doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.06.047

空间曲线平移并联机构构型综合与分类

叶梅燕^{1,2} 石志新¹ 罗玉峰^{1,3}

(1. 南昌大学机电工程学院, 南昌 330031; 2. 南昌大学理学院, 南昌 330031;

3. 华东交通大学机电与车辆工程学院, 南昌 330013)

摘要:针对现有机构分析与综合理论方法存在综合结果不完整、无法适用于弯曲平移机构等问题,提出了空间曲线 平移并联机构构型综合及分类方法。首先,借鉴高斯非欧几何的内蕴思想,将直线、曲线、平面以及曲面等均视作 可描述末端构件平移特征的独立空间,进而建立了可描述弯曲平移运动特征的表达模型;其次,研究了支链末端构 件弯曲平移运动的形成机理,并制定了相应的运动特征求并运算规则;然后,根据形态特征将空间曲线平移并联机 构划分为9种基本类型;最后,以柱柱相贯线平移机构和柱锥相贯线平移机构为例,给出了空间曲线平移并联机构 的构型综合方法。

Type Synthesis and Classification of Space Curve Translation Parallel Mechanisms

YE Meiyan^{1,2} SHI Zhixin¹ LUO Yufeng^{1,3}

School of Mechanical and Electronic Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China
 School of Science, Nanchang University, Nanchang 330031, China

3. School of Mechatronics and Vehicle Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Topological structure synthesis is the most original part of mechanical system design. Aiming at the problems in the existing theories on type synthesis of robot mechanisms, such as incompleteness of synthesis results, inapplicability to bending translation mechanisms and so on, the method of type synthesis and classification for parallel mechanisms with bending translation motion characteristic was proposed. First of all, lines, curves, planes and surfaces were regarded as independent spaces based on the Gauss non-Euclidean intrinsic geometry, which can be used to describe the translation characteristics of the end-effector. Then a motion characteristic model of bending translation was established, which included motion type (translation and rotation), motion direction, dimension and overall geometric shape of motion space. Secondly, the forming mechanism of bending translation was studied, and the relevant operation rules of bending translation motion characteristics were formulated, which made the intersection of all limbs' motion characteristics for parallel mechanism relatively straightforward and simple. After that, according to the geometric morphological features of space curves, the space curve translation mechanisms can be divided into nine basic types. Finally, the method of type synthesis for space curve translation mechanisms was illustrated by two examples, and the complete procedures for structural synthesis of cylinder-cylinder intersection line translation mechanism and cylinder-cone intersection line translation mechanism were shown by using this method.

Key words: parallel mechanism; type synthesis; bending translation; curve translation mechanism

0 引言

在管道焊接、曲面加工、轨迹追踪等工程应用

中,人们通常期望设计出执行构件能够沿空间曲线 运动的机械装备。目前人们的设计思路大多基于外 在几何观点(将空间曲线嵌入外围3维欧氏空间),

收稿日期: 2019-03-12 修回日期: 2019-04-09

基金项目:国家自然科学基金项目(51365036)

作者简介:叶梅燕(1978—),女,博士生,讲师,主要从事机器人机构学研究,E-mail: yemeiyan@ncu.edu.cn

通信作者:石志新(1979—),男,副教授,博士,主要从事机器人机构学研究,E-mail: shizhixin@ ncu. edu. cn

即设计一个三平移机构,通过算法协调控制3个方向的移动输出,实现执行构件沿指定空间曲线作平移运动。然而根据高斯非欧几何的内蕴思想(将曲线和曲面本身视为独立空间),空间曲线属于1维几何形体,若采用1自由度的曲线平移机构替代上述三平移机构,则可实现减少自由度、降低控制难度、节约成本的目的。因此,研究简单、实用的各类曲线平移机构十分必要。

目前机器人机构构型综合的方法主要有:基于 螺旋理论的方法^[1-6]、基于位移子群/流形的运动综 合方法^[7-11]、基于线性变换与进化形态学的方 法^[12-13]、基于方位特征集的方法^[14-20]以及基于 GF 集的综合方法^[21-24]。然而,这些理论方法均难以直 接应用于具有弯曲平移(沿曲线或曲面平移)运动 特征的机构,原因为:①缺少可描述弯曲平移运动特 征的表达模型。②过于强调局部运动特征,缺少平 移空间整体形态特征。③缺少弯曲平移运动特征的 运算规则。对于弯曲平移机构而言,由于移动方向 时刻变化,因此局部运动特征不能反映整体形态特 征,而且基于线性空间的运动特征求交和求并运算 规则不再适用。

本文根据内蕴几何思想,建立可描述弯曲平移 运动特征的表达模型,研究机器人机构末端构件弯 曲平移运动的形成机理及其基本类型,制定弯曲平 移运动特征的运算规则,并结合实例提出空间曲线 平移并联机构的构型综合方法。

1 可描述弯曲平移运动特征的表达模型

刚体运动包括平移和转动2种基本运动类型,因此机器人末端构件的运动特征应由平移特征和转动特征共同组成。

(1)旋转特征。转动特征可由旋转轴数量和方向来表征。

(2)平移特征。平移运动包括平直移动(沿直 线或平面平移)和弯曲平移(沿曲线或曲面平移) 2种情况。如平行四边形机构的连杆作圆周曲线平 移运动,3-UU机构^[21]的动平台沿球面作平移运动 等。由于弯曲平移的移动方向时刻变化,因此其运 动特征需要由平移空间的维数、整体形态以及生成 方式三者共同表达。

综合考虑旋转特征和平移特征,本文采用的末 端构件运动特征描述模型为

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{t}^{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{w}, N) \\ \boldsymbol{r}^{\boldsymbol{q}}(\boldsymbol{S}) \end{bmatrix}$$
(1)

式中 *M*——末端构件的运动特征集 *t*——平移

w——平移空间的整体形态

N——平移空间的生成方式

- r——转动
- q——独立旋转方向矢量的数目

S——旋转轴方向单位矢量组成的集合

基于内蕴几何学的基本思想,直线和曲线可被 视为1维独立平移空间,平面和曲面则被视为2维 独立平移空间。0维和3维平移空间无需记录整体 形态和生成方式,故其移动特征可分别表示为 t^0 和 t^3 。0维和3维转动空间无需记录旋转轴方向,其转 动特征分别表示为 r^0 和 r^3 。1维和2维转动空间的 转动特征分别表示为 $r^1(l)$ 和 $r^2(l_1, l_2)$,其中 l_1 和 l_2 均为旋转轴方向的单位矢量。

2 支链末端构件弯曲平移运动的形成

由于支链(串联机构)是由若干个运动副依次 串联而成,因此其末端构件的运动特征集是各运动 副运动输出特征的并集,可表示为

$$\boldsymbol{M}_{L} = \bigcup \boldsymbol{M}_{i} \tag{2}$$

式中 M_L——支链末端构件的运动特征集

M_i——第 i 个运动副的运动输出特征

2.1 单自由度运动副的运动输出特征

机器人机构的运动副类型较多,常见运动副包括:转动副(R副)、移动副(P副)、球副(S副)、胡 克铰(U副)、圆柱副(C副)等。为了分析方便,可 采用运动副等效替换的方法将它们简化为只含转动 副和移动副。如球副等效为3个轴线汇交于1点的 转动副,胡克铰等效为2个轴线垂直正交的转动副, 圆柱副等效为共轴的转动副和移动副。

(1)P副的运动输出特征。由于P副仅产生直 线平移运动,其移动空间整体形态为直线,并且该移 动空间由P副生成,由式(1)可知,移动副的运动输 出特征可表示为 t¹(直线,**P**),其中**P**为P副方向的 单位矢量。

(2) R 副的运动输出特征。转动副不仅能产生 绕其轴线的运动,而且可衍生出垂直于轴线方向的 圆周曲线平移运动,即其运动特征具有二重性,可按 如下规则选取:①优先取旋转运动作为运动输出特 征,记为 $r^1(R)$,其中R为R 副轴线方向的单位矢 量。②若已有运动副产生了与该转动副旋转方向相 同的旋转运动,则该转动副将会衍生圆周曲线平移 (图1),此时应取衍生圆周曲线平移作为其运动输 出特征,记为 $t^1(圆, R^+)$,其中 R^+ 表示由 R 副衍生 且与R垂直的圆周平移运动。

(3)等效移动副(P_a副)的运动输出特征。由于



图 1 R || R 机构及其末端构件的平移空间 Fig. 1 R || R mechanism and translation space of its end-effector

平行四边形机构的连杆作圆周曲线平移运动,因此 它通常被视为一个等效移动副,记为 P_a 副^[21]。 P_a 副 的运动输出特征记为 $t^1([[], P_a^+)), 其中 P_a$ 为平行四 边形机构转动副轴线方向的单位矢量, P_a^+ 表示由 P_a 副产生且与 P_a 垂直的圆周平移运动。

2.2 2 维曲面平移运动的形成及其类型

2 维曲面平移空间是由 2 个 1 维平移空间合并 而成,而且二者不能均为直线,即其中至少 1 个 1 维 平移空间应为圆周。

2.2.1 *t*¹(直线)与*t*¹(圆)的求并运算规则

由 2.1 节可知,1 维圆周平移空间存在 2 种生成方式:一种由 P_a副产生,另一种为两平行 R 副衍 生而成。

(1)当1 维圆周平移空间由 P_a 副产生时, P 副 与 P_a 副存在垂直(⊥)、平行(∥)和斜交(∠)3 种方 位关系。二者在上述装配关系下的合成2 维平移空 间如图2 所示,因此 t^1 (直线, P)与 t^1 (圆, P_a^{\perp})的求 并结果如下:

当 $P \perp P_a$ 时, 二 者 合 成 的 平 移 空 间 为 平 面 (图 2a),故此时 t^1 (直线, P)与 t^1 (圆, P_a^{\perp})的求并结 果记为 t^2 (平面, P_a)。

当 $P \parallel P_a$ 时,二者的合成平移空间为直圆柱面 (图 2b),故此时 t^1 (直线,P)与 t^1 (圆, P_a^{\perp})的求并结 果记为 t^2 (直圆柱面, $P \oplus P_a^{\perp}$),其中符号"⊕"表示 合成(下同)。

当 $P \angle P_a$ 时,二者合成的平移空间为斜圆柱面



(图 2c),故此时 $t^{1}($ 直线,P)与 $t^{1}($ 圆, P_{a}^{\perp})的求并结 果为 $t^{2}($ 斜圆柱面, $P \oplus P_{a}^{\perp}$)。

(2)当1 维圆周平移空间由两平行 R 副衍生而 成时,P 副与它们在各种装配关系下的合成2 维平 移空间如图3 所示,因此 $t^1($ 直线,P)与 $t^1($ 圆, R^{\perp}) 的求并结果如下:

当 $P \perp R$ 时, 二者合成的平移空间为平面 (图 3a),故此时 t^1 (直线, P)与 t^1 (圆, R^{\perp})的求并结 果记为 t^2 (平面, R)。

当 $P \parallel R$ 时,二者合成的平移空间为直圆柱面 (图 3b),故此时 $t^{1}($ 直线,P)与 $t^{1}($ 圆, R^{\perp})的求并结 果为 $t^{2}($ 直圆柱面, $P \oplus R^{\perp}$)。

当 P ∠ R 且 P 副位于两平行 R 副两边时,二者 合成的 平 移空 间 为 斜 圆 柱 面 (图 3c),故此时 $t^{1}(_{\rm itd}, P) \cup t^{1}(_{\rm itd}, R^{-}) = t^{2}(斜圆柱面, P ⊕ R^{-})$ 。

当 $P \angle R \perp P$ 副位于两平行 R 副中间时,二者 合成的平移空间为圆锥面(图 3d),故此时 t^1 (直线, P) $\cup t^1$ (圆, \mathbf{R}^{\perp}) = t^2 (圆锥面, $P \oplus \mathbf{R}^{\perp}$)。

RPR 机构(图 3)的末端构件除了具有 2 维平移 特征外还具有绕 **R** 旋转的 1 维转动特征。



of theirs end-effector

2.2.2 *t*¹(圆)与*t*¹(圆)的求并运算规则

两圆周平移存在3种生成方式:两圆周平移均 由 P_a副产生、两圆周平移均由 R 副产生、两圆周平 移分别由 P_a副和 R 副产生。由于上述3种生成方 式下的合成平移空间类型均相同,因此无需分别讨论。

两圆所在的平面存在平行、相交(包括垂直和 斜交)2种位置关系,且两圆心的位置存在重合与不 重合2种情况。上述各种方位关系对应的机构示例 如图4所示。

(1) 当两圆所在的平面平行时, 二者合成的 2 维平移空间为平面(图 4a), 故此时求并结果为 $t^{1}(圆, P_{a1}^{\perp}) \cup t^{1}(圆, P_{a2}^{\perp}) = t^{2}(平面, P_{a1})$ 。 (2)当两圆所在的平面相交(包括垂直和斜交) 且两圆心重合(图4b)时,二者合成的平移空间为球 面,故此时 $t^1(圆, P_a^{\perp}) 与 t^1(圆, R^{\perp})$ 的求并结果为 $t^2(球面, P_a^{\perp} \oplus R^{\perp})$ 。该机构(图4b)的末端构件除 了具有2维球面平移特征外还具有绕 R 旋转的1维 转动特征。

(3)当两圆所在的平面相交(包括垂直和斜交) 且两圆心不重合时,二者合成的平移空间为环面 (图 4c),故此时 $t^{1}(圆, P_{a1}^{\perp}) = t^{1}(圆, P_{a2}^{\perp})$ 的求并结 果为 $t^{2}($ 环面, $P_{a1}^{\perp} \oplus P_{a2}^{\perp})$ 。



图 4 两圆周平移合成各类 2 维空间的实例

Fig. 4 Examples of 2-dimension space generated by two circular-translation motion

综合上述分析结果可以得出,支链末端构件的 2 维曲面平移空间存在圆柱面(包括直圆柱面和斜 圆柱面)、圆锥面、球面、环面这4种基本类型。

3 空间曲线平移并联机构的构型综合

3.1 空间曲线平移并联机构的基本类型

并联机构由静平台(机架)、动平台以及若干条 支链组成。由于动平台是在各支链共同作用下进行 运动,因此其运动特征是各支链末端构件运动特征 的交集。又考虑到空间曲线可看作空间两曲面的交 线,因此空间曲线平移并联机构可由2条具有2维 弯曲平移运动特征的支链构成。

根据第2节分析结果可知,支链末端构件的2 维曲面平移空间存在4种形态(圆柱面、圆锥面、 球面、环面)。考虑到这些曲面两两的交集一般为 1条空间曲线(称为相贯线),因此空间曲线平移 并联机构可按曲线形态划分为9种基本类型:柱 柱相贯线平移机构、柱锥相贯线平移机构、柱球相 贯线平移机构、柱环相贯线平移机构、锥锥相贯线 平移机构、锥球相贯线平移机构、锥锥相贯线 平移机构、球环相贯线平移机构和环环相贯线平移机 构。两球面的交线为圆(属于平面曲线),它不属 于空间曲线。

本文仅对上述9种基本类型中的前2类并联机

构进行构型综合,其余7类机构可以采用类似方法 综合得到。

3.2 柱柱相贯线平移机构构型综合

3.2.1 具有2维圆柱面平移特征的支链

根据 2.2.1 节分析结果可知,2 维圆柱面平移 空间由直线平移和圆周平移合成产生,并且直线和 圆所在的平面不能平行。具有 2 维圆柱面平移特征 的支链结构类型如表 1 所示。

表1 具有2维圆柱面平移特征的支链

Tab. 1 Branches with 2-dimension cylinder

translation characteristic



3.2.2 支链组合方案

根据 3.1 节分析结果可知, 柱柱相贯线平移机 构可由表 1 中某 2 条支链(记为支链 1 和支链 2)构 成。为保证动平台沿柱柱相贯线作纯平移运动(不 含转动), 支链 1、2 的组合方案如表 2 所示。

表 2 柱柱相贯线平移机构支链组合方案

Tab. 2 Branch assembling schemes of cylinder-cylinder intersection line translation mechanisms

方案	两支链来源	支链组合方案
1	(A_0, A_0)	$2 - \{ \mathbf{P} - \mathbf{P}_a \}$
2	(A_0, A_1)	$\{\mathbf{P}-\mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{P}-\mathbf{P}_a-\mathbf{R}\}$
		$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{P} \parallel \mathbf{R} \parallel \mathbf{R}\}$
		$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{R} \parallel \mathbf{C}\}$
3	(A ₀ ,A ₂)	$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R} - \mathbf{R}\}$
		$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{P} \parallel \mathbf{R} \parallel \mathbf{R} - \mathbf{R}\}$
		$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{R} \parallel \mathbf{C} - \mathbf{R}\}$
4	(A ₀ , A ₃)	$\{\mathbf{P}-\mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{P}-\mathbf{P}_a-\mathbf{S}\}$
		$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{P} \parallel \mathbf{R} - \mathbf{S}\}$
		$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{C} - \mathbf{S}\}$
	(A ₁ ,A ₁)	$2 - \{ \mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R} \}$
		$\{ \mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R} \} \bigoplus \{ \mathbf{P} \parallel \mathbf{R} \parallel \mathbf{R} \}$
		$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R}\} \bigoplus \{\mathbf{R} \parallel \mathbf{C}\}$
3		$2 - \{ \mathbf{P} \parallel \mathbf{R} \parallel \mathbf{R} \}$
		$\{\mathbf{P}\parallel\mathbf{R}\parallel\mathbf{R}\}\oplus\{\mathbf{R}\parallel\mathbf{C}\}$
		$2 - \{ \mathbf{R} \parallel \mathbf{C} \}$
	(A ₁ ,A ₂)	$\{\mathbf{P}-\mathbf{P}_a-\mathbf{R}\} \bigoplus \{\mathbf{P}-\mathbf{P}_a-\mathbf{R}-\mathbf{R}\}$
		$\{ \mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R} \} \bigoplus \{ \mathbf{P} \parallel \mathbf{R} \parallel \mathbf{R} - \mathbf{R} \}$
		$\{ \mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R} \} \bigoplus \{ \mathbf{R} \parallel \mathbf{C} - \mathbf{R} \}$
		$\left\{ \mathbf{P} \parallel \mathbf{R} \parallel \mathbf{R} \right\} \bigoplus \left\{ \mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R} - \mathbf{R} \right\}$
6		$\{ \mathbf{P} \parallel \mathbf{R} \parallel \mathbf{R} \} \oplus \{ \mathbf{P} \parallel \mathbf{R} \parallel \mathbf{R} - \mathbf{R} \}$
		$\{\mathbf{P}\parallel\mathbf{R}\parallel\mathbf{R}\}\oplus\{\mathbf{R}\parallel\mathbf{C}-\mathbf{R}\}$
		$\{ \mathbf{R} \parallel \mathbf{C} \} \bigoplus \{ \mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R} - \mathbf{R} \}$
		$\left\{ \begin{array}{ccc} \mathbf{R} \ \parallel \ \mathbf{C} \right\} \bigoplus \left\{ \begin{array}{cccc} \mathbf{P} \ \parallel \ \mathbf{R} \ \parallel \ \mathbf{R} - \mathbf{R} \end{array} \right\}$
		$\{\mathbf{R} \parallel \mathbf{C}\} \bigoplus \{\mathbf{R} \parallel \mathbf{C} - \mathbf{R}\}$

3.2.3 支链装配几何条件

 (1)t²(圆柱面)与t²(圆柱面)的求交运算规则 当两圆柱面的轴线平行时,二者的交线为平行 于轴线的直线;否则,二者的交线为空间曲线(柱柱 相贯线)。因此,2 维弯曲平移特征t²(圆柱面)与 t²(圆柱面)的求交运算规则为

$$t^{2}(\text{ 圆柱面}, N_{1}) \cap t^{2}(\text{ 圆柱面}, N_{2}) = \begin{cases} t^{1}(\text{ 直线}, P_{1}) & (P_{1} \parallel P_{2}) \\ t^{1}(\text{ 柱柱相贯线}, N_{1} \cap N_{2}) & (\text{ 其他}) \end{cases}$$
(3)

其中 $N_i = \mathbf{P}_i \oplus \mathbf{P}_{a_i}^{\perp}$ 或 $N_i = \mathbf{P}_i \oplus \mathbf{R}_i^{\perp}$ (*i*=1,2) (2)两支链装配几何条件分析

根据预期设计目标,支链1和支链2的运动特征集应满足

$$\boldsymbol{M}_{L_1} \cap \boldsymbol{M}_{L_2} = \begin{bmatrix} t^1 (\, \pm \, \pm \, \pi \, \oplus \, \pm \, \pi \, \oplus \, \pi_2 \,) \\ r^0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中
$$M_{L_i} = \begin{bmatrix} t^2 (圆柱面, N_i) \\ r^{q_i}(S_i) \end{bmatrix}$$
 (*i*=1,2)

式中 q_i — 支链 i 末端构件旋转方向矢量的数目 S_i — 支链 i 末端构件旋转方向单位矢量组 成的集合

结合式(3),可知式(4)成立的条件为 $P_1 = P_2$ 不平行且 $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ (空集)。因此表 2 中各组合 方案对应装配条件如下:

(1)组合方案 1~4。支链 1、2 分别为表 1 中支 链结构类型库 A_0 和 A_i (*i*=0,1,2,3)。由于支链 1 的转动特征为 r^0 (表 1),故此时 $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ 恒成立, 因此支链 1、2 的装配条件为 P_1 与 P_2 不平行。

(2)组合方案 5。支链 1、2 均为表 1 中支链结 构类型库 A_1 ,二者的转动特征可分别记为 $r^1(R_1)$ 和 $r^1(R_2)$ 。此时 $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ 成立的充要条件为 R_1 与 R_2 不平行,因此支链 1、2 的装配条件为 P_1 与 P_2 不平 行且 R_1 与 R_2 不平行。

(3)组合方案 6。支链 1、2 分别为支链结构类 型库 $A_1 和 A_2$,二者转动特征分别为 $r^1(R)$ 和 $r^1(R_1$, R_2)(表 1)。此时 $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ 成立的条件为 R 与 R_1 、 R_2 均不平行,故支链 1、2 的装配条件为 P_1 与 P_2 不平行且 R 与 R_1 、 R_2 均不平行。

3.2.4 柱柱相贯线平移机构

根据上述支链组合方案和装配几何条件,可综 合得到 25 种柱柱相贯线平移机构。表 2 中组合方 案 1~6 生成的代表性机构如图 5 所示。





3.2.5 分析验证

以图 5e 所示机构为例,分析该机构动平台的运动特征。

已知两支链末端构件运动特征集为

$$\boldsymbol{M}_{L_{i}} = \begin{bmatrix} t^{2} (\ \mathbb{B} \not \pm \ \mathbb{m}, \boldsymbol{P}_{i} \oplus \boldsymbol{R}_{i}^{\perp}) \\ r^{1} (\boldsymbol{R}_{i}) \end{bmatrix} (i = 1, 2)$$

其中 **P**_i为圆柱副 C_i轴线方向单位矢量。故二者的 并集为

$$\boldsymbol{M}_{L_1} \cup \boldsymbol{M}_{L_2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{t}^3 \\ \boldsymbol{r}^2 (\boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2) \end{bmatrix}$$
(5)

根据自由度计算公式^[14]可知,该机构自由度为

$$F = \sum_{i=1}^{4} f_i - \dim(\boldsymbol{M}_{L_1} \cup \boldsymbol{M}_{L_2}) = 6 - 5 = 1$$

式中 fi---第 i 个运动副的自由度

dim——维数函数

由于 $R_1 = R_2 \land P_1$, $r^1(R_1) \cap r^1(R_2) = r^0$, 故 该机构的动平台不含转动输出, 又由于自由度 F 等 于 1, 因此该机构的动平台仅沿两圆柱相贯线作弯 曲平移运动(图 6)。





3.3 柱锥相贯线平移机构构型综合

3.3.1 具有2维圆锥面平移特征的支链

根据 2.2.1 节分析结果可知,2 维圆锥面平移 空间产生的条件为 P 副位于两平行 R 副中间且P∠ R。因此,具有 2 维圆锥面平移特征的支链结构类 型如表 3 所示。

3.3.2 支链组合方案

根据 3.1 节分析结果可知,可从表 1、3 中分别 挑选 1 条支链(记为支链 1 和支链 2),二者共同构 成柱锥相贯线平移机构。为保证动平台仅沿柱锥相 贯线作纯平移运动(不含转动),支链 1、2 的组合方 案如表 4 所示。

3.3.3 支链装配几何条件

为保证动平台无转动输出,两支链末端构件转动特征集的交集应为空集(即 $S_1 \cap S_2 = \emptyset$),因此表4中各组合方案对应装配条件如下:

(1)组合方案1~3。支链1均取自表1中支链
 结构类型库A₀。由于支链1的转动特征为r⁰,故此
 时S₁∩S₂ = Ø恒成立,因此支链1、2可任意装配。

表 3 具有 2 维圆锥面平移特征的支链

Tab. 3 Branches with 2-dimension cone

translation cha	aracteristic
-----------------	--------------

编号	结构简图	运动特征集
B ₁		$\begin{bmatrix} t^2(\texttt{B}\texttt{#}\texttt{i}\texttt{i}, \textbf{P} \oplus \textbf{R}^{\perp}) \\ r^1(\textbf{R}) \end{bmatrix}$
B ₂	$\{\mathbf{R} \angle \mathbf{P} \mid \mathbf{R}\}$	$\begin{bmatrix} t^2(圆锥面, \boldsymbol{P} \oplus \boldsymbol{R}_1^{\perp}) \\ r^2(\boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2) \end{bmatrix}$
B_3	$\{\mathbb{R} \angle \mathbb{P} \mathbb{R} - \mathbb{R}\}$	$\begin{bmatrix} t^2(圆桂面, P \oplus R^{\perp}) \\ r^3 \end{bmatrix}$

Tab. 4 Branch assembling schemes of cylinder-cone intersection line translation mechanisms

方案	支链来源	支链组合方案
1	(A_0, B_1)	$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{R}(\boldsymbol{\angle} \mathbf{P}) \parallel \mathbf{R}\}$
2	(A_0, B_2)	$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{R}(\boldsymbol{\perp} \mathbf{P}) \mid \mid \mathbf{R} - \mathbf{R}\}$
3	(A_0, B_3)	$\{\mathbf{P}-\mathbf{P}_a\} \bigoplus \{\mathbf{R} \angle \mathbf{P}-\mathbf{S}\}$
		$\{P - P_a - R\} \bigoplus \{R(\angle P) \parallel R\}$
4	$(\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1)$	$\{P \parallel R \parallel R\} \oplus \{R(\ \angle P) \parallel R\}$
		$\{ R \parallel C \} \bigoplus \{ R (\ \angle P) \parallel R \}$
		$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R} - \mathbf{R}\} \bigoplus \{\mathbf{R}(\boldsymbol{\angle} \mathbf{P}) \parallel \mathbf{R}\}$
5	(A_2,B_1)	$\{P \parallel R \parallel R - R\} \bigoplus \{R(\ \angle P) \parallel R\}$
		$\{ \mathbf{R} \parallel \mathbf{C} - \mathbf{R} \} \bigoplus \{ \mathbf{R} (\ \angle \mathbf{P}) \parallel \mathbf{R} \}$
		$\{\mathbf{P} - \mathbf{P}_a - \mathbf{R}\} \bigoplus \{\mathbf{R}(\boldsymbol{\perp}\mathbf{P}) \mid \mid \mathbf{R} - \mathbf{R}\}$
6	(A_1,B_2)	$\{P \parallel R \parallel R\} \bigoplus \{R(\ \angle P) \parallel R - R\}$
		$\{ R \parallel C \} \bigoplus \{ R(\ \angle P) \parallel R - R \}$

(2)组合方案 4。支链 1 取自表 1 中类型库 A_1 , 支链 2 取自表 4 中类型库 B_1 ,二者的转动特征分别 记为 $r^1(R_1)$ 和 $r^1(R_2)$ 。此时 $S_1 \cap S_2 = Ø$ 成立的充 要条件为 R_1 与 R_2 不平行,因此支链 1、2 的装配条件 为 R_1 与 R_2 不平行。

(3)组合方案 5 和 6。支链 1、2 分别取自类型 库 A_2 和 B_1 (或 A_1 和 B_2),二者的转动特征可分别记 为 $r^1(R_1, R_2)$ 和 $r^1(R)$,此时 $S_1 \cap S_2 = Ø$ 成立的条 件为 $R 与 R_1 \ R_2$ 均不平行。因此支链 1、2 的装配条 件为 $R 与 R_1 \ R_2$ 均不平行。

3.3.4 柱锥相贯线平移机构

根据 3.3.2 节得到的支链组合方案和装配几何 条件,共可综合得 12 种柱锥相贯线平移机构。图 7 仅列举了表 4 中各组合方案生成的部分代表性机 构。根据自由度计算公式可计算得出,该类机构自 由度为 1。又由于两支链末端构件转动特征集的交 集为空集,因此动平台不含转动输出,仅能沿柱锥相 贯线作平移运动。



图 7 表 4 各组合方案生成的代表性并联机构 Fig. 7 Representative mechanisms generated by assembling schemes in Tab. 4

4 结论

(1)基于高斯非欧几何的内蕴思想,可将曲线 和曲面本身视为弯曲平移空间。这些空间的维数、 整体形态以及生成方式能够清晰表达末端构件的弯 曲平移运动特征。

(2)支链末端构件的2维弯曲平移空间存在圆 柱面(包括直圆柱面和斜圆柱面)、圆锥面、球面、环 面4种基本类型。

(3)根据平移空间的整体形态,空间曲线平移 机构可被划分为9种基本类型。类型细分不仅能够 丰富和完善现有机构类型库,而且有利于设计者根 据实际工况作出合理选择。

(4)综合得到了 25 种柱柱相贯线平移机构 和 12 种柱锥相贯线平移机构,并给出了代表性 机构。与三平移机构相比,这些空间曲线平移机 构具有自由度小(等于 1)、结构简单、控制容易 等特点。

参考文献

- HUANG Z, LI Q C. Type synthesis of symmetrical lower-mobility parallel mechanisms using the constraint-synthesis method
 [J]. International Journal of Robotics Research, 2003, 22(1): 59 79.
- [2] KONG X W, GOSSELIN C M. Type synthesis of parallel mechanisms[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2007.
- [3] YANG S F, SUN T, HUNG T, et al. A finite screw approach to type synthesis of three-DOF translational parallel mechanisms
 [J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 104: 405 419.
- [4] SUN T, YANG S F, HUANG T, et al. A way of relating instantaneous and finite screws based on the screw triangle product [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 108: 75 - 82.
- [5] SUN T, HUO X M. Type synthesis of 1T2R parallel mechanisms with parasitic motions [J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 128: 412-428.
- [6] ZHAO Y Z, CAO Y C, KONG X W. Type synthesis of parallel mechanisms with a constant Jacobian matrix [J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2018, 10(6): 1011 - 1021.
- [7] HERVE J M. The Lie group of rigid body displacements, a fundamental tool for mechanism design [J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(7): 719-730.
- [8] LI Q C, HUANG Z, HERVE J M. Type synthesis of 3R2T 5-DOF parallel mechanisms using the lie group of displacements
 [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, 20(2): 173 180.
- [9] MENG J, LIU G F, LI Z X. A geometric theory for analysis and synthesis of sub-6 DOF parallel manipulators [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(4): 625-649.
- [10] LI Q C, HERVE J M. 1T2R parallel mechanisms without parasitic motion [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(3): 401-410.
- [11] LI Q C, HERVE J M. Type synthesis of 3-DOF RPR-equivalent parallel mechanisms [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(3): 1333 - 1343.
- [12] GOGU G. Mobility of mechanisms: a critical review [J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(9): 1068-1097.
- [13] GOGU G. Structural synthesis of maximally regular T3R2-type parallel robots via theory of linear transformations and evolutionary morphology[J]. Robotica, 2009, 27(1): 79-101.
- [14] 杨廷力,刘安心,罗玉峰,等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京:科学出版社, 2012.
- [15] YANG T L, LIU A X, SHEN H P, et al. On the correctness and strictness of the POC equation for topological structure design of robot mechanisms [J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2013, 5(2): 1009-1018.
- [16] SHEN C W, HANG L B, YANG T L. Position and orientation characteristics of robot mechanisms based on geometric algebra [J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 108: 231 - 243.
- [17] 叶梅燕,石志新,罗玉峰,等.机器人机构方位特征集自动生成算法[J/OL].农业机械学报,2018,49(1):397-403.
 YE Meiyan, SHI Zhixin, LUO Yufeng, et al. Automatic generation algorithm of position and orientation characteristic set for robot mechanisms [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2018,49(1):397-403. http://

www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? file_no = 20180150&flag = 1. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298. 2018.01.050. (in Chinese)

- [18] YANG T L, LIU A X, SHEN H P, et al. Topology design of robot mechanisms [M]. Singapore: Springer Singapore Publication, 2018.
- [19] 叶梅燕,石志新,罗玉峰. 机器人末端运动特征几何化描述与分析方法[J/OL]. 农业机械学报, 2019, 50(3): 388-395.
 YE Meiyan, SHI Zhixin, LUO Yufeng. Automatic generation algorithm of position and orientation characteristic set for robot mechanisms [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(3): 388-395. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? file_no = 20190344&flag = 1. DOI: 10.6041/j.issn.1000-1298.2019.03. 044. (in Chinese)
- [20] 沈惠平,赵一楠,许正骁,等.低耦合度半对称三平移并联机构拓扑设计与运动学分析[J/OL].农业机械学报,2019,50(3):404-411.
 SHEN Huiping, ZHAO Yinan, XU Zhengxiao, et al. Topological design and kinematics analysis of novel asymmetric 3

translation parallel manipulator with low coupling degree [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(3):404 - 411. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? file_no = 20190346&flag = 1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.03.046. (in Chinese)

- [21] GAO F, YANG J L, GE Q J. Type synthesis of parallel mechanisms having the second class GF sets and two dimensional rotations [J]. Journal of Mechanism and Robotics, 2011, 3(1): 011003 - 011008.
- [22] YANG J L, GAO F, GE Q J, et al. Type synthesis of parallel mechanisms having the first class G(F) sets and onedimensional rotation [J]. Robotica, 2011, 29(6): 895 - 902.
- [23] HE J, GAO F, MENG X D, et al. Type synthesis for 4-DOF parallel press mechanism using GF set theory [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(4); 851-859.
- [24] MENG X, GAO F. Basic problems and criteria for synthesis of robotics [J]. Internal Journal of Mechanisms and Robotics System, 2013, 1(1): 35-48.

(上接第 396 页)

- [14] 陈浩,吴伟蔚,刘新田,等. 轮胎压实对机具牵引阻力的影响[J]. 农业机械学报,2010,41(2):52-57.
 CHEN Hao, WU Weiwei, LIU Xintian, et al. Effect of wheel traffic on working resistance of agriculture machinery in field operation[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(2): 52-57. (in Chinese)
- [15] 邓洪超,马文星,康一坡.基于多零件接触的重型汽车变速器壳体强度分析[J]. 机械设计与制造,2009(4):111-113.
 DENG Hongchao, MA Wenxing, KANG Yipo. Strength analysis of heavy automobile transmission case based on multi-part contact[J]. Machinery Design & Manufacture, 2009(4): 111-113. (in Chinese)
- [16] 郑俊,赵红旺,朵兴茂.应力应变测试方法综述[J]. 汽车科技,2009(1):5-8.
 ZHENG Jun, ZHAO Hongwang, DUO Xingmao. Summarization of stress and strain test method[J]. Auto Su-tech, 2009(1): 5-8. (in Chinese)
- [17] 姚艳春,杜岳峰,朱忠祥,等.基于模态的玉米收获机车架振动特性分析与优化[J].农业工程学报,2015,31(19): 46-53.

YAO Yanchun, DU Yuefeng, ZHU Zhongxiang, et al. Vibration characteristics analysis and optimization of corn combine harvester frame using modal analysis method[J]. Transactions of the CSAE, 2015, 31(19): 46-53. (in Chinese)

[18] 谢斌,温昌凯,杨子涵,等.基于实测载荷的蔬菜田间动力机械车架结构优化[J/OL].农业机械学报,2018,49(增 刊):463-469.

XIE Bin, WEN Changkai, YANG Zihan, et al. Structure optimization of frame for field vegetable power machinery based on measured load data[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018,49(Supp.): 463 - 469. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 2018s063&journal_id = jcsam. DOI:10. 6041/j.issn.1000-1298.2018.S0.063.(in Chinese)

- [19] YOONCHAN C S, HUNG J. On failure mechanisms in flip chip assembly. Part 1: short-time scale wave motion [J]. Journal of Electronic Packaging, 2008, 130(2): 021008 - 11.
- [20] 薛蕙,罗红.小波变换与傅里叶变换相结合的暂态谐波分析方法[J].中国农业大学学报,2007,12(6):89-92.
 XUE Hui, LUO Hong. Transient harmonics analysis algorithm using wavelet transform and Fourier transform[J]. Journal of China Agricultural University, 2007,12(6):89-92. (in Chinese)
- [21] 黄纯,姜亚群.谐波分析的加窗插值改进算法[J].中国电机工程学报,2005,25(15):26-39.
 HUANG Chun, JIANG Yaqun. Improved window and interpolation algorithm for analysis of power system harmonics [J].
 Proceedings of the CSEE, 2005, 25(15): 26-39. (in Chinese)
- [22] 徐灏.疲劳强度设计[M].北京:机械工业出版社,1981:43-46.
- [23] 石来德. 机械的有限寿命设计和试验[M]. 上海:同济大学出版社, 1990.