

六面体可展机构自由度与运动特性分析

刘文兰¹ 马鹏飞¹ 闵 为¹ 许允斗² 郭金伟² 赵永生²

(1. 兰州理工大学能源与动力工程学院, 兰州 730050;

2. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室, 秦皇岛 066004)

摘要: 针对一种空间多环耦合六面体可展机构自由度分析问题,提出了选取动平台、建立等效串联分支、构建等效并联机构,进而基于并联机构自由度分析理论得到六面体机构自由度的分析方法。首先,选取多个构件组成的运动链整体作为动平台,基于螺旋理论建立动平台的所有运动等效串联分支;然后,减少动平台所含构件数,重新建立等效串联分支;最终将原机构等效为动平台仅由1个构件组成的传统并联机构。这样逐渐降低了原六面体机构的耦合度,从而降低了其自由度分析的难度。建立了六面体可展机构的仿真模型,通过施加不同的驱动对六面体机构的运动规律进行了分析,并讨论了该机构的折叠性能。本研究为此六面体机构的力学特性分析奠定了基础,提出的自由度分析方法为其他多面体可展机构自由度分析提供了思路。

关键词: 六面体机构; 自由度; 螺旋理论; 折叠比; 运动学

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2019)08-0410-08

Analysis of DOF and Kinematic Characteristics of Hexahedral Deployable Mechanism

LIU Wenlan¹ MA Pengfei¹ MIN Wei¹ XU Yundou² GUO Jinwei² ZHAO Yongsheng²

(1. College of Energy and Power Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China

2. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: The theory of degree of freedom (DOF) analysis for multi-loop coupling mechanisms is not yet mature at present. Aiming at the DOF analysis of a spatial multi-loop coupling hexahedron deployable mechanism, a method was presented based on the idea of selecting a hypothetical moving platform, establishing the equivalent series supporting limbs, constructing the equivalent parallel mechanism (PM), and then analyzing the DOF of the equivalent PM to obtain the original hexahedron mechanism. One of kinematic chains composed of more than one link was selected as the moving platform at first, and all kinematic equivalent series supporting limbs of the moving platform were established based on the screw theory. Then the number of links contained in the moving platform was reduced continuously, and the equivalent series limbs were re-established. The original hexahedron mechanism was eventually equivalent to a traditional PM whose moving platform consisted of just one link. The number and properties of the DOF of the multi-loop coupling hexahedron mechanism were obtained by analyzing its equivalent PM. The coupling degree of the hexahedron mechanism was reduced by the proposed method, so that the difficulty of DOF analysis of the original multi-loop coupling mechanism was reduced. In addition, the simulation model of the hexahedral mechanism was built, and the kinematic characteristics of the mechanism were studied by giving different actuations. Furthermore, the folding performance of the mechanism was discussed. The research results of DOF and kinematic characteristics laid a foundation for the force analysis of the hexahedron mechanism, and the proposed method provided a way for the DOF analysis of other types of polyhedron mechanisms.

Key words: hexahedral mechanism; degree of freedom; screw theory; folding ratio; kinematics

收稿日期: 2019-01-03 修回日期: 2019-04-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(51675458)和河北省自然科学基金重点项目(E2017203335)

作者简介: 刘文兰(1990—),女,讲师,博士,主要从事并联机构和可展机构理论及应用研究,E-mail: wenlanl@163.com

通信作者: 赵永生(1962—),男,教授,博士,主要从事并联机器人和空间可展天线技术研究,E-mail: yszhao@ysu.edu.cn

0 引言

作为空间可展机构中的一类,多面体可展机构结构设计和分析是目前研究热点之一^[1-7]。多面体可展机构的运动链间存在耦合,目前国际上尚未形成多环耦合机构系统的自由度分析理论。AGRAWAL等^[8]用移动副代替多面体边线设计了多种单自由度多面体可展机构,基于 Grübler - Kutzbach 公式(简称 G - K 公式)分析了这种仅含移动副的多面体机构的自由度,但采用 G - K 公式计算一般多面体机构的自由度时,机构阶的求解存在较大困难。文献[9 - 11]基于 PRRP 运动链和一种对称 8 杆机构综合了一系列具有径向往复运动的过约束可展多面体机构,并根据机构所含关节数和约束矩阵的秩之间的关系,分析了多面体机构的自由度,但是当机构中关节较多时,求解高阶约束矩阵的秩难度较大。杨毅等^[12]基于单闭环 7 杆机构提出了一种四棱锥可展机构,并将其拆分为一个三闭环机构和一个二连杆运动链,通过分析三闭环机构得到了四棱锥机构的自由度,但并不是所有的多面体机构都能拆分为一个与原机构自由度等价的机构和一个只引入虚约束的运动单链。文献[13 - 15]研究了 Hoberman 魔球机构的自由度和运动特性。许允斗等^[16]针对一种四面体可展机构的自由度问题,提出了一种拆杆等效法,该四面体机构耦合度较低,拆除一个串联运动链后的机构恰好可看作并联机构,当机构耦合度更高时,此方法是否可行未作进一步说明。文献[17 - 18]分别采用拆杆组法和拓展多面体框架的自由度分析方法,分析了一种六面体可展机构的自由度。刘婧芳等^[19-20]提出了多环耦合机构自由度分析的等效法和独立运动分流标记法,并应用于一种类正四面体机构^[21]和二十面体可展机构^[22]中。文献[23]采用独立运动分流标记法分析了一种六面体可展机构的自由度。这两种方法中独立运动单元的拆分是关键,若原机构耦合度较高,拆分的独立运动单元仍为多环耦合运动链时,其等效串联链的建立是个难点。此外,WOHLHART^[24-26]也对多面体可展机构的构型、运动分析等展开了研究。

本文在文献[16]的基础上,以一种多环耦合六面体机构^[17-18,23]为研究对象,提出一种自由度分析方法。先将机构中部分耦合运动链视作动平台,基于螺旋理论建立动平台的等效串联支撑分支;然后逐渐释放动平台中的构件,建立变化后动平台的等效串联分支;最后构建仅由一个连杆组成的等效并联机构,进而采用并联机构自由度分析方法得到原

多面体机构的自由度。借助仿真软件验证六面体机构自由度理论分析结果的正确性,并分析该机构的运动特性和折叠比。

1 结构及自由度分析

1.1 结构简介

图 1 为完全相同的 24 个连杆(记作 $L_1 \sim L_{24}$)和 36 个转动副(R)组成的一种六面体机构^[17-18,23],其第 $i(i=1,2,\dots,6)$ 个面上的 4 个转动副 R_{i1} 、 R_{i2} 、 R_{i3} 和 R_{i4} 轴线相互平行且垂直于该平面,连接相邻两面的转动副轴线平行于两平面的交线,六面体各顶点处 3 个转动副轴线相交于一点,记为 $o_j(j=1,2,\dots,8)$ 。该机构具有对称结构,选取连杆 L_1 为机架,在顶点 o_1 建立参考坐标系 o_1xyz ,其中, x 轴与转动副 R_{A1} 的轴线重合, z 轴与转动副 R_{12} 的轴线重合, y 轴根据右手定则确定。

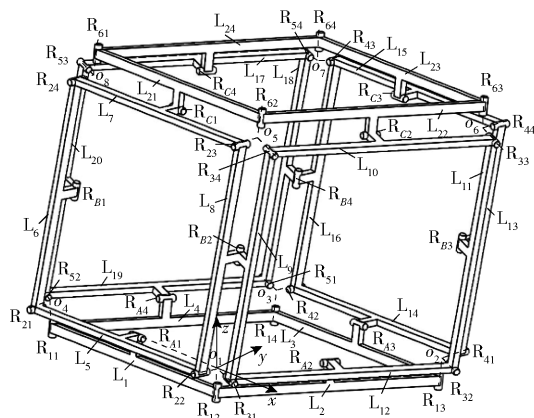


图 1 六面体机构

Fig. 1 Hexahedral mechanism

1.2 自由度分析

图 1 为六面体机构结构简图,若将任意 1 个连杆(不含机架杆 L_1) 视作动平台,则连接动平台和机架的支撑分支间耦合关系错综复杂,对该六面体机构进行自由度分析难度较大。本文先将 $N_1(1 < N_1 < 24)$ 个连杆组成的运动链整体视作动平台 1,通过建立连接动平台 1 和机架的各支撑分支的运动等效串联分支降低原机构的耦合度,然后在动平台 1 中选取 $N_2(1 < N_2 < N_1)$ 个连杆整体视作动平台 2,结合动平台 1 的等效串联分支建立动平台 2 的独立等效串联分支,逐渐减少动平台所含连杆数,并重建动平台和机架之间的运动等效串联分支,最终得到动平台仅为一个连杆的并联机构。采用并联机构自由度分析方法分析等效并联机构的自由度数目和性质,从而得到原六面体机构的自由度。

图 2 为六面体机构的自由度分析流程,具体分析过程如下:

选取四连杆机构 $R_{21}R_{22}R_{23}R_{24}$ 、 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 和 $R_{41}R_{42}R_{43}R_{44}$ 依次通过转动副 R_{C1} 和 R_{C3} 串联而成的运动链整体为动平台 1,如图 3 所示。动平台 1 又通过转动副 R_{A1} 、 R_{B1} 、 R_{B2} 、 R_{B3} 、 R_{B4} 、 R_{C2} 、 R_{C4} 和 R_{A3} 与机构剩余部分相连,故动平台 1 与机架杆 L_1 之间存在 8 个支撑分支。

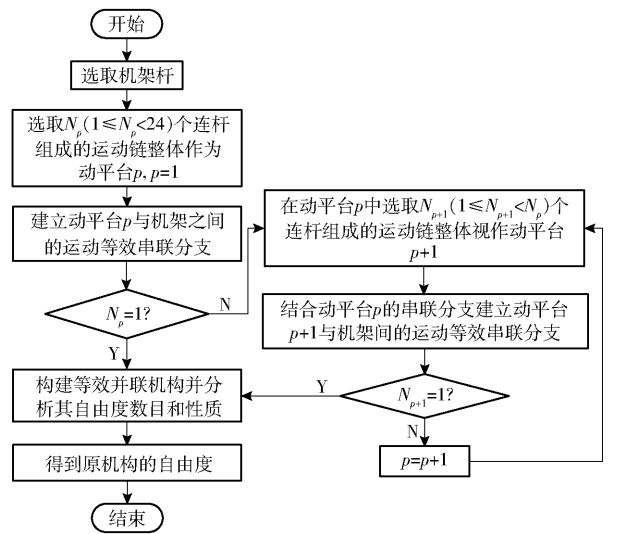


图 2 六面体机构自由度分析流程

Fig. 2 DOF analysis procedure of hexahedral mechanism

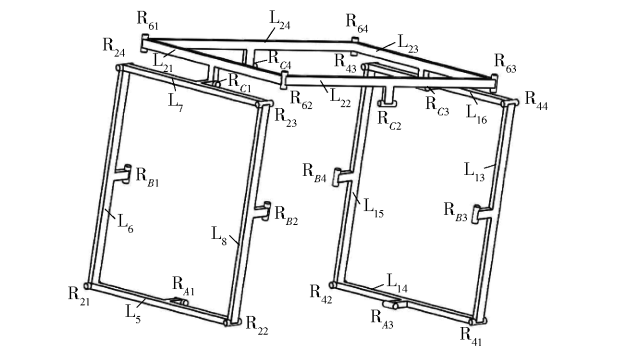


图 3 动平台 1

Fig. 3 Moving platform No. 1

但动平台 1 的 8 个分支之间存在耦合链,为便于建立动平台 1 的 8 个运动等效串联分支,先将动平台 1 从原机构中拆除,剩余部分如图 4 所示。在

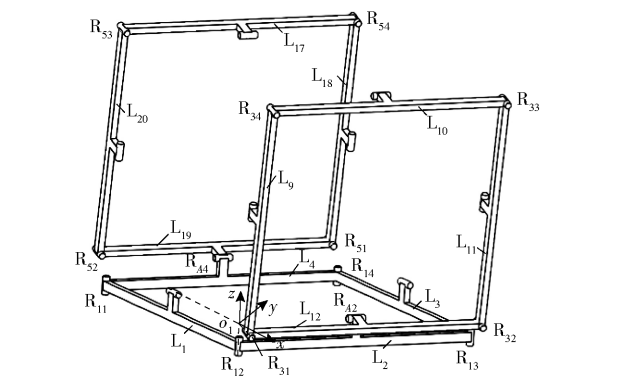


图 4 拆除动平台 1 后的运动链

Fig. 4 Part of dismantling moving platform No. 1

图 4 中,与转动副 R_{A1} 、 R_{B1} 、 R_{B2} 、 R_{B3} 、 R_{B4} 、 R_{C2} 、 R_{C4} 和 R_{A3} 相连的杆件分别为机架 L_1 、连杆 L_{20} 、 L_9 、 L_{11} 、 L_{18} 、 L_{10} 、 L_{17} 和 L_3 ,基于螺旋理论分别分析这些连杆相对于机架的自由度数目的性质,从而建立其与机架之间的等效串联运动链,如表 1 所示。

表 1 连杆 L_9 、 L_{10} 、 L_{11} 、 L_{20} 、 L_{17} 、 L_{18} 、 L_3 与机架之间的等效串联链

Tab. 1 Equivalent series chains between base and links L_9 , L_{10} , L_{11} , L_{20} , L_{17} , L_{18} and L_3		
连杆	与机架 L_1 之间的等效串联链	
L_9	$R_{12}R_{A2}R_{31}$	
L_{10}	$R_{12}R_{A2}P_{e1}$	
L_{11}	$R_{12}R_{A2}R_{32}$	
L_{20}	$R_{11}R_{A4}R_{52}$	
L_{17}	$R_{11}R_{A4}P_{e2}$	
L_{18}	$R_{11}R_{A4}R_{51}$	
L_3	P_{e3}	

表 1 中 P_{e1} 为轴线与转动副 R_{31} 和连杆 L_9 的中心轴线均垂直的移动副, P_{e2} 为轴线与转动副 R_{52} 和连杆 L_{20} 的中心轴线均垂直的移动副, P_{e3} 为轴线与转动副 R_{12} 和连杆 L_2 的中心轴线均垂直的移动副。表 1 中等效串联链结合转动副 R_{A1} 、 R_{B1} 、 R_{B2} 、 R_{B3} 、 R_{B4} 、 R_{C2} 、 R_{C4} 和 R_{A3} 可得动平台 1 的 8 个运动等效串联分支分别为 R_{A1} 、 R_{11} 、 R_{A4} 、 R_{52} 、 R_{B1} 、 R_{12} 、 R_{A2} 、 R_{31} 、 R_{B2} 、 R_{12} 、 R_{A2} 、 R_{32} 、 R_{B3} 、 R_{11} 、 R_{A4} 、 R_{51} 、 R_{B4} 、 R_{12} 、 R_{A2} 、 P_{e1} 、 R_{C2} 、 R_{11} 、 R_{A4} 、 P_{e2} 、 R_{C4} 和 P_{e3} 、 R_{A3} 。动平台 1、机架及 8 个等效串联分支构成的并联机构如图 5 所示。

图 5 的机构又可视作以四连杆闭环机构 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 整体为动平台 2、含 4 个支撑分支的并联机构,其中,分支 1 和分支 2 如图 6 所示,分支 3 和分支 4 分别为动平台 1 的等效串联分支 $R_{C2}P_{e1}R_{A2}R_{12}$ 和 $R_{C4}P_{e2}R_{A4}R_{11}$ 。

从图 6 可以看到,分支 1 和分支 2 亦属于空间多闭环耦合机构,图 7 给出了分支 1 的拓扑关系,分支 2 的拓扑关系与分支 1 的类似。为建立

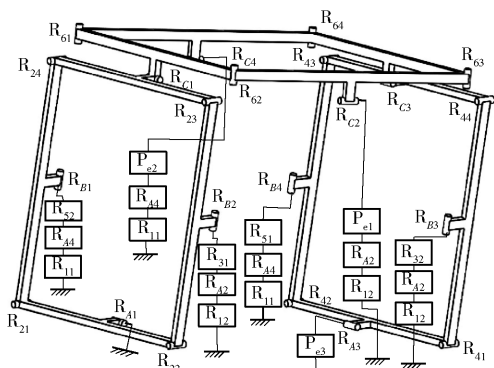


图5 动平台1、机架以及8个等效串联分支构成的并联机构

Fig. 5 PM composed of moving platform No. 1, base and eight equivalent series limbs

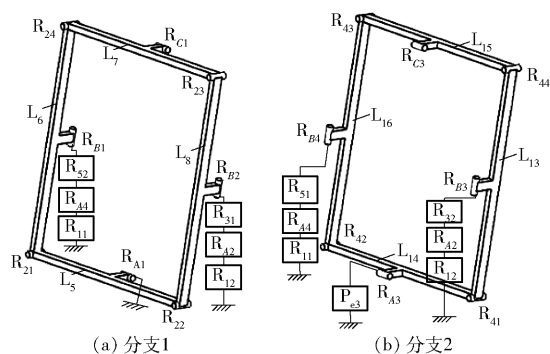


图6 动平台2的分支1和分支2

Fig. 6 Two limbs of moving platform No. 2

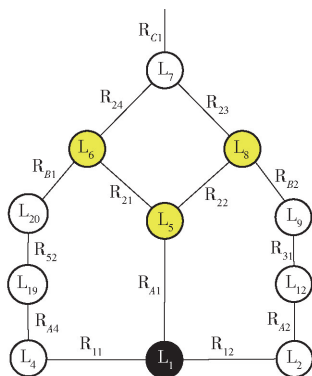


图7 动平台2的分支1拓扑结构

Fig. 7 Topological structure of the first limb of moving platform No. 2

分支1的等效串联分支,先分析分支1中连杆 L_7 相对于机架的自由度。连杆 L_7 与机架相连的两个支链之间存在耦合,基于螺旋理论分析连杆 L_6 和 L_8 受到的约束螺旋系可得其与机架之间的运动等效串联链分别为 $R_{21}R_{A1}$ 和 $R_{22}R_{A1}$,进而可得连杆 L_7 的两个独立运动等效串联支链为 $R_{24}R_{21}R_{A1}$ 和 $R_{23}R_{22}R_{A1}$ 。求等效串联支链 $R_{24}R_{21}R_{A1}$ 和 $R_{23}R_{22}R_{A1}$ 施加给连杆 L_7 的约束螺旋系的反螺旋,可得在参考坐标系 o_1xyz 下表示的连杆 L_7 的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{L7,1}^m = (0 \ 0 \ 0; \ m_1^2 + n_1^2 & -l_1m_1 & -l_1n_1) \\ \mathbf{S}_{L7,2}^m = (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad (1)$$

式中 (l_1, m_1, n_1) ——点 o_s 在坐标系 o_1xyz 中的坐标

$\mathbf{S}_{L7,1}^m$ ——连杆 L_7 的第1个运动螺旋

$\mathbf{S}_{L7,2}^m$ ——连杆 L_7 的第2个运动螺旋

式(1)表明连杆 L_7 具有与转动副 R_{22} 的轴线和直线 o_1o_5 均垂直方向的移动自由度和绕转动副 R_{A1} 轴线的转动自由度,从而可得图6中分支1的运动等效串联分支为 $R_{C1}P_{e4}R_{A1}$,其中, P_{e4} 表示轴线与转动副 R_{22} 的轴线和直线 o_1o_5 均垂直的移动副。

同理,可得动平台2的分支2中连杆 L_{15} 的运动螺旋系为

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{L15,1}^m = (1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 & -m_2) \\ \mathbf{S}_{L15,2}^m = (0 \ 0 \ 0; \ m_2 & -l_2 \ 0) \\ \mathbf{S}_{L15,3}^m = (0 \ 0 \ 0; \ l_1l_2m_1m_2 - l_2^2(m_1^2 + n_1^2) & l_1m_1m_2^2 - l_2m_2(m_1^2 + n_1^2) & l_1n_1(m_2^2 + l_2^2)) \end{cases} \quad (2)$$

式中 $(l_2, m_2, 0)$ ——点 o_2 在坐标系 o_1xyz 中的坐标

$\mathbf{S}_{L15,1}^m$ ——连杆 L_{15} 的第1个运动螺旋

$\mathbf{S}_{L15,2}^m$ ——连杆 L_{15} 的第2个运动螺旋

$\mathbf{S}_{L15,3}^m$ ——连杆 L_{15} 的第3个运动螺旋

式(2)表明连杆 L_{15} 具有1个绕转动副 R_{A3} 轴线的转动自由度、1个与移动副 P_{e3} 轴线平行方向的移动自由度、1个与移动副 P_{e3} 轴线和矢量 $(l_1n_1l_2, l_1n_1m_2, l_2(m_1^2 + n_1^2) - l_1m_2m_1)$ 均垂直方向的移动自由度,从而可得动平台2分支2等效串联分支为 $R_{C3}P_{e5}R_{A3}P_{e3}$, P_{e5} 表示轴线与移动副 P_{e3} 轴线和矢量 $(l_1n_1l_2, l_1n_1m_2, l_2(m_1^2 + n_1^2) - l_1m_2m_1)$ 均垂直的移动副。

综上可得动平台2、机架、等效串联分支 $R_{C1}P_{e4}R_{A1}$ 和 $R_{C3}P_{e5}R_{A3}P_{e3}$ 、分支3以及分支4组成的并联机构,如图8所示。

在图8的机构中,把连杆 L_{22} 视作动平台3,其

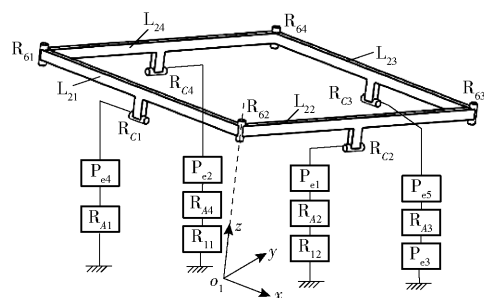


图8 动平台2、机架和4个等效串联分支组成的并联机构

Fig. 8 PM composed of moving platform No. 2, base and four equivalent series limbs

上有 3 个转动副,分别为 R_{C2} 、 R_{62} 和 R_{63} ,故动平台 3 通过 3 个分支与机架 L_1 相连。一个分支为独立串联分支 $R_{C2}P_{e1}R_{A2}R_{12}$,另外两个分支间存在耦合。基于螺旋理论可推得另外两个耦合分支的运动等效串联分支为 $R_{62}P_{e4}P_{e6}$ 和 $R_{63}P_{e4}P_{e6}$,其中, P_{e6} 表示轴线与转动副 R_{22} 轴线平行的移动副。因此,动平台 3、机架、分支 $R_{C2}P_{e1}R_{A2}R_{12}$ 、分支 $R_{62}P_{e4}P_{e6}$ 和分支 $R_{63}P_{e4}P_{e6}$ 组成一个含三分支的并联机构。

求等效串联分支 $R_{C2}P_{e1}R_{A2}R_{12}$ 、 $R_{62}P_{e4}P_{e6}$ 和 $R_{63}P_{e4}P_{e6}$ 施加给连杆 L_{22} 的约束螺旋系的反螺旋,可得连杆 L_{22} 的运动螺旋系为

$$\begin{cases} S_{L_{22},1}^m = (0 & 0 & 1; & 0 & 0 & 0) \\ S_{L_{22},2}^m = (0 & 0 & 0; & 0 & -n_1 & m_1) \\ S_{L_{22},3}^m = (0 & 0 & 0; & n_1^2 + m_1^2 & -l_1 m_1 & -l_1 n_1) \end{cases}$$

(3)

式中 $S_{L_{22},1}^m$ ——连杆 L_{22} 的第 1 个运动螺旋
 $S_{L_{22},2}^m$ ——连杆 L_{22} 的第 2 个运动螺旋
 $S_{L_{22},3}^m$ ——连杆 L_{22} 的第 3 个运动螺旋

式(3)表明连杆 L_{22} 具有 3 个自由度,分别为绕 z 轴的转动和与转动副 R_{B2} 轴线垂直的两个移动自由度,从而可得原六面体机构的自由度为 3,与文献[17-18,23]结论一致。

六面体机构在一般位形下(图 1),每个面上的 4 个转动副 $R_{i1} \sim R_{i4}$ 的轴线始终相互平行且垂直于该平面,相邻两个面之间的转动副轴线平行于两个面的交线,每个顶点处的 3 个转动副轴线相交于一点,即所有转动副的相对位置和方向与上述分析位形下的相同。因此,该六面体可展机构的 3 个自由度具有全周性。

2 运动特性

2.1 驱动副选取

当机构输入数目与机构自由度数目相等时,机构一般可实现确定的运动,但对自由度大于 2 的多自由度机构来说,即使输入数目与机构自由度数目相等,若驱动副选择不合适,机构也会发生输入干涉^[27]。根据上文分析可知,图 1 所示六面体机构具有 3 个自由度,故需要添加 3 个独立的驱动使其实现确定的运动。该六面体机构的每个面由 4 个连杆和 4 个轴线相互平行的转动副组成,如图 9 所示,显然,该平面四杆机构具有 1 个自由度。此外,由于六面体机构的结构对称性,相对的两平面四杆机构始终具有相同的运动。因此,3 个独立的驱动副应分别在相邻的 3 个平面四杆机构或位于六面体边线并交于同一顶点的 3 个转动副中选择。

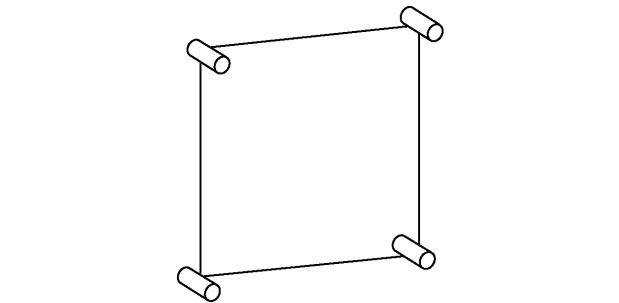


图 9 平面四杆机构简图
Fig. 9 Schematic of planar four-bar mechanism

选取转动副 R_{12} 、 R_{22} 和 R_{31} 为驱动副,采用文献[27]中多自由度并联机构的输入选取准则,检验转动副 R_{12} 、 R_{22} 和 R_{31} 为驱动副的合理性。

假设将转动副 R_{12} 、 R_{22} 和 R_{31} 刚化,六面体机构中平面四杆机构 $R_{11}R_{12}R_{13}R_{14}$ 、 $R_{21}R_{22}R_{23}R_{24}$ 和 $R_{31}R_{32}R_{33}R_{34}$ 将失去自由度,原六面体机构变为图 10 所示机构。将图 10 中闭环运动链 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 整体视作动平台,其通过转动副 R_{C1} 、 R_{C2} 、 R_{C3} 和 R_{C4} 最终与机架相连。连杆 L_5 、 L_6 、 L_7 、 L_8 整体通过转动副 R_{A1} 与机架相连,通过转动副 R_{B2} 与连杆 L_9 相连,而连杆 L_9 、 L_{10} 、 L_{11} 、 L_{12} 整体又通过转动副 R_{A2} 与机架相连,根据三角形的稳定性可知,其形成的含 3 个转动副的闭环运动链不具有自由度。因此,动平台 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 通过转动副 R_{C1} 和 R_{C2} 与机架相连的等效串联分支分别为 R_{C1} 和 R_{C2} ,其余 2 个分支结构如图 11 所示。

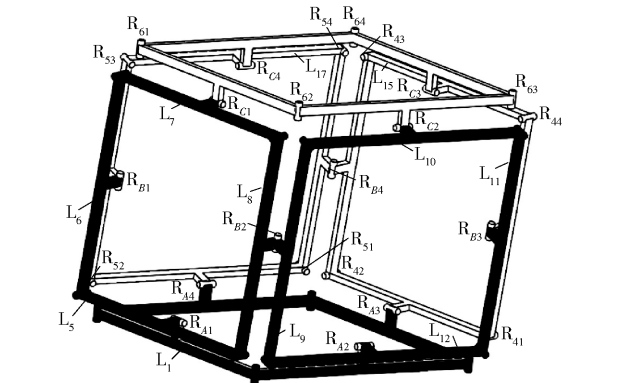


图 10 刚化驱动副后的六面体机构结构示意图
Fig. 10 Schematic of hexahedral mechanism after fixing driving joints

基于图 2 的自由度分析,可得图 11 中连杆 L_{15} 和连杆 L_{17} 相对于机架的自由度为零,则动平台 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 通过转动副 R_{C3} 和 R_{C4} 与机架相连的等效串联分支分别为 R_{C3} 和 R_{C4} ,从而可得动平台 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 和其 4 个等效串联分支以及机架构成的并联机构如图 12 所示。

图 12 的多闭环机构中,独立的平面四杆机构 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 具有 1 个自由度,当其 4 个连杆分别通过转动副 R_{C1} 、 R_{C2} 、 R_{C3} 和 R_{C4} 与机架相连时,每个转

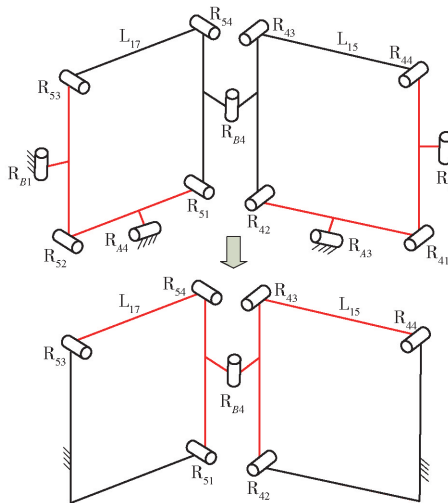


图 11 动平台 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 的另外两个分支结构简图

Fig. 11 Schematic of two other limbs of moving platform

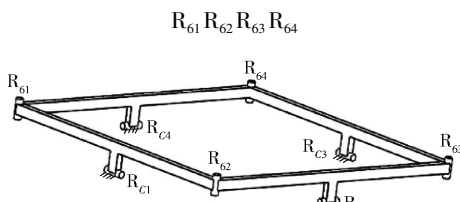


图 12 动平台 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 、4 个等效串联分支和机架组成的并联机构

Fig. 12 PM composed of moving platform $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$, base and four equivalent series limbs

动副提供的 3 个约束力和 2 个约束力偶限制了原平面四杆机构 $R_{61}R_{62}R_{63}R_{64}$ 的自由度。因此,图 12 的等效机构自由度为零,从而可得刚化驱动副 R_{12} 、 R_{22} 和 R_{31} 后六面体机构自由度为零,则根据文献[27]中多自由度并联机构的输入选取准则,可以选取六面体机构的转动副 R_{12} 、 R_{22} 和 R_{31} 作为 3 个驱动副。需要注意,转动副 R_{12} 、 R_{22} 和 R_{31} 并不是该六面体机构驱动副的唯一选择。

2.2 仿真分析

建立六面体机构的仿真模型如图 13 所示,驱动副 R_{12} 、 R_{22} 和 R_{31} 的角位移分别为 θ_1 、 θ_2 和 θ_3 ,根据该六面体机构的结构对称性,取 $0^\circ \leq \theta_k \leq 90^\circ$ ($k = 1, 2, 3$) 分析其运动特性。

给转动副 R_{12} 、 R_{22} 和 R_{31} 施加相同的驱动: $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = (90 - 5t)^\circ$,其中, t 表示时间。仿真 10 s,测得机构运动过程中转动副的角位移如图 14 所示。改变转动副 R_{12} 、 R_{22} 和 R_{31} 的驱动值: $\theta_1 = (90 - 4t)^\circ$ 、 $\theta_2 = (90 - 5t)^\circ$ 、 $\theta_3 = (90 - 6t)^\circ$ 。仿真 10 s,测得机构运动过程中转动副的角位移如图 15 所示。

图 14 表明当六面体机构的 3 个驱动相同时,6 个平面四杆机构中的转动副具有相同的运动,位于机构 12 条边线上的转动副具有相同的运动,即机构在任意位形下其 6 个面形状完全相同。图 15 表明

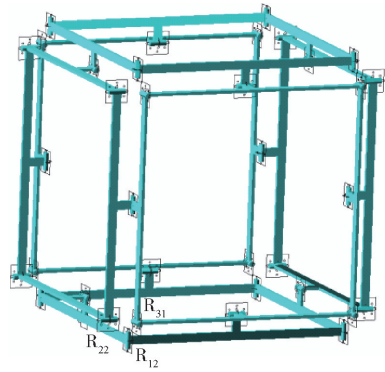


图 13 六面体机构的仿真模型

Fig. 13 Simulation model of hexahedral mechanism

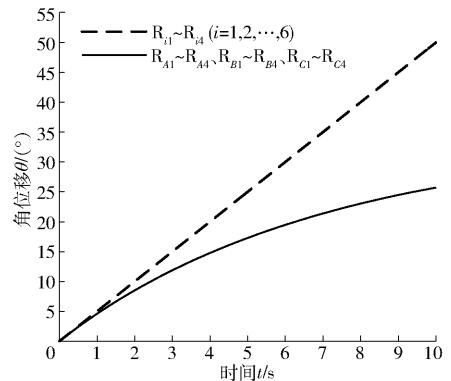


图 14 相同驱动下机构各转动副的角位移

Fig. 14 Angular displacements of joints of hexahedral mechanism under the same actuations

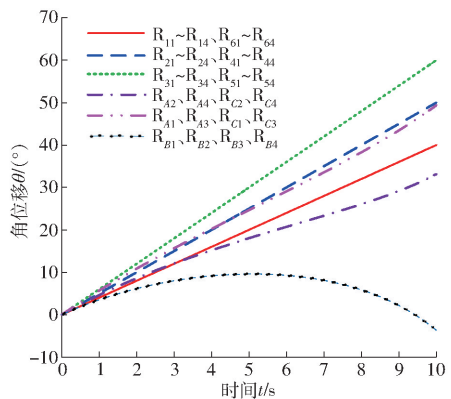


图 15 不同驱动下机构各转动副的角位移

Fig. 15 Angular displacements of joints of hexahedral mechanism under different actuations

六面体机构在 3 个不同大小驱动下,相对的两平面四杆机构中转动副始终具有相同的角位移,位于六面体相互平行棱边的转动副角位移相同,即机构在任意位形下相对的两个面形状相同,此仿真结果与理论分析相吻合。

3 折叠性能

六面体机构在不同驱动下的位形变化如图 16 所示,从图 16 可看到,六面体机构在 $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 90^\circ$ 时呈现出正方体,在 $0^\circ < \theta_1, \theta_2, \theta_3 < 90^\circ$ 时呈现出平行

六面体,由于每个杆长恒定,故该六面体机构在正方体状态的包络体积大于平行六面体状态的包络体积。因连杆间的干涉问题,六面体机构实际中只能无限接近图 14 中的 3 种极限位形: $(\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = \theta_3 = 90^\circ)$ 、 $(\theta_2 = \theta_3 = 45^\circ, \theta_1 = 90^\circ)$ 和 $(\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ)$,为了便于讨论六面体机构的最小包络体积,表 2 列出了几种极限位形下六面体机构的包络体积及驱动角。

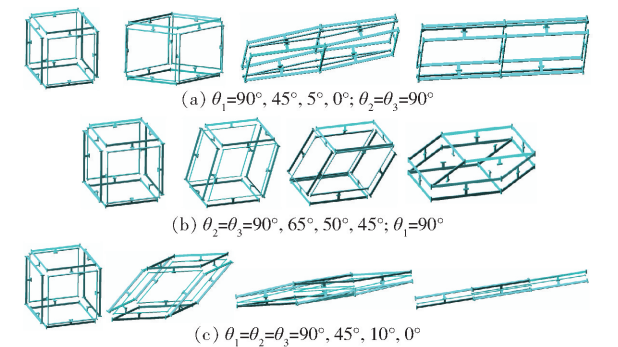


图 16 六面体机构在不同驱动下的位形变化
Fig. 16 Configuration changes of hexahedral mechanism under different actuations

将六面体机构在整个运动空间中的最大包络体积与最小包络体积之比定义为该机构的折叠比,计算式为

$$\eta = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{4a^3}{\pi d^2 h} = 12.2947 \tag{4}$$

- 式中 η ——机构折叠比
 $V_{\max}$ ——六面体机构的最大包络体积
 $V_{\min}$ ——六面体机构的最小包络体积
 a —— $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 90^\circ$ 时六面体机构的包络正方体边长
 h —— $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$ 时六面体机构的包络圆柱的高
 d —— $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$ 时六面体机构的包络圆柱的底面圆直径

表 2 六面体机构的包络体积及对应驱动角
Tab.2 Envelope volume and corresponding driving values of hexahedral mechanism

$\theta_1/(^\circ)$	$\theta_2/(^\circ)$	$\theta_3/(^\circ)$	六面体机构位形	包络体积 V/m^3
90	90	90		1.030 3
90	90	0		0.343 6
90	0	90		
0	90	90		
90	0	0		0.336 0
0	90	0		
0	0	90		
0	0	0		0.083 8

考虑机构的真实尺寸,因连杆间的干涉问题六面体机构的实际折叠比小于 12.294 7。

4 结论

- (1)对一种六面体可展机构的自由度进行了分析。基于拆杆、等效、复原的思想,不断选取机构动平台,建立运动等效机构,逐渐降低原机构的耦合度,最终基于并联机构自由度分析理论得到了六面体机构的自由度。
- (2)分析了六面体可展机构的运动规律。机构中相对的两平面四杆机构始终具有相同的运动,位于机构平行棱边上的转动副具有相同的角位移。
- (3)分析了六面体机构的折叠性能。六面体可展机构在不同组合的驱动下可实现多种位形,具有较大的折叠比,可适用于不同任务、不同需求的场合。

参 考 文 献

[1] VERHEYEN H F. Expandable polyhedral structures based on dipolygonids[C] //Proceedings of 3rd International Conference on Space Structures. London, UK:Elsevier, 1984: 88 -93.

[2] VERHEYEN H F. Complete set of Jitterbug transformers and the analysis of their motion[J]. Computers & Mathematics with Applications, 1989, 17(1 -3): 203 -250.

[3] KOVACS F, TAMAI T, FOWLER P W, et al. A class of expandable polyhedral structures[J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41(3): 1119 -1137.

[4] LI R M, YAO Y A, KONG X W. Reconfigurable deployable polyhedral mechanism based on extended parallelogram mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 116: 467 -480.

[5] GOSSELIN C M, GAGNON-LACHANCE D. Expandable polyhedral mechanisms based on polygonal one-degree-of-freedom faces[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2006, 220(7): 1011 -1018.

[6] KIPER G, SOYLEMEZ E, KISISLE A U O. A family of deployable polygons and polyhedra[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(5): 627 -640.

[7] BAI G C, LIAO Q Z, LI D L, et al. Synthesis of scaling mechanisms for geometric figures with angulated-straight elements[J].

- Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 227(12): 2795–2809.
- [8] AGRAWAL S K, KUMAR S, YIM M. Polyhedral single degree-of-freedom expanding structures: design and prototypes[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124(3): 473–478.
- [9] WEI G W, DAI J S. Synthesis and construction of a family of one-DOF highly overconstrained deployable polyhedral mechanisms (DPMS)[C]//ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Chicago, IL, United States, 2012.
- [10] WEI G W, CHEN Y, DAI J S. Synthesis, mobility, and multifurcation of deployable polyhedral mechanisms with radially reciprocating motion[J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 2014, 136(9): 091003.
- [11] WEI G W, DAI J S. An overconstrained eight-bar linkage and its associated fulleroid-like deployable platonic mechanisms[C]//ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Buffalo, NY, United States, 2014.
- [12] 杨毅, 丁希仑. 四棱锥单元平板式可展开收拢机构的运动特性分析[J]. 航空学报, 2010, 31(6): 1257–1265.
YANG Yi, DING Xilun. Kinematic analysis of a plane deployable mechanism assembled by four pyramid cells[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(6): 1257–1265. (in Chinese)
- [13] DAI J S, LI D L, ZHANG Q X, et al. Mobility analysis of a complex structured ball based on mechanism decomposition and equivalent screw system analysis[J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(4): 445–458.
- [14] DING X L, YANG Y, DAI J S. Topology and kinematic analysis of color-changing ball[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(1): 67–81.
- [15] WEI G W, DING X L, DAI J S. Mobility and geometric analysis of the Hoberman Switch-Pitch ball and its variant[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2010(2): 031010.
- [16] 许允斗, 刘文兰, 陈亮亮, 等. 构架式可展天线机构自由度分析——拆杆等效法[J]. 航空学报, 2017, 38(9): 321–332.
XU Yundou, LIU Wenlan, CHEN Liangliang, et al. Mobility analysis of a deployable truss-antenna mechanism—method based on link-demolishing and equivalent idea[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(9): 321–332. (in Chinese)
- [17] 黄真, 刘婧芳, 李艳文. 论机构自由度——寻找了150年的自由度通用公式[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 279–289.
- [18] LALIBERTE T, GOSSELIN C. Construction, mobility analysis and synthesis of polyhedra with articulated faces[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2013, 6(1): 011007–1–11.
- [19] 刘婧芳, 黄晓鸥, 余跃庆, 等. 多环耦合机构末端件自由度计算的等效法[J]. 机械工程学报, 2014, 50(23): 13–19.
LIU Jingfang, HUANG Xiaou, YU Yueqing, et al. Equivalent method of output mobility calculation for a novel multi-loop coupled mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(23): 13–19. (in Chinese)
- [20] 高慧芳, 刘婧芳, 黄晓欧. 基于独立运动分流标记法的多环耦合机构自由度分析方法[J]. 北京工业大学学报, 2015, 41(11): 1658–1664.
GAO Huifang, LIU Jingfang, HUANG Xiaou. Method of mobility calculation for a coupled mechanism based on independent motion shunting measurement[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2015, 41(11): 1658–1664. (in Chinese)
- [21] 高慧芳, 刘婧芳, 余跃庆. 向心运动耦合机构设计与分析[J/OL]. 农业机械学报, 2016, 47(6): 373–380, 356.
GAO Huifang, LIU Jingfang, YU Yueqing. Design and analysis of coupled radial mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(6): 373–380, 356. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20160649&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2016.06.049. (in Chinese)
- [22] 刘婧芳, 曹亚柯, 丁华锋. 二十面体机构构型设计与分析[J/OL]. 农业机械学报, 2017, 48(10): 370–379.
LIU Jingfang, CAO Yake, DING Huafeng. Configuration design and analysis of novel icosahedron mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(10): 370–379. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20171048&journal_id=jcsam. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2017.10.048. (in Chinese)
- [23] 黄晓欧. 多环耦合机构末端件的自由度研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2014: 55–75.
HUANG Xiaou. Terminal mobility of polycyclic coupled mechanisms[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2014: 55–75. (in Chinese)
- [24] WOHLHART K. Kinematics and dynamics of the fulleroid[J]. Multibody System Dynamics, 1997, 1(2): 241–258.
- [25] WOHLHART K. Twisting towers derived from Archimedean polyhedrons[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 80: 103–111.
- [26] WOHLHART K. Cyclic polyhedra and linkages derived therefrom[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 108: 142–159.
- [27] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 365–368.