力学理论与基于元模型的辅助优化策略,提出了一种考虑润滑间隙效应的空间并联机构动力学优化方法。建立了考虑润滑间隙效应 3 - RRPaR 动力学优化模型,基于全局度量随机响

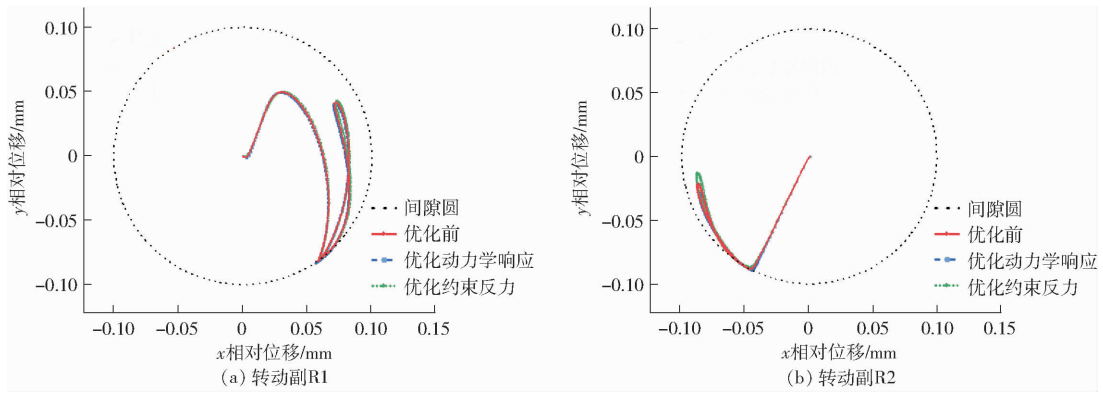


图 11 含润滑间隙转动副轴心轨迹

Fig. 11 Center trajectory of lubricated revolute clearance joints

应面框架,分别以优化动力学响应和优化约束反力的方式,对空间并联机构中的末端执行器进行了参数优化。

(3)利用物理样机试验验证了含润滑间隙 3-RRPaR 并联机构动力学模型正确性,分析不同目标函数对优化效果的影响,选择了最佳优化方式,对比

了优化前后考虑润滑间隙效应的空间并联机构动力学特性变化。优化有效减缓了间隙运动副的接触碰撞,改善了空间并联机构的动力学性能。以约束反力最小为优化目标时空间并联机构动力学性能更优,优化效果更为显著,优化使润滑间隙运动副处约束反力峰值降低 16.16%。

参 考 文 献

[1] ZHOU G W, LI R P, LIAO D X, et al. Lubrication structure design of water lubricated rubber thrust bearing with spiral groove for shaftless rim driven thruster[J]. Tribology International, 2023, 178: 108098.

[2] 陈雪辉,李威,刘伟,等.基于动力学特性的挖掘机工作装置端面摩擦副间隙磨损机理研究[J].机械工程学报,2022,58(19):191-205.

CHEN Xuehui, LI Wei, LIU Wei, et al. Excavator working device based on dynamic characteristics analysis of clearance wear mechanism of end face friction pair[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(19): 191-205. (in Chinese)

[3] CHEN X L, WANG T, JIANG S. Study on dynamic behavior of planar multibody system with multiple lubrication clearance joints[J]. European Journal of Mechanics—A/Solids, 2022, 91: 104404.

[4] CHEN K X, WANG M, HUO X M, et al. Topology and dimension synchronous optimization design of 5-DoF parallel robots for in-situ machining of large-scale steel components[J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 179: 105105.

[5] CHEN Y, WU K, WU X Z, et al. Kinematic accuracy and nonlinear dynamics of a flexible slider-crank mechanism with multiple clearance joints[J]. European Journal of Mechanics—A/Solids, 2021, 88: 104277.

[6] CHAN C L, TING K L. Clearance-induced orientation uncertainty of spherical linkages[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2021, 13(2): 021021.

[7] QIAN M B, QIN Z, YAN S Z, et al. A comprehensive method for the contact detection of a translational clearance joint and dynamic response after its application in a crank-slider mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 145: 103717.

[8] FAN S, FAN S W. Difference between the ideal and combined spherical joints and its effects on parallel manipulators[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2020, 234(5): 1112-1129.

[9] 陈修龙,郭景尧,王景庆,等.考虑混合间隙的空间并联机构非线性动力学特性分析[J].农业机械学报,2023,54(12):431-448.

CHEN Xiulong, GUO Jingyao, WANG Jingqing, et al. Dynamic characteristics analysis of spatial parallel mechanism with compound clearances[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(12): 431-448. (in Chinese)

[10] 郑恩来,储磊,蒋书运,等.含润滑间隙和曲轴转子-轴承结构的平面柔性多连杆机构多体动力学建模与动态误差分析[J].机械工程学报,2020,56(3):106-120.

ZHENG Enlai, CHU Lei, JIANG Shuyun, et al. Multi-body dynamic modeling and error analysis of planar flexible multi-link mechanism with lubricated revolute clearance joints and crankshaft-bearing structure[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(3): 106-120. (in Chinese)

[11] FANG C C, MENG X H, LU Z J, et al. Modeling a lubricated full-floating pin bearing in planar multibody systems[J]. Tribology International, 2019, 131: 222-237.

[12] XIE Z L, SHEN N W, ZHU W D, et al. Theoretical and experimental investigation on the influences of misalignment on the

lubrication performances and lubrication regimes transition of water lubricated bearing[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 149: 107211.

[13] CHEN X L, JIA Y H. Dynamic modeling and responses investigation of spatial parallel robot considering lubricated spherical joint[J]. *European Journal of Mechanics—A/Solids*, 2022, 92: 104458.

[14] 陈修龙, 樊慧凯. 考虑球面副润滑间隙的空间并联机构动力学建模与响应分析[J]. *计算机集成制造系统*, 2023, 29(1): 13–26.

CHEN Xiulong, FAN Huikai. Dynamic modeling and response analysis of spatial parallel mechanism considering lubrication clearance of spherical joints[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2023, 29(1): 13–26. (in Chinese)

[15] FANG C C, MENG X H, XIE Y B, et al. An improved technique for measuring piston-assembly friction and comparative analysis with numerical simulations: under motored condition[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 115: 657–676.

[16] JIANG S, CHEN X L. Reducing undesirable effects of clearances on dynamic and wear of planar multi-link mechanism[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 100(2): 1173–1201.

[17] ETESAMI G, FELEZI M E, NADER N Z. Optimal transmission angle and dynamic balancing of slider-crank mechanism with joint clearance using Pareto bi-objective genetic algorithm[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2021, 43(4): 1–18.

[18] BAI Z F, JIANG X, LI F, et al. Reducing undesirable vibrations of planar linkage mechanism with joint clearance[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2018, 32(2): 559–565.

[19] LI Y Y, LI M, LIU Y F, et al. Parameter optimization for torsion spring of deployable solar array system with multiple clearance joints considering rigid-flexible coupling dynamics[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2022, 35(3): 509–524.

[20] 王成志, 王云超. 含运动副间隙的空间转向机构运动精度分析及优化设计[J]. *中国机械工程*, 2021, 32(9): 1027–1034.

WANG Chengzhi, WANG Yunchao. Kinematic accuracy analysis and optimization design for spatial steering mechanisms with joint clearances[J]. *China Mechanical Engineering*, 2021, 32(9): 1027–1034. (in Chinese)

[21] ZHANG H D, ZHANG X M, ZHAN Z H, et al. Dynamic modeling and comparative analysis of a 3-PRR parallel robot with multiple lubricated joints[J]. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2020, 16(3): 541–555.

[22] FLORES P, AMBRÓSIO J, CLARO J P. Dynamic analysis for planar multibody mechanical systems with lubricated joints[J]. *Multibody System Dynamics*, 2004, 12(1): 47–74.

[23] CHEN X L, GAO W H, DENG Y, et al. Chaotic characteristic analysis of spatial parallel mechanism with clearance in spherical joint[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 94(4): 2625–2642.

[24] FLORES P, AMBRÓSIO J, CLARO J C P, et al. Dynamics of multibody systems with spherical clearance joints[J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2006, 1(3): 240–247.

[25] REGIS R G, SHOEMAKER C A. A stochastic radial basis function method for the global optimization of expensive functions [J]. *INFORMS Journal on Computing*, 2007, 19(4): 497–509.

~~~~~

(上接第 440 页)

[25] 张春燕, 刘玉航, 丁兵, 等. 可重构仿生四足机器人倾覆后恢复机理与特性研究[J]. *农业机械学报*, 2024, 55(2): 433–441.

ZHANG Chunyan, LIU Yuhang, DING Bing, et al. Recovery mechanism and characteristics of a reconfigurable bionic quadruped robot after overturning[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2024, 55(2): 433–441. (in Chinese)

[26] 田为军. 德国牧羊犬运动特性及其运动模型研究[D]. 长春: 吉林大学, 2011.

TIAN Weijun. Research on the kinematic characteristic and motion model of German shepherd dog[D]. Changchun: Jilin University, 2011. (in Chinese)

[27] ZENG X Q, ZHANG S Y, ZHANG H Z, et al. Leg trajectory planning for quadruped robots with high-speed trot gait[J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(7): 1–21.

[28] GAYLE, DENIS J, DAVI D, et al. Reliability of goniometry in Labrador Retrievers[J]. *American Journal of Veterinary Research*, 2002, 63(7): 979–986.

[29] CHEN J P, SAN H J, WU X, et al. Structural design and gait research of a new bionic quadruped robot[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part B—Journal of Engineering Manufacture*, 2022, 236(14): 1912–1922.

[30] 庞党锋, 崔世钢, 田丽萍. 包装生产线码垛机器人工作站虚拟仿真研究[J]. *包装与食品机械*, 2022, 40(4): 68–72.

PANG Dangfeng, CUI Shigang, TIAN Liping. Simulation of palletizing robot workstation in packaging production line [J]. *Packaging and Food Machinery*, 2022, 40(6): 68–72. (in Chinese)