

# 基于多传感器融合的跟随 AGV 复合导引技术

钱晓明 黄宇轩 楼佩煌 孙 天  
(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

**摘要:** 在“主从式”AGV 协同作业中,跟随 AGV 的定位和导引,除了获取环境信息,还需要观测领航 AGV 的位姿进行路径跟随,对精度和稳定性有更高的要求。为了提高跟随 AGV 的导航精度,提出一种惯性导航与多目视觉结合的组合导航方法。针对多传感器的数据融合问题,提出一种基于自适应无迹卡尔曼滤波的跟随 AGV 最优位姿估计方法。惯导传感器输出信号用于跟随 AGV 的状态预测;路径跟踪导航与 RGB-D 视觉导航组成多目视觉导航,作为系统观测修正惯导的累积误差。实验表明,本文提出的复合导引方案具有更快的偏差收敛速度、更稳定的路径跟踪状态和队形保持,提高了双车协同搬运系统的实时性和鲁棒性。

**关键词:** 多 AGV 协同; 复合导引; 多传感器融合; 卡尔曼滤波

中图分类号: TP242      文献标识码: A      文章编号: 1000-1298(2022)01-0014-09      OSID: 

## Navigation Technology of Following AGV Based on Multi-sensor Fusion

QIAN Xiaoming HUANG Yuxuan LOU Peihuang SUN Tian  
(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In the current Leader – Follower AGVs cooperative operation, in addition to obtaining environmental information, the positioning and navigation of the following AGV also need to observe the position and attitude of the leading AGV for path tracking, which has higher requirements for accuracy and stability of navigation and location. In order to improve the navigation accuracy of following AGV, an integrated navigation method combining inertial navigation and multi-vision was proposed. Aiming at the problem of multi-sensor data fusion, an optimal pose estimation method based on adaptive unscented Kalman filter was proposed. The output signal of inertial navigation sensor was used to follow the AGV attitude prediction; the path tracking navigation and RGB – D navigation constituted the multi-vision navigation, which was used as the system observation to correct the accumulated offset of inertial navigation. The experimental results showed that the compound navigation scheme had faster convergence speed, more stable path tracking state and formation maintenance. This method improved the real-time performance and robustness of the two AGVs cooperative handling system.

**Key words:** multi-AGV coordinated; compound navigation; multi-sensor fusion; Kalman filter

### 0 引言

自动导引小车 (Automated guided vehicle, AGV) 是一种沿指定路径自动行驶,在不同工位点之间进行物料搬运的轮式移动机器人<sup>[1]</sup>,广泛应用于工业生产和物流运输<sup>[2]</sup>。随着 AGV 应用场景需求的复杂化,多 AGV 协同搬运是机器人技术发展的必然趋势。多台 AGV 协同搬运可以突破单台 AGV 尺寸、承载方式和载荷量等限制,充分发挥 AGV 的

运输能力和编队协作灵活性。目前,多 AGV 协同大多采用“主从式”(Leader – Follower)的编队策略。

导引技术是保证 AGV 自主性和移动性的关键技术。对于“主从式”双车协同搬运系统,领航 AGV 的导引方式与单台 AGV 类似,技术上已趋于成熟;跟随 AGV 的定位和导引,除了获取环境信息之外,还需要观测领航 AGV 进行路径跟随,对精度和稳定性有更高的要求。目前广泛采用的 AGV 导航技术在定位精度、导引灵活性、运行可靠性和使用成本等

多种指标之间难以取得较好的协调平衡。当前复合导引大多采用 GPS 导航、惯性导航、视觉导航等导航技术中的若干种,通过数据融合算法综合多种异构多源传感器采集的信息,使 AGV 导引更为稳定可靠。

多传感器融合技术<sup>[3-4]</sup>是将多种传感器的信息进行综合,输出与真实值较为接近的观测信息,实现各传感器的优势互补。视觉里程计和 IMU 的数据融合又称为视觉惯性里程计 (Visual inertial odometry, VIO),根据数据融合方式的差异可以分为紧耦合和松耦合两种<sup>[5]</sup>。KONOLIGE 等<sup>[6]</sup>通过扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman filter, EKF) 对惯导-视觉系统进行松耦合,提高了视觉里程计的精度。INDELMAN 等<sup>[7]</sup>基于因子图的惯导增量平滑方式,提出一个通用的信息融合框架。MOURIKIS 等<sup>[8]</sup>提出了多状态限制卡尔曼滤波 (Multi-state constraint Kalman filter, MSCKF) 算法,为 VIO 提供了第一个紧耦合框架。LI 等<sup>[9]</sup>通过改进算法提高了 MSCKF 的实时性。TSAO 等<sup>[10]</sup>提出基于 EKF 算法、视觉-惯导融合的相机参数标定方法。除了科研机构外,一些大型设备制造商也开展了视觉/惯导的相关研究,例如苹果公司推出的 ARKit,将单目视觉和惯导信息通过 EKF 进行融合。随着智能化的深入,视觉里程计/惯导结合的多传感器融合技术已成为机器人领域热门的研究方向。

本文基于 Leader - Follower 编队中跟随式 AGV 的定位和导引需求,提出一种视觉/惯导组合导航方案,其中视觉系统采用路径跟踪导航和 RGB - D 导航相结合的多目视觉导航。针对多目视觉系统和惯性导航的数据融合问题,提出一种基于 AUKF 算法的跟随 AGV 最优位姿估计方法,以保障跟随 AGV 复合导引的精度和稳定性。

1 复合导引方案设计

AGV 的导引和定位方式可以分为绝对定位方式和相对定位方式<sup>[11]</sup>。考虑到双车协同搬运中跟随 AGV 在编队中的导引需求,将相对定位与绝对定位方式相结合。跟随 AGV 的复合导引方案如图 1 所示。惯性导引作为一种成熟的相对定位方法,采

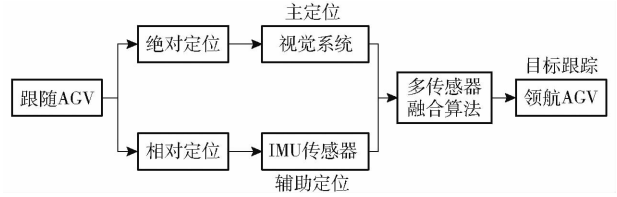


图 1 跟随 AGV 复合导引方案

样频率高、抗干扰性强,能够满足 AGV 位姿估计实时性和准确性的需求。但其在测量数据时存在累积误差,一般用于短时位姿的估计,不能单独使用。本文使用视觉导引作为绝对定位方式,与惯性导航配合,实现对惯导偏移误差的实时校正。

2 跟随 AGV 多目视觉导航方法

2.1 多目视觉导航技术框架

AGV 协同搬运的工作场景多为复杂工况环境,如果选用单一的视觉传感单元会使跟随 AGV 感知信息不全面、易受外部环境影响,无法保证双车协同搬运系统长期稳定运行。本文提出一种路径跟踪导航与 RGB - D 视觉导航相结合的多目视觉导航方法,如图 2 所示。

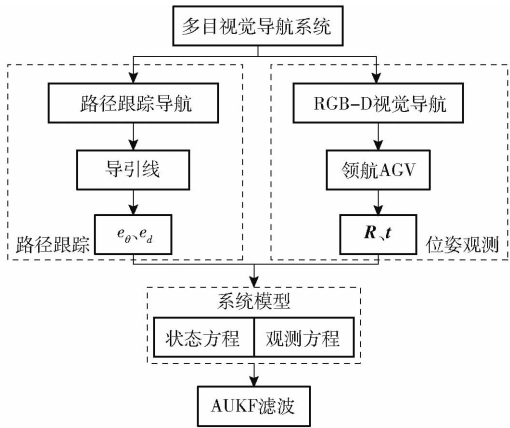


图 2 多目视觉导航技术框架

Fig. 2 Framework of multi-vision navigation technology

跟随 AGV 的视觉系统布局如图 3 所示,本文多目视觉导航系统由路径跟踪导航方法和 RGB - D 视觉导航方法组成:

(1)路径跟踪导航方法。在 AGV 行驶路径上的两侧设置导引线,通过跟随 AGV 两侧安装的 CCD 摄像机采集导引线图像信息。两侧导引线限制跟随 AGV 在导引线划定的区域内运行。AGV 路径跟踪导航技术目前发展比较成熟,本文不作重点描述。

(2)RGB - D 视觉导航方法。RGB - D 深度相机实时采集领航 AGV 的外壳轮廓图像,并匹配相邻两幅图像的特征点,通过 ICP 算法求取跟随 AGV 的相对位姿。

复杂环境同时影响两种视觉导航方法的可能性极小,可以认为任何时刻至少有一种视觉导航方法有效且稳定。受外界环境干扰时,其中一种视觉导航方法性能降低,另一种导航方法可以保证 AGV 平稳运行。多目视觉系统未受外界环境干扰时,两种导航方法的精度均得到保障。两种视觉导航信息相互融合和校正,可以获得尽可能全面、准确的外部环

Fig. 1 Compound navigation scheme of following AGV

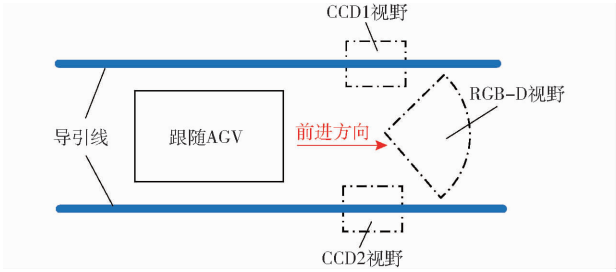


图3 跟随AGV视觉系统布局

Fig.3 Visual system layout of following AGV

境观测。

2.2 路径跟踪导航

为保证跟随AGV具有较高的预测控制能力,车载相机倾斜向下安装。两侧CCD摄像机实时采集路径导引线的信息,经视频解码器解码后,输出至图像处理模块中处理。路径跟踪导航使用导引线,铺设在水磨石地面上,在YCbCr色彩空间下识别效果较好,故进行色彩空间转换,使用YCbCr图像中Cb分量进行阈值分割。

如图4所示,首先使用Otsu方法进行图像分割,得到路径导引线的二值化图像,经过形态学核运算获得较为光滑平整的路径轨迹轮廓,最后通过骨架提取算法提取路径特征,得到导引路径中心线。

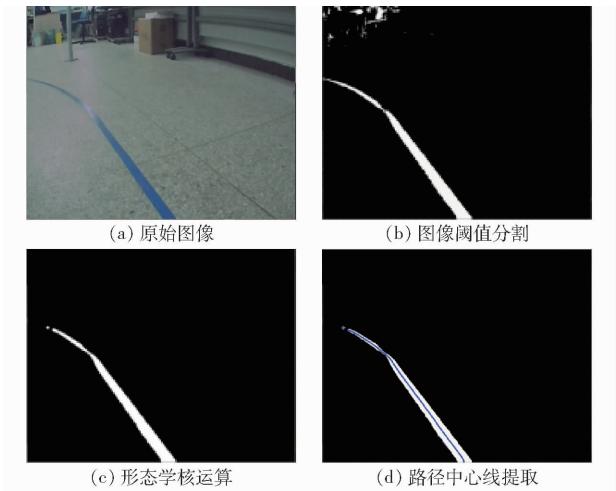


图4 导引路径识别图像

Fig.4 Recognition images of navigation path

直线导引路径可以用方程 $y = \beta_0 x + \beta_1$ 来表示,而曲线路径可以采用“以直代曲”思想视作多段较短的连续直线段拼接而成。对导引路径图像进行拟合,拟合结果如图5所示,并求解路径参数 $\beta_0$ 和 $\beta_1$ 。通过几何关系可以获取跟随AGV相对路径中心线的角度偏差 $e_\theta$ 及距离偏差 $e_d$ 。

2.3 RGB-D立体视觉导航

RGB-D相机能够实时获取AGV的RGB图像和深度图像。RGB-D导航的位姿测量流程如图6所示。首先对原始图像进行预处理,通过阈值分割获

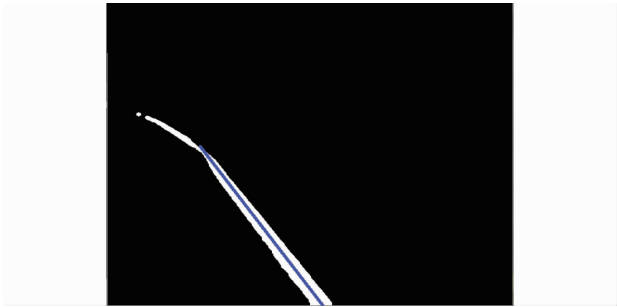


图5 路径拟合结果

Fig.5 Result of path fitting

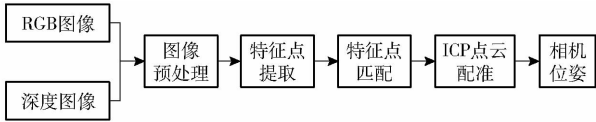


图6 RGB-D导航位姿测量流程

Fig.6 RGB-D navigation measurement process

得领航AGV的外壳轮廓。然后对相邻两帧图像进行特征点的提取和匹配,最后通过对点云数据的配准,得到深度相机的相对位姿(相机的旋转矩阵 $R$ 和平移向量 $t$ )。由于深度相机固连在跟随AGV车身上,深度相机的运动轨迹与跟随AGV一致。实验选用Intel公司研发的RealSense D435i型深度相机。

2.3.1 图像预处理和特征点检测

RGB立体视觉导航方法用于观测领航AGV,首先进行观测图像预处理。使用文献[12]中的最佳阈值分割方法来进行图像阈值的选取,通过阈值分割和平面提取算法分割出领航AGV的外壳轮廓。图像分割结果如图7所示。

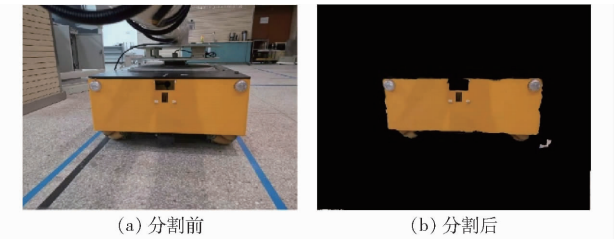


图7 图像分割结果

Fig.7 Result of image segmentation

完成对领航AGV外壳轮廓的分割后,对预处理后的图像进行特征点检测。考虑到双车协同搬运系统对实时性的要求,选择ORB(Oriented FAST and rotated BRIEF)特征点来进行领航AGV轮廓特征点的检测,特征提取后得到图像的ORB特征点集如图8所示。

2.3.2 改进RANSAC特征点匹配

随机抽样一致(Random sample consensus, RANSAC)算法对于数据排异和提高模型估计精度有良好的效果<sup>[13]</sup>。传统RANSAC算法随机抽取特征点对迭代,算法复杂度较高;同时算法具有一定的



图 8 特征点检测结果

Fig. 8 Result of prominent points detection

随机性,不能保证特征点匹配的精度,为了提高匹配精度,必须提高迭代的次数。本文基于 RANSAC 算法提出一种改良算法,用于深度图像的特征点匹配。

改进 RANSAC 的特征点匹配算法具体实现步骤如下:

(1)特征点初始化

通过 ORB 特征点检测方法获得相邻两幅图像的特征点集。前一幅图像的特征点集  $X = \{x_i \in X, i = 1, 2, \dots, n\}$ , 后一幅图像的特征点集  $Y = \{y_i \in Y, i = 1, 2, \dots, n\}$ 。

(2)特征点粗匹配

ORB 特征点通过汉明距离进行图像特征点匹配,在匹配过程中会存在一些错误匹配的特征点对。使用基于阈值的粗匹配算法初步过滤这些离群点:首先计算两幅图像特征点的汉明距离,采用 FLANN 算法进行特征点的配准,计算所有匹配点对的最近邻距离  $d_1$  和次近邻距离  $d_2$ 。设定阈值  $T$ ,如果两者的比值  $r = d_1/d_2$  小于  $T$ ,则保留该匹配点对。本文  $T$  取 0.7。

(3)双向交叉滤波筛选

通过步骤(2)可以得到粗匹配的图像,新的特征点集记作  $X'$  和  $Y'$ 。由于 RealSense D435i 型相机对于深度值较大特征点的测量存在一定误差,因此采用双向交叉滤波方法对图像的特征点进行进一步筛选:在点集  $X'$  中寻找特征点  $x_i$ , 对应  $Y'$  中特征点  $y_i$ 。在点集  $Y'$  中寻找特征点  $y_i$ , 对应  $X'$  中特征点  $x_i$ 。基于反向传播匹配原理,如果特征点  $x_i$  和  $y_i$  在特征点集中互相对应,则认为是正确的匹配点对,保留该特征点对,否则予以剔除。

(4)余弦相似度提纯

针对步骤(3)双向滤波后仍存在的误匹配点对,引入余弦相似度的概念进行进一步过滤。两个特征向量间的余弦值越大,则特征向量相似程度越高。设两个特征向量  $X$  和  $Y$  之间夹角为  $\theta$ ,则余弦相似度可以表示为

$$c = \cos\theta = \frac{XY}{\parallel X \parallel \parallel Y \parallel}$$

(1)

式中  $\cos\theta$  的取值范围为  $[-1, 1]$ , 取值越接近 1, 这

2 个特征描述向量的相关性就越高。设定经验阈值  $T_c$ 。计算每一对特征点对应特征向量间的余弦相似度,如果  $c > T_c$ , 则接受该特征点对, 否则予以剔除。经过该步骤得到精匹配的图像。

(5)使用 RANSAC 算法对错误匹配点对进行最后一次剔除。

(6)获得最终匹配完成的特征点对,用于后续的相机位姿估计。

为验证该特征点匹配算法的性能,与传统 RANSAC 算法进行图像匹配性能对比。特征点匹配结果如图 9 和表 1 所示。

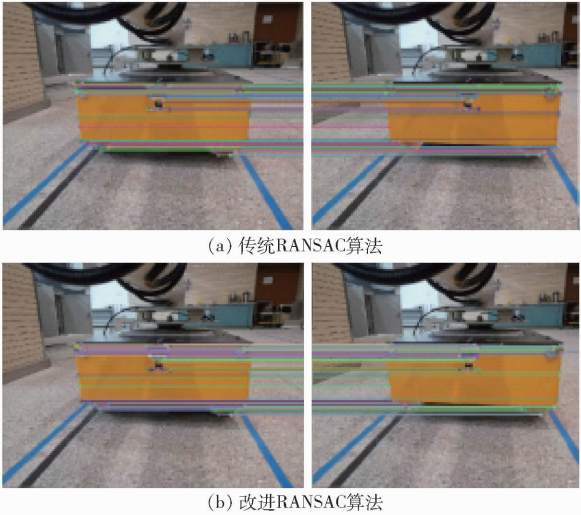


图 9 特征点匹配效果对比

Fig. 9 Comparison of matching effect of feature points

表 1 特征点匹配结果

Tab. 1 Feature point matching results

| 算法           | 匹配点集<br>对数 | 剔误率/% | 匹配耗时/<br>ms |
|--------------|------------|-------|-------------|
| 原始 ORB 算法    | 400        | 0     |             |
| 传统 RANSAC 算法 | 356        | 10. 1 | 48. 35      |
| 改进 RANSAC 算法 | 347        | 13. 2 | 37. 60      |

表 1 中改进 RANSAC 算法得到的匹配点数量少于传统 RANSAC 算法,说明改进 RANSAC 算法更有效地剔除了误匹配点对。在特征点提取过程中,定义特征点的期望个数为 400,剔误率以原始 ORB 算法作为基准。改进 RANSAC 耗时较少,匹配速度相对 RANSAC 算法有所提升。在其他运行位置,特征点匹配结果也基本类似。从实验结果来看,改进 RANSAC 算法对于特征点匹配具有更高的实时性和匹配精度。

2. 3. 3 相机位姿估计

使用 ICP 算法实现点云间的精确配准,得到深度相机的位姿估计。ICP 算法的基本思路是在 2 组点云集合中找出最邻近点  $(x_i, y_i)$ , 采用非线性优化的方式,通过位姿估计计算出最优匹配参数  $R$  和  $t$ ,

通过不断优化迭代直到误差小于某一阈值,以此确定最终的位姿估计。其中,相机的位姿通常使用李代数或四元数来表达。

从两组点云集合  $X''$  和  $Y''$  中取出点  $\mathbf{x}_i$  和  $\mathbf{y}_i$ , 使得  $\|\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|$  取值最小。

求解  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{t}$ , 使误差函数  $E(\mathbf{R}, \mathbf{t})$  值最小。

$$E(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}_i - (\mathbf{R}\mathbf{y}_i + \mathbf{t})\|^2 \quad (2)$$

采用李代数表达位姿, 则位姿函数可以表示为

$$\xi_{\min} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}_i - \exp(\hat{\xi})\mathbf{y}_i\|^2 \quad (3)$$

式中  $\hat{\xi}$ ——位姿的反对称矩阵

基于李代数扰动模型, 单个误差项对位姿的导数可表示为

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} = -(\exp(\hat{\xi})\mathbf{y}_i')^\odot \quad (4)$$

式中  $\odot$ ——算符, 定义为欧氏变化 SE(3) 上的李代数求导模型<sup>[14]</sup>

经过反复迭代运算, 使得误差函数收敛到极小值。由文献[15]可知, 当 ICP 存在唯一解时, 该极小值即为全局最优解。在某些情况下, 某些像素的深度数据获取可能出现缺失, ICP 算法的精度难以得到保证。此时需要结合 PnP 算法进行 3D-2D 的点对运动求解, 以获得较好的姿态估计。

通过 ICP 算法最终得到深度相机相对领航 AGV 实时的位姿估计, 如图 8 所示时刻, 位姿估计

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.998\ 752 & -0.049\ 920 & 0 \\ 0.049\ 937 & 0.998\ 428 & 0 \\ 0 & 0 & 0.998\ 663 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} -0.134\ 905 \\ 0.045\ 160 \\ 0 \end{bmatrix}。$$

3 多传感器融合算法和最优位姿估计

3.1 自适应无迹卡尔曼滤波

对于一个非线性系统, 系统方程可以表示为<sup>[16]</sup>

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} = f(\mathbf{X}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{W}_k \\ \mathbf{Z}_{k+1} = h_k(\mathbf{X}_{k+1}) + \mathbf{V}_{k+1} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $k$ ——某时刻

$\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{k+1}$ —— $k, k+1$  时刻系统状态向量

$f$ ——非线性系统状态转移函数

$h_k$ ——观测变量到状态变量的转换关系

$\mathbf{u}_k$ ——当前时刻的外部指令输入

$\mathbf{Z}_{k+1}$ —— $k+1$  时刻系统观测向量

$\mathbf{W}_k$ —— $n$  维系统过程噪声

$\mathbf{V}_{k+1}$ —— $k+1$  时刻  $n$  维系统观测噪声

本文复合导引系统属于非线性系统, 误差应在一定范围内, 故首先使用无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman filter, UKF) 来融合多传感器信息。标准 UKF 算法的流程<sup>[17]</sup>如下:

(1) 选取  $k=0$  时的滤波初值来初始化。状态向量的初始协方差  $\mathbf{P}_0$  和先验均值  $\hat{\mathbf{X}}_0$  为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_0 = E[\mathbf{X}_0] \\ \mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)^T] \end{cases} \quad (6)$$

(2) 计算 UT 变换 Sigma 采样点及其对应的权重系数

$$\begin{cases} \xi_{0,k} = \hat{\mathbf{X}}_k \\ \xi_{i,k} = \begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_k + (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_k})_i & (i=1, 2, \dots, n) \\ \hat{\mathbf{X}}_k - (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_k})_i & (i=n+1, n+2, \dots, 2n) \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

式中  $n$ ——状态向量的维数

$\xi_{i,k}$ ——Sigma 采样点

$\mathbf{P}_k$ —— $k$  时刻状态向量的协方差

$(\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_k})_i$ ——矩阵平方根的第  $i$  列

$\kappa$ ——第三刻度因子

此时采样点的一阶统计特性的权重系数  $\omega_i^{(1)}$  和二阶统计特性的权重系数  $\omega_i^{(2)}$  可以表示为

$$\omega_i^{(1)} = \omega_i^{(2)} = \begin{cases} \frac{\kappa}{n+\kappa} & (i=0) \\ \frac{1}{2(n+\kappa)} & (i \neq 0) \end{cases} \quad (8)$$

(3) 对 Sigma 点进行非线性传播, 计算传播结果

$$\xi_{i,k/k-1} = f(\xi_{i,k-1}) \quad (i=0, 1, \dots, 2n) \quad (9)$$

当时间为  $k$  时, 基于 Sigma 采样点的一步预测矩阵和协方差矩阵为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(1)} \xi_{i,k/k-1} + \mathbf{W}_k \\ \mathbf{P}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(2)} (\xi_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1})(\xi_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1})^T + \mathbf{Q}_k \end{cases} \quad (10)$$

(4) 进行观测更新

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(1)} h_k \xi_{i,k/k-1} + \mathbf{V}_k \\ \mathbf{P}_{z,k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(2)} (h_k \xi_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1})(h_k \xi_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1})^T + \mathbf{R}_k \end{cases} \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{X}}_k \hat{\mathbf{Z}}_k} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(2)} (\xi_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1})(h_k \xi_{i,k/k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1})^T \quad (12)$$

式中  $\mathbf{Q}_k, \mathbf{R}_k$ ——不相关零均值白噪声序列  $\mathbf{W}_k$  和



$V_k$  的协方差矩阵

(5) 根据  $Z_k$  进行滤波更新。计算最佳滤波增益

$$K_k = P_{\hat{x}_k \hat{z}_k} P_{\hat{z}_k}^{-1} \quad (13)$$

更新系统状态向量和方差的预测值

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + K_k (Z_k - \hat{Z}_{k/k-1}) \quad (14)$$

$$P_k = P_{k/k-1} - K_k P_{\hat{z}_k} K_k^T \quad (15)$$

UKF 算法通过对概率密度的近似来处理非线性问题,对系统噪声的统计信息准确性要求较高<sup>[18]</sup>。如果系统模型或者噪声统计特性存在偏差,则可能使系统估计的方差偏大,导致滤波发散。跟随 AGV 在任务执行过程中,可能面临较为复杂的工况环境,难以获得准确的噪声统计特性,影响最终的滤波效果。

针对上述问题,基于自适应滤波原理,提出一种自适应无迹卡尔曼滤波(Adaptive unscented Kalman filter, AUKF)算法,在 UKF 算法的基础上加入 Sage-Husa 噪声估计器<sup>[19]</sup>,通过实时调整系统量测噪声,提高 UKF 算法的环境适应能力。具体实现步骤如下:

(1) 计算运动噪声均值

$$E(\hat{W}_{k+1}) = (1 - d_{k+1}) \hat{q}_{k+1} + d_{k+1} \left( \hat{X}_{k+1} - \sum_0^{2n} W_i^{(m)} f(\xi_{i,k}, u_k) \right) \quad (16)$$

其中 
$$d_{k+1} = \frac{1 - b}{1 + b^{k+1}} \quad (17)$$

式中  $b$ ——遗忘因子,通常取 $[0.950, 0.995]$

$f(\xi_{i,k}, u_k)$ ——Sigma 点  $\xi_{i,k}$  沿非线性函数  $f$  的传播结果

$W_i^{(m)}$ ——Sigma 点对应均值的权值系数

(2) 计算运动噪声的协方差矩阵

$$\hat{Q}_{k+1} = (1 - d_{k+1}) \hat{Q}_k + d_{k+1} (K_{k+1} e_{k+1} e_{k+1}^T K_{k+1}^T + P_{k+1}) \quad (18)$$

式中  $e_{k+1}$ ——观测值的残差,满足  $e_k = Z_k - \hat{Z}_k$

(3) 计算观测噪声均值

$$\hat{r}_{k+1} = E(\hat{V}_{k+1}) =$$

$$(1 - d_{k+1}) \left( Z_{k+1} - \sum_0^{2n} W_i^{(m)} f(\xi_{i,k}, u_k) \right) \quad (19)$$

(4) 求解观测噪声的协方差矩阵

$$\hat{R}_{k+1} = (1 - d_{k+1}) \hat{R}_k + d_{k+1} e_{k+1} e_{k+1}^T \quad (20)$$

AUKF 滤波流程如图 10 所示,对于  $k$  时刻的系统噪声特性估计值  $\{\hat{q}_k, \hat{Q}_k, \hat{r}_k, \hat{R}_k\}$ ,计算得到  $k$  时刻下的系统状态误差的协方差和估计值。将得到的结果和前一时刻过程噪声特性的估计值,通过式(16)~(20),对  $k$  时刻噪声统计特性进行递推估计。最后更新  $k$  并重复该过程。

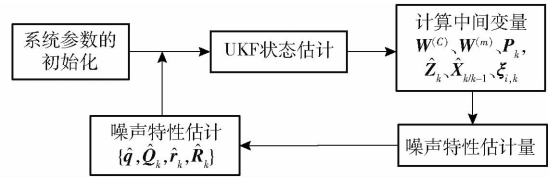


图 10 AUKF 算法流程图

Fig. 10 AUKF algorithm process chart

### 3.2 跟随 AGV 最优位姿估计方法

使用 AUKF 算法对双车协同系统中跟随 AGV 进行最优位姿估计,位姿计算流程如图 11 所示。AGV 车载视觉系统得到的环境视觉观测,作为系统观测量;IMU 传感器观测值结合运动学模型作为预测量,推导 AGV 运行时的位姿状态递推方程,建立预测、观测反馈闭环的最优位姿估计系统。将最优位姿估计作为导引参数输入运动控制系统,实现对跟随 AGV 的实时鲁棒导航。

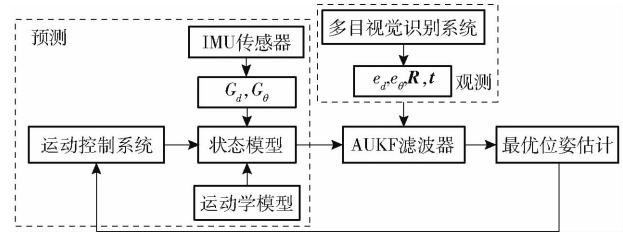


图 11 基于 AUKF 融合算法的 AGV 最优位姿估计

Fig. 11 Optimal pose estimation of AGV based on AUKF fusion algorithm

#### 3.2.1 跟随 AGV 运动学模型

以麦克纳姆轮全向移动 AGV 作为研究对象,角度偏差  $e_\theta$  和距离偏差  $e_d$  用于描述小车的运动状态,通过分析单个麦克纳姆轮及整车运动得到全向 AGV 的运动学方程。由  $v_x, v_y, \omega_z$  这 3 个独立的运动学参数可以实现 AGV 的位姿纠偏,即

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \frac{R}{4} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{L+W} & \frac{1}{L+W} & -\frac{1}{L+W} & \frac{1}{L+W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ ——麦克纳姆轮旋转角速度

$L$ ——1/2 车长

$W$ ——1/2 车宽

$R$ ——麦克纳姆轮半径

设全向 AGV 的控制周期为  $T_s$ ,某一时刻  $k$  全向 AGV 相对于预设路径的角度偏差和距离偏差分别为  $e_\theta(k)$  和  $e_d(k)$ 。通过运动学以及路径运动偏差分析,得到基于路径跟踪的双车协同搬运系统的运动学模型<sup>[20]</sup>:

对于领航 AGV 有

$$\begin{cases} e_{\theta 1}(k+1) = e_{\theta 1}(k) + \omega_1 T_s \\ e_{d1}(k+1) = e_{d1}(k) + v_{y1} T_s e_{\theta 1}(k) - T_s v_{x1} \end{cases} \quad (22)$$

对于跟随 AGV 有

$$\begin{cases} e_{\theta 2}(k+1) = e_{\theta 2}(k) + \omega_2 T_s \\ e_{d2}(k+1) = e_{d2}(k) + \\ \frac{[(v_{x1} \sin \theta_1 - v_{y1} \cos \theta_1 - v_{x2} \sin \theta_2) T_s + \Delta L(k)] e_{\theta 2}(k)}{\cos \theta_2} - T_s v_{x2} \end{cases} \quad (23)$$

式中  $v_{x1}, v_{x2}$ ——领航 AGV、跟随 AGV 速度在  $x$  方向的分量

$v_{y1}$ ——领航 AGV 速度在  $y$  方向上的分量

$\Delta L(k)$ —— $k$  时刻两车实际中心距与期望距离的差值

### 3.2.2 复合导航系统状态方程

根据惯导传感器原理,结合车辆运行状态建立状态方程

$$\begin{cases} G_d(k+1) = G_d(k) + \Delta G_d = G_d(k) + T_s G_\alpha(k) \\ G_\theta(k+1) = G_\theta(k) + \Delta G_\theta = G_\theta(k) + T_s G_\omega(k) \end{cases} \quad (24)$$

式中  $G_d$ ——加速度计计算得到的位移

$\Delta G_d$ ——递推得到的位移增量

$G_\alpha$ ——横向加速度

$G_\theta$ ——陀螺仪计算出的 AGV 姿态角

$\Delta G_\theta$ ——递推得到的角度增量

$G_\omega$ ——陀螺仪当前角速度

根据 RGB-D 视觉导航原理以及针孔相机模型,建立深度相机系统状态变量  $\mathbf{R}, \mathbf{t}$  的状态方程。由文献[21]可知,RGB-D 深度相机的运动过程,由一个运动方程和一个观测方程构成,观测方程即针孔相机模型

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{z}_{k,j} = h(\mathbf{y}_j, \mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_{k,j} \end{cases} \quad (25)$$

式中  $\mathbf{x}_k$ ——深度相机当前时刻的位姿,可以用李代数  $\hat{\xi}$  表示

$\mathbf{y}_j$ ——标识点位置

$\mathbf{z}_{k,j}$ ——标识点在图像中的像素位置

$\mathbf{w}_k$ ——系统过程噪声

$\mathbf{v}_{k,j}$ ——系统观测噪声

将式(25)转换为具体参数化形式。对于位姿  $\mathbf{x}_k$ ,相机外参数  $\mathbf{R}, \mathbf{t}$  可以用  $T_k$  或者  $\exp(\hat{\xi}_k)$  来表示。假设在  $\mathbf{x}_k$  处对标识点  $\mathbf{y}_j$  进行一次预测,映射到图像中的像素位置  $\mathbf{z}_{k,j}$ ,其观测方程可以描述为

$$s \mathbf{z}_{k,j} = \mathbf{K} \exp(\hat{\xi}) \mathbf{y}_j \quad (26)$$

式中  $\mathbf{K}$ ——相机内参数

$s$ ——像素点深度信息

将  $\mathbf{y}_j$  用齐次坐标描述为

$$s \begin{bmatrix} u_k^j \\ v_k^j \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \exp(\hat{\xi}) \begin{bmatrix} X_j^w \\ Y_j^w \\ Z_j^w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

### 3.2.3 基于 AUKF 的跟随 AGV 最优位姿估计

结合前文跟随 AGV 的运动学模型以及传感器的状态方程,可以得到系统状态变量的状态空间模型。由于复杂外部环境的影响,AGV 在运动过程中存在噪声干扰,即过程噪声  $\mathbf{w}_k$ ,在模型中以三维齐次坐标形式描述,满足均值为零的高斯分布  $\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k)$ 。惯导短时精度高,本文将惯导传感器的输出信号用于跟随 AGV 的姿态预测,系统状态预测方程用齐次坐标的矩阵形式描述为

$$\begin{bmatrix} G_d(k) \\ G_\theta(k) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_d(k-1) + T_s G_\alpha(k-1) \\ G_\theta(k-1) + T_s G_\omega(k-1) \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{[G_d],k-1} \\ w_{[G_\theta],k-1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

视觉系统不存在累计误差,故将其作为观测修正惯导传感器产生的累积误差。AGV 路径跟踪导航系统采集的跟随 AGV 与导引路径中心线的偏差  $e_d, e_\theta$ ,以及 RGB-D 导航系统观测的位姿信息  $\mathbf{R}, \mathbf{t}$ ,作为观测量,构建系统状态观测方程。观测过程同样存在噪声干扰,即观测噪声  $\mathbf{v}_k$ ,满足均值为零的高斯分布  $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ 。用齐次坐标描述为

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{y}, \mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k =$$

$$\begin{bmatrix} e_d(k) \\ e_\theta(k) \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x & 0 \\ 0 & f_y & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \exp(\hat{\xi}) \begin{bmatrix} X_j^w \\ Y_j^w \\ Z_j^w \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \\ v_3(k) \end{bmatrix} \quad (29)$$

其中,  $e_d(k)$  和  $e_\theta(k)$  的展开式为式(23)。系统过程噪声  $\mathbf{w}_k$  和系统观测噪声  $\mathbf{v}_k$  二者线性无关,且均满足均值为零的高斯分布  $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ ,其统计特性关系满足等式

$$\begin{cases} E(\mathbf{w}_k) = 0 \\ E(\mathbf{v}_k) = 0 \\ E(\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T) = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \quad (\forall k, j) \\ E(\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T) = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \quad (\forall k, j) \\ E(\mathbf{v}_k \mathbf{w}_k^T) = 0 \end{cases} \quad (30)$$

其中

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 0 & (k \neq j) \\ 1 & (k = j) \end{cases} \quad (31)$$

式中  $\delta_{kj}$ ——Kronecker- $\delta$  函数

4 实验与结果分析

4.1 AUKF 仿真实验

针对 3.2 节中提出的跟随 AGV 最优位姿估计方法进行仿真实验。本文实验使用的全向移动 AGV 驱动轮轴向间距(1/2 车长) $L=0.5\text{ m}$ ,设置车速  $v=0.5\text{ m/s}$ , CCD 相机采样频率  $H_1=25\text{ 帧/s}$ , RealSense D435i 型深度相机采样频率  $H_2=30\text{ 帧/s}$ , 惯导传感器采样频率  $H_3=50\text{ 帧/s}$ 。AUKF 滤波采样周期  $T_s=0.04\text{ s}$ 。

仿真初始状态变量设置为  $e_d(0)=0.6\text{ mm}$  和  $e_\theta(0)=0.2^\circ$ 。AUKF 算法参数设置： $\kappa=0.1$ ,  $\alpha=0.01$ ,  $\beta=2$ ；同时设定初始状态噪声  $Q(0)=\text{diag}([0.1,0.02,0.005])$ , 初始观测噪声  $R(0)=\text{diag}([0.05,0.1,0.01])$ 。

图 12 和图 13 分别为距离偏差  $e_d$  和角度偏差  $e_\theta$  的滤波仿真曲线。在复杂环境中,距离偏差最大值为  $16\text{ mm}$ ,角度偏差最大值为  $13^\circ$ 。经过 AUKF 滤波后,距离偏差和角度偏差明显降低,变化曲线趋于平稳。AUKF 滤波后偏差的均值和方差均小于 UKF。相比于 UKF 算法,本文 AUKF 滤波算法对于复杂环境有更好的适应能力。

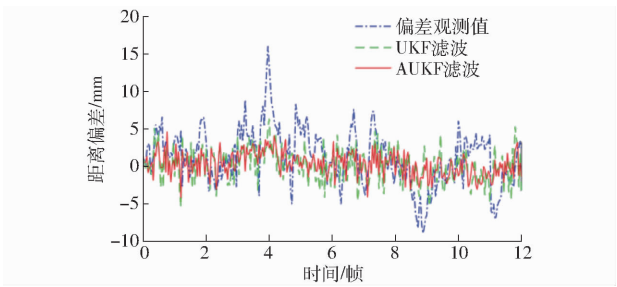


图 12  $e_d$  滤波曲线

Fig. 12 Filtering curves of  $e_d$

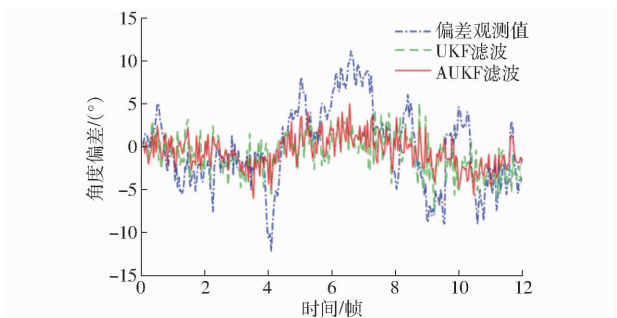


图 13  $e_\theta$  滤波曲线

Fig. 13 Filtering curves of  $e_\theta$

由仿真结果可知,本文基于 AUKF 算法的跟随 AGV 最优位姿估计方法具有良好的性能,能够在一定程度上抑制复杂环境的干扰,该方法适用于跟随 AGV 的多传感器信息融合。

4.2 双车协同搬运实验

为了验证前述复合导引方案以及数据融合算法

的整体有效性,进行双车协同搬运的对比实验验证。实验环境整体布局如图 14 所示,实验平台为 2 台麦克纳姆轮全向移动 AGV 组成的双车协同搬运系统。如图 15 所示,领航 AGV 在前,跟随 AGV 在后,共同完成较长物件的搬运任务。运行过程中,跟随 AGV 在导引线划定的区域范围内运行,两侧的 CCD 相机通过实时采集导引路径图像,防止 AGV 出界。跟随 AGV 车头安装 RGB-D 相机观测领航 AGV,用于获取相对前车的位姿信息。

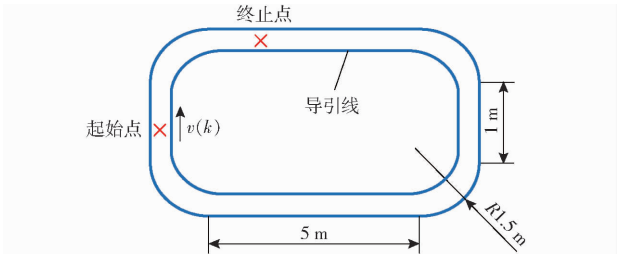


图 14 实验环境布局图

Fig. 14 Layout of experimental environment



图 15 双车协同搬运实物

Fig. 15 Two AGVs cooperative handling

设置 AGV 初始状态及状态变量如下:跟随 AGV 初始距离偏差  $e_d(0)=-20\text{ mm}$ ,初始角度偏差  $e_\theta(0)=-4^\circ$ 。领航 AGV 和跟随 AGV 的初始运行速度为  $0.4\text{ m/s}$ ,两车初始距离误差  $\Delta L(0)=50\text{ mm}$ 。在  $k=0$  时刻同时启动领航 AGV 和跟随 AGV,在执行双车搬运任务的同时,通过跟随 AGV 车载装配平台上的角度传感器和直线距离传感器实时采集两车间的距离偏差和角度偏差。设置一组对照组,将本文提出的整套复合导引方案与仅使用单一路径跟踪导航进行导引性能的对比,并截取中间一段具有代表性的路径偏差数据进行分析。

图 16 为跟随 AGV 运行时距离偏差  $e_d$  和角度偏差  $e_\theta$  的变化曲线。其中,在  $0\sim4\text{ s}$  时间段内跟随 AGV 在直线路段上运行,第 5 秒开始进入圆弧段,第 20 秒驶出圆弧段回到直线路段。对于初始偏差,图 16a 中实线在  $1\text{ s}$  内下降到  $-3\text{ mm}$  左右,相比虚线收敛速度更快,说明本文复合导引纠偏更及时。直线路段实线的距离偏差稳定在  $10\text{ mm}$  以内,圆弧路段距离偏差在  $15\text{ mm}$  内,距离偏差均值较小。



图 16b 中实线的角度偏差始终小于虚线,其中直线路段角度偏差最大为 8°,圆弧路段最大为 19°,偏差变化过程较为平滑。说明本文复合导引方案在圆弧路段运行较为平稳,未出现位姿突变。

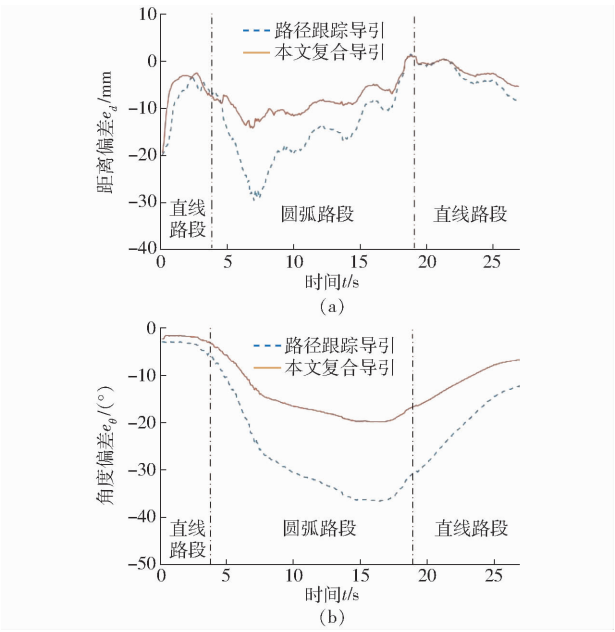


图 16 跟随 AGV 距离偏差和角度偏差变化曲线  
Fig. 16 Distance deviation and angle deviation of following AGV

图 17 为运行过程中前后两车距离偏差  $\Delta L$  的变化曲线。实线在 2 s 内收敛至 0 mm 左右,后续距离偏差保持在 5 mm 内;而虚线收敛速度慢,且上下波动相对较大。由图 17 可知,在双车队形保持方

面,本文复合导引方案的性能同样优于单一的路径跟踪导航。

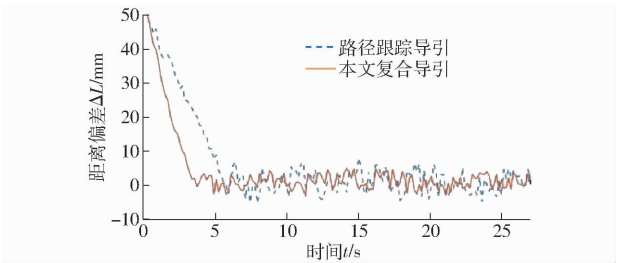


图 17 双车距离偏差变化曲线  
Fig. 17 Variation of distance deviation between two AGVs

实验结果表明,本文提出的复合导航方案具有更快的偏差收敛速度、更稳定的路径跟踪状态和队形保持。实验证明该复合导航方案具有良好的导引精度,能够提高本文双车协同搬运系统的实时性和鲁棒性。

5 结束语

针对 Leader-Follower 编队策略下的多 AGV 协同搬运,研究了面向跟随 AGV 定位和导引的惯导/视觉组合导航方法;对于多目视觉系统和惯性导引的数据融合问题,提出了一种最优位姿估计方法,将惯导观测数据、路径跟踪误差以及 RGB-D 位姿观测作为联合观测数据,与跟随 AGV 的运动模型结合,进行多传感器的数据融合。实验表明本文提出的复合导引方案具有良好的导引精度,能够适应双车协同搬运系统实时性、准确性和鲁棒性的要求。

参 考 文 献

[1] 周佳华, 李福山. 基于嵌入式的 QR 二维码加密系统设计与实现[J]. 信息技术与网络安全, 2018, 37(2): 37-39, 50. ZHOU Jiahua, LI Fushan. Design and implementation of QR code encryption system based on embedded platform[J]. Information Technology and Network Security, 2018, 37(2): 37-39, 50. (in Chinese)

[2] 郭娜娜. AGV 在自动化物流系统中应用的规划研究[D]. 西安:西安科技大学, 2010. GUO Nana. Research on plan for AGV applied to automated logistics system[D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2010. (in Chinese)

[3] 张文. 基于多传感器融合的室内机器人自主导航方法研究[D]. 合肥:中国科学技术大学, 2017. ZHANG Wen. Research on autonomous navigation method for indoor robots based on multisensory fusion[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2017. (in Chinese)

[4] MUR-ARTAL R, TARDOS J D. Visual-inertial monocular SLAM with map reuse[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2017, 2(2): 796-803.

[5] 张雪丽. 基于多传感器融合的机器人定位研究与应用[D]. 西安:西安科技大学, 2020. ZHANG Xueli. Research and application of robot localization based on multi-sensor fusion[D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2020. (in Chinese)

[6] KONOLIGE K, AGRAWAL M, SOLA J. Large-scale visual odometry for rough terrain[C] // Proceedings of International Symposium on Robotics Research, 2011: 201-212.

[7] INDELMAN V, WILLIAMS S, KAESS M, et al. Factor graph based incremental smoothing in inertial navigation system[C] // Proceedings of International Conference on Information Fusion, 2012: 2154-2161.

[8] MOURIKIS A I, ROUMELIOTIS S I. A multi-state constraint Kalman filter for vision-aided inertial navigation[C] // IEEE ICRA, 2007.

[9] LI M Y, MOURIKIS A I. Optimization-based estimator design for vision-aided inertial navigation[C] // RSS, 2012.

[10] TSAO S H, JAN S S. Observability analysis and performance evaluation of EKF-based visual-inertial odometry with online intrinsic camera parameter calibration[J]. Sensors Journal, IEEE, 2018, 19(7): 2695-2703.

- JI Yuhan, XU Hongzhen, ZHANG Man, et al. Design of point cloud acquisition system for farmland environment based on LiDAR[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(Supp.): 1-7. (in Chinese)
- [29] 项志宇. 基于激光雷达的移动机器人障碍检测和自定位[D]. 杭州: 浙江大学, 2002.  
XIANG Zhiyu. Obstacle detection and self-localization for mobile robots by using laser range finders[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2002. (in Chinese)
- [30] 王盛. 复杂野外环境下机器人障碍物检测方法研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2015.  
WANG Sheng. Research on obstacle detection for robot under complex off-road environments[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2015. (in Chinese)
- [31] 程健. 基于三维激光雷达的实时目标检测[D]. 杭州: 浙江大学, 2014  
CHENG Jian. 3D LiDAR based real-time objects detection[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014. (in Chinese)
- [32] 范晶晶, 王力, 褚文博, 等. 基于 KDTree 树和欧式聚类的越野环境下行人识别的研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(12): 1410-1415.  
FAN Jingjing, WANG Li, CHU Wenbo, et al. Research on pedestrian recognition in cross-country environment based on KDTree and Euclidean clustering[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(12): 1410-1415. (in Chinese)
- [33] HU K, JIANG M, ZHANG H, et al. Design of fault diagnosis algorithm for electric fan based on LSSVM and Kd-Tree[J]. Applied Intelligence, 2020(6): 1-15.
- [34] DAIRI A, HARROU F, SUN Y, et al. Obstacle detection for intelligent transportation systems using deep stacked autoencoder and k-nearest neighbor scheme[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(12): 5122-5132.
- [35] XIE D, XU Y, WANG R. Obstacle detection and tracking method for autonomous vehicle based on three-dimensional LiDAR[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2019, 16(2): 172988141983158.

(上接第 22 页)

- [11] 方志祥, 徐虹, 萧世伦, 等. 绝对空间定位到相对空间感知的行人导航研究趋势[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(12): 2173-2182.  
FANG Zhixiang, XU Hong, XIAO Shilun, et al. Pedestrian navigation research trend: from absolute space to relative space-based approach[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(12): 2173-2182. (in Chinese)
- [12] 郑文钢. 基于 RGB-D 的移动搬运机器人的物体位置检测与姿态估计[D]. 杭州: 浙江大学, 2019.  
ZHENG Wen'gang. Objects position detection and pose estimation for mobile robotics transportation based on RGB-D data[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2019. (in Chinese)
- [13] 李秀智, 彭小彬, 方会敏, 等. 基于 RANSAC 算法的植保机器人导航路径检测[J]. 农业机械学报, 2020, 51(9): 40-46.  
LI Xiuzhi, PENG Xiaobin, FANG Huimin, et al. Navigation path detection of plant protection robot based on RANSAC algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(9): 40-46. (in Chinese)
- [14] 高翔, 张涛, 刘毅, 等. 视觉 SLAM 十四讲: 从理论到实践[M]. 北京: 电子工业出版社, 2019.
- [15] BARFOOT T. State estimation for robotics: a matrix lie group approach[M]. Cambridge University Press, 2017.
- [16] 张颖. 复杂光照条件下 AGV 鲁棒视觉导引技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.  
ZHANG Ying. Research on the technologies of robust guidance in vision-guided AGV under complex illumination conditions[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018. (in Chinese)
- [17] 何珍, 楼佩煌, 钱晓明, 等. 多目视觉与激光组合导航 AGV 精确定位技术研究[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(11): 2830-2838.  
HE Zhen, LOU Peihuang, QIAN Xiaoming, et al. Research on precise positions technology for AGV based on multi-object vision and laser integrated navigation[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(11): 2830-2838. (in Chinese)
- [18] 范炜, 李勇. 一种基于 AUKF 的航天器自主导航算法[J]. 空间控制技术与应用, 2009, 35(3): 23-28.  
FAN Wei, LI Yong. An adaptive unscented Kalman filter based on spacecraft autonomous navigation algorithm[J]. Aerospace Control and Application, 2009, 35(3): 23-28. (in Chinese)
- [19] 王璐, 李光春, 乔相伟, 等. 基于极大似然准则和最大期望算法的自适应 UKF 算法[J]. 自动化学报, 2012, 38(7): 1200-1210.  
WANG Lu, LI Guangchun, QIAO Xiangwei, et al. An adaptive UKF algorithm based on maximum likelihood principle and expectation maximization algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(7): 1200-1210. (in Chinese)
- [20] 钱晓明, 朱立群, 楼佩煌, 等. 基于位姿状态的全向运行型 AGV 路径跟踪优化控制方法[J]. 农业机械学报, 2018, 49(4): 20-26.  
QIAN Xiaoming, ZHU Liqun, LOU Peihuang, et al. Optimal path tracking control method of omni-directional mobile AGV based on pose state[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(4): 20-26. (in Chinese)
- [21] LEUTENEGGER S, LYNEN S, BOSSE M, et al. Keyframe-based visual-inertial odometry using nonlinear optimization[J]. International Journal of Robotics Research, 2015, 34(3): 314-334.