

考虑土壤滑转流动的柔性履带应力分布研究

孙中兴¹ 唐力伟¹ 汪 伟¹ 赵家丰¹ 沈晨晖¹ 孙也尊²

(1. 军械工程学院火炮工程系, 石家庄 050003; 2. 驻二四七厂军事代表室, 太原 030000)

摘要: 履带-地面相互作用力学研究在履带机构设计、优化、控制与仿真方面具有重要的作用, 其中柔性履带应力分布是目前该项研究的难点。本文将地面力学广泛应用的半经验法与土槽实验方法相结合, 首先在 KARAFIATH 构想的基础上分析了履带行进过程中土壤的剪切流动及滑移线分布规律, 提出了滑转流动导致的土壤流失量的计算方法, 并在引入履带应力分布的研究中, 实现了对传统履带-地面应力分布模型的修正和改进。利用履带机构-土壤实验系统进行相关测试, 结合实验测量拟合得到履带段各点的下陷量曲线, 代入本文模型中计算得到机构各处的正应力与切应力的分布情况。在载荷 6 kg, 滑动率从 0.23 增加到 0.71 时, 履带机构竖直方向正应力的计算值与实验测量平均相对误差不超过 15%, 相关系数不小于 0.83。模型可用于柔性履带地面耦合动力学建模与特性分析。

关键词: 柔性履带; 应力分布; 剪切流动; 履带-地面力学

中图分类号: O39; U469.6⁺94 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2017)01-0317-08

Flexible Track Stress Distribution Considering Slip Subsidence

SUN Zhongxing¹ TANG Liwei¹ WANG Wei¹ ZHAO Jiafeng¹ SHEN Chenhui¹ SUN Yezun²

(1. Department of Artillery Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China

2. Representative Organization of Factory 247, Taiyuan 030000, China)

Abstract: Track terramechanics, of which the track stress distribution is the bottleneck, plays an important role in the areas of track mechanism's design, optimizing, control and simulation. Semi-empirical method and soil trough experiment were combined. Soil shear flow and distribution of slip line during the movement of track mechanism were analyzed on the basis of KARAFIATH concept. The algorithm of amount of soil loss caused by slip, which was used to correct the traditional track-terrain stress distribution model, was raised. Sinkage data of track gathered from soil trough experiment was input to the established model, and then the distributions of normal and shear stresses were obtained. The experimental system of track mechanism - soil interaction composed of soil trough and track-type trolley device as well as its supporting driving element and real-time test system through which can obtain parameters such as driving moment of the motor, horizontal displacement of trolley, sinkage in the traveling process of the trolley, inclined angle of the vehicle body, and motor speed, as well as the variation from the start to the smooth operation of the trolley device was designed and constructed according to the new test system of soil bin developed by the Key Laboratory of Bionic Engineering of Ministry of Education. Laser range finder was constructed with turnplate to realize the stage extraction of shape of track not in contact with a road wheel. The vehicle load, track width and slip rate were taken as experimental factors, the mechanism sinkage was taken as experimental index, and orthogonal experiment design method was adopted. The relative error between numerical calculation and experiment results of normal stress in vertical direction of track mechanism was less than 15%, and correlation coefficient was equal to or more than 0.83 when the weight was 6 kg and slip rate was varied from 0.23 to 0.71. The stress model can be used to build mathematical model of interaction between tracked vehicle and terrain.

Key words: flexible track; stress distribution; shear flow; terramechanics

收稿日期: 2016-10-01 修回日期: 2016-11-14

基金项目: 陆军部通保科学基金项目(WG2016271S0007)

作者简介: 孙中兴(1988—),男,博士生,主要从事车辆地面力学研究, E-mail: sunzxcn@163.com

通信作者: 唐力伟(1961—),男,教授,博士生导师,主要从事机械系统动态特性与故障诊断技术研究, E-mail: tom6115@163.com

引言

近年来随着科学技术的发展和人类活动领域的不断扩大,对工程机械的环境适应能力提出了更高的要求。对于在野外复杂地面环境下工作的可移动机构更要具备很强的地面通过性和稳定性^[1]。履带式机构凭借其下陷量小、牵引力足、越障性能好等优势在自行化装备中得到了广泛的应用^[2]。大到坦克、自行火炮、各种工程及农用机械,小到移动机器人等机构大部分都采用了履带式结构^[3]。由于野外地面环境的复杂性,履带式车辆行驶时经常出现滑转沉陷以及纵向、侧向滑移等问题,导致牵引能力降低,甚至会出现机构陷入泥土中无法前行的问题^[4]。要分析解决这些问题则必须依靠履带地面力学。其中车辆动力学和刚性履带地面力学已较为成熟,而柔性履带地面力学本质上属于刚柔耦合多体系统力学问题,是履带式机构动力学研究的关键,已引起国内外学者的关注^[5]。

基于应力分布模型计算地面作用于车辆的挂钩牵引力、前进阻力矩、支持力等集中力与力矩,将刚柔耦合问题转化为多体力学问题,是一种被广泛采用的方法,应力分布研究是该方法的重点^[6]。传统的柔性履带应力分布研究中,BEKKER 首创了履带与地面间压力分布的理论性研究,在其研究中考虑了小车重力、履带宽度、压力-地陷关系,然而仅分析了2个轮子之间的履带,并且把履带简化为刀刃状的支撑,土壤的压力-地陷关系也呈线性关系。WONG 等^[7]发现了此缺陷并在 BEKKER 模型基础上进行了改进,但是忽视了多个轮子依次经过地面时重复加载的影响;后来 WONG 进一步修正了模型,考虑了重复加载的影响,但是仍然假设在履带不与轮子接触的部分没有剪切应力;WYK 等^[8]针对履带坦克建立了详细的履带-地面数学模型,将履带系统分成了承重轮部分和履带部分,更加符合连续履带机构的受力情况;OKELLO 等^[9]在 WYK 等的基础上进一步简化了履带部分的模型,采用数值迭代的方法,可以对车辆的动态过程进行分析。KARAFIATH 等^[10]考虑了柔性履带下土壤的塑形流动,理论上分析了滑移线场的分布规律,并首次提出了运用滑移线场有关速度场的计算来计算土壤滑转流动位移向量的思想,但由于当时科研条件的限制仅进行了概念性的分析,未进行任何实验研究和定性分析,也未得到计算应力分布的相关理论。

本文在 KARAFIATH 构想的基础上运用土力学理论分析履带行进过程中土壤的剪切流动及滑移线分布规律,推导滑转流动导致的土壤流失量的计算

方法,进而修正履带机构-地面应力分布模型,结合实验测得的履带各点下陷量计算应力分布,并利用实验数据进行验证。

1 履带机构-地面相互作用实验

1.1 实验方法

为研究履带机构的运动规律,参照吉林大学工程仿生教育部重点实验室研制的新式土槽实验系统^[11]的设计思想设计了履带式机构-土壤实验系统,如图1所示,主要由土槽、履带式台车装置及其配套的驱动元件和实时测试系统组成。土槽的总体尺寸为2 000 mm×300 mm×200 mm;负重轮共有3个,直径均为69 mm;履带宽度为20 mm;台车无配重砝码时的质量为5.6 kg;装置下陷量的可测范围为0~200 mm。

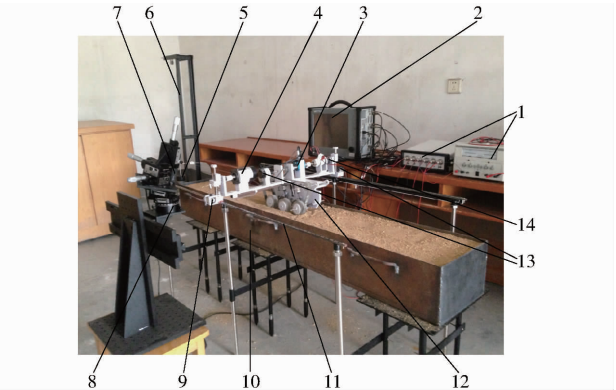


图1 履带式机构-土壤实验系统

Fig.1 Experimental system of track-soil

1. 实验电源 2. 数据采集仪 3. 动态扭矩传感器 4. 光电编码器1 5. 阻力砝码 6. 尾架 7. 激光测距仪 8. 转盘 9. 拉线位移传感器 10. 土槽 11. 水平直线导轨 12. 实验台车 13. 光电编码器2 14. 电动机

履带式台车装置结构见图2,其在履带中心线所确定的二维平面(以下简称履带平面)内具有3个自由度(水平运动、垂直运动、旋转运动),可模拟履带机构直线行驶时的运动情况。通过改变左右砝码架上配重砝码质量实现对台车质量的调控,放置砝码时应合理调整其在砝码架上的位置以保证台车重心落在履带平面上(实际上台车的设计已保证重心保持在支架中心线所在的垂直平面(以下简称支架平面)内,调整砝码便可使机构重心落在支架平面与履带平面的交线上)。台车运行时会发生滑转沉陷和车体倾斜,通过改变阻力砝码的质量可以改变台车稳定行驶过程中的挂钩牵引力和滑动率。

测试系统具有实时在线测试能力,其配备转矩传感器、水平位移传感器(滚轮编码器)、垂直位移拉线传感器、倾角光电编码器、转速光电编码器等,可实时测试台车装置由启动到平稳运行阶段电动机

驱动力矩、台车水平位移、台车行驶过程中的下陷量、车体倾斜角、电动机转速等参量及其变化情况。在履带下埋设膜盒式压力传感器来测量履带地面接触处向下的压力分布情况。实时滑动率可根据台车位移、电动机转速和机构传动比计算得到,实时挂钩牵引力可根据电动机驱动力矩、车体倾角和传动比计算得到。

在实验台一侧设置激光测距仪测量不与负重轮接触的履带的形态变化,将测量结果乘以激光测距仪与竖直面夹角的余弦值再减去测距仪的竖向坐标值便可得到履带各处的下陷量。

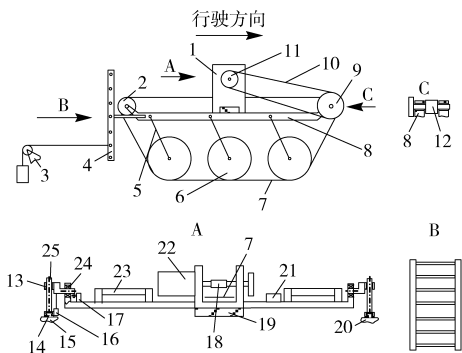


图 2 履带式台车装置结构简图

Fig. 2 Structure diagram of tracked vehicle

- 1. 支架 2. 诱导轮 3. 尾架 4. 阻力架 5. 曲柄 6. 负重轮
- 7. 履带 8. 底板 9. 同步带轮 10. 同步带 11. 同步带轮 2
- 12. 驱动轮 13. 直线轴承 14. 水平直线导轨 15. 实验台
- 16. 拉线位移传感器 17. 光电编码器 18. 动态扭矩传感器
- 19. 底板 20. 配重 21. 电动机 22. 磅秤砣码架 23. 轴承
- 24. 直线轴承导轨

为避免台车横梁与负重轮等机构的遮挡导致部分履带段不可测量的现象,在测距仪的固定装置上增设转盘,先将转盘逆时针旋转一定角度,在履带台车匀速前行过程中进行测量得到部分履带段的下陷量,然后再顺时针旋转一定角度转盘进行测量得到部分履带段的下陷量,若测量结果不能包含所有不与负重轮接触的履带部分,则旋转转盘继续测量直至履带的所有部分均已测量为止,以互相关数值为标准将各履带段进行拼接便得到了履带各处的形态及下陷情况。

1.2 实验结果

将台车质量调整为 6 kg,滑动率调整为 0.3,合理放置激光测距仪的位置使激光测距仪工作时台车处于匀速运动阶段,进行 30 次以上的重复测量并从中选取相互接近的 30 次实验数据,对下陷量和车体倾角的测量结果求取均值作为最后的结果,并进一步推导得到各负重轮的位置。将测量得到的各履带段进行拼接得到履带各处的形态,如图 3 所示。选择与两侧负重轮相切的六次曲线运用最小二乘方法

进行拟合得到如图 3 所示的曲线,并以此进行后续应力分布的计算。

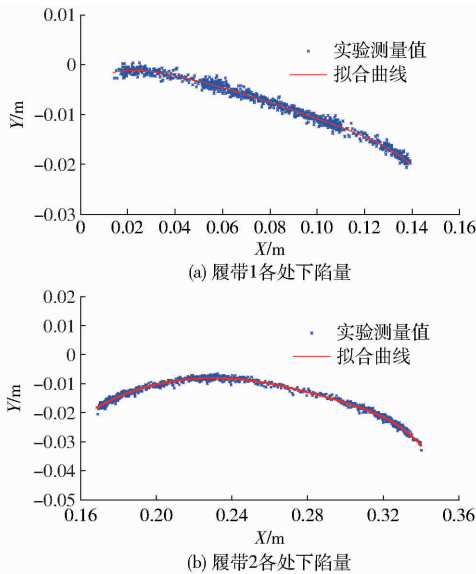


图 3 履带各处下陷量的实验测量结果及拟合曲线

Fig. 3 Experimental measurement results and matched curve of track's sinkage

2 履带应力分布计算

2.1 柔性履带滑移线场分布与土壤纵向滑转流动机理

根据 KARAFIATH 构想,分析土壤滑转流动时可假定履带下面的土壤完全处于塑形状态^[12],柔性履带向上挠曲允许发展被动区,而在负重轮下面的履带部分则明显地向下施加压力,产生主动区,这样,履带线面的主动区和被动区将相互交错,之间通过过渡区联接,且以分界面应力保持连续的方式结合,具体滑移线场的分布如图 4 所示。首个负重轮作用角 θ 大于 0° 的弧段履带紧贴负重轮表面,对土壤的剪切破坏形式与刚性轮大致相同,故其作用部分的土壤滑移线场存在 2 个剪切流动破坏区,即图 4 中的 KFA 和 KIE ^[13],图中 θ_m 为 K 点对应的角度,也是负重轮首轮与地面作用的最大应力角。区域 KFA 的土壤颗粒与履带运动方向相同,在负重轮前形成凸起,该区域土壤颗粒呈循环流动状态,不存在明显的土壤流失,故负重轮 AK 段应力分布满足 REECE 正应力分布模型^[14]。区域 KIE (首轮后端滑移线场) 的土壤颗粒与履带运动方向相反,故不能实现颗粒循环流动,土壤沿滑移线方向由主动区向被动区流动,造成土壤在主动区流失和在被动区堆积的现象。

末个负重轮由于后端没有履带的束缚,径向区在地表面收缩到奇点位置。但在其他负重轮后端履带所处滑移线场中由于土壤的内聚性,即便地表面

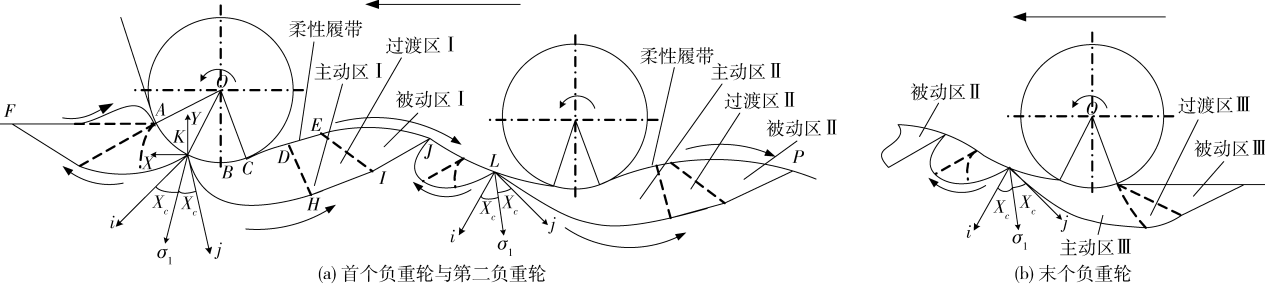


图4 被动区完全发展时履带机构下的滑移线场及土壤剪切流动示意图

Fig. 4 Slip-line field and soil shear flow when passive region was completely developed

负荷为零在奇点也会出现应力的不连续,在这种情况下,唯有在该点的最大主应力方向不发生变化,才能消除应力不连续,最大主应力方向的多值性被单一值所取代,这一单一值相当于界面摩擦角等于土壤内摩擦角^[15]。

当履带的跨度和柔度足够大时,被动区在履带下完全发展,被动区后依次存在 JL 和 LP 2 个滑移线场。其中 JL 与 KFA 类似,土壤颗粒呈循环流动状态,不存在明显的土壤流失; LP 与 KIE 类似,土壤沿滑移线方向由主动区向被动区流动。由于履带有用的接触面积随履带柔度的增加而减小,现实中为了增加机构的牵引性能往往需要对履带柔度进行限制,故一般情况下的土壤流动情况如图 5 所示,被动区并不能在履带下面完全发展,未得以发展的被动区 I 与主动区 II 产生耦合,其土壤随主动区 II 的切削向后流动。在主动区 II 中随着履带向后推移最大主应力与水平面的顺时针方向夹角逐渐减小,可能会出现特征线与水平面的逆时针夹角为正的情况,这种情况下土壤颗粒由流失改为堆积,当主动区 II 流失的土壤堆积完毕之后,由被动区 I 流动过来的土壤可予以补充实现土壤的进一步堆积。其余负重轮及与其相连的履带部分的土壤剪切流动与首个负重轮后端滑移线场大致类似。

2.2 柔性履带等效滑移沉陷量计算

轮式机构的研究中滑转沉陷可通过最大应力角体现^[13],但履带机构由于履带的连续作用无法按照刚性轮的方法通过最大应力角实现滑转沉陷的体

现,需运用土力学理论来计算。

以首轮后端滑移线场为例,最大主应力 σ_1 的方向可由 SOKOLOVSKII 提出的计算式计算。

$$\theta = (1 - k) \frac{1}{4} \pi + (k \Delta - \delta) + n \pi \tag{1}$$

式中,主动区 $k = -1$,被动区 $k = 1$; $\delta = \arctan(\tau/\sigma + c \cot \varphi)$,其中 φ 为土壤内摩擦角; $\Delta = \arctan(\sin \delta / \sin \varphi)$; n 为任意整数,通常为 0 或 ± 1 。

2.2.1 主动区的滑移沉陷分析

由塑形力学理论可知特征线与最大主应力之间的夹角为 $X_c = \pi/4 - \varphi/2$ 。主动区负重轮与履带的速度方向也就是与土壤接触点处的滑移线方向,与特征线 j 的方向相同,因而可将主动区土壤与负重轮(或履带)视为与负重轮(或履带)紧贴在一起的实体,随着负重轮(或履带)与土壤体的转动机构将产生附加的沉陷量,如图 6 所示。

图 6 中 K 点绕圆心旋转 $d\alpha$ 的微圆弧段后落在 K' 点所用时间为 dt ,机构前进的距离为 dx 。由几何关系可得微元方程

$$\begin{cases} v dt \cos(\theta - X_c + \alpha) = r \sin \alpha \\ -\sin(\alpha - d\alpha) - dx = r(\cos \alpha + i - 1) d\alpha \\ v dt \sin(\theta - X_c + \alpha) = dz_{c1} \end{cases} \tag{2}$$

式中 v ——沿特征线 j 的速度
 α ——负重轮的作用角度
 i ——机构滑转率

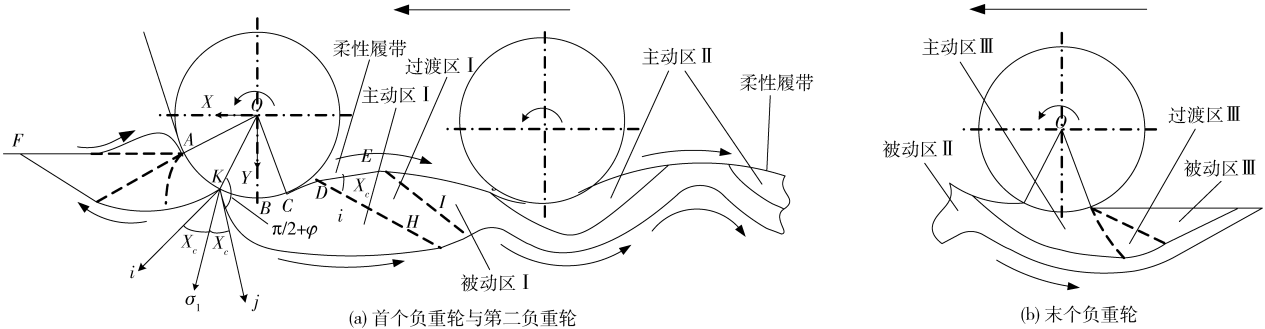


图5 履带柔度受限时机构下的滑移线场及土壤剪切流动示意图

Fig. 5 Slip-line field and soil shear flow when flexibility was limited

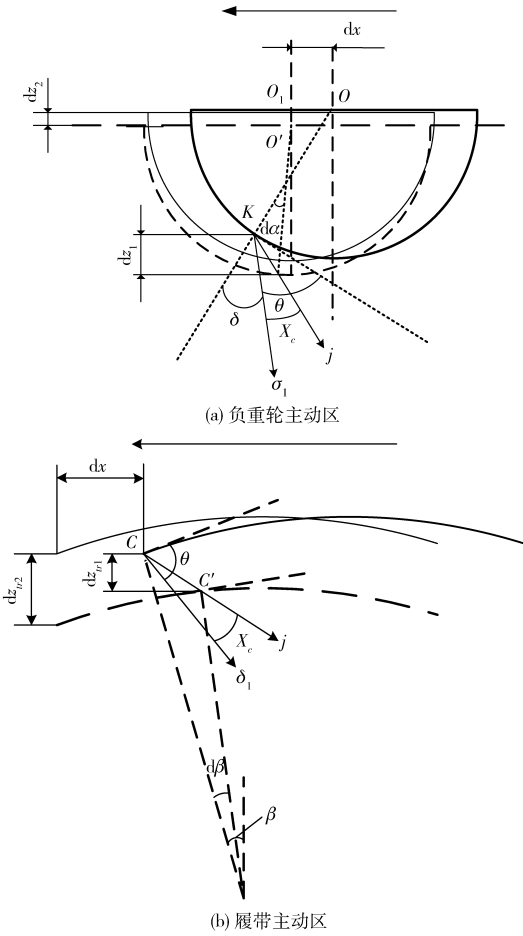


图 6 主动区滑移沉陷示意图

Fig. 6 Slip sinkage sketches in active region

易得滑转沉陷量微元为

$$dz_{c1} = r(\cos\alpha + i - 1) \tan(\theta - X_c + \alpha) d\alpha = v_{c1} d\alpha \quad (3)$$

式中 v_{c1} ——沉陷量关于负重轮作用角的导数

考虑到土壤的回弹特性,滑移线场下方的土壤会产生回弹来填补机构剪切导致的土壤流失,因而机构并不会产生实质性的下陷,土壤回弹位移微元为

$$\begin{aligned} dz_{c2} &= dz_{c1} - r(\cos(\alpha - d\alpha) - \cos\alpha) = \\ &= dz_{c1} - r\sin\alpha d\alpha = v_{c2} d\alpha \end{aligned} \quad (4)$$

式中 v_{c2} ——回弹量关于负重轮作用角的导数

同理可求得履带主动区微元弧段的滑转沉陷量和土壤回弹位移为

$$\begin{cases} dz_{tr1} = r_p(\cos\beta + i - 1) \tan(\theta - X_c - \beta) \\ d\beta = v_{tr1} d\beta \\ dz_{tr2} = dz_{tr1} + r_p(\cos(\beta - d\beta) - \cos\beta) = \\ dz_{tr1} + r_p \sin\beta d\beta = v_{tr2} d\beta \end{cases} \quad (5)$$

式中 dz_{tr1} ——滑转沉陷量

dz_{tr2} ——土壤回弹位移

r_p ——履带段的曲率半径

β ——法线与竖直面的夹角

2.2.2 过渡区与被动区的滑移沉陷分析

根据滑移线场的速度场理论,由于过渡区与被动区的滑移线为平行的直线,故特征线方向的速度为恒定的。根据速度场的连续性,过渡区的速度应与主动区、过渡区交界处(图 7 所示 D 点)相等。

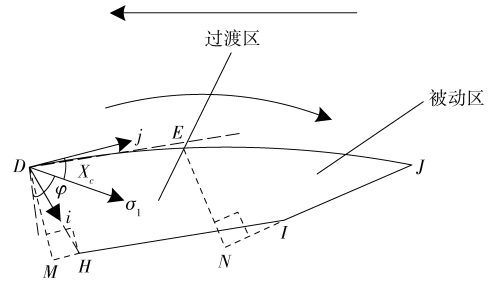


图 7 过渡区与被动区滑移沉陷示意图

Fig. 7 Slip sinkage sketch in transition and passive regions

由式(5)可得 D 点的沉陷微元为

$$dz_D = r_p(\cos\beta_D + i - 1) \tan(\theta_D - X_c - \beta_D) d\beta \quad (6)$$

式中 β_D —— D 点的法线与竖直线的夹角

易得

$$\begin{cases} v_q = \frac{(\cos\beta_D + i - 1) \tan(\theta_D - X_c - \beta_D)}{\sin(\theta_D - X_c)} \\ dh = r_p \sin(\theta_D - X_c - \beta_D + \beta) d\beta \end{cases} \quad (7)$$

式中 dh ——图 7 所示 DM 方向上的单位微元

v_q ——过渡区沉陷量沿 DM 方向的增长速度

则过渡区的沉陷量为

$$\begin{aligned} dz_{tra1} &= v_q dh = r_p(\cos\beta_D + i - 1) \tan(\theta - X_c - \beta_D) \cdot \\ &\sin(\theta - X_c - \beta_D + \beta) / \sin(\theta - X_c) d\beta = v_{tra1} d\beta \end{aligned} \quad (8)$$

式中 v_{tra1} ——沉陷量关于 β 的导数

过渡区的回弹量为

$$dz_{tra2} = dz_{tra1} + r_p \sin\beta d\beta = v_{tra2} d\beta \quad (9)$$

根据塑性土壤流量守恒可得

$$v_q l_{EQ} = v_n l_{EN} \quad (10)$$

式中 l_{EQ} 、 l_{EN} —— EQ 、 EN 的长度

v_n ——被动区沉陷量沿 EN 方向的增长速度

被动区的沉陷量微元为

$$\begin{aligned} dz_{p1} &= v_n dn = v_q \frac{\sin(2X_c + \beta_D - \theta_D)}{\sin(2X_c)} dn = \\ &r_p(\cos\beta_D + i - 1) \tan(\theta_D - X_c - \beta_D) \cdot \\ &\sin(2X_c + \beta_D - \theta_D) \sin(\beta - X_c) / \\ &(\cos(\theta_D - X_c) \sin(2X_c)) d\beta = v_{p1} d\beta \end{aligned} \quad (11)$$

式中 dn —— DN 方向上的单位微元

v_{p1} ——沉陷量关于 β 的导数

被动区的回弹量微元为

$$dz_{p2} = dz_{p1} + r_p \sin\beta d\beta = v_{p2} d\beta \quad (12)$$

式中 v_{p2} ——回弹量关于 β 的导数

2.2.3 滑移沉陷量与回弹量计算

对沉陷量微元和回弹量微元进行积分运算便可得到沉陷量 ΔZ_1 与回弹量 ΔZ_2 。

以第 k 个负重轮下的沉陷量与回弹量为例,其计算公式为

$$\Delta Z_{1(2)}(\alpha_k) =$$
$$\begin{cases} \int_{-\alpha_k}^{\theta_{km}} v_{c1(2)} d\alpha + \sum_{k'=1}^{k-1} \left(\int_{-\alpha_{k'2}}^{\theta_{k'm}} v_{c1(2)} d\alpha + \int_{\beta_{k'}}^{\alpha_{k'2}} v_{tr1(2)} d\beta + \int_{\beta_{ak'}}^{\beta_{k'}} v_{tra1(2)} d\beta + \int_{\beta_{pk'}}^{\beta_{ak'}} v_{p1(2)} d\beta + \int_{-\alpha_{(k'+1)1}}^{\beta_{ik'}} v_{tr1(2)} d\beta \right) & (\alpha_k < \theta_{km}) \\ \sum_{k'=1}^{k-1} \left(\int_{-\alpha_{k'2}}^{\theta_{k'm}} v_{c1(2)} d\alpha + \int_{\beta_{k'}}^{\alpha_{k'2}} v_{tr1(2)} d\beta + \int_{\beta_{ak'}}^{\beta_{k'}} v_{tra1(2)} d\beta + \int_{\beta_{pk'}}^{\beta_{ak'}} v_{p1(2)} d\beta + \int_{-\alpha_{(k'+1)2}}^{\beta_{ik'}} v_{tr1(2)} d\beta \right) & (\alpha_k \geq \theta_{km}) \end{cases} \quad (13)$$

式中 α_k ——第 k 个负重轮的作用角
 $v_{c1(2)}$ ——负重轮主动区沉陷量(回弹量)导数
 $v_{tr1(2)}$ ——履带主动区沉陷量(回弹量)导数
 $v_{tra1(2)}$ ——履带过渡区沉陷量(回弹量)导数
 $v_{p1(2)}$ ——履带被动区中沉陷量(回弹量)的导数
 θ_{km} ——第 k 个负重轮最大应力角
 α_{k2} ——第 k 个负重轮离去角
 β_k ——第 k 条履带主动区与过渡区交界处的法线与竖直线夹角
 β_{ak} ——过渡区与被动区交界处的作用角
 β_{pk} ——被动区结束点的作用角
 β_{ik} ——第 $k+1$ 个负重轮后主动区在负重轮前端履带开始点的法线与竖直线夹角

当第 $k+1$ 个负重轮后主动区开始点落在负重轮上时, $\beta_{ik} = \alpha_{(k+1)1}$; 当其落在负重轮前端履带时, $\theta_{km} = \alpha_{k1}$; 当第 k 条履带被动区不能完全发展时, $\beta_{pk} = \beta_{ik}$ 。其他区域的沉陷量、回弹量与负重轮下的计算类似,不再赘述。

为判断被动区是否完全发展,特提出以下判断方法

$$j = \begin{cases} r[\alpha_{k1} - \alpha_k - (1-i)(\sin\alpha_{k1} - \sin\alpha_k)] + \sum_{k'=1}^{k-1} r(\alpha_{k'1} - \alpha_{k'2} - (1-i)(\sin\alpha_{k'1} - \sin\alpha_{k'2})) + \sum_{k'=1}^{k-1} \int_{\alpha_{(k'+1)1}}^{\alpha_{k'2}} (r_p(\beta) + (1-i)\cos\beta) d\beta & \text{(负重轮)} \\ \int_{\beta_k}^{\alpha_{k2}} (r_p(\beta) + (1-i)\cos\beta) d\beta + \sum_{k'=1}^k r(\alpha_{k'1} - \alpha_{k'2} - (1-i)(\sin\alpha_{k'1} - \sin\alpha_{k'2})) + \sum_{k'=1}^{k-1} \int_{\alpha_{(k'+1)1}}^{\alpha_{k'2}} (r_p(\beta) + (1-i)\cos\beta) d\beta & \text{(履带)} \end{cases} \quad (17)$$

2.4 柔性履带应力分布的数值计算

实验用土壤选用松软干砂,其地面力学参数的测量值为: $n = 1.1$, $c = 1.0$ kPa, $K_c = 0.9$ kPa/m ^{$n-1$} , $K_\varphi = 1\,502.8$ kPa/m, $K = 0.025$ m, $\varphi = 29.6^\circ$ 。利用实验测得的下陷量和车体倾斜角计算得到各负重轮的下陷深度,结合 1.2 节拟合得到的履带的形态函数得到柔性履带各点的下陷深度,将各项参数代入本文所建立的应力分布模型中,通过数值计算得到

$$\int_{\beta_b}^{\beta_{ak}} r_p(\beta) \sin(\theta_D - X_c - \beta_D + \beta) d\beta =$$
$$\left(\int_{-\alpha_{k1}}^{\beta_{i(k-1)}} v_{tr1} d\beta + \int_{\alpha_{k2}}^{\theta_{km}} v_{c1} d\alpha + \int_{\beta_k}^{\alpha_{k2}} v_{tr1(2)} d\beta + \int_{\beta_{ak}}^{\beta_k} v_{tra1(2)} d\beta \right) / v_q \quad (14)$$

式中 α_{k1} ——第 k 个负重轮的进入角
求解上述方程得到 β_b ,若 $\beta_b < \alpha_{k1}$ 则被动区可以完全发展且结束点的作用角为 β_b ,土壤流动如图 4 所示;否则被动区不可以完全发展,土壤流动如图 5 所示。

2.3 应力分布模型修正

综合考虑履带机构的滑转沉陷和土壤重复加载特性,在 Wong 重复加载模型的基础上得到修正模型

$$\sigma_k(z) =$$
$$\begin{cases} (k_c/b + k_\phi)(z - \Delta Z_2)^n & (z \geq Z_{uk}) \\ (k_c/b + k_\phi)Z_{uk}^n - k_{uk}(Z_{uk} - z + \Delta Z_2) & (z < Z_{uk}) \end{cases} \quad (15)$$

$$\tau_k(z) = (c + \sigma_k(z) \tan\varphi)(1 - e^{-j/K}) \quad (16)$$

式中 σ_k ——第 k 个负重轮或履带的正应力
 τ_k ——第 k 个负重轮或履带的切应力
 Z_{uk} —— $z - \Delta Z_2$ 在第 k 个负重轮后主动区的最大值
 j ——剪切变形模量
 j 的计算公式为

柔性履带各点的滑转沉陷量及正应力、切应力的分布情况,结果如图 8 所示。
由图 8 可以看出被动区 I 与被动区 II 结束点滑转沉陷量均未回降至零,被动区都未充分发展,从而允许主动区 II 与末轮主动区中的沉陷量减少量大于增加量。根据式(8),主动区 I 与过渡区 I 交点处最大主应力与水平线的夹角大于 X_c ,过渡区与主动区滑转沉陷量平滑连接,均呈上升趋势;而主动区 II

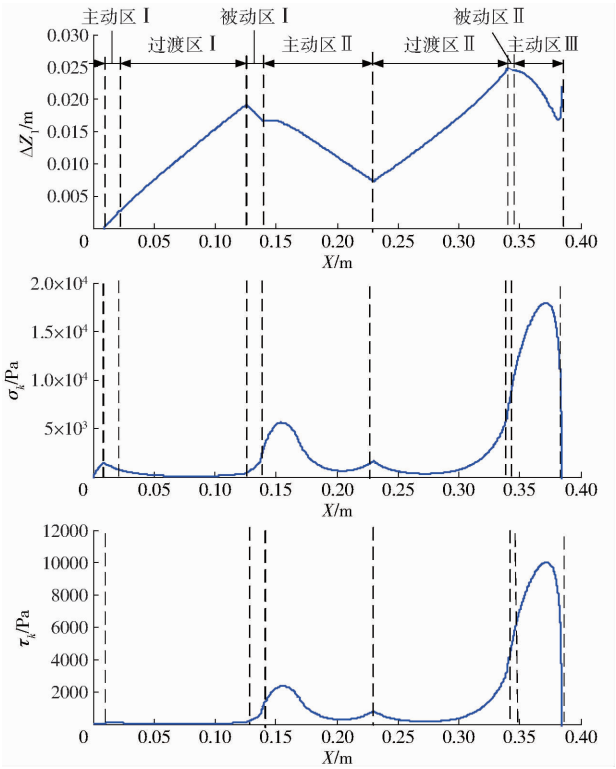


图 8 数值计算结果

Fig. 8 Numerical calculation results

与过渡区Ⅱ交点处最大主应力与水平线的夹角小于 X_c ,沉陷量变化在交点处出现反折,由下降转为上升,在正应力与切应力的相对应位置也可以看到明显的折点。由本文分析的滑移线场的分布规律可知,不论滑转沉陷量还是正应力与侧应力,在过渡区与被动区交点处均具有明显的折点,这在图示的计算结果中得到很好的反映。

3 模型实验验证与误差分析

单纯的正应力或者切应力的测量都比较困难,本文通过在履带下埋设膜盒式压力传感器来测量履带地面接触处向下的压力分布情况,将压力除以传感器的受力面积得到竖直向下的应力分布,结果如图 9 所示。分别运用本文应力分布模型与 REECE 正应力分布模型、WONG 重复加载模型计算得到履带机构的正应力与切应力分布,代入公式

$$p = \begin{cases} \sigma_k \cos \theta + \tau_k \sin \theta & (\text{负重轮}) \\ \sigma_k \cos \beta - \tau_k \sin \beta & (\text{履带}) \end{cases} \quad (18)$$

式中 θ ——负重轮的作用角
计算得到竖直向下的应力如图 9 所示。

图 9 中 M1、M2、M3 分别代表运用本文模型、REECE 正应力分布模型、WONG 重复加载模型计算得到的竖直应力分布情况。从对比结果不难看出采用本文的应力分布模型得到的计算结果与实测数据最为接近,计算误差最大不超过 7 kPa,平均相对误

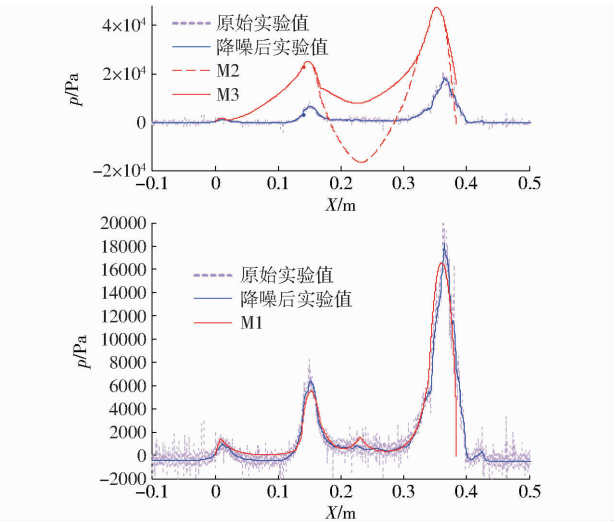


图 9 数值计算结果与实验数据对比

Fig. 9 Comparisons between numerical and experiment results

差小于 8%,相关系数大于 0.9,且在实验结果中能够看到过渡区与被动区交点处以及主动区Ⅱ与过渡区Ⅱ交点处存在明显的折点,与计算结果吻合性较好,进一步验证了本文滑移线场分布、土壤纵向滑移流动以及应力分布计算方法的合理性。运用 REECE 正应力分布模型、WONG 重复加载模型得到的计算值偏离实验值较大,反映了滑转沉陷对应力分布的重要影响。

为验证本文所建立模型的普适性,分别对不同滑转率下的计算结果与实验结果进行比较,结果如表 1 所示。由表可以看出各滑转率下的平均相对误差均小于 15%,相关系数不小于 0.83。

表 1 不同滑转率下的模型计算误差与相关系数

滑转率	at different slip rates					
	0.23	0.40	0.48	0.57	0.62	0.71
平均相对误差/%	7.26	9.80	8.07	14.27	12.03	13.34
相关系数	0.96	0.93	0.95	0.88	0.91	0.83

引起误差的主要原因有:土壤的各地面参数不够准确;滑转沉陷量的推导过程中进行了一些假设和简化;实验过程中不可避免的测量误差;首个负重轮在应力上升段与实验偏差较大,可能是由于未考虑首个负重轮推土形成的弓形区域所致;计算结果大于实验结果且越靠近机构后端模型的计算误差越大的现象,可能是未考虑土壤侧向流动的影响所致。但相对误差小于 15%,所建模型已较为准确地反映了履带各点的应力分布情况。

4 结论

(1)分析了柔性履带的滑移线场分布与土壤的纵向滑转流动情况,并通过对实验结果的观察验证

了该分析的合理性。

(2)传统的柔性履带应力分布模型未考虑土壤滑转流动造成的附加沉陷,使计算结果与实际具有较大偏差,本文运用塑性力学理论和微元分析的思想推导了履带各处的滑转沉陷量的计算方法。

(3)在 WONG 重复加载模型的基础上,综合考虑履带机构的滑转沉陷和土壤重复加载特性,得到了履带机构应力分布的修正模型,在对竖直应力的计算过程中最大相对误差不超过 15%,具有较高的精确度。

参 考 文 献

1 OKADA Y, NAGATANI K, YOSHIDA K, et al. Shared autonomy system for tracked vehicles on rough terrain based on continuous three-dimensional terrain scanning [J]. Journal of Field Robotics,2011,28(6):875 – 893.

2 BANERJEE S, BALAMURUGAN V, KRISHNAKUMAR R. Ride dynamics mathematical model for a single station representation of tracked vehicle[J]. Journal of Terramechanics,2014,53:47 – 58.

3 JANARTHANAN B, PADMANABHAN C, SUJATHA C. Longitudinal dynamics of a tracked vehicle: simulation and experiment [J]. Journal of Terramechanics,2012,49:63 – 72.

4 JEONG Hae Kwan, CHOI Keun Ha, KIM Soo Hyun, et al. Driving mode decision in the obstacle negotiation of a variable single-tracked robot[J]. Advanced Robotics,2008,22(13):1421 – 1438.

5 李建桥,黄菡,王颖,等. 松软地面机器系统研究进展[J/OL]. 农业机械学报,2015,46(5):306 – 320. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20150544&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.05.044.

LI Jianqiao, HUANG Han, WANG Ying, et al. Development on research of soft-terrain machine systems [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2015,46(5):306 – 320. (in Chinese)

6 JPSEPH B RAYMOND, PARAMSOTHY JAYAKUMAR. The shearing edge of tracked vehicle-soil interactions in path clearing applications utilizing multi-body dynamics modeling & simulation[J]. Journal of Terramechanics,2015,58:39 – 50.

7 WONG J Y, HUANG Wei. “Wheel vs, track”—a fundamental evaluation from the traction perspective [J]. Journal of Terramechanics,2006,43(1):27 – 42.

8 WYK D J, SPOELSTRA J, KLERK J H, et al. Mathematical modelling of the interaction between a tracked vehicle and the terrain [J]. Applying Mathematical Modelling,1996,20(11):838 – 846.

9 OKELLO J A, WATANY M, CROLLA D A, et al. A theoretical and experimental investigation of rubber track performance models [J]. Journal of Agricultural Engineering Research,1998,69(1):15 – 24.

10 KARAFIATH L L, NOWATZK E A. Soil mechanics for off-road vehicle engineering[M]. Zurich:Trans Tech Publications, 1976.

11 李建桥,黄菡,党兆龙,等. 轻载荷条件下的筛网轮沉陷[J]. 吉林大学学报:工学版,2015,45(1):167 – 173.

LI Jianqiao, HUANG Han, DANG Zhaolong, et al. Sinkage of wire mesh wheel under lightload [J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition,2015,45(1):167 – 173. (in Chinese)

12 张克健. 车辆地面力学[M]. 北京:国防工业出版社,2002.

13 丁亮. 月/星球车轮地作用地面力学模型及其应用研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2009.

DING Liang. Wheel-soil interaction terramechanics for lunar/planetary exploration rovers: modeling and application [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2009. (in Chinese)

14 WONG J Y, REECE A R. Prediction of rigid wheel performance based on analysis of soil-wheel stresses, part I:performance of driven rigid wheels [J]. Journal of Terramechanics, 1967,4(1):81 – 98.

15 王伟东. 面向复杂地面环境的作业型履带式移动机器人研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2009.

WANG Weidong. Study on tracked mobile robot with manipulator in complex terrain [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2009. (in Chinese)