doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.03.052

大型重载并联稳定接货平台动力学建模

李二伟^{1,2} 赵铁石^{1,2} 王 唱^{1,2} 边 辉^{1,2} 胡强强^{1,2} 冀文杰^{1,2} (1.燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室,秦皇岛 066004;

2. 燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室,秦皇岛 066004)

摘要:大型重载并联稳定接货平台对于海上集装箱货物的安全转运发挥着重要的作用。根据需求设计了一个具有 3个变形剪叉分支的并联稳定接货平台,该变形剪叉分支具有行程放大的功能,其由1个含子闭环的运动链

URRRUU 和2 个 SPS 驱动单元构成,当分支中的 2 个驱动单元同步驱动时,变形剪叉分支与 RPS 运动链等效。在 非惯性系下,首先基于矢量法分析了并联稳定接货机构上平台的伴随位移、速度和加速度,相应求得该机构的位置 解;然后基于螺旋理论建立了该机构的运动学和动力学解析模型;最后通过数值算例验证了所建运动学和动力学 模型的正确性,为此机构的后续结构优化和控制奠定了理论基础。

关键词:并联稳定平台;大型重载;动力学;螺旋理论

中图分类号: U664.4*3; TH113 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2018)03-0411-07

Dynamics of Large-scale Heavy-burden Parallel Stabilizing Cargo-receiving Platform

LI Erwei^{1,2} ZHAO Tieshi^{1,2} WANG Chang^{1,2} BIAN Hui^{1,2} HU Qiangqiang^{1,2} JI Wenjie^{1,2} (1. Hebei Provincial Key Laboratory of Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China 2. Key Laboratory of Advanced Forging and Stamping Technology and Science, Ministry of Education, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Large-scale heavy-burden parallel stabilizing cargo-receiving platform (PSCRP) plays an important role in the safe transporting of container cargo on the sea. According to the engineering needs, a PSCRP with three morph scissors mechanism (MSM) limbs was innovatively designed. The MSM limb,

with the function of displacement amplification, contained a subclosed loop kinematic chain URRRUU (U denoted universal joint and R denoted revolute joint) and two SPS (S denoted spherical joint and P denoted prismatic pair) drive units. The MSM limb was equivalent with RPS kinematic chain when the two SPS drive units of the MSM limb were synchronously driven. In the non-inertial system, the parasitic displacement, velocity and acceleration of the upper-platform of the PSCRP were firstly analyzed based on vector method, and the position solution of the PSCRP mechanism was correspondingly obtained. Then the kinematics and dynamics analytic modellings of the PSCRP mechanism were established based on screw theory. Finally, the correctness of the models was verified by numerical example. A theoretical foundation was laid for the follow-up structural optimization and control of the PSCRP mechanism. **Key words**; parallel stabilizing platform; large-scale heavy-burden; dynamics; screw theory

0 引言

受海风、浪、涌等的影响,在系泊或动态定位系 统作用下的补给船仍会产生横摇、纵摇和垂荡三自 由度的复合运动,在高海况下,这些运动会严重影响 海上平台(如风电塔、钻井平台)的货物补给和转 运,如不采取措施甚至会造成甲板损坏、人员误伤和 财产损失。荷兰 Barge Master 公司设计了一种用于

收稿日期: 2017-12-16 修回日期: 2018-01-15

基金项目:国家自然科学基金项目(51375420)和河北省自然科学基金项目(E2015203144)

作者简介:李二伟(1987一),男,博士生,主要从事海上并联稳定装备研究,E-mail: erweili@ stumail.ysu.edu.cn

通信作者:赵铁石(1963-),男,教授,博士生导师,主要从事并联装备和机电一体化研究,E-mail: tszhao@ysu.edu.cn

海上接货的稳定平台^[1]并已商用,其机构形式为 3SS-3SPS两转一移并联机构,可以补偿船舶的横 摇、纵摇和垂荡运动。

并联机构具有刚度大、承载能力大、累积误差小的优点,在很多领域都有应用。具有两转一移的少自由度并联机构3-RPS得到众多学者的研究^[2-10]。并联机构动力学的建模方法常用的有牛顿-欧拉法^[11]、拉格朗日法^[12]、凯恩法^[13]和影响系数法^[14]。落海伟等^[15]运用子结构综合和模态缩聚技术,提出了全3-RPS全柔性并联机构的弹性动力学建模方法;LEE等^[16]采用拉格朗日方法分析了3-RPS机构的动力学特性;ZHANG等^[17]运用螺旋 理论分析了3-RPS机构的动力学;LI等^[18]在考虑 基于3-RPS机构的A3主轴头重力的情况下,建立了从操作空间外力到关节空间关节反力的全雅可比矩阵。

本文设计一个可以补偿船舶横摇、纵摇和垂荡 的具有3个变形剪叉分支的两转一移并联稳定接货 平台。基于矢量法分析上平台的伴随位移、速度和 加速度,相应求得其位置解,然后基于螺旋理论建立 该机构的运动学、动力学解析模型,最后通过数值算 例进行仿真验证。

1 并联稳定接货平台构型分析

具有 3 个变形剪叉分支的并联稳定接货平台, 其机构形式为 3 -(URRRUU + 2 - SPS),如图 1 所 示。变形剪叉分支具有行程放大功能,可以通过较 小的驱动行程实现较大的输出位移,从而有效减少 驱动单元的总体长度。



Fig. 1 Parallel stabilizing cargo-receiving platform

1.1 分支的机构描述和等效

变形剪叉分支由一个闭环运动链 U₁R₁₂R₂₂·R₁₂·U₁·U₂和2个SPS驱动单元组成,如图2

所示。闭环运动链由5个杆件铰接而成:杆1、2、1′、 2′和下平台,其中杆1和1′、杆2和2′长度分别相



等;杆1分别与下平台和杆2通过万向副U₁和转动 副 R₁₂铰接;杆2与杆2'和上平台通过转动副 R_{22'}和 球副S铰接,转动副和球副中心重合且转动副与球 副第1个轴重合;杆1'分别与下平台和杆2'通过万 向副U_{1'}和转动副 R_{12'}铰接;U₁和 U_{1'}两者的第1个 轴线重合,U₁和 U_{1'}两者的第2个轴线、R₁₂、R_{12'}及 R_{22'}的轴线相互平行。杆1、2和杆1'、2'相对中心面 对称布置,两个 SPS 驱动单元也相互对称铰接于下 平台与杆1、杆1'之间,同步驱动杆1和1'。

建立随体坐标系 $\{A_i\}$, A_i 位于对称中心点, X 轴 与 U₁副的第 2 个轴线平行, Y 轴沿 U₁副和 U₁, 副中 心的连线, Z 轴根据右手法则确定。分支中杆 1 和 1'、杆 2 和 2'、两个驱动单元采用相同结构, 且都关 于 XAY 面对称布置。设 U₁、U₁、R₁₂、R₁₂, 和 R₂₂, 各运 动副中心点的坐标分别为(0, $-b_1$, 0), (0, $b_{1'}$, 0), (0, b_2 , c_2), (0, $-b_{2'}$, $-c_{2'}$)和(0, b_3 , c_3)。根据运动 的约束螺旋法, 当 2 个 SPS 驱动单元同步运动时, 即 $b_1 = b_{1'}$, $b_2 = b_{2'}$, $c_2 = c_{2'}$, $b_3 = 0$, 变形剪叉分支的运动 螺旋系为(由于 SPS 驱动单元为 6 自由度分支, 不 影响分支的运动等效分析, 这里忽略其运动螺旋)

$$\begin{cases} \boldsymbol{\$}_{i1} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ b_{1})^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\$}_{i2} = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\$}_{i3} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ c_{2} \ -b_{2})^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\$}_{i4} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ c_{3} \ 0)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\$}_{i5} = (0 \ 1 \ 0; -c_{3} \ 0 \ 0)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\$}_{i6} = (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\$}_{i6} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ c_{2} \ b_{2})^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\$}_{i8} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ -b_{1})^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\$}_{i8} = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0)^{\mathrm{T}} \end{cases}$$

经过线性组合,可得式(1)运动等效螺旋系为

$$\boldsymbol{\$}_{i1}^{e} = (0\ 1\ 0; 0\ 0\ 0)^{T}$$
$$\boldsymbol{\$}_{i2}^{e} = (0\ 0\ 0; 0\ 0; 0\ c_{3})^{T}$$
$$\boldsymbol{\$}_{i3}^{e} = (1\ 0\ 0; 0\ c_{3}\ 0)^{T}$$
$$\boldsymbol{\$}_{i4}^{e} = (0\ 1\ 0; -c_{3}\ 0\ 0)^{T}$$
$$\boldsymbol{\$}_{i5}^{e} = (0\ 0\ 1; 0\ 0\ 0)^{T}$$

所以当两驱动单元同步时,变形剪叉分支和 RPS分支运动等效。

1.2 稳定接货平台的机构描述

为便于分析,首先把变形剪叉分支等效为 RPS 分支,则整个机构可以等效为 3 – RPS 并联机构,如 图 3 所示,建立下述右手坐标系:地球坐标系 $\{e\}$ 、 船舶(惯性测量模块)坐标系 $\{s\}$ 、下平台坐标系 $\{o\}$ 、上平台坐标系 $\{p\}$ 。初始时 $\{s\}$ 系与 $\{e\}$ 系重 $\{o\}$ 、上平台坐标系 $\{p\}$ 。初始时 $\{s\}$ 系与 $\{e\}$ 系重 $\{o\}$ 、上平台坐标系 $\{p\}$ 。初始时 $\{s\}$ 系与 $\{e\}$ 系重 $\{o\}$ 、 $\{o\}$ 系和 $\{s\}$ 系的 x, y 坐标轴相互平行, z轴相互重合。 $\{p\}$ 系坐标原点 p 位于上平台铰链点 $B_i(i=1,2,3)$ 围成圆的圆心,且圆的半径为 r_b, x_p 轴 过 B_1 铰链点, y_p 轴平行于 B_2 、 B_3 铰链点的连线。 $\{o\}$ 系坐标原点 o 位于下平台等效铰链点 $A_i(i=1,2,3)$ 围成圆的圆心,且圆的半径为 r_a, x_a 轴过 A_1 等效铰链 点, y_a 轴平行于 A_2 、 A_3 等效铰链点的连线。另外 oA_2 、 oA_3 与 x_a 轴的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 。



Fig. 3 Equivalent mechanism of PSCRP

首先求出等效 3 - RPS 各分支驱动副的位置 解、速度和加速度,然后再分别求出各变形剪叉机构 中 SPS 驱动副的相应解,则 2 个驱动副行程的比值 即为变形剪叉机构的行程放大倍数。

2 并联稳定接货平台的运动学分析

2.1 等效 3-RPS 并联机构的运动学分析

假设惯性测量模块测得其安装位置处的运动分 别为:绕 x_e 轴横摇的欧拉角度、角速度和角加速度 分别为 α、α 和 α,绕 y_e 轴纵摇的欧拉角度、角速度 和角加速度分别为 β 、 β , β , β , β , β , β , α z_e 轴垂荡的位移、线速 度和线加速度分别为 h、h 和 h。由于3-RPS 并联机 构固有的特性:上平台会产生绕 z_o 轴的伴随转动和 沿 x_o 、 y_o 轴的伴随移动;另外惯性测量模块的测量 轴线和 3 - RPS 上平台的转动轴线一般不重合,上 平台也会产生伴随移动;因此,稳定状态时,上平台 相对地球系不是绝对的静止,而是会在与 $x_e e y_e$ 面平 行且相距 z_0 的平面内产生伴随的平面运动,设此伴 随运动的大小为沿 x_e 轴纵荡的位移为 x, Ω y_e 轴横 荡的位移为 y,绕 z_e 轴艏摇的欧拉角度为 γ 。在地 球系 {e}下,根据矢量的叠加原理,可得

$$\boldsymbol{r}_{ep} = {}^{e}\boldsymbol{r}_{es} + \boldsymbol{R}_{es}{}^{s}\boldsymbol{r}_{so} + \boldsymbol{R}_{eo}{}^{o}\boldsymbol{r}_{oB_{i}} - \boldsymbol{R}_{ep}{}^{p}\boldsymbol{r}_{pB_{i}} \qquad (3)$$

由于转动副的限制,各等效 RPS 分支的球铰中 心 $B_i(i=1,2,3)$ 的轨迹被分别限制在与转动副轴 线垂直且过转动副铰链点 $A_i(i=1,2,3)$ 的平面内, 则

$$\begin{cases} {}^{o} y_{B_{1}} = 0 \\ {}^{o} y_{B_{2}} / {}^{o} x_{B_{2}} = \tan \theta_{1} \\ {}^{o} y_{B_{3}} / {}^{o} x_{B_{3}} = \tan \theta_{2} \end{cases}$$
(4)

式(3)和(4)共有 12 个线性方程,含有 12 个未 知数($x, y, \gamma, x_{B_i}, y_{B_i}, z_{B_i}, i = 1, 2, 3$),则联立可 解得

$$\begin{cases} \gamma = \arctan \frac{u_1(c_{\beta} - c_{\alpha}) + u_2 s_{\alpha} s_{\beta}}{u_3 c_{\alpha} + u_2 c_{\beta} - u_1 s_{\alpha} s_{\beta}} \\ y = -t_{\alpha} (z_0 - h) - r_{b} s_{\gamma} \\ x = \frac{t_{\beta}}{c_{\alpha}} (z_0 - h) - r_{b} c_{\delta} + \frac{r_{b} (c_{\alpha} - s_{\alpha} s_{\beta} t_{\theta_2}) (s_{\delta} - s_{\gamma})}{c_{\beta} t_{\theta_2}} \end{cases}$$

$$(5)$$

其中
$$u_1 = s_{\theta_1} t_{\theta_2} - s_{\theta_2} t_{\theta_1}$$
 $u_2 = t_{\theta_1} t_{\theta_2} (s_{\theta_1} - s_{\theta_2})$
 $u_3 = t_{\theta_1} (1 - c_{\theta_2}) - t_{\theta_2} (1 - c_{\theta_1})$
 $\delta = \gamma + \theta_2$

式中c表示 cos,s 表示 sin,t 表示 tan。

对式(5)分别求 γ 、y 和 x 关于时间的一阶导数 和二阶导数,可得上平台绕 z_e 轴艏摇的伴随欧拉角 速度 $\dot{\gamma}$ 和欧拉角加速度 $\ddot{\gamma}$,沿 y_e 、 x_e 轴横荡和纵荡的 伴随线速度 \dot{y} 、 \dot{x} 和线加速度 \ddot{y} 、 \ddot{x} 为

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = (\dot{\alpha}W_{1} + \dot{\beta}W_{2})/U \\ \dot{y} = -(1 + t_{\alpha}^{2})(z_{0} - h)\dot{\alpha} + t_{\alpha}\dot{h} - r_{b}c_{\gamma}\dot{\gamma} \quad (6) \\ \dot{x} = L\alpha + M\dot{\beta} + N\dot{\gamma} - t_{\beta}\dot{h}/c_{\alpha} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \ddot{\gamma} = \frac{(\ddot{\alpha}W_{1} + \dot{\alpha}\dot{W}_{1} + \ddot{\beta}W_{2} + \dot{\beta}\dot{W}_{2})U - (\dot{\alpha}W_{1} + \dot{\beta}W_{2})\dot{U}}{U^{2}} \\ \ddot{\gamma} = -(1 + t_{\alpha}^{2})(z_{0} - h)\ddot{\alpha} + t_{\alpha}\ddot{h} - r_{b}c_{\gamma}\ddot{\gamma} - 2t_{\alpha}(1 + t_{\alpha}^{2})(z_{0} - h)\dot{\alpha}^{2} + r_{b}s_{\gamma}\dot{\gamma}^{2} + 2(1 + t_{\alpha}^{2})\dot{h}\dot{\alpha} \end{cases}$$
$$\begin{aligned} \ddot{x} = L\ddot{\alpha} + \dot{L}\dot{\alpha} + M\ddot{\beta} + \dot{M}\dot{\beta} + N\ddot{\gamma} + \dot{N}\dot{\gamma} - \frac{t_{\beta}}{c_{\alpha}}\ddot{h} - \dot{h}\frac{(1 + t_{\beta}^{2})\dot{\beta} + t_{\alpha}t_{\beta}\dot{\alpha}}{c_{\alpha}} \end{cases}$$
(7)

其中

$$W_{1} = w_{1}s_{\alpha}c_{\beta} + w_{2}c_{\alpha}s_{\beta}c_{\beta} + w_{3}s_{\beta}$$

$$W_{2} = -w_{1}c_{\alpha}s_{\beta} + w_{2}s_{\alpha} + w_{3}s_{\alpha}c_{\alpha}c_{\beta}$$

$$w_{1} = u_{1}(u_{2} + u_{3})$$

$$U = w_{2}(1 - c_{\alpha}^{2}s_{\beta}^{2}) + w_{4}c_{\alpha}^{2} + 2w_{3}c_{\alpha}c_{\beta} - 2w_{1}s_{\alpha}c_{\alpha}s_{\beta}$$

$$w_{2} = u_{1}^{2} + u_{2}^{2} \quad w_{3} = u_{2}u_{3} - u_{1}^{2}$$

$$L = \frac{t_{\alpha}t_{\beta}(z_{0} - h)}{c_{\alpha}} + r_{b}(s_{\delta} - s_{\gamma})\left(\frac{-s_{\alpha}}{c_{\beta}t_{\lambda_{2}}} - c_{\alpha}t_{\beta}\right)$$

$$M = \frac{1 + t_{\beta}^{2}}{c_{\alpha}}(z_{0} - h) + r_{b}(s_{\delta} - s_{\gamma})\left[\frac{-c_{\alpha}t_{\beta}}{c_{\beta}t_{\lambda_{2}}} - (1 + t_{\beta}^{2})s_{\alpha}\right]$$

$$N = r_{b}s_{\delta} + r_{b}(c_{\delta} - c_{\gamma})\left(\frac{c_{\alpha}}{c_{\beta}t_{\lambda_{2}}} - t_{\beta}s_{\alpha}\right)$$

则可求得上平台 $\{p\}$ 相对地球 $\{e\}$ 的旋量速度 V_{ep} 和旋量加速度 A_{ep} 为

$${}^{e}\boldsymbol{V}_{ep} = \begin{bmatrix} {}^{e}\boldsymbol{\omega}_{ep} \\ {}^{e}\boldsymbol{v}_{ep} \end{bmatrix}$$
(8)

$${}^{e}\boldsymbol{A}_{ep} = \begin{bmatrix} {}^{e}\boldsymbol{\varepsilon}_{ep} \\ {}^{e}\boldsymbol{a}_{ep} \end{bmatrix}$$
(9)

其中

$${}^{e}\boldsymbol{\omega}_{ep} = \dot{\boldsymbol{\gamma}}\boldsymbol{e}_{z} \quad {}^{e}\boldsymbol{v}_{ep} = {}^{e}\boldsymbol{v}_{p} - {}^{e}\boldsymbol{\omega}_{ep} \, {}^{e}\boldsymbol{r}_{ep}$$
$$\boldsymbol{e}_{z} = (0 \quad 0 \quad 1)^{\mathrm{T}} \quad {}^{e}\boldsymbol{v}_{p} = (\dot{x} \quad \dot{y} \quad 0)^{\mathrm{T}}$$
$${}^{e}\boldsymbol{\varepsilon}_{ep} = \boldsymbol{\dot{\gamma}}\boldsymbol{e}_{z}$$

$${}^{e}\boldsymbol{a}_{ep} = {}^{e}\boldsymbol{a}_{p} - {}^{e}\boldsymbol{\varepsilon}_{ep}{}^{e}\boldsymbol{r}_{ep} - {}^{e}\boldsymbol{\omega}_{ep}{}^{e}\boldsymbol{v}_{p}$$

同样可求得下平台 $\{o\}$ 相对地球 $\{e\}$ 的旋量速度 V_{eo} 和旋量加速度 A_{eo} 为

$${}^{e}\boldsymbol{V}_{eo} = \begin{bmatrix} {}^{e}\boldsymbol{\omega}_{eo} \\ {}^{e}\boldsymbol{\nu}_{eo} \end{bmatrix}$$
(10)

$${}^{e}\boldsymbol{A}_{eo} = \begin{bmatrix} {}^{e}\boldsymbol{\varepsilon}_{eo} \\ {}^{e}\boldsymbol{a}_{eo} \end{bmatrix}$$
(11)

其中

$$e_{x} = (1 \quad 0 \quad 0)^{\mathrm{T}} \quad e_{y} = \dot{h}e_{z}$$

$${}^{e}\boldsymbol{v}_{o} = {}^{e}\boldsymbol{v}_{s} + {}^{e}\boldsymbol{\omega}_{es} {}^{e}\boldsymbol{r}_{so}$$

$${}^{e}\boldsymbol{v}_{eo} = {}^{e}\boldsymbol{v}_{o} - {}^{e}\boldsymbol{\omega}_{eo} {}^{e}\boldsymbol{r}_{eo}$$

$${}^{e}\boldsymbol{\varepsilon}_{eo} = {}^{e}\boldsymbol{\varepsilon}_{es} = \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{e}_{x} + \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{e}_{y} + \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{e}_{x}\boldsymbol{e}_{y}$$

$$\boldsymbol{e}_{y} = (0 \quad 1 \quad 0)^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{e}_{y}' = \boldsymbol{R}(x, \alpha) \boldsymbol{e}_{y} \quad {}^{e}\boldsymbol{a}_{s} = \boldsymbol{\ddot{h}}\boldsymbol{e}_{z}$$

$${}^{e}\boldsymbol{a}_{eo} = {}^{e}\boldsymbol{a}_{o} - {}^{e}\boldsymbol{\varepsilon}_{eo} {}^{e}\boldsymbol{r}_{eo} - {}^{e}\boldsymbol{\omega}_{eo} {}^{e}\boldsymbol{v}_{o}$$

$${}^{e}\boldsymbol{a}_{o} = {}^{e}\boldsymbol{a}_{s} + {}^{e}\boldsymbol{\varepsilon}_{es} {}^{e}\boldsymbol{r}_{so} + {}^{e}\boldsymbol{\omega}_{es} ({}^{e}\boldsymbol{\omega}_{es} {}^{e}\boldsymbol{r}_{so})$$

 $\{e\},\{o\},\{p\}$ 三者之间的旋量速度和旋量加速 度有以下关系

$$\boldsymbol{V}_{ep} = {}^{e}\boldsymbol{V}_{eo} + {}^{e}\boldsymbol{V}_{op} = {}^{e}\boldsymbol{V}_{eo} + \operatorname{Ad}\boldsymbol{g}_{eo} {}^{o}\boldsymbol{V}_{op} \qquad (12)$$

$${}^{e}\boldsymbol{A}_{ep} = {}^{e}\boldsymbol{A}_{eo} + \operatorname{Adg}_{eo}{}^{o}\boldsymbol{A}_{op} + [{}^{e}\boldsymbol{V}_{eo} \quad {}^{e}\boldsymbol{V}_{op}] \quad (13)$$

由式(12)和(13)可分别求得 $\{p\}$ 相对于 $\{o\}$ 表示在 $\{o\}$ 系的旋量速度° V_{op} 和旋量加速度° A_{op} 。

在{o}系中,根据矢量的叠加原理可得

 ${}^{o} \boldsymbol{r}_{op} = {}^{o} \boldsymbol{r}_{oA_{i}} + {}^{o} \boldsymbol{r}_{A_{i}B_{i}} - \boldsymbol{R}_{op}{}^{p} \boldsymbol{r}_{pB_{i}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (14)$ 联立式(3)和(14),可求得等效铰链点 A_{i} 到 B_{i} 表示在 { o } 系的矢径 {}^{o} \boldsymbol{r}_{A,B_{i}}和距离 $l_{i} = |{}^{o} \boldsymbol{r}_{A,B_{i}}|_{o}$

在{o}系中,运用虚设机构法^[19]和旋量加速度 理论^[20]对 3 - RPS 机构进行速度和加速度分析。首 先对各等效 RPS 分支分别虚设与 R 副垂直且不平 行 P 副的转动副,并设为驱动副,虚设后的机构如 图 4 所示,则第 *i* 分支的运动螺旋系为

$$\begin{cases} {}^{\circ} \mathbf{\$}_{i1} = [\; {}^{\circ} \mathbf{s}_{i1} ; {}^{\circ} \mathbf{r}_{oA_{i}} {}^{\circ} \mathbf{s}_{i1}] \\ {}^{\circ} \mathbf{\$}_{i2} = [\; {}^{\circ} \mathbf{s}_{i2} ; {}^{\circ} \mathbf{r}_{oA_{i}} {}^{\circ} \mathbf{s}_{i2}] \\ {}^{\circ} \mathbf{\$}_{i3} = [\mathbf{O}; \; {}^{\circ} \mathbf{r}_{A_{i}B_{i}} / l_{i}] \\ {}^{\circ} \mathbf{\$}_{i4} = [\; {}^{\circ} \mathbf{e}_{1} ; \; {}^{\circ} \mathbf{r}_{oB_{i}} {}^{\circ} \mathbf{e}_{1}] \\ {}^{\circ} \mathbf{\$}_{i5} = [\; {}^{\circ} \mathbf{e}_{2} ; \; {}^{\circ} \mathbf{r}_{oB_{i}} {}^{\circ} \mathbf{e}_{2}] \\ {}^{\circ} \mathbf{\$}_{i6} = [\; {}^{\circ} \mathbf{e}_{3} ; \; {}^{\circ} \mathbf{r}_{oB_{i}} {}^{\circ} \mathbf{e}_{3}] \end{cases}$$
(15)

式中 0---3×1零矩阵

对于第 1 分支° $s_{11} = {}^{o}e_1$, ° $s_{12} = {}^{o}e_2$; 对于第 2 分 支° $s_{21} = \operatorname{Rot}({}^{o}z_o, \theta_1){}^{o}e_1$, ° $s_{22} = \operatorname{Rot}({}^{o}z_o, \theta_1){}^{o}e_2$; 对于 第 3 分支° $s_{31} = \operatorname{Rot}({}^{o}z_o, \theta_2){}^{o}e_1$, ° $s_{32} = \operatorname{Rot}({}^{o}z_o, \theta_2){}^{o}e_2$ 。 则

$$\begin{cases} {}^{o}\dot{\boldsymbol{q}} = {}^{o}\boldsymbol{G}_{p}^{q\,o}\boldsymbol{V}_{op} \\ {}^{o}\dot{\boldsymbol{q}} = {}^{o}\boldsymbol{G}_{p}^{q\,o}\boldsymbol{A}_{op} - {}^{o}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}\,o}\boldsymbol{H}_{p}^{q\,o}\dot{\boldsymbol{q}} \end{cases}$$
(16)

由式(16)可得各等效 RPS 分支驱动副的伸缩速

度 $\dot{l}_i = {}^{o}\dot{q}(i)$ 和伸缩加速度 $\ddot{l}_i = {}^{o}\ddot{q}(i), i = 1, 2, 3_o$

同样可求得第*i*分支上第*k*个杆件相对下平台 并表示在 {*o*}系的旋量速度^{*°*}*V*^(*i*)_{*ok*}和旋量加速度 *°A*^(*i*)_{*ok*}。

2.2 变形剪叉分支的运动学分析

为分析各变形剪叉分支中 SPS 驱动单元和各构件的运动学,首先对其建立如图 2 所示的随体坐标 系 $\{A_i\}$,并设 Z_{A_i} 与竖直方向的夹角为 λ_i ,则



图 4 等效 3 - RPS 机构的虚设机构 Fig. 4 Virtual mechanism of equivalent 3 - RPS

$$\lambda_{i} = \arctan \frac{{}^{\circ} x_{B_{i}} - {}^{\circ} x_{A_{i}}}{{}^{\circ} z_{B_{i}} - {}^{\circ} z_{A_{i}}}$$
(17)

那么变形剪叉分支各铰链点总在 YA_iZ 面内,则 变形 剪 叉 分 支 可 作 为 一 平 面 机 构 进 行 分 析, $\overbrace{U_1R_{12}R_{22}R_{12}U_{1'}S}$ 由运动链 $\widehat{A_a}B_aA_aB_aB_i$ 和 $\widehat{A_a'}B_a'A_a'B_a'B_a'B_i$ 组成且关于 Z 轴对称布置。由于 2 个驱动单元为 同步运动,因此对于位置解只分析一个即可,下面以 运动链 $\widehat{A_a}B_aA_aB_aB_i$ 为例进行分析,其由 $A_iB_iB_aA_a$ 偏置摇杆滑块平面机构和 $A_aB_aA_a$ 摇杆摇块平面机



Fig. 5 Model of morph scissors mechanism

对偏置摇杆滑块平面机构 A_iB_iA_i和摇杆摇 块平面机构 A_iB_iA_i可以分别建立如下封闭的位置 矢量方程

$$\boldsymbol{l}_{A_{i2}A_{i}} + \boldsymbol{l}_{A_{i}B_{i}} = \boldsymbol{l}_{A_{i2}B_{i2}} + \boldsymbol{l}_{B_{i2}B_{i}}$$
(18)

$$l_{A_{i2}A_{i1}} + l_{A_{i1}B_{i1}} = l_{A_{i2}B_{i1}}$$
(19)

根据文献[21]中的复数矢量法可解得

$$\begin{cases} \lambda_{i1} = 2 \arctan \frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B - C} \\ R_{i1} = \sqrt{(L_{1}C_{1} - L_{2} - L_{2})^2 + (L_{2}S_{2})^2} \end{cases} (20)$$

其中

$$C = -(L_5^2 + L_1^2 + l_i^2 - L_3^2)/(2L_1)$$

$$\lambda_{i2} = \lambda_{i1} + \theta_3$$

注意 λ_a有 2 个解,需要根据机构的初始安装情况和 机构运动的连续性进行取舍。 对式(18)和(19)分别求关于时间的一阶导数 和二阶导数,可整理得四组线性方程组,易解得各分 支中驱动单元的驱动速度 *R*_i和加速度 *R*_i。

对各分支中杆1、2、1′和2′建立坐标系,则可分 别求出它们相对下平台且表示在{*A_i*}系旋量速度和 旋量加速度,并可通过伴随变换矩阵的作用表示在 {*o*}系中。

3 动力学分析

由上文分析知,变形剪叉分支与 RPS 运动链等效,故其对上平台提供的约束为沿 P 副方向的驱动 力线矢 f_i°S_i和过球铰中心平行于 R 副的力线矢 f_{i+3}°S_{i+3};不考虑摩擦力,以上平台及其上负载为研 究对象,其还受到惯性力和重力,如图 6 所示,把所 有的力都表示在非惯性系 {o}中,根据 D'Alembert 原理得

$$\begin{bmatrix} {}^{o}\boldsymbol{S}_{1} {}^{o}\boldsymbol{S}_{2} & \cdots {}^{o}\boldsymbol{S}_{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{1} \\ f_{2} \\ \vdots \\ f_{6} \end{bmatrix} = - {}^{o}\boldsymbol{W}_{p}^{G} - {}^{o}\boldsymbol{W}_{p}^{I} \quad (21)$$



图 6 上平台受力分析 Fig. 6 Force analysis of upper platform

上平台的惯性力旋量和重力旋量分别为

$$\begin{cases} {}^{o}\boldsymbol{W}_{p}^{I} = -\left({}^{o}\boldsymbol{N}_{p}{}^{o}\boldsymbol{A}_{ep} - {}^{o}\boldsymbol{\hat{V}}_{ep}^{T}{}^{o}\boldsymbol{N}_{p}{}^{o}\boldsymbol{V}_{ep}^{T}\right) \\ {}^{o}\boldsymbol{W}_{p}^{G} = \begin{bmatrix} {}^{o}\boldsymbol{\hat{r}}_{op_{c}}\left(\boldsymbol{m}_{p}{}^{o}\boldsymbol{g}\right) \\ {}^{m}\boldsymbol{m}_{p}{}^{o}\boldsymbol{g} \end{bmatrix}$$
(22)

其中 ${}^{o}\boldsymbol{g} = \boldsymbol{R}_{oe}{}^{e}\boldsymbol{g}^{e}\boldsymbol{g} = (0 \quad 0 \quad -g)^{\mathrm{T}}$

式中 °N_p——上平台的惯性张量矩阵

联立式(21)和(22)可求得各分支提供给上平 台的约束力 $f_i(j=1,2,\dots,6)$ 。

以分支与上平台铰接的万向副铰轴为研究对象,忽略其重力和惯性力,其受力线矢 $f_i^{\circ}S_i$ 和 $f_{i+3}^{\circ}S_{i+3}$ 以及杆1、1′分别对其提供的5个约束力螺旋如图7所示。

以杆2为研究对象,其受到惯性力、重力、万向

铰轴对其施加 5 个支反力螺旋和杆 1 对其施加的 5 个支反力螺旋,如图 8 所示。









图 8 变形剪叉分支的受力分析 Fig. 8 Force analysis of morph scissors mechanism

忽略驱动单元的质量和惯性力,以杆1为研究 对象,其受到惯性力、重力、杆2对其提供的5个支 反力螺旋、下平台对其提供的4个支反力螺旋和驱 动单元提供的驱动力螺旋,如图9所示。



Fig. 9 Force analysis of link 1

比照杆 1 和杆 2,同样可以建立杆 1'和 2'的受 力分 析,把 所 有 力 都 表 示 在 $\{o\}$ 系 中,根 据 D'Alembert 原理可以建立上述每个构件的平衡方 程,可得到共计含有 30 个未知数 30 个线性方程,据 此可以求得驱动单元的驱动力 $f_{R}^{(i)}$ $\int_{L}^{(i)}$ 和各构件所 受的支反力和力偶。

4 数值算例

为了验证上述模型正确性,对图 1 所示并联稳 定接货平台进行数值算例验证,在三维造型中测得各 杆件结构参数: $r_a = 7.5 \text{ m}$, $r_b = 7.38 \text{ m}$, $z_0 = 3.5 \text{ m}$, $\theta_1 =$ $\theta_2 = 120^\circ$, $\theta_3 = 10.2^\circ$, $L_1 = 4.8 \text{ m}$, $L_2 = 4.79 \text{ m}$, $L_3 =$ 2.25 m, $L_4 = 0.785 \text{ m}$, $L_5 = 2.5 \text{ m}$, $^\circ \mathbf{r}_{so} = (0,0,$ $0.225)^{\text{T}}$ m, $m_p = 50\ 000\ \text{kg}$, $I_p = \text{diag}(4.76 \times 10^5,$ 8.36×10^5 , 4.3×10^5)kg·m², $m_1 = 1\ 705\ \text{kg}$, $I_1 = \text{diag}(4.3 \times 10^4, 1.9 \times 10^3, 4.28 \times 10^4)\ \text{kg} \cdot \text{m}^2, m_{1'} = 1\ 776\ \text{kg}$, $I_{1'} =$ diag(4.53 × 10⁴, 2.6 × 10³, 4.57 × 10⁴) kg · m², $m_2 =$ 754 kg, $I_2 = \text{diag}(397, 86, 460)\ \text{kg} \cdot \text{m}^2, m_{2'} = 735\ \text{kg}$, $I_{2'} = \text{diag}(391, 72, 441)\ \text{kg} \cdot \text{m}^2_\circ$

忽略摩擦力、驱动单元的重力和惯性力,给定重 力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。假设惯性测量模块测得船舶 横摇、纵摇和垂荡规律分别为 $\alpha(t) = 6\sin(2\pi t/6)$, $\beta(t) = 3\sin(2\pi t/4), h(t) = 1.5\sin(2\pi t/6)$ 。

用 Matlab 软件根据上文所建模型编程,可得到 变形剪叉分支各时刻的放大比曲线,如图 10 所示, 这里放大比定义为每个时刻各分支等效 RPS 的驱 动量与驱动单元 SPS 驱动量的比值,当驱动单元经 过中位时,会出现"0/0"的情况,程序中做了以下处 理:经过中位时刻的放大比赋值为相邻时刻的数值。 可以看出,变形剪叉分支的放大倍数是变化的。同 样可得含变形剪叉分支的并联接货机构驱动单元的 驱动力随时间变化的曲线,如图 11 所示。



在 ADAMS 软件中建立含变形剪叉分支的并联 稳定接货机构的线条模型,如图 12 所示,添加相应 约束,进行相应的运动学、动力学仿真和曲线后处 理,可得各分支 SPS 驱动单元的驱动力曲线,如图 13 所示,通过对比可看出 ADAMS 仿真结果与 Matlab 所得相应结果在驱动力数值的求解精度达 0.1 kN, 这是由于 ADAMS 做动力学仿真时需要考虑每个运 动部件的质量,而 Matlab 程序只考虑了上平台和负 载的质量。仿真结果验证了运动学和动力学建模的



正确性。据此可以初选驱动元件并进行进一步的优 化设计和控制研究。



Fig. 13 Force curves obtained by ADAMS

5 结束语

针对海上货物安全转运的需要,设计了一种具 有3个变形剪叉分支的大型重载并联稳定接货平 台,其变形剪叉分支具有行程放大的特性,使整个接 货平台结构更加紧凑并且可以补偿船舶较大的垂荡 运动。建立了运动学和动力学模型并用数值算例验 证了其正确性。

参考文献

- 1 KOPPERT P M. Motion compensation device for compensating a carrier frame on a vessel for water motion: WO2010114359 A1 [P]. 2010-10-07.
- 2 李秦川,柴馨雪,陈巧红.两转一移三自由度并联机构研究进展[J].科学通报,2017,62(14):1507-1519. LI Qinchuan, CHAI Xinxue, CHEN Qiaohong. Review on 2R1T 3 - DOF parallel mechanisms[J]. Chinese Science Bulletin, 2017,62(14):1507-1519.(in Chinese)
- 3 HUNT K H. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot-arms [J]. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1983, 105(4): 705 712.
- 4 KOK M L, SHAH D K. Kinematic analysis of a three degrees of freedom in-parallel actuated manipulator [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988, 4(3): 354 360.
- 5 FANG Y, HUANG Z. Kinematics of a three degree of freedom in-parallel actuated manipulator mechanism [J]. Mechanism and Machine Theory, 1997, 32(7): 789-796.
- 6 SCHADLBAUER J, WALTER D R, HUSTY M L. The 3-RPS parallel manipulator from an algebraic viewpoint [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 75(5): 161-176.
- 7 毛冰滟,谢志江,吴小勇,等.基于引导人工蜂群算法的 3-RPS 并联机构正解优化[J/OL].农业机械学报,2017,48(1):339 345. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20170145&journal_id = jcsam. DOI = 10. 6041/j.issn.1000-1298.2017.01.045.

MAO Bingyan, XIE Zhijiang, WU Xiaoyong, et al. Forward kinematics optimization of 3-RPS parallel manipulator based on globalbest artificial bee colony algorithm [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(1):339 – 345. (in Chinese)

- 8 韩方元,赵丁选,李天宇.3-RPS并联机构正解快速数值算法[J]. 农业机械学报,2011,42(4):229-233. HAN Fangyuan, ZHAO Dingxuan, LI Tianyu. A fast forward algorithm for 3-RPS parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4):229-233. (in Chinese)
- 9 GALLARDO J, OROZCO H, RICO J M. Kinematics of 3-RPS parallel manipulators by means of screw theory [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 45(7): 1013 - 1023.
- 10 GALLARDO-ALVARADO J, POSADAS-GARCÍA J D D. Mobility analysis and kinematics of the semi-general 2(3-RPS) seriesparallel manipulator[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2013, 29(6): 463 - 472.
- 11 LI J, CHEN W, LIU D, et al. Inverse kinematic and dynamic analysis of a 3-dof parallel mechanism [C] // International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. Singapore, 2003: 956-961.

(下转第346页)

- 11 赵杰文, 孙永梅. 现代食品检测技术 [M]. 北京: 中国轻工业出版社, 2008.
- 12 ALMEIDA M R, ALVES R S, NASCIMBEM L B, et al. Determination of amylose content in starch using Raman spectroscopy and multivariate calibration analysis [J]. Analytical and Bioanalytical Chemistry, 2010,397(7):2693 2701.
- 13 BAO J, SHEN Y, JIN L. Determination of thermal and retrogradation properties of rice starch using near-infrared spectroscopy [J]. Journal of Cereal Science, 2007,46(1):75-81.
- 14 吴跃,陈正行,林亲录,等. FT-IR 光谱法测定籼米淀粉回生[J]. 江苏大学学报:自然科学版, 2011,32(5):545-551.
 WU Yue, CHEN Zhengxing, LIN Qinlu, et al. Retrogradation of long-shaped rice starch by FT IR spectra [J]. Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition, 2011,32(5):545-551. (in Chinese)
- 15 胡雪桃,朱瑶迪,邹小波,等. 近红外光谱技术快速预测镇江香醋乙醇脱氢酶活性的研究[J]. 中国调味品,2016(2):20-25. HU Xuetao, ZHU Yaodi, ZOU Xiaobo, et al. Research on alcohol dehydrogenase activity of seed vinegar culture during solidstate fermentation of Zhenjiang aromatic vinegar[J]. China Condiment, 2016(2):20-25. (in Chinese)
- 16 KARIM A A, NORZIAH M H, SEOW C C. Methods for the study of starch retrogradation [J]. Food Chemistry, 2000,71(1):9-36.
- 17 KIZIL R, IRUDAYARAJ J, SEETHARAMAN K. Characterization of irradiated starches by using FT Raman and FTIR spectroscopy [J]. Journal of Agricultural & Food Chemistry, 2002, 50(14):3912 3918.
- 18 何璐,杨英,林亲录.大米淀粉回生机理、检测及控制方法的研究现状[J]. 食品工业科技, 2015(8):365-369.
 HE Lu, YANG Ying, LIN Qinlu. Research status on the mechanism, detection and control methods of rice starch retrogradation [J]. Science and Technology of Food Industry, 2015(8):365-369. (in Chinese)
- 19 余世锋,张永春,林佳楠,等.玉米淀粉、绿豆淀粉和皱皮豌豆淀粉热特性及回生性质的比较[J].食品科技,2013(9):
 136-140.

YU Shifeng, ZHANG Yongchun, LIN Jia'nan, et al. Comparing the thermal and retrogradation properties of corn starch and mung bean starch and wrinkled pea starch[J]. Food Science and Technology, 2013(9):136-140. (in Chinese)

- 20 刘多强,关绍春,孙建章,等.中红外光谱和近红外光谱在油品分析中的技术比较[J].石油化工应用,2010,29(6):1-3.
- LIU Duoqiang, GUAN Shaochun, SUN Jianzhang, et al. The technology compare between mid-infrared and near-infrared spectroscopy in oil analysis[J]. Petrochemical Industry Application, 2010,29(6):1-3.(in Chinese)

(上接第 417 页)

12 白志富,韩先国,陈五一. 基于 Lagrange 方程三自由度并联机构动力学研究[J]. 北京航空航天大学学报,2004,30(1): 51-54.

BAI Zhifu, HAN Xianguo, CHEN Wuyi. Study of a 3-DOF parallel manipulator dynamics based on Lagrange's equation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 30(1): 51 - 54. (in Chinese)

- 13 LIU M J, LI C X, LI C N. Dynamics analysis of the gough-stewart platform manipulator[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2000, 16(1): 94 - 98.
- 14 陈修龙,冯伟明,赵永生.五自由度并联机器人机构动力学模型[J/OL].农业机械学报,2013,44(1):236-243.http: //www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20130144&journal_id = jcsam. DOI = 10.6041/j. issn.1000-1298.2013.01.044.

CHEN Xiulong, FENG Weiming, ZHAO Yongsheng. Dynamics model of 5-DOF parallel robot mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(1): 236 - 243. (in Chinese)

- 15 落海伟,张俊,王辉,等. 3-RPS 并联机构弹性动力学建模方法[J].机器人,2014,36(6):737-743,750. LUO Haiwei, ZHANG Jun, WANG Hui, et al. An elastodynamic modeling method for a 3-RPS parallel kinematic machine[J]. Robot, 2014, 36(6):737-743,750. (in Chinese)
- 16 LEE K M, SHAH D K. Dynamic analysis of a three degrees of freedom in-parallel actuated manipulator [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1992, 7(5): 634-641.
- 17 ZHANG J, DAI J S, HUANG T. Characteristic equation-based dynamic analysis of a three-revolute prismatic spherical parallel kinematic machine [J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2015, 10(2): 021017 021017 13.
- 18 LI Q, WANG M, HUANG T, et al. Compliance analysis of a 3-DOF spindle head by considering gravitational effects [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(1): 1-10.
- 19 HUANG Z, LI Q, DING H. Theory of parallel mechanisms [M]. Dordrecht Heidelberg New York London: Springer, 2012.
- 20 ZHAO T, GENG M, CHEN Y, et al. Kinematics and dynamics hessian matrices of manipulators based on screw theory [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(2): 226 - 235.
- 21 孙桓,陈作模,葛文杰. 机械原理[M].7 版. 北京:高等教育出版社, 2006.