

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.11.045

基于距离误差的机器人参数辨识模型与冗余性分析

申景金¹ 郭家桢¹ MASOUD Kalantari²

(1. 南京邮电大学自动化学院, 南京 210023; 2. 国民油井华高公司高新技术部, 卡尔加里 T2P 3G3)

摘要: 为避免机器人运动学参数辨识过程中,测量坐标系与机器人基坐标系之间繁琐的坐标变换,首先利用关节旋量的空间几何特性,提出了基于伴随变换的距离误差模型。其次,针对距离误差模型中可辨识参数的冗余性,通过辨识雅可比矩阵的零空间分析,确定了可辨识参数的数目与误差测量方式之间的关系。确定了绕对应关节旋转的测量方式和相对初始位形的测量方式下可辨识参数的数目。最后,对 KUKA youBot 机器人的运动学参数辨识进行了实验研究,实验结果验证了距离误差模型的有效性和参数冗余性分析的正确性。

关键词: 机器人; 运动学辨识; 距离误差; 伴随变换; 冗余参数

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2018)11-0372-07

Parameter Calibration Model and Redundancy Analysis of Robot Based on Distance Error

SHEN Jingjin¹ GUO Jiazhen¹ MASOUD Kalantari²

(1. School of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China

2. Department of Advanced Technology, NOV Wellbore Technologies, Calgary T2P 3G3, Canada)

Abstract: In kinematic calibration of a serial manipulator, to avoid the complex process and determine the relation between measurement coordinates and robot base coordinates when using pose error, a distance-error model was proposed, which placed its base on the geometric property of joint screw and error compensation scheme of adjoint transform. Comparing with other distance-error models such as DH model and MDH model, the proposed model can guarantee the geometric constraints on the joint screw to be naturally satisfied. Furthermore, the physical meanings of the kinematic parameters involved in this model were explicit. As a result, it was relatively easy to evaluate the influence of each kinematic parameter on the distance errors. To enhance the robustness of the model, the kinematic parameters redundancy was studied by investigating the null space of the Jacobian matrix. It was found that the number of independent parameters was determined by the measurement method used to measure the distance errors. Specifically, let r be the number of revolute joints, then, the maximum number of the calibrated parameters was $4r - 2$, and the number became $2r$ and $3r - 1$ when measuring the errors by rotating the corresponding joint and taking the initial configuration as the reference, respectively. In order to verify the effectiveness of the proposed model and the correctness of the redundancy analysis, calibration experiments were performed on KUKA youBot with five degrees of freedom. It was found that the result about calibrated parameters obtained from the theoretic analysis was the same as that of experiment. Meanwhile, the mean distance error was decreased by 11.6 times after calibration than before calibration. Therefore, the kinematic accuracy of the robot can be greatly improved by the proposed distance-error model.

Key words: robot; kinematic calibration; distance error; adjoint transform; redundant parameter

0 引言

机器人运动学误差是指由零件加工误差、装配

误差等造成的机器人关节实际轴线方位和名义方位之间的差异。根据误差辨识方式的不同,机器人运动学参数辨识可分为开环辨识法、闭环辨识法和关

收稿日期: 2018-05-10 修回日期: 2018-06-15
基金项目: 国家自然科学基金项目(51505235)和江苏省自然科学基金青年项目(BK20150844)
作者简介: 申景金(1984—),男,讲师,博士,主要从事机器人运动学与传感技术研究,E-mail: jingjinshehn@gmail.com

节轴直接测定法^[1-4]。其中,开环辨识法基于误差模型,以多个位形下机器人末端位姿误差为目标函数,运用优化算法实现机器人参数辨识。在辨识过程中,若直接利用末端的绝对位置误差和角度误差,会涉及位姿误差在测量坐标系和机器人基坐标系之间的转换,降低了参数辨识的精度^[5]。为避免坐标系之间的变换,可采用具有坐标系不变性的距离误差。文献[6-9]分别把距离误差引入到 DH 模型、MDH 模型、DH/MDH 模型、加法型指数积模型,对机器人的运动学参数进行了辨识。为实现有效辨识,辨识参数须满足完备性、比例性和连续性原则^[10-11]。但是,对于距离误差辨识方法,辨识参数冗余性方面的研究还相对匮乏^[12-14]。

本文利用关节旋量的空间几何特性,建立机器人的伴随变换型距离误差模型,使得辨识后的关节旋量自动满足物理约束条件。在此基础上,基于辨识雅可比矩阵的零空间,分析不同距离误差测量方式下可辨识参数的冗余性。最后,通过实验对距离误差模型的有效性和参数冗余性分析的正确性进行验证。

1 伴随变换型误差模型

1.1 正运动学模型

对于 n 自由度串联机器人,令 $\hat{\xi}_i$ 和 θ_i 分别为转动关节 i 的运动旋量和转动角度,则有

$$\hat{\xi}_i = \begin{bmatrix} \hat{w}_i & v_i \\ O_{1 \times 3} & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中 $v_i = q_i w_i$
式中 $O_{1 \times 3}$ ——1 行 3 列零矩阵
 $\hat{w}_i$ ——关节轴线的单位方向矢量 w_i 的反对称矩阵
 v_i ——关节量矩
 q_i ——关节轴线上任一点坐标

对于转动关节, w_i 和 v_i 须满足物理约束条件

$$\begin{cases} \|w_i\| = 1 \\ w_i v_i = 0 \end{cases} \tag{2}$$

基于指数积形式机器人正运动学模型表示为

$$g_{st} = e^{\hat{\xi}_1 \theta_1} e^{\hat{\xi}_2 \theta_2} \cdots e^{\hat{\xi}_n \theta_n} g_{s0} \tag{3}$$

其中 $g_{s0} = \begin{bmatrix} R & p \\ O_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$ (4)

式中 R ——末端坐标系相对于基坐标的旋转矩阵
 θ_i ——转动关节 i 的转动角度
 p ——末端坐标系原点在基坐标系的坐标
 $g_{st} \setminus g_{s0}$ ——当前位形和初始位形下机器人末端相对于其基坐标系的位姿矩阵

1.2 关节旋量的误差补偿

关节运动旋量的名义值 ξ_i^n 与实际值 ξ_i^α 之间的补偿,存在加法和伴随变换两种方法,即

$$\xi_i^\alpha = \xi_i^n + \Delta \xi \tag{5}$$

$$\xi_i^\alpha = Ad_{e^{\hat{\eta}}} \xi_i^n \tag{6}$$

式中 $\Delta \xi$ ——关节运动旋量实际值和名义值差值
 $Ad_{e^{\hat{\eta}}}$ ——旋量 $\hat{\eta}$ 对应的伴随矩阵(图 1)

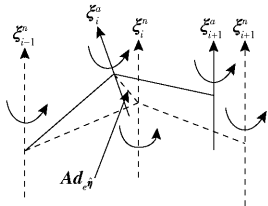


图 1 关节旋量的伴随变换误差补偿
Fig. 1 Error compensation of joint screw using adjoint transform

与加法方法相比,伴随变换方法通过刚体变换把 ξ_i^n 和 ξ_i^α 联系起来,不仅具有明确的物理意义,而且保证旋量 ξ_i^α 自动满足式(2)^[15]。此时,对关节旋量的补偿即为确定旋量 $\eta = [\omega_\eta^T \ v_\eta^T]^T$ 。

由旋量理论可知: $\eta \in se(3)$, $se(3)$ 为特殊欧氏群 $SE(3)$ 的李代数。由于 $se(3)$ 部分旋量元素构成的子空间 $N(\xi^n)$ 对伴随变换补偿无效,为剔除误差模型中的冗余参数,令 η 可取得有效子空间为 $\Sigma(\xi^n)$,则有

$$N(\xi^n) \oplus \Sigma(\xi^n) = se(3) \tag{7}$$

由刚体运动的物理意义可知,两类运动对关节旋量 ξ_i^n 无影响:①绕 ξ_i^n 轴线旋转。②沿 ξ_i^n 轴线平移。因此,无效子空间 $N(\xi^n)$ 可表达为

$$N(\xi^n) = \{ \xi^n \quad V_{\xi^n} \}_{SP} \tag{8}$$

其中 $V_{\xi^n} = [(w^n)^T \quad O_{1 \times 3}]^T$
式中,下标 SP 表示由给定元素张成的空间。如用 ϵ_i^n 和 χ_i^n 表示与 w_i^n 互相正交的单位基矢量,则由式(7)可得有效子空间 $\Sigma(\xi^n)$ 为

$$\Sigma(\xi^n) = \left\{ \begin{matrix} \epsilon_i^n & \chi_i^n & q^n \times \epsilon_i^n & q^n \times \chi_i^n \\ O_{3 \times 1} & O_{3 \times 1} & \epsilon_i^n & \chi_i^n \end{matrix} \right\}_{SP} \tag{9}$$

其中 $q^n = w_i^n \times v_i^n$
式中 q^n ——关节轴线上某一点的坐标
在物理意义上,张成 $\Sigma(\xi^n)$ 空间的 4 个基矢量为沿 ϵ_i^n 和 χ_i^n 方向的移动和绕 ϵ_i^n 和 χ_i^n 轴线的转动。把式(9)中的 4 个基矢量组成的矩阵记为 B ,则关节补偿旋量 η 可表示为

$$\eta = BK \tag{10}$$

其中 $K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]^T$
确定 K 中的 4 个系数即可实现对关节旋量的补偿。

1.3 线性误差模型

为得到线性误差模型,对式(3)线性化可得

((\delta \mathbf{g}_{st}) \mathbf{g}_{st}^{-1})^V =

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{A}d_{i-1} ((\delta e^{\hat{\xi}_i \theta_i}) e^{\hat{\xi}_i \theta_i})^V + \mathbf{A}d_n ((\delta \mathbf{g}_{st0}) \mathbf{g}_{st0}^{-1})^V \tag{11}$$

$$\mathbf{A}d_i = \prod_{j=1}^i \mathbf{A}d_{e^{\hat{\xi}_j \theta_j}} \tag{12}$$

$\mathbf{A}d_0 = \mathbf{I}_{6 \times 6}$

式(11)等号左侧右乘 $\mathbf{g}_{st}^{-1}$ 为微分几何中 pull-back 操作。在物理意义上,pull-back 操作表示式(11)的误差模型建立在机器人初始位形上。展开式(11)等号右侧的第一项,可得^[16]

$$((\delta e^{\hat{\xi}_i \theta_i}) e^{\hat{\xi}_i \theta_i})^V = ((\delta (e^{\hat{\eta}_i} e^{\hat{\xi}_i^0 \theta_i} e^{-\hat{\eta}_i})) (e^{\hat{\eta}_i} e^{\hat{\xi}_i^0 \theta_i} e^{-\hat{\eta}_i})^{-1})^V = (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{A}d_{e^{\hat{\eta}_i} e^{\hat{\xi}_i^0 \theta_i}})((\delta e^{\hat{\eta}_i}) e^{-\hat{\eta}_i})^V + \mathbf{A}d_{e^{\hat{\eta}_i}} \hat{\xi}_i^n \delta \theta_i = (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{A}d_{e^{\hat{\eta}_i} e^{\hat{\xi}_i^0 \theta_i}}) \left(\int_0^1 \mathbf{A}d_{e^{\hat{\eta}_i s}} ds \right) \delta \boldsymbol{\eta}_i + \mathbf{A}d_{e^{\hat{\eta}_i}} \hat{\xi}_i^n \delta \theta_i \tag{13}$$

其中

$$\int_0^1 \mathbf{A}d_{e^{\hat{\eta}_i s}} ds = \mathbf{I}_{6 \times 6} + \frac{4 - a_i s a_i - 4 c a_i}{2 a_i^2} \boldsymbol{\Omega}_i + \frac{4 a_i - 5 s a_i - a_i c a_i}{2 a_i^3} \boldsymbol{\Omega}_i^2 + \frac{2 - a_i s a_i - 2 c a_i}{2 a_i^4} \boldsymbol{\Omega}_i^3 + \frac{2 a_i - 3 s a_i + a_i c a_i}{2 a_i^5} \boldsymbol{\Omega}_i^4 \tag{14}$$

$$\boldsymbol{\eta}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{\boldsymbol{\eta}_i} \\ \mathbf{v}_{\boldsymbol{\eta}_i} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Omega}_i = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}_{\boldsymbol{\eta}_i} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \hat{\mathbf{v}}_{\boldsymbol{\eta}_i} & \hat{\mathbf{w}}_{\boldsymbol{\eta}_i} \end{bmatrix}$$

$s a_i = \sin a_i \quad c a_i = \cos a_i \quad a_i = \|\mathbf{w}_{\boldsymbol{\eta}_i}\|$

由于机器人的几何误差很小,所以在辨识过程中 $\boldsymbol{\eta}_i \approx \mathbf{O}$ 。此时,由式(14)可得 $\int_0^1 \mathbf{A}d_{e^{\hat{\eta}_i s}} ds \approx \mathbf{I}_{6 \times 6}$,同时 $\mathbf{A}d_{e^{\hat{\eta}_i}} \approx \mathbf{I}_{6 \times 6}$ 。代入式(13),则关节误差模型可简化为

$$((\delta e^{\hat{\xi}_i \theta_i}) e^{\hat{\xi}_i \theta_i})^V = (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{A}d_{e^{\hat{\eta}_i} e^{\hat{\xi}_i^0 \theta_i}}) \delta \boldsymbol{\eta}_i + \hat{\xi}_i^n \delta \theta_i \tag{15}$$

把式(15)代入式(11),同时对等号右侧的末端初始位姿项进行与关节旋量相同的分析,可得机器人线性误差模型

$$((\delta \mathbf{g}_{st}) \mathbf{g}_{st}^{-1})^V = \sum_{i=1}^n (\mathbf{A}d_{i-1} - \mathbf{A}d_i) \delta \boldsymbol{\eta}_i + \sum_{i=1}^n \mathbf{A}d_{i-1} \hat{\xi}_i \delta \theta_i + \mathbf{A}d_n \delta \boldsymbol{\eta}_{st} \tag{16}$$

其中

$$\delta \boldsymbol{\eta}_i = \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i \quad \delta \boldsymbol{\eta}_{st} = \mathbf{B}_{st} \mathbf{K}_{st}$$

由于关节转动角度误差 $\delta \theta_i$ 可用关节旋量误差表达,因此 $\delta \theta_i$ 和 $\delta \boldsymbol{\eta}_i$ 不能同时通过式(16)进行辨

识^[17]。后续的分析中,把 $\delta \theta_i$ 误差归结于 $\delta \boldsymbol{\eta}_i$ 的误差中。为方便表达,把式(16)写成

$$((\delta \mathbf{g}_{st}) \mathbf{g}_{st}^{-1})^V = [\mathbf{Q}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_n \quad \mathbf{Q}_{st}] \mathbf{B} \mathbf{K} \tag{17}$$

其中

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{A}d_{i-1} - \mathbf{A}d_i \quad \mathbf{Q}_{st} = \mathbf{A}d_n$$
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \cdots & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{B}_n & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{B}_{st} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{K}_n \\ \mathbf{K}_{st} \end{bmatrix}$$

机器人末端点位置的误差 $\mathbf{d}_q$ 可表达为

$$\mathbf{d}_q = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}^n][\mathbf{Q}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_n \quad \mathbf{Q}_{st}] \mathbf{B} \mathbf{K} \tag{18}$$

式中 $\hat{\mathbf{q}}^n$ ——末端点的名义坐标

2 距离误差模型和参数冗余性分析

2.1 距离误差模型

距离误差表示机器人运动过程中末端点的实际运动距离与名义距离之间的偏差。对任意两个位形,末端点的距离误差 δ_l 与其位置误差之间存在如下关系^[18]

$$\delta_l = \frac{(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T}{\|\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n\|} (d_{q_2} - d_{q_1}) \tag{19}$$

式中 $\mathbf{q}_1^n, \mathbf{q}_2^n$ ——在位形1和2下末端点名义坐标

把式(19)代入式(18), $d_{q_2} - d_{q_1}$ 可具体表达为

$$d_{q_2} - d_{q_1} = ([\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_2^n][\mathbf{Q}_1^{(2)} \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_n^{(2)} \quad \mathbf{Q}_{st}^{(2)}] - [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_1^n][\mathbf{Q}_1^{(1)} \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_n^{(1)} \quad \mathbf{Q}_{st}^{(1)}]) \mathbf{B} \mathbf{K} = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_2^n] \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{B} \mathbf{K} - [\mathbf{O}_{3 \times 3} \quad \hat{\mathbf{q}}_2^n - \hat{\mathbf{q}}_1^n][\mathbf{Q}_1^{(1)} \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_n^{(1)} \quad \mathbf{Q}_{st}^{(1)}] \mathbf{B} \mathbf{K}$$

其中

$$\tilde{\mathbf{Q}} = [\mathbf{Q}_1^{(2)} - \mathbf{Q}_1^{(1)} \quad \cdots \quad \mathbf{Q}_n^{(2)} - \mathbf{Q}_n^{(1)} \quad \mathbf{Q}_{st}^{(2)} - \mathbf{Q}_{st}^{(1)}] \tag{20}$$

由于 $(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T (\hat{\mathbf{q}}_2^n - \hat{\mathbf{q}}_1^n) = \mathbf{O}_{1 \times 3}$,所以 $d_{q_2} - d_{q_1}$ 中的最后一项对距离误差无影响,即

$$\delta_l = \frac{(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T}{\|\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n\|} [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_2^n] \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{B} \mathbf{K} \tag{21}$$

若 r 为机器人转动关节的个数,通过对雅可比矩阵奇异性的分析,文献[19]已确定位姿误差模型式(17)可辨识 $4r+6$ 个参数,位置误差模型式(18)可辨识 $4r+3$ 个参数。本文将确定采用距离误差时可辨识参数的数目。

2.2 可辨识参数冗余性分析

可辨识参数的冗余性是指辨识参数之间存在线性相关性,使得辨识雅可比矩阵奇异,降低参数辨

识的精度。为避免该问题,可通过参数的冗余性分析,在误差模型中预先剔除线性相关的参数。

(1) 初始位置参数 K_{st} 的可辨识性

由式(17)可得

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)} = \mathbf{A}d_{i-1}^{(2)} - \mathbf{A}d_i^{(2)} - \mathbf{A}d_{i-1}^{(1)} + \mathbf{A}d_i^{(1)} \\ \mathbf{Q}_{st}^{(2)} - \mathbf{Q}_{st}^{(1)} = \mathbf{A}d_n^{(2)} - \mathbf{A}d_n^{(1)} \end{cases} \quad (22)$$

显然

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)} =$$

$$\mathbf{A}d_n^{(1)} - \mathbf{A}d_n^{(2)} + \mathbf{A}d_0^{(2)} - \mathbf{A}d_0^{(1)} = -(\mathbf{Q}_{st}^{(2)} - \mathbf{Q}_{st}^{(1)})$$

此时,初始位置参数的雅可比矩阵为关节旋量雅可比矩阵的线性组合。因此,在距离误差模型中, K_{st} 不可与关节旋量同时辨识。

(2) 关节旋量参数 K_i 的可辨识性

为分析 K_i 可辨识性,考虑 3 种不同的距离误差测量方式。

①采用绕对应关节轴线旋转的末端距离误差测量方式,机器人运动到如下位形

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta}^{(1)} = [0 \quad \cdots \quad \theta_i^{(1)} \quad \cdots \quad 0]_{1 \times n} \\ \boldsymbol{\theta}^{(2)} = [0 \quad \cdots \quad \theta_i^{(2)} \quad \cdots \quad 0]_{1 \times n} \\ \theta_i^{(1)} \neq \theta_i^{(2)} \neq 0 \end{cases} \quad (23)$$

此时,式(21)中雅可比矩阵的元素为

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)} = \mathbf{A}d_i^{(1)} - \mathbf{A}d_i^{(2)} \\ \mathbf{Q}_m^{(2)} - \mathbf{Q}_m^{(1)} = \mathbf{O}_{6 \times 6} \quad (m \neq i) \end{cases} \quad (24)$$

显然,通过对 $(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_2^n] (\mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)})$ 零空间的分析,可确定参数 K_i 的可辨识性。由于 $(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_2^n] (\mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)})$ 为 1×6 维的非零向量,因此其零空间的维数为 5。

根据 1.2 节所述,无效子空间 $N(\boldsymbol{\xi}^n)$ 的基向量可作为待求零空间的两个基向量。为确定其余 3 个基向量,考虑式(10)中 B 的张成基,可以看到零空间的基矢量 $\boldsymbol{\zeta}$ 为

$$\boldsymbol{\zeta} = [\mathbf{u}_1^T \quad \mathbf{u}_2^T]^T$$

其中 $\mathbf{u}_1 \perp \mathbf{w}_i^n$ 和 $\mathbf{u}_2 \perp \mathbf{w}_i^n$ 需至少满足一个。此时,展开 $(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_2^n] (\mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)}) \boldsymbol{\zeta}$ 可得

$$\begin{aligned} & (\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T (\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) \mathbf{u}_1 = \\ & (\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T [\hat{\mathbf{p}}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)} - \hat{\mathbf{p}}^{(2)} \mathbf{R}^{(2)} + \hat{\mathbf{q}}_2^n (\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{P}^{(2)})] \mathbf{u}_2 = \\ & (\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T [(\hat{\mathbf{q}}_2^n - \hat{\mathbf{q}}_1^n) (\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) + \\ & (\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) \hat{\mathbf{q}}_2^n] \mathbf{u}_2 \end{aligned} \quad (25)$$

式中 $\hat{\mathbf{q}}_n$ ——关节轴线上的任一点坐标

$\hat{\mathbf{p}}$ ——伴随变换矩阵的相关项

为简化后续的分析过程,后续中的 $\hat{\mathbf{q}}_n$ 选择为关

节轴线与末端点运动平面的交点,从而 $(\hat{\mathbf{q}}_2^n - \hat{\mathbf{q}}_1^n) \perp \mathbf{w}_i^n$ 。根据

$$\begin{aligned} & (\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) \mathbf{x} = 2 \sin((\theta_i^{(1)} - \theta_i^{(2)})/2) \cdot \\ & \mathbf{e}^{\hat{\mathbf{w}}_i^n (\theta_i^{(1)} + \theta_i^{(2)})/2} (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{w}_i^n (\mathbf{w}_i^n)^T) \mathbf{x} \end{aligned} \quad (26)$$

由于 $(\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{w}_i^n (\mathbf{w}_i^n)^T)$ 为向 $\mathbf{w}_i^n$ 正交平面的投影算子,因此对任意非零向量 $\mathbf{x}$, $(\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) \mathbf{x}$ 都是与 $\mathbf{w}_i^n$ 正交的,则有

$$(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T (\hat{\mathbf{q}}_2^n - \hat{\mathbf{q}}_1^n) (\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) \mathbf{u}_2 = 0$$

式(25)可简化为

$$\begin{aligned} & (\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T (\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) \mathbf{u}_1 = \\ & (\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T (\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) \hat{\mathbf{q}}_2^n \mathbf{u}_2 \end{aligned} \quad (27)$$

显然地,零空间的两个基向量可选择为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}_1 &= [(\hat{\mathbf{q}}_2^n \boldsymbol{\chi}_i^n)^T \quad (\boldsymbol{\chi}_i^n)^T]^T \\ \boldsymbol{\lambda}_2 &= [(\hat{\mathbf{q}}_2^n \boldsymbol{\varepsilon}_i^n)^T \quad (\boldsymbol{\varepsilon}_i^n)^T]^T \end{aligned}$$

因此,该种测量方式下,绕 $\boldsymbol{\chi}_i^n$ 方向或 $\boldsymbol{\varepsilon}_i^n$ 方向的转动对距离误差没有影响。

为确定 $(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_2^n] (\mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)})$ 零空间的第 5 个基向量,取 $\mathbf{u}_2 = \mathbf{O}_{3 \times 1}$,则式(25)可写为

$$(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T (\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) \mathbf{u}_1 = 0 \quad (28)$$

考虑到 $(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)$ 和 $(\mathbf{R}^{(1)} - \mathbf{R}^{(2)}) \mathbf{u}_1$ 都是与 $\mathbf{w}_i^n$ 正交的,可得到 $\mathbf{u}_1 = \boldsymbol{\zeta}$,且

$$\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{e}^{\hat{\mathbf{w}}_i^n (\pi - \theta_i^{(1)} - \theta_i^{(2)})/2} [\mathbf{I}_{6 \times 6} \quad -\mathbf{w}_i^n (\mathbf{w}_i^n)^T] \hat{\mathbf{w}}_i^n (\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)$$

由于向量 $\{[\boldsymbol{\zeta}^T \quad \mathbf{O}_{1 \times 3}]^T\}$ 、 $\{\boldsymbol{\xi}_i^n \quad \mathbf{V}_{\xi^n}\}$ 和 $\{\boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\lambda}_2\}$ 之间是相互独立的,因此它们构成了待求零空间的 5 个基向量。

按式(23)所示的方式对机器人末端点距离误差进行两次以上测量,由于 $\{[\boldsymbol{\zeta}^T \quad \mathbf{O}_{1 \times 3}]^T\}$ 是随 $\theta_i^{(1)}$ 和 $\theta_i^{(2)}$ 变化的,因此如用这些测量数据进行参数辨识,则构成的雅可比矩阵的零空间为 $\{\boldsymbol{\lambda}_1 \quad \boldsymbol{\lambda}_2 \quad \boldsymbol{\xi}_i^n \quad \mathbf{V}_{\xi^n}\}_{\text{sp}}$,即每个关节只有沿 $\boldsymbol{\chi}_i^n$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_i^n$ 移动的两个参数是可辨识的。由于关节 1 只存在这一种测量方式,所以只可辨识 2 个参数。该种测量方法广泛用于圆点分析法(Circle point analysis, CPA)对机器人关节轴线的标定,可辨识参数的数目为 $2r$ 。

②为辨识与 $\boldsymbol{\lambda}_1$ 和 $\boldsymbol{\lambda}_2$ 相关的参数,对 $i \geq 2$ 关节,考虑第 2 种测量方式,即相对于初始位形测量距离误差

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta}^{(1)} = \mathbf{O} \\ \boldsymbol{\theta}^{(2)} = [0 \quad \cdots \quad \theta_{i-1}^{(2)} \quad \theta_i^{(2)} \quad \cdots \quad 0]_{1 \times n} \\ \theta_{i-1}^{(2)} \neq \theta_i^{(2)} \neq 0 \end{cases} \quad (29)$$

式(21)中的雅可比矩阵有

$$\mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)} = \mathbf{A}d_{i-1}^{(2)} - \mathbf{A}d_i^{(2)} \quad (30)$$

为分析 $\{\lambda_1, \lambda_2\}$ 是否位于该种测量的零空间,首先对 λ_1 进行分析。

$$(\mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)})\lambda_1 =$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}d_{e\hat{\varepsilon}_{i-1}^{n-1}\theta_{i-1}}(\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{A}d_{e\hat{\varepsilon}_i^n\theta_i})[(\hat{\mathbf{q}}^n\chi_i^n)^T \quad (\chi_i^n)^T]^T = \\ & \mathbf{A}d_{e\hat{\varepsilon}_{i-1}^{n-1}\theta_{i-1}}[(\hat{\mathbf{q}}^n\hat{\chi}_i^n)^T \quad (\hat{\chi}_i^n)^T]^T = \\ & [(\hat{\mathbf{q}}^n\mathbf{R}_i\hat{\chi}_i^n)^T \quad (\mathbf{R}_i\hat{\chi}_i^n)^T]^T \end{aligned} \quad (31)$$

式中 $\hat{\mathbf{q}}^n$ ——末端测量点绕 i 关节的旋转面与 i 关节轴线的交点

式(31)的推导考虑了两个共面转动旋量之和 $\hat{\chi}_i^n$ 与它们共面,并经过了两旋量的交点^[20],可得 $\hat{\chi}_i^n = (\hat{\chi}_i^n - \mathbf{R}_i\hat{\chi}_i^n) \perp \mathbf{w}_i^n$ 。把式(31)代入式(21)有

$$\begin{aligned} & \frac{(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T}{\|\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n\|} [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_2^n] [(\hat{\mathbf{q}}^n\mathbf{R}_i\chi_i^n)^T \quad (\mathbf{R}_i\chi_i^n)^T]^T = \\ & \frac{(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T}{\|\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n\|} (\hat{\mathbf{q}}^n - \hat{\mathbf{q}}_2^n) \mathbf{R}_i \hat{\chi}_i^n = \\ & \frac{(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T}{\|\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n\|} \rho \|\hat{\chi}_i^n\| \mathbf{R}_i \mathbf{w}_i^n \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $\rho = \|\hat{\mathbf{q}}^n - \mathbf{q}_2^n\|$

式中 ρ —— $\mathbf{q}_2^n$ 到第 i 关节轴线的距离

由于第 $i-1$ 关节旋转了 $\theta_{i-1}^{(2)}$,使得 $(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)$ 与 $\mathbf{R}_i\mathbf{w}_i$ 不正交,所以式(32)的值不为零, λ_1 不为所求零空间的元素。同理,可推出 λ_2 同样不为零空间的元素。但是, λ_1 和 λ_2 的线性组合可能使得式(32)为零。由于 $\hat{\varepsilon}_i^n = \mathbf{R}_i(\pi/2)\chi_i^n$,可得 $\hat{\varepsilon}_i^n = \mathbf{R}_i(\pi/2)\hat{\chi}_i^n$,所以 $\|\hat{\varepsilon}_i^n\| = \|\hat{\chi}_i^n\|$ 。根据式(32),可看出除 $N(\xi^n)$ 的基向量外,存在的另一个基向量 κ 为

$$\kappa = [(\hat{\mathbf{q}}^n\chi_i^n)^T \quad (\chi_i^n)^T]^T - [(\hat{\mathbf{q}}^n\hat{\varepsilon}_i^n)^T \quad (\hat{\varepsilon}_i^n)^T]^T \quad (33)$$

由于 κ 是不随 $\theta_{i-1}^{(2)}$ 或 $\theta_i^{(2)}$ 变化的,因此与 κ 相对应的参数是不可辨识的,即绕 χ_i^n 或 $\hat{\varepsilon}_i^n$ 的转动只能选择一个。与第1种测量方式相比,不难得出如只采用该种测量方式,可辨识参数的数目为 $3r-1$ 。

③为辨识与 κ 相关的参数,考虑第3种测量方式,即

$$\begin{cases} \theta^{(1)} = [0 \quad \cdots \quad \theta_{i-1}^{(1)} \quad \theta_i \quad \cdots \quad 0]_{1 \times n} \\ \theta^{(2)} = [0 \quad \cdots \quad \theta_{i-1}^{(2)} \quad \theta_i \quad \cdots \quad 0]_{1 \times n} \\ \theta_{i-1}^{(1)} \neq \theta_{i-1}^{(2)} \neq 0, \theta_i \neq 0 \end{cases} \quad (34)$$

该测量方式下, $(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)$ 与 $\mathbf{w}_{i-1}^n$ 正交。采用第2种测量方式中相同的方法,可推导出

$$\begin{aligned} & \frac{(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T}{\|\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n\|} [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad -\hat{\mathbf{q}}_2^n] (\mathbf{Q}_i^{(2)} - \mathbf{Q}_i^{(1)}) \kappa = \\ & \frac{(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)^T}{\|\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n\|} \rho \|\hat{\mathbf{w}}_\kappa\| (\mathbf{R}_{i-1}^{(2)} - \mathbf{R}_{i-1}^{(1)}) \mathbf{w}_i^n \end{aligned} \quad (35)$$

根据式(25)可知, $(\mathbf{R}_{i-1}^{(2)} - \mathbf{R}_{i-1}^{(1)})\mathbf{w}_i^n$ 总是与 $\mathbf{w}_i^n$ 正交,因此 $(\mathbf{R}_{i-1}^{(2)} - \mathbf{R}_{i-1}^{(1)})\mathbf{w}_i^n$ 和 $(\mathbf{q}_2^n - \mathbf{q}_1^n)$ 位于 $\mathbf{w}_i^n$ 的正交平面内。总可以找到 $\theta_{i-1}^{(1)}$ 和 $\theta_{i-1}^{(2)}$ 使得式(35)不为零,此时与 k 相关的参数即可被辨识。综上所述,距离误差模型的可辨识参数数目为 $4r-2$ 。上述分析过程给出了通过 $4r-2$ 次测量来辨识 $4r-2$ 个参数的一种策略:所有关节以第1种测量方式进行两次测量,除关节1外的其余关节再分别以第2种和第3种测量方式进行一次测量。

3 实验验证

为验证所建立的距离误差模型的有效性和辨识参数冗余性分析的正确性,利用三维扫描仪和5自由度 KUKA youBot 机器人搭建实验平台(图2)。通过点云处理和数据分析后,扫描仪的对齐误差精度小于0.02 mm,远高于 KUKA youBot 运动精度,满足机器人标定的要求。另外,通过误差统计分析,确定了忽略高阶误差项的线性模型可实现对 KUKA youBot 机器人运动学参数的有效辨识^[21]。

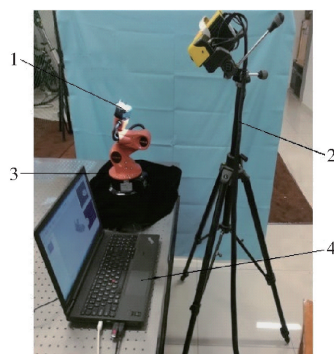


图2 机器人标定实验平台

Fig. 2 Experiment platform of robot calibration

1. KUKA youBot 机器人
2. 天远三维扫描仪
3. 控制器
4. 计算机点云处理及配套软件

为验证辨识参数冗余性分析的正确性,分别采用第1种测量方式和第2种测量方式生成20个机器人运动位形。在第1种测量方式的每次测量过程中,只有一个驱动关节,其余关节为锁定状态。在随机生成驱动关节对应于参考位形和驱动位形的角度后,通过测量机器人末端从参考位形运动到驱动位形的相对位移,来完成一次测量。从基关节开始,全部关节依次被设定为驱动关节。对每一个驱动关节,分别测量4组不同位形下的机器人末端运动位移。在第2种测量方式的每次测量过程中,两个相

邻的关节为驱动关节,其余关节为锁定状态。与第 1 种测量方式的参考位形可变不同,第 2 种测量方式的参考位形保持为机器人的初始位形。对 4 组不同的驱动关节,分别测量 5 组不同位形下的末端位移。将测量数据和不同位形的关节角代入式(21),即可确定机器人的距离误差模型。通过对误差模型中雅可比矩阵的特征值分析,发现在 2 种测量方式下,雅可比矩阵的秩分别为 10 和 14,这与冗余性分析结果相一致。

在实际辨识时,为得到较好的辨识效果,一般随机产生大量的机器人运动位形,从中选择所构成的雅可比矩阵中特征值较大的行所对应的位形,作为辨识位形。本文实验过程中,在随机生成的 100 个不同运动位形中,选择了 32 个特征值较大的位形用于机器人的运动学参数辨识。此时,把实验数据代入式(19),通过辨识雅可比矩阵的奇异值分解,发现可辨识参数的个数为 18,验证了距离误差模型所

辨识参数最多为 $4r - 2$ 。

基于距离误差模型和实验数据,采用最小二乘法对机器人运动学参数进行迭代求解。图 3 给出了测量位形上距离误差最大值、平均值和迭代步数之间的关系。经过 3 次迭代之后,机器人参数收敛到稳定值(表 1)。图 4 给出了 3 次迭代过程中,32 个测量位形上的距离误差的变化曲线。所测量位形的距离误差最大值由 6.226 mm 降低到 0.718 8 mm,精度提高了 8.7 倍,距离误差平均值从 2.978 mm 降低到 0.257 6 mm,精度提高了 11.6 倍。

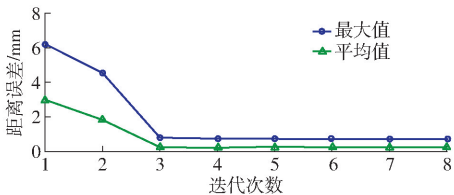


图 3 距离误差与迭代次数之间的关系

Fig. 3 Relationship between distance errors and iterations

表 1 关节旋量的名义值 ξ^n 和辨识值 ξ^a

Tab. 1 Nominal value ξ^n and identified value ξ^a of joint screws

ξ_1^n	ξ_2^n	ξ_3^n	ξ_4^n	ξ_5^n	ξ_1^a	ξ_2^a	ξ_3^a	ξ_4^a	ξ_5^a
0	-161	-316	-451	0	-0.807	-155.400	-309.840	-446.370	0
167	0	0	0	198	170.290	-15.705	1.050	3.910	197.960 0
0	200	200	200	0	-2.448	200.060	201.300	198.090	-0.093 0
0	0	0	0	0	0.004	0.138	0.134	0.141	0
0	1	1	1	0	-0.014	0.989	0.990	0.989	-0.000 4
-1	0	0	0	-1	-0.999	0.029	0.029	0.029	-1

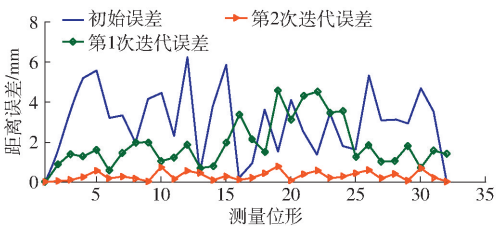


图 4 不同位形上的距离误差变化

Fig. 4 Variations of distance errors with respect to different configurations

4 结论

(1)为实现机器人运动学参数辨识,建立了基

于关节旋量伴随变换的距离误差模型,提出了一种误差测量策略,并通过实验验证了该模型的有效性。

(2)确定了距离误差模型的可辨识测量方式之间的关系,可辨识参数的最大数目为 $4r - 2$;绕对应关节转动的测量方式为 $2r$;相对于初始位形的参数与误差测量方式为 $3r - 1$ 。

(3)所采用的辨识雅可比矩阵零空间分析方法,可为其他误差模型中参数相关性分析提供参考。

参 考 文 献

1 ZENG Y, TIAN W, LI D, et al. An error-similarity-based robot positional accuracy improvement method for a robotic drilling and riveting system[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 88(9 - 12): 2745 - 2755.

2 CHEN G, LI T, CHU M, et al. Review on kinematics calibration technology of serial robots[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2014, 15(8): 1759 - 1774.

3 GAO G, SUN G, NA J, et al. Structural parameter identification for 6 DOF industrial robots[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 113: 145 - 155.

4 MARWAN A, SIMIC M, IMAD F. Calibration method for articulated industrial robots[J]. Procedia Computer Science, 2017, 112: 1601 - 1610.

- 5 CHEN G, WANG H, LIN Z. Determination of the identifiable parameters in robot calibration based on the POE formula[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2014, 30(5): 1066 – 1077.
- 6 任永杰, 郝继贵, 杨学友, 等. 基于距离精度的测量机器人标定模型及算法[J]. 计量学报, 2008, 29(3): 198 – 202.
REN Yongjie, ZHU Jigui, YANG Xueyou, et al. Measurement robot calibration model and algorithm based on distance accuracy [J]. Acta Metrologica Sinica, 2008, 29(3): 198 – 202. (in Chinese)
- 7 齐飞, 平雪良, 刘洁, 等. 考虑关节柔性误差的机器人参数辨识方法研究[J]. 机械科学与技术, 2017, 36(4): 512 – 518.
QI Fei, PING Xueliang, LIU Jie, et al. A robot's parameter identification method with joint flexible errors taken into account[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2017, 36(4): 512 – 518. (in Chinese)
- 8 WANG Z, XU H, CHEN G, et al. A distance error based industrial robot kinematic calibration method[J]. Industrial Robot, 2014, 41(5): 439 – 446.
- 9 HU S, ZHANG M, ZHOU C, et al. A novel self-calibration method with POE-based model and distance error measurement for serial manipulators[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2017, 31(10): 4911 – 4923.
- 10 MESSAY T, ORDONEZ R, MARCIL E. Computationally efficient and robust kinematic calibration methodologies and their application to industrial robots[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2016, 37: 33 – 48.
- 11 JUDD P R, KNASINSKI A B. A technique to calibrate industrial robots with experimental verification[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(1): 20 – 30.
- 12 ZHANG T, DU L, DAI X. Test of robot distance error and compensation of kinematic full parameters [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2014, 6: 810684.
- 13 张铁, 戴孝亮. 基于距离误差的机器人运动学标定[J]. 华南理工大学学报, 2011, 39(11): 98 – 103.
ZHANG Tie, DAI Xiaoliang. Kinematic calibration of robot based on distance error[J]. Journal of South China University of Technology, 2011, 39(11): 98 – 103. (in Chinese)
- 14 JOUBAIR A, BONEV I. Kinematic calibration of a six-axis serial robot using distance and sphere constraints[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 77(1): 515 – 523.
- 15 LI C, WU Y, LOWE H, et al. Poe-based Robot kinematic calibration using axis configuration space and the adjoint error model [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2016, 32(5): 1264 – 1279.
- 16 YANG X, WU L, LI J, et al. A minimal kinematic model for serial robot calibration using poe formula[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2014, 30: 326 – 334.
- 17 WU Y, LI C, LI J. Comparative study of robot kinematic calibration algorithms using a unified geometric framework[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2014: 1393 – 1398.
- 18 高文斌, 王洪光, 姜勇, 等. 基于距离误差的机器人运动学参数标定方法[J]. 机器人, 2013, 35(5): 600 – 606.
GAO Wenbin, WANG Hongguang, JIANG Yong, et al. Kinematic calibration method of robots based on distance error[J]. Robot, 2013, 35(5): 600 – 606. (in Chinese)
- 19 SCHROER K, ALBRIGHT S L, GRETHLEIN M. Complete, minimal and model-continuous kinematic models for robot calibration[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 1997, 13(1): 73 – 85.
- 20 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- 21 WANG S, SHEN J, XU F, et al. Kinematic accuracy analysis of robot based on local POE[C]//The 29th Chinese Control and Decision Conference, 2017.