doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.08.049

# 基于 POC 方法的少自由度无过约束并联机构构型综合

朱小蓉 宋月月 沈惠平 姚 欣 孙 晨 杨廷力 (常州大学机械工程学院,常州 213164)

摘要:根据基于方位特征集和序单开链单元的并联机构拓扑结构设计理论,提出了一种基于基本回路过约束特性的无过约束并联机构设计方法。首先,分析动平台方位特征集、支链方位特征集以及基本回路独立位移方程数三者之间的关系,确定了少自由度无过约束并联机构构型的存在条件,给出了无过约束并联机构构型综合的方法和步骤。然后,按照支链类型及其对动平台提供的约束不同,将无过约束并联机构构型分为3类,表明通过不同类型的支链组合可得到不同性能的无过约束并联机构新构型。最后,通过典型实例总结无过约束并联构型的支链组成及其装配规律。

关键词: 并联机构; 少自由度; 无过约束; 构型条件; 构型综合

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2016)08-0370-08

# Structural Synthesis Based on POC Set for Lower-mobility Non-overconstrained Parallel Mechanisms

Zhu Xiaorong Song Yueyue Shen Huiping Yao Xin Sun Chen Yang Tingli (School of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

Abstract: Based on the theory of POC and ordered single-opened-chain, a design method for structural synthesis of lower-mobility non-overconstrained parallel mechanisms (PMs) was proposed according to the over-constraint characteristics of independent loops. Firstly, the relationships between POC of mobile platform, POC of kinematic limbs and the number of independent displacement equations of independent loops were analyzed. The existence condition of lower-mobility non-overconstrained PMs was obtained, and the universal method and step for structural synthesis were further proposed. Secondly, the non-overconstrained PMs can be classified into three types of configurations according to different combinations of kinematic limbs and their corresponding constraints on the platform, which showed that the non-overconstrained PMs composed with different types of kinematic limbs had different performances. Finally, the rules of possible kinematic limbs and their assembly modes were illustrated by comparative analysis with a few examples. The research results enriched the analysis theory and methods of non-overconstrained PMs, and laied the foundation for type selection and applications of lower-mobility non-overconstrained PMs.

**Key words:** parallel mechanisms; lower-mobility; non-overconstraint; structural condition; structural synthesis

#### 引言

目前研究的少自由度并联机构大多存在过约

束,支链内部以及支链之间的运动副轴线需满足特殊的几何关系以获得动平台需要的方向及位置,文献[1]将这些特殊的几何关系归纳为五类:平行、交

收稿日期: 2016-01-10 修回日期: 2016-02-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(51475050)

作者简介:朱小蓉(1972—),女,副教授,博士,主要从事机构学和并联机构研究,E-mail: zxr@ cczu. edu. cn

叉、垂直、共线、共面。由于制造误差和安装误差的存在,运动副轴线之间严格的几何关系通常不能得到精确满足,从而导致机构运动精度难以保证,甚至不能获得机构设计所需的运动输出。

针对过约束机构对几何位置误差敏感的特点,目前人们的工作主要包括:①单纯提高制造、装配精度,但其代价昂贵,不能从根本上解决问题。②对结构误差进行分析,对可控误差进行标定以得到补偿<sup>[2-4]</sup>,但对运动副轴线的几何形位误差研究较少。 ③将原有过约束机构改进设计为无过约束机构或少过约束机构,本文主要研究这种方法。

无过约束或少过约束并联机构,在一定范围内具有自动适应运动副形位误差的特性,机构动力学性能也得到改善<sup>[5]</sup>。随着对并联机构构型研究的深入和工程实际应用的需要,无过约束并联机构的设计越来越受到重视<sup>[6-15]</sup>。

然而,到目前为止,无过约束并联机构的数量有限,特别是4自由度和5自由度无过约束构型。而针对无过约束并联机构型综合与分析一般方法的研究则更少,现有并联机构的过约束特征的判断也都依赖个人的主观经验。对无过约束构型的存在条件、支链数目、支链自由度以及支链间装配关系等的相关研究还不够充分。

本文根据基于方位特征集(Position and orientation characteristic, POC)和序单开链单元的并联机构设计理论(简称 POC 方法),分析动平台POC、支链 POC 与机构基本回路独立位移方程数之间三者的关系,确定少自由度无过约束并联机构构型的存在条件,给出无过约束并联机构构型综合的方法与步骤。按照支链类型及其对动平台提供的约束不同,将无过约束并联机构分为3种类型。最后,通过典型实例总结无过约束并联机构构型的支链组成及其装配规律。

# 1 基于 POC 集的无过约束并联机构拓扑结构设计基础

基于 POC 集的并联机构拓扑结构设计理论与 方法详见文献[1],为节约篇幅,这里仅给出部分内 容。

#### 1.1 并联机构动平台 POC 集

任意机构构件 i 相对于构件 j 的 POC 集为

$$\begin{split} M = & \left[ \begin{array}{c} t_1^1(\; dir. \;) \, \cup t_2^1(\; dir. \;) \, \cup t_3^1(\; dir. \;) \\ \\ r_1^1(\; dir. \;) \, \cup r_2^1(\; dir. \;) \, \cup r_3^1(\; dir. \;) \end{array} \right] = \\ & \left[ \begin{array}{c} t^{\dim +M(t)+}(\; dir. \;) \\ \\ r^{\dim +M(\tau)+}(\; dir. \;) \end{array} \right] \end{aligned}$$

POC 集的独立元素数目称为 POC 集的维数,记作  $\dim\{M\}$ ,且有  $\dim\{M\}$  =  $\dim\{M_{(i)}\}$  +  $\dim\{M_{(i)}\}$  ≤ 6,其中, $\dim\{M_{(i)}\}$ 为移动元素数; $\dim\{M_{(i)}\}$ 为转动元素数。

并联机构由动平台、定平台和两者之间的(v+1)条串联支链(SOC)组成。每条支链的机架与末端构件分别是定平台和动平台的一部分,支链末端构件的 POC 为

$$M_{bj} = \bigcup_{i=1}^{m_j} M_{Ji} \tag{1}$$

式中  $M_{ij}$  — 第j 条支链末端构件的 POC,记  $F_j$  = dim $\{M_{ki}\}$ 

*M<sub>Ji</sub>*──第 *i* 个运动副的 POC

 $m_j$  — 第j 条支链运动副个数

则,并联机构动平台的 POC 集为各支链末端构件 POC 集之交集,即

$$M_{pa} = \bigcap_{i=1}^{v+1} M_{b_i} \tag{2}$$

式中  $M_{pa}$  — 并联机构动平台的 POC 集,记  $F = \dim\{M_{pa}\}$ 

由式(2)可知,动平台 POC 集是其组成支链 POC 集的子集,即

$$M_{bj} \supseteq M_{pa} \quad (j = 1, 2, \dots, v + 1)$$
 (3)

#### 1.2 支链的分类以及并联机构的分类

根据支链 POC 集与动平台 POC 集的关系,可将构成并联机构的支链分为 3 种类型:

(1) 第 I 类支链记为(SOC<sub>1</sub>)——支链 POC 集 与动平台 POC 集相等,即

$$\begin{cases} M_{b} = M_{pa} \dim \{M_{b}\} = \dim \{M_{pa}\} \\ \dim \{M_{b}(t)\} = \dim \{M_{pa}(t)\} \\ \dim \{M_{b}(r)\} = \dim \{M_{pa}(r)\} \end{cases}$$
(4)

(2) 第 II 类支链记为(SOC<sub>II</sub>) —— 支链 POC 集 真包含动平台 POC 集,即

$$\begin{cases} M_{b} \supset M_{pa} \operatorname{dim} \{M_{b}\} > \operatorname{dim} \{M_{pa}\} \\ \operatorname{dim} \{M_{b}(t)\} \geqslant \operatorname{dim} \{M_{pa}(t)\} \\ \operatorname{dim} \{M_{b}(r)\} \geqslant \operatorname{dim} \{M_{pa}(r)\} \end{cases}$$

$$(5)$$

(3)第Ⅲ类支链记为( $SOC_{III}$ )——无约束支链。 支链末端构件具有 3 平移 3 转动自由度,对动平台 不提供任何约束,即  $M_b = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^3 \end{bmatrix}$ ,常用的此类支链有 SPS、UPS、RSS、PSS、RCS、RUS、PUS 等。

实际上,并联机构由  $SOC_1$ 、 $SOC_1$ 、 $SOC_1$ 3 类支链采用不同形式组合而成。POC 维数为  $F_j$ 的支链对动平台施加的约束数为  $6-F_j$ , 6-F 为动平台在v+1 条支链共同作用下的约束特征。当所有支链约束之和大于动平台所需要的约束时,机构存在过

约束;当支链约束总数等于动平台约束时,机构不存在过约束。因此,根据约束特性,并联机构可分为2种构型:

(1) 过约束构型: 
$$\sum_{j=1}^{v+1} (6 - F_j) > 6 - F$$
, 即
$$\sum_{j=1}^{v+1} F_j < 6v + F$$
(6)
(2) 无过约束构型:  $\sum_{j=1}^{v+1} (6 - F_j) = 6 - F$ , 即
$$\sum_{j=1}^{v+1} F_j = 6v + F$$
(7)

#### 1.3 并联机构的无过约束特征

v+1 条支链(SOC)组成的并联机构可视为由 v 条独立回路(SLC)组成。图 1 为文献[1]对并联机构基本组成回路的划分方法,即选取 2 条支链构成第 1 个基本回路(SLC<sub>1</sub>),动平台看成是回路中的活动构件;然后,将此基本回路看成一个整体(看成是动平台为末端构件的 1 条等效支链),第 3 条支链与之构成第 2 个独立回路(SLC<sub>2</sub>);以此类推;直至第 v+1 条支链,与第 v-1 条独立回路封闭连接,构成第 v 个独立回路(SLC<sub>v</sub>)。依照此方法构成并联机构的过程,也可以看成是机构的装配过程,记为

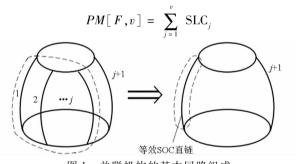


图 1 并联机构的基本回路组成

Fig. 1 Basic circuit composition of parallel mechanism

基于并联机构闭合回路耦合的观点,可用基本 回路的过约束特性(包括数量和类型)来描述并联 机构的过约束特征。并联机构自由度计算公式,以 及基本回路的过约束数计算公式

$$\begin{cases} F = \sum_{i=1}^{m} f_{i} - \sum_{j=1}^{v} \xi_{L_{j}} = \sum_{j=1}^{v+1} F_{j} - \sum_{j=1}^{v} \xi_{L_{j}} \\ \xi_{L_{j}} = \dim\left(\left(\bigcap_{i=1}^{j} M_{b_{i}}\right) \cup M_{b_{(j+1)}}\right) \end{cases}$$
(8)

式中  $\bigcap_{i=1}^{j} M_{b_i}$  一前 j 条支链组成的等效支链末端 构件的 POC

①如果  $\xi_{L_j} = 6$ ,则该基本回路为无过约束回路;②如果  $\xi_{L_j} < 6$ ,则为过约束回路,且 $((\bigcap_{i=1}^{j} M_{b_i}) \cup M_{b_{(i+1)}})$ 为回路过约束的方位特征。

相应地,如果组成机构的所有回路具备  $\xi_{L_i}$  = 6,

 $j=1,2,\cdots,v$ ,则该并联机构为无过约束构型;如果存在  $\xi_{L_j} < 6,j$  为  $1 \sim v$  中任意值,则该机构为过约束构型,j 为过约束存在的回路数, $((\bigcap_{i=1}^{j} M_{b_i}) \cup M_{b_{(j+1)}})$  为机构过约束的方位特征。

### 1.4 基于回路过约束特性的无过约束并联机构构 型条件

应用以上分析结果,可得无过约束并联机构构 型条件为

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{v+1} F_{j} = 6v + F \\ F \leq F_{j} \leq 6 \\ M_{pa} = \bigcap_{j=1}^{v+1} M_{b_{j}} \\ \xi_{L_{j}} = \dim((\bigcap_{i=1}^{j} M_{b_{i}}) \cup M_{b(j+1)}) = 6 \end{cases}$$
(9)

给定无过约束并联机构的 POC 集、支链数等条件,由式(9)的第1、2条件,确定无过约束并联机构支链数量及其组合方式;由式(9)的第3个条件,确定所有可用来构成无过约束构型的支链,动平台的POC 集必为支链 POC 集的子集;由式(9)的第4个条件,确定支链间的几何装配条件。

同样,根据式(10),也可设计具有特定过约束要求的并联机构构型,即

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{v+1} F_{j} < 6v + F \\ F \leq F_{j} \leq 6 \\ M_{pa} = \bigcap_{j=1}^{v+1} M_{b_{j}} \\ \xi_{L_{j}} = \dim((\bigcap_{i=1}^{j} M_{b_{i}}) \cup M_{b_{(j+1)}}) \end{cases}$$
(10)

## 2 无过约束并联机构的构型综合方法与步骤

#### 2.1 无过约束并联机构的型综合方法及步骤

根据以上分析,提出一种少自由度无过约束并 联机构型综合的一般方法,主要包括如下步骤:

- (1)支链配置模式。根据动平台的 POC、自由度 F 以及支链数目 v+1 要求,选择合适的支链 POC 维数配置模式(表 1)。
- (2)支链结构设计。选择合适的支链,也可基于 POC 集的支链结构综合理论进行设计;根据支链 POC 要求确定仅含 R 副和 P 副的运动副类型和数目,以及运动副轴线之间的装配几何关系;通过相邻单自由度运动副合并构造多自由度运动副,或改变运动副连接次序,进一步扩充支链类型。
- (3)支链间装配配置。根据支链配置模式,按照表 2~4 进行装配。对 I型无过约束构型,直接将得到的 SOC,与 T³R³支链并联连接,即得到无过约

東并联机构构型。对Ⅱ型、Ⅲ型无过约束构型,利用与动平台和定平台相连的运动副确定支链之间的相对关系,使其满足表 2~4 的几何条件,即可得到无过约束构型。

#### 2.2 无过约束构型支链 POC 集维数的配置模式

对于 6 自由度并联机构,各支链 POC 集的维数 均为 6,即  $F_j$  = 6,满足式(9)的所有条件,因此是无过约束机构。对于 3~5 自由度并联机构的无过约束构型,式(9)第 1、2 条件的每一组整数解确定了支链的 POC 维数及其组合方式,表 1 列出了可用来构成无过约束构型的支链 POC 维数组合(括号中的数字表示支链的 POC 维数)。例如,对具有 3 支链的 3 自由度并联机构,其构型特征有 3 种:(3,6,6)、(4,5,6)、(5,5,5)。对 4 支链 4 自由度无约束构型有 2 种:(4,6,6,6)、(5,5,6,6)。不存在 5 支链 5 自由度无约束并联机构的构型,但存在 3 支链、4 支链的 5 自由度无过约束构型,但有支链需要安装 2 个驱动。

根据表1中提供动平台约束的支链数目,无过约束构型可分为3类:

(1) I 型无过约束构型——仅1条支链提供动

- 平台的所有约束。由 1 条  $SOC_1$ 与 v 条  $SOC_{II}$ 组成。表 1 中序号 1、4、6、7、10、11 为 I 型。当采用结构相同的  $SOC_{II}$ 时可获得轴对称结构。最典型的应用有Tricept 混联机械手<sup>[16]</sup>,并联部分采用 3UPS UP 结构,其中 UP 属于  $SOC_1$ ,UPS 是 6 自由度支链,属于 $SOC_{II}$ ,不提供任何约束。因此,动平台的 POC 仅取决于 UP 支链。
- (2) Ⅱ型无过约束构型——所有支链分别提供动平台不同的约束,且支链均属于 SOC<sub>Ⅱ</sub>。由于每一条支链都对动平台提供不同的约束,支链装配应满足式(9)第3、4条要求。4、5自由度不存在由简单支链构成的Ⅱ型无过约束构型。3自由度仅存在一种Ⅱ型无过约束构型(5,5,5),如表1中序号3。如 HALF3自由度1-PRU&2-PRC 并联机构<sup>[17]</sup>。
- (3) Ⅲ型无过约束构型——部分支链参与提供动平台的约束。仅3、4自由度存在该种无过约束构型,表1中序号2、5、8,由2条SOC<sub>Ⅱ</sub>与v-1条SOC<sub>Ⅱ</sub>组成。SOC<sub>Ⅲ</sub>只提供驱动,对动平台没有任何约束,所以无特殊装配要求。每条SOC<sub>Ⅱ</sub>对动平台提供不同的约束,故装配需满足式(9)第3、4条要求。

表 1 无过约束并联机构 F、支链  $F_j$ 、支链数目 v + 1 之间关系

Tab. 1	Relationships b	between $F$ , $F_j$	, with $v+1$	of non-overconstrained	PMs

F	v + 1	支链 POC 维数 之和 $\sum_{j=1}^{v+1} F_j$	序号	支链 POC 维数配置	无过约束 类型	对动平台提供 约束的支链数	结构对称性	支链驱动数目
			1	(3,6,6)	I	1	可以为轴对称或面对称	每条支链需要1个驱动
	3	15	2	(4,5,6)	Ш	2	非对称	每条支链需要1个驱动
3			3	(5,5,5)	${\rm I\hspace{1em}I}$	3	能完全对称	每条支链需要1个驱动
			4	(3,6,6,6)	I	1	可以为轴对称或面对称	存在被动支链
	4	21	5	(4,5,6,6)	Ш	2	非对称	存在被动支链
	3	16	6	(4,6,6)	I	1	可以为轴对称或面对称	有1条支链需要2个驱动
4		22	7	(4,6,6,6)	I	1	可以为轴对称或面对称	每条支链需要1个驱动
4	4		8	(5,5,6,6)	Ш	2	可以为轴对称或面对称	每条支链需要1个驱动
	5	28	9	(4,6,6,6,6)	I	1	可以为轴对称或面对称	存在被动支链
	3	17	10	(5,6,6)	I	1	可以为轴对称或面对称	有2条支链需要2个驱动
5	4	23	11	(5,6,6,6)	I	1	非对称	有1条支链需要2个驱动
	5	29	12	(5,6,6,6,6)	I	1	可以为轴对称或面对称	每条支链需要1个驱动

#### 2.3 无过约束构型的支链设计

并联机构的支链有2类:不含回路的简单支链(SOC)和含有回路的复杂支链(简记为 HSOC)。HSOC—般是指在机构的运动链中存在一类闭环或半闭环运动子链<sup>[18]</sup>,常见的有4R、4S平行四边形闭环。4R平行四边形闭环链中存在3个过约束;4S平行四边形闭环链中虽无过约束,但是杆长误差和共面误差会直接造成动平台的姿态误差,且为不可控误差<sup>[19]</sup>,无法通过标定进行补偿,在装

配时必须要严格保持 4S 所具有的平面性质。因此,本文所指无过约束构型的支链仅考虑不含回路的简单支链。

由式(9)第3条,支链 POC 集包含动平台 POC 集。表  $2 \sim 4$  列出了支链数 v+1=F 时无过约束构型的可选支链 POC 集的配置模式。当支链数 v+1=F+1 时,只需要增加 1 条第 工类支链。表中 T 和 R 分别表示支链末端(或动平台)的移动自由度和转动自由度,上标 1 < 2 < 3 表示自由度的维数,

#### 表 2 三支链 3-DOF 无过约束 PM 支链 POC 集配置模式

Tab. 2 POC configuration modes of 3-DOF non-overconstrained PMs with three limbs

	I	型(1-SOC <sub>I</sub> & 2-SOC <sub>II</sub> )		II 型(3-SOC <sub>II</sub> )	Ⅲ型(2-SOC <sub>Ⅱ</sub> &1-SOC <sub>Ⅲ</sub> )		
	序号	(3,6,6)	序号	(5,5,5)	序号	(4,5,6)	
$T^3$	1	$\{ T^3 ; T^3 R^3 ; T^3 R^3 \}$	5	$\{T^3R_{12}^2; T^3R_{23}^2; T^3R_{13}^2\}$	9	$\{ T^3 R_1^1; T^3 R_{23}^2; T^3 R^3 \}$	
$R^3$	2	$\{R^3; T^3R^3; T^3R^3\}$	6	$\{T_{12}^2R^3; T_{23}^2R^3; T_{13}^2R^3\}$	10	$\{T_1^1R^3; T_{23}^2R^3; T^3R^3\}$	
$T^2R^1$	3	$\{T^2R^1: T^3R^3: T^3R^3\}$	7	$\{T^2R^3: T^3R_{12}^2: T^3R_{13}^2\}$	11	$\{ T^2 R^3 ; T^3 R^1 ; T^3 R^3 \}$	
I K	3	$\{I,K';I',K';I',K'\}$	,	$\{I,K,I,K_{12},I,K_{13}\}$	12	$\{T^2R_{12}^2; T^3R_{13}^2; T^3R^3\}$	
$T^1 R^2$	4	$\{T^1R^2: T^3R^3: T^3R^3\}$	8	$\{T_{12}^2R^3:T_{13}^2R^3:T^3R^2\}$	13	$\{T_{12}^2R^2; T_{13}^2R^3; T^3R^3\}$	
I K	4	{ I K ; I K ; I K }	o	(1 <sub>12</sub> R ; 1 <sub>13</sub> R ; 1 R )	14	$\{T^1R^3; T^3R^2; T^3R^3\}$	

#### 表 3 四支链 4-DOF 无过约束并联机构支链 POC 集配置模式

Tab. 3 POC configuration modes of 4-DOF non-overconstrained PMs with four limbs

	序	I型(4,6,6,6)	序	Ⅲ型(5,5,6,6)
	号	$(\operatorname{1-SOC}_{\operatorname{I}} \& \operatorname{3-SOC}_{\operatorname{I\hspace{1em}I\hspace{1em}I}})$	号	$(\operatorname{2-SOC}_{\mathrm{I\hspace{1em}I}} \& \operatorname{2-SOC}_{\mathrm{I\hspace{1em}I\hspace{1em}I}})$
$T^3 R^1$	1	$\{ T^3R^1; T^3R^3; T^3R^3; T^3R^3; T^3R^3 \}$	4	$\{T^3R_{12}^2; T^3R_{13}^2; T^3R^3;$
		$T^{2}R^{2}$ ; $T^{3}R^{3}$ ; $T^{3}R^{3}$ ;		$T^{3}R^{3}$ } { $T^{3}R^{2}$ ; $T^{2}R^{3}$ ; $T^{3}R^{3}$ ;
$T^2R^2$	2	$T^3R^3$ }	5	$T^3R^3$ }
$T^1 R^3$	3	$\{T^1R^3; T^3R^3; T^3R^3;$	6	$\{T_{12}^2R^3;T_{13}^2R^3;T^3R^3;$
		$T^3R^3$		$T^3R^3$

下标1、2、3表示运动副轴线方向。

根据选定的支链 POC 集,在保证不出现运动冗余的情况下,确定转动副、移动副的个数及其运动副

表 4 五支链 5-DOF 无过约束并联机构支链 POC 集配置模式

Tab. 4 POC configuration modes of 5-DOF non-overconstrained PMs with five limbs

	序号	I型(5,6,6,6,6) (1-SOC <sub>I</sub> &4-SOC <sub>Ⅲ</sub> )
$T^3R^2$	1	$\{ T^3 R^2; T^3 R^3; T^3 R^3; T^3 R^3; T^3 R^3 \}$
$T^2R^3$	2	$\{T^2R^3; T^3R^3; T^3R^3; T^3R^3; T^3R^3\}$

轴线的几何关系,从而完成支链结构设计。在支链 POC 集不变的条件下,借助运动副合并生成多自由 度的运动副,以及改变运动副轴线之间的几何关系 等,可扩展支链的结构类型。通过改变运动副的次 序,可得到更多的结构类型。表 5 给出常见支链的 结构形式以便后续实例中直接引用。

表 5 常见支链的结构形式

Tab. 5 Common structure forms of limbs

1ab. 5 Common structure forms of finites							
支链 POC 集维数	支链 POC 集	序号	支链类型	支链 POC 集维数	支链 POC 集	序号	支链类型
	$T^3$	A – 1	P - P - P			H – 1	$P\parallel R\parallel R-R\parallel R$
	2	B – 1	RRR			H - 2	$P-R \parallel R-R \parallel R$
	$R^3$	B-2	S		$T^3 R^2$	H-3	$R \parallel R \parallel R - R \parallel R$
		C - 1	$R \parallel R \parallel P$			H – 4	$P \parallel R \parallel R \parallel \widehat{R \perp} R$
3	$T^2 R^1$	C – 2	PU			H – 5	$R(\perp P) \parallel R - R \parallel R$
		C - 3	UP	5		K-1	$R \parallel R - \widehat{RRR}$
	$T^1R^2$	D-1	R - C			K-2	$R \perp P - \widehat{RRR}$
		D-2	PRR			K - 3	$\widehat{RR}$ - $\widehat{RRR}$
	$T^3R^1$	E – 1	P – R    C		$T^2 R^3$	K-4	$\widehat{RR}$ – S
		E-2	$R \parallel R \parallel C$			K – 5	$P \perp R - \widehat{RRR}$
		E-3	$R \parallel R \parallel R - P$			K-6	$R(\perp P) \parallel R - \widehat{RR}$
		E-4	$P-R \parallel R \parallel R$			K-7	$R \parallel R \parallel R - \widehat{RR}$
		F-1	$R \parallel R \parallel R - R$				
4	$T^2 R^2$ $T^1 R^3$	F-2	U - P - P				
4		F-3	$R(\perp P) \parallel R - R$				
		F-3	$\widehat{RR} \parallel R \perp P$				
		G – 1	PUR				
		G-2	P - S				
		G-3	$P - \widehat{RRR}$				

#### 2.4 无过约束构型的支链间几何配置

合适的无过约束并联机构,必须使各支链与定 平台或与动平台直接连接的运动副之间满足固定的 几何关系来获得支链末端的相对方向或相对位置, 从而装配出符合动平台 POC 集要求的无过约束结 构。由表2~4可以看出:

- (1) I 型无过约束构型: 仅 1 条支链提供动平 台的全部约束,T3R3支链只提供驱动,不提供约束, 则支链之间无特定的几何配置要求,支链布局只需 考虑支链干涉、安装空间等因素。
- (2) Ⅱ型无过约束构型:每1条支链都对动平 台提供不同的约束,支链装配应满足式(9)第3、4 条要求。3自由度Ⅱ型无过约束机构支链装配应符 合表2中序号5~8的下标,故Ⅱ型无过约束并联机 构结构复杂。
- (3) Ⅲ型无过约束构型: 2条第Ⅱ类支链对动 平台提供不同的约束,支链装配应满足式(9)第3、4 条几何配置要求。第Ⅲ类支链只提供驱动,对动平 台没有任何约束,故无特定几何装配条件。其装配 几何条件应满足表2序号9~14、表3序号4~6中 的要求。

# 3 3 种无过约束并联机构构型的特性及其 比较

根据并联机构设计准则,n自由度并联机构一 般有n个独立的驱动,并尽量在1条支链上安装1 个驱动器,驱动器安装于定平台或尽可能靠近定平 台。考虑机构的设计、制造及装配,机构支链类型应 尽可能少。如2.2 节所述,无过约束并联机构构型 有3种组合方案,考虑支链类型、配置方式、驱动副 设置等因素可综合得无过约束构型形式多样,面对 众多的构型如何进行构型优选较为关键。从支链组 成、机构精度及装配工艺等方面对3种类型的无过 约束构型进行分析。

#### 3.1 Ⅰ型无过约束构型分析

- (1) 支链组成。I型无过约束构型由  $1-SOC_r$ 与 v-SOC<sub>∞</sub>组成。因此,在构型设计时只要选择与动平台 POC 相同的 1 条支链,并合理选择 SOC<sub>™</sub>(6 自由度 支链)就可以组合出新的无过约束并联机构构型, 如果选择相同的 SOC 则可构成轴对称机构。
- (2)精度分析。SOC<sub>Ⅲ</sub>的制造和装配误差引起 的动平台位姿误差为可控误差,可通过标定进行补 偿。因此,可通过控制 SOC, 的制造和装配精度来 有效控制动平台的位姿误差。此外,在该 SOC<sub>1</sub> 支 链上安装传感器可直接检测动平台的位姿信息,有 利于构成闭环反馈控制。

(3) 装配工艺。因 SOC 或动平台不施加任何 约束,支链间装配无特殊几何配置要求。

因此,该类构型具有构型设计容易、装配简单、 精度较高、易干控制等特点。

表5中任一支链都可与6自由度支链组合,构 成动平台的 POC 集与支链 POC 集相同。按照支链 数目的不同,该构型有2种不同的组合形式:

(1) 支链数等于动平台自由度 F+1, 每条 构型最成功的应用是 1988 年 Neumann 发明的 Tricept3 自由度 3 - UPS & 1 - UP 并联机构(下划线 表示该运动副为主驱动副),如图 2 所示,中间的 UP 支链为被动支链,动平台的自由度性质完全取决该 支链。图 3 所示 3 - UPS & 1 - S 球面 3 自由度动眼 机构<sup>[20]</sup>,中间1-S支链控制动平台POC集。

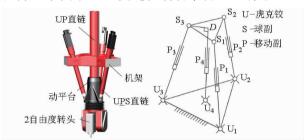


图 2 Tricept 机械手(3-UPS & 1-UP)

Fig. 2 Tricept PM (3 - UPS and 1 - UP)

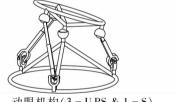


图 3 动眼机构(3-UPS & 1-S)

Fig. 3 Agile eye PM (3 - U PS and 1 - S)

(2) 支链数等于动平台自由度 F,省去一条 SOC 亚支链, SOC 工与所有 SOC 亚支链均有一驱动。 LIU 等<sup>[21]</sup>将 Tricept 机构进行改进,得到 TriVariant 并联机构,取消一条主动 UPS 支链, UP 支链改为主 驱动支链 UP,改进后动平台的自由度性质仍然取决 于UP支链。

同样,可以综合出4、5自由度无过约束并联机 构构型。对表5中E-4、K-5与6自由度SPS支链 进行组合,分别得到如图 4 所示的无过约束 4 自由 度和5自由度并联机构。

#### 3.2 Ⅱ型无过约束构型分析

(1) 支链组成。Ⅱ型无过约束构型全部由 SOC<sub>1</sub>支链组成。仅3自由度无过约束并联机构具 有该构型。对动平台 POC 为 T3、R3的机构,3 条支 链约束性质相同,可以采用相同的支链进行对称布

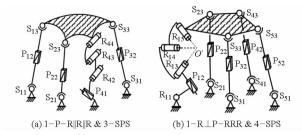


图 4 I 型无过约束并联机构 Fig. 4 Type- I PMs

置;对动平台 POC 为  $T^2R^1$ 、 $T^1R^2$ 的机构,支链的约束性质不同,组成机构的支链多样化,故构型设计较复杂。

- (2)精度分析。机构中所有 SOC 』支链都对动平台提供约束,且控制动平台不同的约束,故动平台的位姿误差是所有支链的误差的共同作用。
- (3) 装配工艺。为满足动平台的 POC 集要求, 支链装配应满足表 2 的几何约束配置,故装配要求 较高。

因此,该类构型设计较复杂、装配要求较高,且 精度控制困难。

对表 5 中序号 H - 3、K - 6 的 3 条支链进行组合构成 II 型无过约束并联机构,如图 5 所示。图 5a 动平台 POC 集为  $T^3$ ,  $R \parallel R \parallel R - R \parallel R$  支链 POC 集为  $T^3R^2$ ,约束一个方向的转动自由度,支链与动、定平台相连的 R 副轴线空间任意布局,约束了动平台 3 个方向的转动。图 5b 支链  $R(\perp P) \parallel R - R \parallel R$  的 POC 集为  $T^2R^3$ ,约束了 1 个移动自由度,三支链组合共同约束了动平台的 3 个移动,动平台 POC 集为  $R^3$ 。

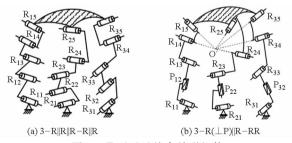


图 5 Ⅲ型无过约束并联机构 Fig. 5 Type-Ⅲ PMs

#### 3.3 Ⅲ型无过约束构型分析

- (1) 支链组成。Ⅲ型无过约束构型,由 2 条 SOC<sub>Ⅱ</sub>与 2 条 SOC<sub>Ⅲ</sub>组成,2 条 SOC<sub>Ⅱ</sub>支链控制动平台不同的约束方位。除  $T^1R^3$ 和  $T^3R^1$ 外,该构型的支链种类至少有 3 种,故该构型结构较为复杂。
- (2)精度分析。机构中 2 条 SOC<sub>Ⅱ</sub> 支链对动平台提供不同的约束,故动平台的位姿误差是所有支链误差的共同作用。
  - (3)装配工艺。为满足动平台的 POC 集要求,2

条 SOC<sub>π</sub> 支链装配应满足表 2 的几何约束配置,故装配要求较高。

因此,Ⅲ型无过约束构型设计较复杂、装配要求较高,且精度控制不易。

表 5 中 K - 6、H - 2 支链与 SPS 支链组合形成  $T^3R^1$ 并联机构和  $T^1R^3$ 并联机构分别如图 6a 和 6b 所示。图 6b 所示 P - R  $\parallel$  R - R  $\parallel$  R 支链约束动平台的 1 个转动自由度,两支链与定平台相连的移动副轴线不平行,从而限制了动平台 2 个方向的转动。图 6c 选用结构不同的两条 SOC  $\parallel$  支链约束动平台 2 个方向的移动自由度,构成  $T^1R^3$ 并联机构。图 6d 选用不同的 SOC  $\parallel$  支链,其中 P - R  $\parallel$  R 支链约束动平台的 1 个转动自由度,R( $\perp$ P)-S约束动平台 1 个移动自由度,使得动平台 POC 为  $T^2R^2$ 。

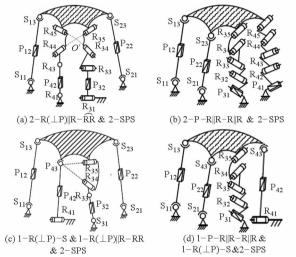


图 6 Ⅲ型无过约束并联机构

Fig. 6 Type-Ⅲ PMs

#### 4 结论

- (1)根据支链 POC 集与动平台 POC 集的关系, 将构成并联机构的支链分为 3 种类型,并联机构由 这 3 类支链采用不同形式组合而成。
- (2)基于并联机构基本回路耦合的观点,提出 用基本回路的过约束特性(包括数量和类型)来描述并联机构的过约束特征。
- (3)基于分析动平台 POC、支链 POC 以及基本 回路的独立位移方程数三者之间的关系,确定了无 过约束并联机构构型的存在条件,并给出了少自由 度无过约束并联机构构型综合的一般方法。
- (4)按照支链类型及其对动平台提供的约束不同,将少自由度无过约束并联机构构型分为3类,分析了各类构型的特性,为少自由度无过约束新机型的选型设计及其工业应用提供了理论依据。

#### 参考文献

- 1 杨廷力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- 2 GREGORIO R D. A new parallel wrist using only revolute pairs; the 3-RUU wrist [J]. Robotica, 2001, 19 (3); 305-309.
- 3 秦伟, 黄茂林, 伍驭美. 制造误差对过约束机构性能影响的研究[J]. 中国机械工程, 2002,13(15):1327-1331. QIN Wei, HUANG Maolin, WU Yumei. Influence of manufacturing errors on performance of over-constrained mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2002,13(15):1327-1331. (in Chinese)
- 4 XU Qingsong, LI Yangmin. Influences of constraint errors on the mobility of a 3 DOF translational parallel manipulator [C] // 12th IFToMM World Congress, 2007.
- 5 黄勇刚. 面向约束及其误差的少自由度并联机构分析与构型综合[D]. 重庆: 重庆大学,2009. HUANG Yonggang. Constraint-oriented accuracy analysis and type synthesis for lower-mobility parallel robots[D]. Chongqing: Chongqing University, 2009. (in Chinese)
- 6 黄勇刚,黄茂林. 平面 2T1R 并联机构无过约束构型设计[J]. 重庆大学学报:自然科学版, 2009,32(5):481-487. HUANG Yonggang, HUANG Maolin. Synthesis of planar 2T1R non-overconstrained parallel mechanisms[J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2009,32(5):481-487. (in Chinese)
- 7 KONG X W, GOSSLIN C M. Type synthesis of three-degree-of-freedom spherical parallel manipulators [J]. The International Journal of Robotics Research, 2004,23(3):237 245.
- 8 KAROUIA M, HERVE J M. Asymmetrical 3-DOF spherical parallel mechanics [J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2005, 24(1):47-57.
- 9 郭盛, 方跃法, 岳聪. 基于螺旋理论的单闭环多自由度过约束机构综合[J]. 机械工程学报,2009,45(11):38-45. GUO Sheng, FANG Yuefa, YUE Cong. Structure synthesis of single closed-loop multi-degree of freedom of over-constrained mechanism based on screw theory[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009,45(11):38-45. (in Chinese)
- 10 郭盛, 方跃法, 房海蓉. 非过约束五自由度并联机构存在性问题的解析判定[J]. 中国机械工程,2007,18(22):2647-2651. GUO Sheng, FANG Yuefa, FANG Hairong. Analytical identification for existence of non-over constrained 5-dof parallel manipulators[J]. China Mechanical Engineering, 2007,18(22):2647-2651. (in Chinese)
- 11 黄勇刚, 黄茂林, 向成宣,等. 无过约束少自由度并联机器人构型设计方法[J]. 中国机械工程, 2009,20(2):222-228. HUANG Yonggang, HUANG Maolin, XIANG Chengxuan, et al. Synthesis method of non-ove constrained lower-mobility parallel robots [J]. China Mechanical Engineering, 2009,20(2):222-228. (in Chinese)
- 12 王庚祥, 刘宏昭, 原大宁. 空间 4 SPS/CU 并联机构的受力分析[J]. 农业工程学报, 2012,28(22):30 38. WANG Gengxiang, LIU Hongzhao, YUAN Daning. Force analysis of spatial 4 SPS/CU parallel mechanism [J]. Transactions of the CSAE, 2012,28(22):30 38. (in Chinese)
- 13 王庚祥, 刘宏昭. 考虑球面副间隙的 4-SPS/CU 并联机构动力学分析[J]. 机械工程学报, 2015,51(1):43-51. WANG Gengxiang, LIU Hongzhao. Dynamics analysis of 4-SPS/CU parallel mechanism with spherical joint clearance[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015,51(1):43-51. (in Chinese)
- 14 陈修龙,董芳杞,王清. 基于牛顿-欧拉法的 4-UPS-UPU 并联机构动力学方程[J]. 光学精密工程, 2015,23(11);3129-3137. CHEN Xiulong, DONG Fangqi, WANG Qing. Dynamic equation of 4-UPS-UPU parallel mechanism based on Newton-Euler approach[J]. Optics and Precision Engineering, 2015,23(11);3129-3137. (in Chinese)
- 15 HOU Yulei, HU Xinzhe, ZENG Daxing, et al. Biomimetic shoulder complex based on 3 PSS/S spherical parallel mechanism [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015,28(1):29 37.
- 16 吴振勇, 王玉茹, 黄田. Tricept 机器人的尺度综合方法研究[J]. 机械工程学报, 2003,39(6):22-25,30. WU Zhenyong, WANG Yuru, HUANG Tian. Optimal dimensional synthesis of Tricept robot[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003,39(6):22-25,30. (in Chinese)
- 17 LIU Xinjun, WANG Jinsong, GUNTER P. A new family of spatial 3-DOF fully-parallel manipulators with high rotational capability [J]. Mechanism and Machine Theory, 2005,40: 475 494.
- 18 陈宇航,赵铁石,边辉,等. 含子闭环的并联机构运动学分析[J]. 农业机械学报,2015,46(12):346-354.
  CHEN Yuhang, ZHAO Tieshi, BIAN Hui, et al. Kinematics analysis of parallel mechanism with sub closed-chains [J].
  Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015,46(12):346-354. (in Chinese)
- 19 黄田,李曚, 吴孟丽. 可重构 PKM 模块的选型原则──理论与实践[J]. 机械工程学报,2005,41(8):36-41. HUANG Tian, LI Meng, WU Mengli. Criteria for conceptual design of reconfigurable PKM modules—theory and application[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005,41(8):36-41. (in Chinese)
- 20 GOSSELIN B C M, HAMEL J F. The agile eye: a high-performance three degree-of-freedom camera-orienting device [J]. IEEE International Conference on Robotics & Automation, 2010,1:781-786.
- 21 LIU H, HUANG Tian, ZHAO X M. Optimal design of the TriVariant robot to achieve a nearly axial symmetry of kinematic performance [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007,42(12):1643-1652.