doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.08.047

随机不确定扰动诱发的机器人动力学行为及其优化

丁长涛[1,2]　杨世锡[1,2]　甘春标[1,2]

(1.浙江大学浙江省先进制造技术重点实验室,杭州 310027;2.浙江大学机械工程学院,杭州 310027)

摘要:研究随机不确定扰动诱发的平面三杆双足机器人动力学行为,并对其进行优化。在实现理想情形下平面三杆双足机器人稳定行走的基础上,建立了随机不确定扰动下双足机器人的运动学模型、混杂动力学模型,研究了具有 HZD 反馈控制的机器人在随机不确定扰动下的动力学行为;针对随机不确定扰动,提出了一种 BPNN - HZD 反馈控制方法,采用该方法对平面三杆双足机器人进行控制,优化其动力学行为。仿真实验结果表明:当平面三杆双足机器人不能以足够大的力度补偿随机不确定扰动影响时,机器人会逐渐出现发散的动力学行为;BPNN - HZD 反馈控制方法能够显著减弱随机不确定扰动对机器人动力学行为的影响,从而有效避免机器人的发散动力学行为。

关键词:平面三杆双足机器人;动力学行为;随机不确定扰动;反馈控制方法

中图分类号:TP242　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1298(2016)08-0356-08

Dynamic Behavior and Its Optimization of Robot under Randomly Uncertain Disturbance

Ding Changtao[1,2]　Yang Shixi[1,2]　Gan Chunbiao[1,2]

(1. *The Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology of Zhejiang Province*, *Zhejiang University*, *Hangzhou* 310027, *China*
2. *College of Mechanical Engineering*, *Zhejiang University*, *Hangzhou* 310027, *China*)

Abstract: The dynamic behavior and its optimization of a planar 3-link biped robot under randomly uncertain disturbance were investigated. Based on the biped kinematic model and hybrid dynamic model under ideal situation, the control objective function and HZD (Hybrid zero dynamics) feedback control were firstly established, from which the biped state parameters were optimized with the energy consumption function, and the robotic stable walking under the ideal situation was achieved. Secondly, the biped kinematic model and hybrid dynamic model under the randomly uncertain disturbance were established, from which the robotic dynamic behavior controlled by the HZD feedback control method was investigated under the randomly uncertain disturbance. Finally, taking the randomly uncertain disturbance into account, the disturbance compensator integrated into the HZD feedback control was constructed based on a back propagation neural network, and a novel BPNN - HZD (Back propagation neural network-hybrid zero dynamics) feedback control method was proposed to optimize the biped dynamic behavior. The dynamic simulation results and the stick figures showed that the planar 3-link biped robot would gradually appear divergent dynamic behavior if the randomly uncertain disturbance could not be well compensated, while the BPNN - HZD feedback control can effectively weaken the randomly uncertain disturbance effect on the dynamical response of robot, and the biped divergent dynamic behavior would be avoided.

Key words: planar 3-link biped robot; dynamic behavior; randomly uncertain disturbance; feedback control method

收稿日期:2016-01-31　修回日期:2016-03-21

基金项目:国家自然科学基金项目(11372270、51375434)

作者简介:丁长涛(1983—),男,博士生,主要从事机器人动力学与控制研究,E-mail:ctding@zju.edu.cn

通信作者:甘春标(1971—),男,教授,博士生导师,主要从事机器人动力学与控制和随机振动与控制研究,E-mail:cb_gan@zju.edu.cn

引言

双足机器人可以与人类协作完成枯燥乏味、有毒有害以及高度危险的工作，可以在轮式机器人无法运行的环境中作业，因此在水质检查、湿地探测等领域得到了广泛应用[1-3]。在双足机器人行走过程中，关节摩擦、装配间隙以及环境噪声等因素，使得机器人各关节中不可避免地存在一些扰动[4-6]，且这些扰动在绝大多数情形下是随机不确定的。如果双足机器人控制系统不能给予随机不确定扰动足够大的调节补偿，双足机器人往往会偏离其预设步态轨迹，出现复杂的动力学行为，严重时甚至发生摔倒[7]。

国内外学者针对随机不确定扰动下机器人的动力学行为开展了深入研究，并采取相应方法对其进行优化[8-14]，然而有关双足机器人这一非连续系统在随机不确定扰动下动力学行为的相关研究仍然比较少。本文在实现理想情形下平面三杆双足机器人稳定行走的基础上，建立随机不确定扰动下平面三杆双足机器人混杂动力学模型，提出一种 BPNN - HZD 反馈控制方法，对随机不确定扰动下双足机器人的动力学行为进行优化，利用机器人的关节响应、行走棍图以及 Jacobi 方阵的特征值等，对比分析优化前、后双足机器人的动力学行为。

1　平面三杆双足机器人的运动学、混杂动力学模型

平面三杆双足机器人的物理模型如图 1 所示[15]，机器人的左腿、右腿和躯干分别用 1 个具有质量的杆表示，此外，机器人的髋关节也具有质量，机器人的模型假设与运动假设可以参照文献[16]，由于篇幅所限，这里不再给出。

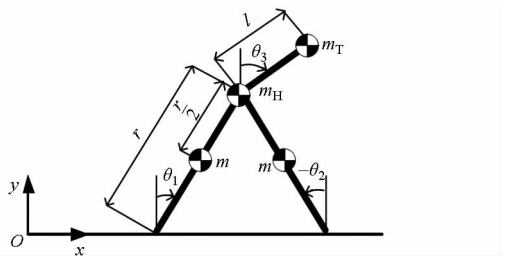


图 1　平面三杆双足机器人的物理模型

Fig. 1　Physical model of planar 3-link biped robot

平面三杆双足机器人的位姿可以由向量 $\boldsymbol{\theta}=[\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^{\mathrm{T}}$ 进行描述，其中 θ_1、θ_2 及 θ_3 分别为支撑腿、摆动腿及躯干与 y 轴的夹角。平面三杆双足机器人的物理参数设置如下：每条腿质量 $m=5$ kg，髋关节质量 $m_{\mathrm{H}}=15$ kg，躯干质量 $m_{\mathrm{T}}=10$ kg，机器人腿的长度 $r=1$ m，机器人腿的质心到腿端点的距离 $\frac{r}{2}=0.5$ m，髋关节质心到躯干质心的距离 $l=0.5$ m。

1.1　理想情形下机器人的运动学、混杂动力学模型

首先建立平面三杆双足机器人的运动学模型。在图 1 所示双足机器人的行走过程中，期望机器人躯干与 y 轴的夹角 θ_3 始终保持一个常数 θ_3^{d}，同时期望机器人的摆动腿与支撑腿呈镜面对称运动，即具有虚拟约束关系

$$\begin{cases}\theta_3=\theta_3^{\mathrm{d}}\\ \theta_2=-\theta_1\end{cases} \tag{1}$$

由式(1)可定义控制目标函数

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\theta_3-\theta_3^{\mathrm{d}}\\ \theta_2+\theta_1\end{bmatrix} \tag{2}$$

平面三杆双足机器人在行走过程中，期望控制目标函数 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ 的值始终为 0，换言之，机器人的控制目标是使 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ 不断向 0 逼近。

基于 Lagrange 方法[16]，可以得到平面三杆双足机器人单支撑阶段的动力学模型

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{B}\boldsymbol{u} \tag{3}$$

其中　$\boldsymbol{u}=[u_1 \quad u_2]^{\mathrm{T}}$

式中　$\boldsymbol{D}$——正定质量惯性矩阵

$\boldsymbol{C}$——科氏力和向心力矩阵

$\boldsymbol{G}$——重力矩阵　　$\boldsymbol{u}$——输入力矩项

$\boldsymbol{B}$——满秩常系数矩阵

定义状态变量 $\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{\theta} \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}]$，则式(3)所示的机器人单支撑阶段的动力学模型，可以转换为状态空间的形式，即

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} \tag{4}$$

其中　$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\theta}}\\ -\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta})^{-1}(\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\theta}))\end{bmatrix}$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{O}\\ D(\theta)^{-1}B\end{bmatrix}$$

式中　$\boldsymbol{O}$——零矩阵

当双足机器人与地面发生碰撞时需要 5 个自由度进行描述，将机器人支撑腿与地面的接触点作为坐标原点，并在该点添加笛卡尔坐标(x_1,y_1)，其中 x_1、y_1 分别为水平、竖直方向的坐标，机器人摆动腿末端的笛卡尔坐标为

$$\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{e}})=(x_1+r\sin\theta_1-r\sin\theta_2,y_1+r\cos\theta_1-r\cos\theta_2) \tag{5}$$

机器人与地面的碰撞模型为

$$\boldsymbol{D}_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{e}})\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{e}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{e}},\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{e}})\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{e}}+\boldsymbol{G}_{\mathrm{e}}=\boldsymbol{B}_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{e}})\boldsymbol{u}+\delta\boldsymbol{F}_{\mathrm{ext}} \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{\theta}_e = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad x_1 \quad y_1]^T$

$$\delta \boldsymbol{F}_{ext} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\theta}_e)}{\partial \boldsymbol{\theta}_e}\right]^T [F_T \quad F_N]^T = \boldsymbol{E}^T [F_T \quad F_N]^T$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\theta}_e)}{\partial \boldsymbol{\theta}_e} = \begin{bmatrix} r\cos\theta_1 & -r\cos\theta_2 & 0 & 1 & 0 \\ -r\sin\theta_1 & r\sin\theta_2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中 $\boldsymbol{D}_e$——碰撞时的正定质量惯性矩阵

$\boldsymbol{C}_e$——碰撞时的科氏力和向心力矩阵

$\boldsymbol{G}_e$——碰撞时的重力矩阵

$\boldsymbol{B}_e$——碰撞时的满秩常系数矩阵

$[F_T \quad F_N]^T$——碰撞时作用在碰撞点的外作用力

将单支撑阶段的动力学模型和碰撞模型统一表示,可得平面三杆双足机器人的混杂动力学模型

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} & (\boldsymbol{x}^- \notin S) \\ \boldsymbol{x}^+ = \Delta(\boldsymbol{x}^-) & (\boldsymbol{x}^- \in S) \end{cases} \tag{7}$$

其中 $S = \{(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \in \boldsymbol{\chi} \mid \theta_1 = \theta_1^d\}$

式中 $\boldsymbol{x}^-$——机器人碰撞前的状态向量

$\boldsymbol{x}^+$——机器人碰撞后的状态向量

Δ——碰撞符号

S——双足机器人与地面发生碰撞的条件

1.2 随机不确定扰动情形下机器人的运动学、混杂动力学模型

随机不确定扰动情形下机器人的运动学模型同式(1),这里不再赘述。

首先构建随机不确定扰动[17]

$$u_{ran} = A_{ran}\sin(\omega_{ran} t + \sigma_{ran} B_{ran}(t) + \gamma_{ran}) \tag{8}$$

式中 A_{ran}——随机不确定扰动的幅值

ω_{ran}——随机不确定扰动的频率

σ_{ran}——正常数

$B_{ran}(t)$——单位 Wiener 过程

γ_{ran}——在$[0, 2\pi)$内服从均匀分布的数值

当平面三杆双足机器人在随机不确定扰动情形下行走时,其混杂动力学模型是基于理想情形下的混杂动力学模型(7)建立的,即

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{u}_{ran}) & (\boldsymbol{x}^- \notin S \text{ 且 } t_s \leqslant t \leqslant t_s + \tau) \\ \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} & (\boldsymbol{x}^- \notin S \text{ 且其他 } t) \\ \boldsymbol{x}^+ = \Delta(\boldsymbol{x}^-) & (\boldsymbol{x}^- \in S) \end{cases} \tag{9}$$

式中 $\boldsymbol{u}_{ran}$——驱动关节中的随机不确定扰动向量

t_s——开始施加扰动时的时刻

τ——扰动持续时间

2 平面三杆双足机器人的反馈控制方法与行走稳定性判据

本节在理想情形下平面三杆双足机器人 HZD 反馈控制的基础上,提出一种适用于随机不确定扰动情形下的 BPNN - HZD 反馈控制方法,并定义机器人的行走稳定性判据。

2.1 理想情形下机器人的 HZD 反馈控制方法

首先建立机器人的约束条件,利用能量消耗函数对双足机器人的期望步态进行优化;然后采用 HZD 反馈控制方法得到平面三杆双足机器人各关节的输入力矩,并加载到机器人上以不断逼近其预设步态。

机器人的约束条件为[15]

$$\dot{\theta}_1^- - 0.99\lambda(\dot{\theta}_1^-) \leqslant 0 \tag{10}$$

$$\| \boldsymbol{h}(\bar{t}) \| \leqslant 0 \tag{11}$$

$$|F_T / F_N| - \mu \leqslant 0 \tag{12}$$

$$-\dot{y}_1^+ \leqslant 0 \tag{13}$$

式中 λ——含 $\dot{\theta}_1^-$ 的函数

$\bar{t}$——$\theta_1(\bar{t}) = \theta_1^d$ 的持续时间

μ——摩擦因数,且 $\mu \geqslant \frac{2}{3}$

在上述约束条件下,将平面三杆双足机器人关节变量 θ_2、θ_3 的期望值 θ_2^d、θ_3^d 重新参数化,用含 θ_1 的多项式 $\eta_{1,a}(\theta_1)$、$\eta_{2,a}(\theta_1)$ 表示,即

$$\begin{cases} \theta_3^d = \eta_{1,a}(\theta_1) \\ \theta_2^d = \eta_{2,a}(\theta_1) \end{cases} \tag{14}$$

预设轨迹 $\eta_{1,a}(\theta_1)$、$\eta_{2,a}(\theta_1)$分别为

$$\eta_{1,a}(\theta_1) = a_{1,0} + \cdots + a_{1,3}\theta_1^3 \tag{15}$$

$$\eta_{2,a}(\theta_1) = -\theta_1 + (a_{2,0} + \cdots + a_{2,3}\theta_1^3)(\theta_1 + \theta_1^d)(\theta_1 - \theta_1^d) \tag{16}$$

其中 $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \end{bmatrix}$

式中 $\boldsymbol{a}$——参数矩阵

定义平面三杆双足机器人行走过程中的能量消耗函数

$$\hat{J}(\boldsymbol{a}) = \int_0^{\hat{T}} (u_1^2 + u_2^2)\,\mathrm{d}t \tag{17}$$

其中 $\hat{T} = \min\{T_I(\boldsymbol{x}_0), 2\}$

$$T_I(\boldsymbol{x}_0) := \begin{cases} \inf\{t \geqslant 0 \mid \varphi^f(t, \boldsymbol{x}_0) \in S\} & (\exists t \text{ 满足 } \varphi^f(t, \boldsymbol{x}_0) \in S) \\ \infty & (\text{其他}) \end{cases}$$

式中 u_1、u_2 为加载在双足机器人驱动关节上的输入力矩,φ^f 为式(7)的解,当 $T_I(\boldsymbol{x}_0) = \infty$ 时,如果 $\hat{T}$ 没有设置上限值,机器人的能量消耗将会由于无穷大而无法计算,因此需要设定 $\hat{T}$ 的上限值;当 $\hat{T}$ 的上限值较小时,采用能量消耗函数优化所得的机器人参数,并不能保证机器人在整个行走过程中的能量消耗值最小;通过仿真可知,当 $\hat{T}$ 的上限值设为 2 或

更大常数时，可以得到相同的优化结果，这表明将 $\hat{T}$ 的上限值设为 2 已能够实现机器人能量消耗值最小，因此本文将 $\hat{T}$ 的上限值设为 2；当双足机器人不存在渐近稳定步态时，令 $\hat{J}(\boldsymbol{a})=\infty$。

采用能量消耗优化方法，可以实现机器人行走过程中所消耗能量的最小化，由于消耗的能量最小，因此存在较多的能量用以减弱随机不确定扰动对机器人动力学特性的影响，从而能够在一定程度上抑制随机不确定扰动诱发的机器人发散动力学行为，实现机器人的稳定行走。为了得到平面三杆双足机器人能量消耗函数 $\hat{J}(\boldsymbol{a})$ 的最小值，在 Matlab 软件中采用函数 fmincon 对机器人的参数进行优化。能量优化后的双足机器人控制目标函数为

$$\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}h_{1,a}(\boldsymbol{\theta})\\h_{2,a}(\boldsymbol{\theta})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\theta_3-\eta_{1,a}(\theta_1)\\\theta_2-\eta_{2,a}(\theta_1)\end{bmatrix}\tag{18}$$

当考虑机器人能量消耗时，用控制目标函数 $\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})$ 代替 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$，则 HZD 反馈控制律为[15]

$$\begin{aligned}\nu=&\psi(\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}),L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}))=\\&-\operatorname{sign}(L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}))\,|L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})|^{\alpha}-\\&\operatorname{sign}(\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}),L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})))\,|\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}),L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}))|^{\frac{\alpha}{2-\alpha}}\end{aligned}\tag{19}$$

其中　$\boldsymbol{\varphi}_\alpha(\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}),L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}))=$

$$\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})+\frac{1}{2-\alpha}\operatorname{sign}(L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}))\,|L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})|^{2-\alpha}$$

式中　$L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})$——$\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})$ 沿 $\boldsymbol{f}$ 的 Lie 导数

α——控制参数，$0<\alpha<1$

符号 $|\cdot|$ 表示对矩阵中的每一元素取绝对值。

为了提高控制效率，令 $\ddot{\boldsymbol{y}}=\frac{1}{\varepsilon^2}\nu$，即

$$L_f^2\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})+L_gL_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{u}=\frac{1}{\varepsilon^2}\nu\tag{20}$$

式中　ε——调节参数，$\varepsilon>0$

故可以得到平面三杆双足机器人的 HZD 反馈控制力矩

$$\boldsymbol{u}_a=(L_gL_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}))^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\psi(\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}),L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}))-L_f^2\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})\right)\tag{21}$$

2.2　随机不确定扰动情形下机器人的 BPNN－HZD 反馈控制方法

当平面三杆双足机器人驱动关节中存在随机不确定扰动 $\boldsymbol{u}_{\text{ran}}$ 时，如果控制系统对扰动的调节力度不够大，机器人就很容易出现复杂的动力学行为。换言之，当平面三杆双足机器人在强随机不确定扰动情形下行走时，继续采用式(21)所示的 HZD 反馈控制方法对机器人进行控制，可能会导致机器人行走的失败。为了解决这一问题，基于 BPNN 构建了扰动补偿器，并将其融入 HZD 反馈控制中，提出一种 BPNN－HZD 反馈控制方法，以期避免机器人的发散动力学行为。采用 BPNN－HZD 反馈控制方法得到输入力矩

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_{a,\text{c}}=&\boldsymbol{u}_a-\boldsymbol{u}_{\text{c}}=\\&(L_gL_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}))^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\psi(\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}),L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x}))-\right.\\&\left.L_f^2\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})\right)-\boldsymbol{u}_{\text{c}}\end{aligned}\tag{22}$$

式中　$\boldsymbol{u}_{\text{c}}$——扰动补偿向量

采用 BPNN－HZD 反馈控制方法对平面三杆双足机器人进行控制的流程图，如图 2 所示。由该图可知，双足机器人的输入力矩 $\boldsymbol{u}_{a,\text{c}}$ 和随机不确定扰动向量 $\boldsymbol{u}_{\text{ran}}$ 融合后一起输入平面三杆双足机器人混杂动力学模型，得到机器人的输出 $\boldsymbol{x}$，BPNN 扰动补偿器利用机器人的输出 $\boldsymbol{x}$ 计算各关节中的扰动补偿向量 $\boldsymbol{u}_{\text{c}}$，并采用 BPNN－HZD 反馈控制方法，计算得到机器人的输入力矩 $\boldsymbol{u}_{a,\text{c}}$，不断重复上述过程，直至机器人完成行走。

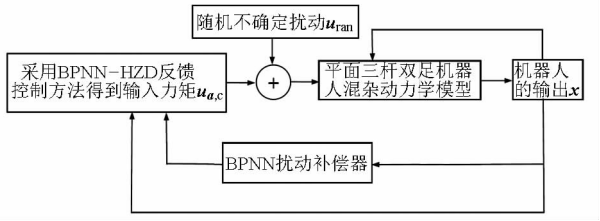


图 2　采用 BPNN－HZD 反馈控制方法对平面三杆双足机器人进行控制的流程图

Fig. 2　Control flow chart for planar 3-link biped robot with BPNN－HZD feedback control method

构建 BPNN 扰动补偿器。首先需要生成训练样本，其中输入样本由 $\boldsymbol{H}_a=\begin{bmatrix}\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})\\L_f\boldsymbol{h}_a(\boldsymbol{x})\end{bmatrix}=[\,h_{a,1}(\boldsymbol{x})\quad h_{a,2}(\boldsymbol{x})\quad L_fh_{a,1}(\boldsymbol{x})\quad L_fh_{a,2}(\boldsymbol{x})\,]^{\text{T}}$ 得到，输出样本由 $\boldsymbol{u}_{\text{ran}}=\begin{bmatrix}u_{\text{ran},1}\\u_{\text{ran},2}\end{bmatrix}$ 得到，$u_{\text{ran},1}$ 和 $u_{\text{ran},2}$ 为双足机器人各驱动关节中的随机不确定扰动。具体地说，输入、输出样本采用以下步骤得到：平面三杆双足机器人行走的前 10 步，不添加任何随机不确定扰动，即机器人在理想情形下行走；在第 11、12 步，机器人各关节分别添加幅值为 $\frac{A_{\text{ran}}}{2}$、A_{ran} 的随机不确定扰动，将扰动持续时间 τ 设为 0.02 s，能够在保证足够多所需训练样本的前提下，有效避免第 11 步的扰动对机器人第 12 步行走状态造成影响，即保证机器人第 12 步的动力学行为仅由第 12 步所施加的扰动

诱发。尽管增加样本的数目可能会提高扰动补偿器的精度,但过多数目的样本将会降低网络训练速度,而且有时会导致模型建立的失败,因此为了避免过多的数据样本,在机器人行走过程中的第 10 ~ 12 步,每一步均选取了 100 个典型样本,作为构建 BPNN 模型的输入、输出样本。在机器人行走过程中的第 10 步,生成训练样本的 $\boldsymbol{H}_a$ 是由机器人的规划步态计算的,在该完整行走步态中等间隔地选取了 100 个数据作为训练样本;在机器人行走过程中的第 11 步或第 12 步,受随机不确定扰动的影响,机器人的实际步态偏离了规划步态,因此训练样本与规划步态数据之间存在一定的偏差,在第 11、12 步施加随机不确定扰动的过程中等间隔地选取了 100 个数据作为训练样本。

由于采用离线方法对样本进行训练能够满足 BPNN 模型精度的要求,而且能够提高训练、运算速度,因此本文采用 BPNN 离线训练样本数据,训练过程中样本数据由输入层到输出层传播[18],其中,隐含层神经元的个数 $m=15$。当输出层的输出矩阵样本 $\boldsymbol{O}_{as}$ 与理想的输出矩阵样本 $\boldsymbol{u}_{ran}$ 不相等时,引入输出误差函数 E_a 进行调节,并采用 Levenberg - Marquardt 算法对神经网络进行训练,具体训练过程可以参照文献[19]。

在第 n 个样本时刻,组成权值矩阵 $\boldsymbol{V}$ 的权值参数 $v_{j,k}(n+1)(j=1,2,\cdots,m;k=1,2,3,4)$ 的局部自适应学习过程[18],即

$$v_{j,k}(n+1)=v_{j,k}(n)+\eta[(1-\alpha_n)D(n)+\alpha_n D(n-1)] \tag{23}$$

其中 $$D(n)=-\frac{\partial E_a}{v_{j,k}}$$

式中 η——学习速率,取 $\eta=0.01$

α_n——在区间[0,1)内变化的动态系数,取 $\alpha_n=0.9$

同样地,权值参数 $w_{q,j}(n+1)(q=1,2)$ 的局部自适应学习过程可参考式(23)得到,这里不再给出。此外需要说明的是,$v_{j,k}(n+1)$ 的初值为在区间 $\left(-\frac{2.4}{F},\frac{2.4}{F}\right)$ 内服从均匀分布的经验值,其中 F 为神经元输入节点的个数。上述自适应学习过程可以在 Matlab 软件中采用 LEARNGDM 函数实现。至此,BPNN 扰动补偿器构建完毕。

2.3 机器人行走稳定性判据

为了能够清晰地描述平面三杆双足机器人质心位置的变化,以机器人支撑腿与地面的接触点为参考点,机器人的质心位置为[20]

$$\begin{cases} x_{com}=\dfrac{mx_L+mx_R+m_Hx_H+m_Tx_T}{2m+m_H+m_T} \\ y_{com}=\dfrac{my_L+my_R+m_Hy_H+m_Ty_T}{2m+m_H+m_T} \end{cases} \tag{24}$$

式中 x_{com}、y_{com}——机器人质心位置的横、纵坐标

x_L、x_R、x_H、x_T——机器人的左腿、右腿、髋关节、躯干的质心相对于参考点的横坐标

y_L、y_R、y_H、y_T——机器人的左腿、右腿、髋关节、躯干的质心相对于参考点的纵坐标

在平面三杆双足机器人行走过程中,由每步碰撞前一时刻的状态得到 Poincaré 映射点,基于此构建离散时间系统 $x_{k+1}^z=P^z(x_k^z)$,定义 $\delta x_k^z=x_k^z-x^{z*}$,其中 x^{z*} 是一个固定点,这样就可以得到线性化模型[21]

$$\delta x_{k+1}^z=\boldsymbol{A}^z\delta x_k^z \tag{25}$$

其中 $$\boldsymbol{A}^z=[\boldsymbol{A}_1^z\quad\boldsymbol{A}_2^z]$$

式中 $\boldsymbol{A}^z$——2 × 2 的 Jacobi 方阵

且满足

$$\boldsymbol{A}_i^z=\frac{P^z(x^{z*}+\Delta x_i^z)-P^z(x^{z*}-\Delta x_i^z)}{2\Delta x_i^z} \tag{26}$$

其中 $$\Delta x_i^z=\begin{cases}\Delta\theta_1 & (i=1)\\ \Delta\dot{\theta}_1 & (i=2)\end{cases}$$

式中 $\Delta\theta_1$、$\Delta\dot{\theta}_1$——计算线性化模型时采用的扰动

如果 Jacobi 方阵 $\boldsymbol{A}^z$ 特征值的绝对值小于 1,即在单位圆内,扰动 Δx_i^z 对机器人动力学响应的影响将会被逐渐削弱,双足机器人最终将出现稳定的周期状态;否则,如果 $\boldsymbol{A}^z$ 特征值的绝对值大于或等于 1,机器人的解则为不稳定的。

3 仿真与算例

选取图 1 所示的平面三杆双足机器人作为研究对象,设初始参数 $\theta_1^d=\frac{\pi}{8}$、$\dot{\theta}_1^d=1.55$,控制参数 $\alpha=0.9$、$\varepsilon=0.1$,通过能量优化可得式(15) ~ (16)中的 $\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix}0.512 & 0.073 & 0.035 & -0.819\\ -2.27 & 3.26 & 3.11 & 1.89\end{bmatrix}$。利用 Matlab 软件,分别对理想情形、随机不确定扰动情形下平面三杆双足机器人的动力学行为进行仿真、分析。

3.1 理想情形下机器人的动力学行为

理想情形下,采用 HZD 反馈控制方法控制平面三杆双足机器人的行走,机器人动力学响应如图 3 所示。

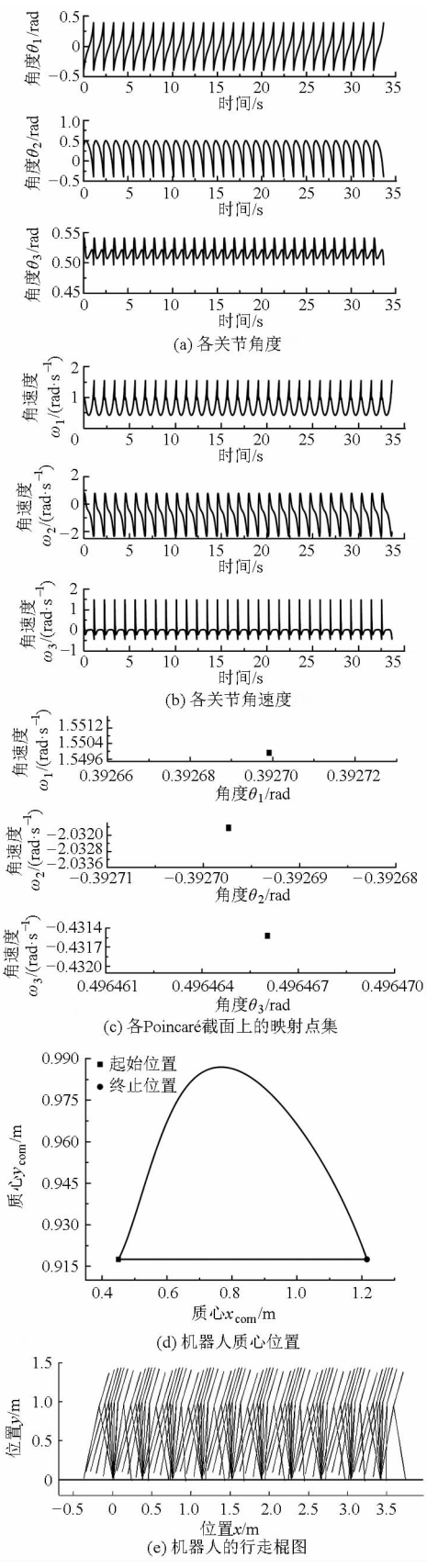


图 3　理想情形下双足机器人的动力学响应

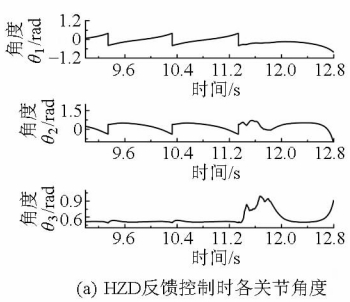
Fig. 3　Dynamical responses of biped robot under ideal situation

由机器人动力学响应图 3a 和图 3b 可知，各关节角度 $\theta_i(i=1,2,3)$ 以及角速度 $\omega_i=\dfrac{\mathrm{d}\theta_i}{\mathrm{d}t}(i=1,2,3)$ 的响应具有周期性，机器人前 3 步的响应与文献[15]的结果是一样的。从图 3c 中可以看出，机器人各 Poincaré 截面上仅有一个映射点，这表明机器人存在周期解。机器人质心位置图 3d 为一封闭曲线，且未出现任何波动。由于机器人的运动具有周期性，图 3e 仅给出机器人前 10 步的行走棍图，由该图可以看出，机器人的支撑腿绕其与地面的接触点向前摆动，摆动腿从支撑腿后面逐渐向前摆动，直到摆动至支撑腿前方与地面发生碰撞，碰撞瞬间支撑腿与摆动腿相互交换，接下来不断重复上述过程，直至机器人完成行走。当取式(26)中的 $\Delta x_1^z=0.011$、$\Delta x_2^z=0.051$ 时，可以得到 Poincaré 映射的 Jacobi 矩阵 $\boldsymbol{A}^z=\begin{bmatrix}0.753\,0 & -0.209\,9\\ 0.130\,5 & -0.037\,3\end{bmatrix}$，其特征值分别为 $\lambda_1=0.716\,7$、$\lambda_2=-0.001\,0$，由于上述 2 个特征值均在单位圆内，因此机器人的周期解是渐近稳定的。

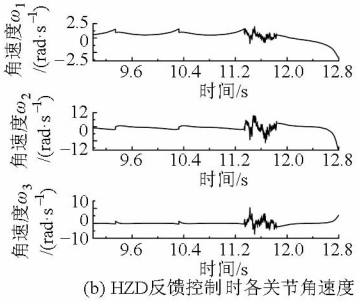
3.2　随机不确定扰动情形下机器人的动力学行为

利用式(8)～(9)生成平面三杆双足机器人各关节的随机不确定扰动 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{ran}}$，其参数设置如下：随机不确定扰动的幅值 $A_{\mathrm{ran}}=300$、频率 $\omega_{\mathrm{ran}}=0.5$、相位 $\sigma_{\mathrm{ran}}=1$、$t_s=11.34$ s，为了研究足够长时间的随机不确定扰动诱发的机器人动力学行为，将扰动持续时间设为 $\tau=0.5$ s，尽管生成各关节的随机不确定扰动采用了相同的参数，但由于存在随机过程，因此各关节的扰动值并不相同。在相同的随机不确定扰动情形下，分别采用 HZD 反馈控制方法和 BPNN－HZD 反馈控制方法对双足机器人进行控制，机器人的动力学响应如图 4 所示。

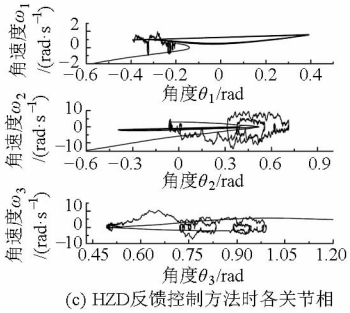
由图 4a～4f 可以看出，在平面三杆双足机器人各驱动关节施加随机不确定扰动的过程中，其动力学响应产生了非常大的波动，尽管双足机器人通过 HZD 反馈控制努力调节其位姿，但机器人最终还是出现了发散的动力学行为。具体来说，受随机不确定扰动的影响，图 4a～4b 均存在较大的波动，其中各关节角度是连续、光滑变化的，但各关节角速度则出现了瞬时无规则的波动。机器人相图 4c 呈现为非封闭曲线，这表明随机不确定扰动使得机器人严重偏离了其正常轨道。图 4d 为各 Poincaré 截面上的映射点集图，从该图中可以看到映射点的坐标范围非常大，而且各子图中均存在一个孤立点。机器人质心位置图 4e 表现为一条不可控的非封闭曲线，该曲线严重偏离了机器人的正常质心轨迹。由图 4f



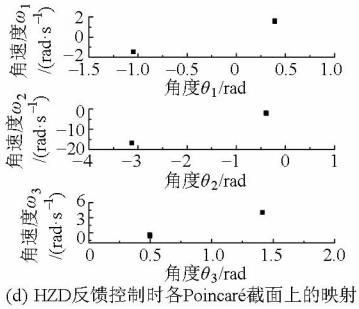
(a) HZD反馈控制时各关节角度



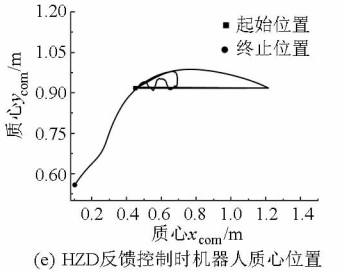
(b) HZD反馈控制时各关节角速度



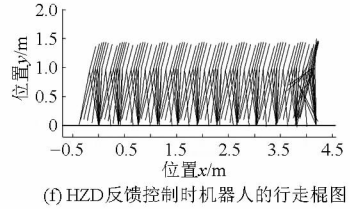
(c) HZD反馈控制方法时各关节相



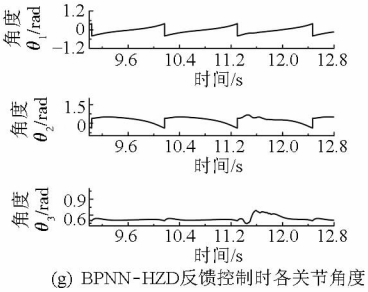
(d) HZD反馈控制时各Poincaré截面上的映射点集



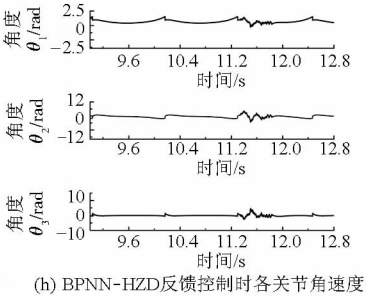
(e) HZD反馈控制时机器人质心位置



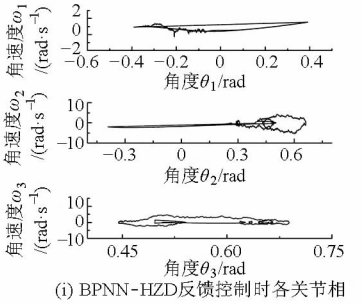
(f) HZD反馈控制时机器人的行走棍图



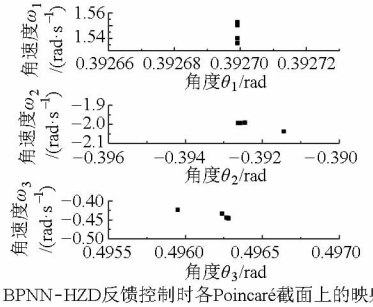
(g) BPNN-HZD反馈控制时各关节角度



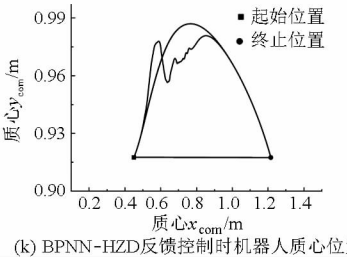
(h) BPNN-HZD反馈控制时各关节角速度



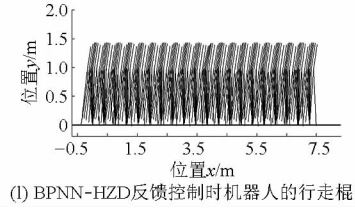
(i) BPNN-HZD反馈控制时各关节相



(j) BPNN-HZD反馈控制时各Poincaré截面上的映射点集



(k) BPNN-HZD反馈控制时机器人质心位置



(l) BPNN-HZD反馈控制时机器人的行走棍图

图 4 随机不确定扰动下机器人的动力学响应

Fig. 4 Dynamical responses of robot under randomly uncertain disturbance

可知，机器人在第 12 步发生了摔倒。

在平面三杆双足机器人各驱动关节施加与图 4a ~ 4f 相同的随机不确定扰动，但采用 BPNN - HZD 反馈控制方法对机器人进行控制，其动力学响应如图 4g ~ 4l 所示，从中可以看出，尽管随机不确定扰动对机器人的动力学行为也产生了一定影响，但由于 BPNN - HZD 反馈控制方法以更大的力度对扰动进行了补偿，因此机器人在接下来的步态中缓慢恢复至稳定状态。具体来说，各关节角度图 4g 和各关节角速度图 4h 中的波动明显比图 4a 和图 4b 小许多，其中 θ_2 和 θ_3 的波动幅度比 θ_1 的波动幅度大。机器人相图 4i 表现为振荡变化的曲线，但各曲线均是封闭的。图 4j 中机器人各 Poincaré 截面上映射点的离散程度，明显比图 4d 中映射点的离散程度小。尽管机器人质心位置图 4k 仍然存在一些波动，但并没有像图 4e 那样出现失控状态，而是最终收敛到了稳定轨道上。由图 4l 可知，尽管机器人也出现了一些晃动，但最终成功完成了整个行走过程。当采用 BPNN - HZD 反馈控制方法时，取式(26)中的 $\Delta x_1^z = 0.002$、$\Delta x_2^z = 0.01$，可得机器人 Poincaré 映射的 Jacobi 矩阵 $\boldsymbol{A}^z = \begin{bmatrix} 1.353\,7 & -3.228\,4 \\ 0.207\,3 & -0.521\,4 \end{bmatrix}$，其特征值分别为 $\lambda_1 = 0.874\,2$、$\lambda_2 = -0.042\,0$，由于上述 2 个特征值均在单位圆内，因此机器人的周期解是渐近稳定的。

4　结论

(1)在给定的随机不确定扰动情形下，继续采用 HZD 反馈控制方法，由于补偿力度不够大，会导致平面三杆双足机器人逐渐出现发散的动力学行为。

(2) BPNN - HZD 反馈控制方法能够以更大的力度对随机不确定扰动进行补偿，尽管不能完全消除随机不确定扰动对双足机器人动力学行为的影响，但可以大大减弱上述影响，从而成功优化机器人动力学行为，实现机器人的稳定行走。

(3)受随机不确定扰动的影响，双足机器人各角速度会发生瞬时突变，但各角度是连续波动的，其中，摆动腿、躯干与坐标轴夹角的波动明显大于支撑腿与坐标轴夹角的波动。

参　考　文　献

1 BINDAL A, KUMAR A, SHARMA H, et al. Design and implementation of a shadow bot for mimicking the basic motion of a human leg[C]//2015 International Conference on Recent Developments in Control, Automation and Power Engineering, 2015.

2 徐林森，魏鲜明，曹凯，等. 仿生双足水上行走机器人优化设计及控制方法[J]. 机械工程学报，2014，50(15)：12 - 18.
XU L S, WEI X M, CAO K, et al. Optimization design and control method of biped robot running on water[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(15): 12 - 18. (in Chinese)

3 满翠华，范迅，张华，等. 类人机器人研究现状和展望[J]. 农业机械学报，2006，37(9)：204 - 207.
MAN C H, FAN X, ZHANG H, et al. Current status and future development of humanoid robots[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(9): 204 - 207. (in Chinese)

4 张海，张以都，曹淑娟. 装载机自主铲装作业控制策略[J]. 农业机械学报，2006，37(10)：46 - 49.
ZHANG H, ZHANG Y D, CAO S J. Study on autonomous scooping control strategy of wheel loader[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(10): 46 - 49. (in Chinese)

5 GAN C B, DING C T, YANG S X. Dynamical analysis and performance evaluation of a biped robot under multi-source random disturbances[J]. Acta Mechanica Sinica, 2014, 30(6): 983 - 994.

6 刘振国，武玉强. 随机激励下单杆柔性关节机械臂的建模与控制[J]. 控制理论与应用，2014，31(8)：1105 - 1110.
LIU Z G, WU Y Q. Modeling and control for single-link flexible-joint arm with random disturbances[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(8): 1105 - 1110. (in Chinese)

7 SABOURIN C, BRUNEAU O. Robustness of the dynamic walk of a biped robot subjected to disturbing external forces by using CMAC neural networks[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2005, 51(2): 81 - 99.

8 KATSURA S, MATSUMOTO Y, OHNISHI K. Modeling of force sensing and validation of disturbance observer for force control [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(1): 530 - 538.

9 CACCAVALE F, CILIBRIZZI P, PIERRI F, et al. Actuators fault diagnosis for robot manipulators with uncertain model[J]. Control Engineering Practice, 2009, 17(1): 146 - 157.

10 SONG G B, CAI L L, WANG Y P. A sliding-mode based smooth adaptive robust controller for friction compensation[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1998, 8(8): 725 - 739.

11 HILL J, FAHIMI F. Active disturbance rejection for walking bipedal robots using the acceleration of the upper limbs[J]. Robotica, 2015, 33(2): 264 - 281.

12 MOHAMMADI A, TAVAKOLI M, MARQUEZ H J, et al. Nonlinear disturbance observer design for robotic manipulators[J]. Control Engineering Practice, 2013, 21(3): 253 - 267.

(下转第 398 页)

LIU Xinjun, XIE Fugui, WANG Jinsong, et al. Current opportunities in the field of mechanisms in China[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 2 - 12. (in Chinese)

19 沈惠平,杨廷力,邓嘉鸣,等. 一种三平移一转动并联机器人机构:中国,201510566039.4[P]. 2015 - 09 - 08.
SHEN Huiping, YANG Tingli, DENG Jiaming, et al. A parallel robot mechanism with three translations and one rotation: China, 201510566039.4[P]. 2015 - 09 - 08. (in Chinese)

20 沈惠平,杨廷力,朱伟,等. 一种三平移一转动并联机器人平台:中国,201510566840.9[P]. 2015 - 09 - 08.
SHEN Huiping, YANG Tingli, ZHU Wei, et al. A parallel robot platform with three translations and one rotation: China, 201510566840.9[P]. 2015 - 09 - 08. (in Chinese)

21 沈惠平,杨廷力,朱小蓉,等. 一种三平移一转动并联机器人:中国,201510564382.5[P]. 2015 - 09 - 08.
SHEN Huiping, YANG Tingli, ZHU Xiaorong, et al. A parallel robot with three translations and one rotation: China, 201510564382.5[P]. 2015 - 09 - 08. (in Chinese)

22 沈惠平,杨廷力,李菊,等. 一种三平移一转动并联机器人装置:中国,201510567133.1[P]. 2015 - 09 - 08.
SHEN Huiping, YANG Tingli, LI Ju, et al. A parallel robot device with three translations and one rotation: China, 201510567133.1[P]. 2015 - 09 - 08. (in Chinese)

23 沈惠平,杨廷力,邵国伟,等. 一种三平移一转动并联机构机械手:中国,201510640394.X[P]. 2015 - 10 - 09.
SHEN Huiping, YANG Tingli, SHAO Guowei, et al. A parallel robot manipulator with three translations and one rotation: China, 201510640394.X[P]. 2015 - 10 - 09. (in Chinese)

24 沈惠平,杨廷力,李云峰,等. 一种三平移一转动并联机器人抓放器:中国,201510648948.2[P]. 2015 - 10 - 09.
SHEN Huiping, YANG Tingli, LI Yunfeng, et al. A parallel robot pickuper with three translations and one rotation: China, 201510648948.2[P]. 2015 - 10 - 09. (in Chinese)

25 沈惠平,孙驰宇,朱小蓉,等. 以基本运动链为单元的并联机构拓扑结构设计[J]. 农业机械学报,2015,46(12):337 - 345,384.
SHEN Huiping, SUN Chiyu, ZHU Xiaorong, et al. Topology structure design of parallel mechanisms based on basic kinematic chains[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(12): 337 - 345, 384. (in Chinese)

26 沈惠平,邵国为,朱小蓉,等. 基于 POC 法的多环耦合并联机构的拓扑特征分析[J]. 农业机械学报,2016,47(4):1 - 6.
SHEN Huiping, SHAO Guowei, ZHU Xiaorong, et al. POC method based topology characteristic analysis for multi-loop coupled mechanisms[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(4): 1 - 6. (in Chinese)

27 SHEN Huiping, YANG Liangjie, ZHU Xiaorong, et al. A method for structure coupling-reducing of parallel mechanisms[C]// The 2015 International Conference on Intelligent Robotics and Applications, ICIRA2015, Part III, LNAI 9246, 2015: 199 - 210.

28 SHEN Huiping, YANG Liangjie, MENG Qingmei, et al. Topological structure coupling-reducing of parallel mechanisms[C]// 2015 IFToMM World Congress, 2015.

(上接第 363 页)

13 TIAN X, GAO F, QI C, et al. External disturbance identification of a quadruped robot with parallel-serial leg structure[J]. International Journal of Mechanics & Materials in Design, 2016, 12(1): 109 - 120.

14 WEI L X, YANG L, WANG H R. Indirect fuzzy adaptive control for trajectory tracking of uncertain robot[J]. Electric Machines & Control, 2006, 10(4): 393 - 397.

15 GRIZZLE J W, ABBA G, PLESTAN F. Asymptotically stable walking for biped robots: analysis via systems with impulse effects[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(1): 51 - 64.

16 WESTERVELT E R, GRIZZLE J W, CHEVALLEREAU C, et al. Feedback control of dynamic bipedal robot locomotion[M]. Boca Raton: CRC Press, 2007.

17 GAN C B, GUO S Q, LEI H, et al. Random uncertainty modeling and vibration analysis of a straight pipe conveying fluid[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 77(3): 503 - 519.

18 LI W, CHEN X. Compensation of hysteresis in piezoelectric actuators without dynamics modeling[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2013, 199(1): 89 - 97.

19 ZHANG D, CHEN Y, AI W, et al. Precision motion control of permanent magnet linear motors[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2007, 35(3 - 4): 301 - 308.

20 FERREIRA J P, CRISOSTOMO M, COIMBRA A P. SVR controller for a biped robot in the sagittal plane with human-based ZMP trajectory reference and gait[J]. International Journal of Humanoid Robotics, 2012, 9(3): 77 - 98.

21 WANG Z, YAN G, TANG C, et al. Coupling mechanical design and control design for energy-efficient and stable walking of a compass-like biped[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2016, 38(3): 253 - 265.