

基于液压无源性理论的电液系统非线性鲁棒控制方法*

熊义 魏建华 胡波 冯瑞琳

(浙江大学流体传动及机电系统国家重点实验室, 杭州 310027)

摘要: 考虑电液系统的强非线性特点,提出了一种基于液压无源性理论的非线性鲁棒控制方法。该控制方法利用跟踪误差的滑模与液压无源性理论中的压力误差储能函数构建 Lyapunov 函数,backstepping 逆向递推过程分解为位置跟踪与压力跟踪两个环节,为了化解电液系统中两个控制容腔的压力内动态所造成的冗余自由度难题,提出了基于稳态工作点的期望压力分配策略,从而推导出非线性鲁棒控制律。在样机系统上的实验结果表明,被试电液系统在跟踪 0.2~20 mm/s 速度范围内指令轨迹时跟踪误差的均方根均在 5 μm 以内,基于液压无源性的非线性鲁棒控制方法实现了良好的跟踪性能与性能鲁棒性。

关键词: 液压无源性 电液系统 非线性 鲁棒控制

中图分类号: TH137 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2015)11-0383-09

Hydraulic Passivity Based Nonlinear Robust Control for Electrohydraulic System

Xiong Yi Wei Jianhua Hu Bo Feng Ruilin

(The State Key Laboratory of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Taking into account the strong nonlinearity associated with the dynamics of the electrohydraulic system, a passivity based nonlinear robust control method was developed for it. In the proposed method, the Lyapunov function was designed with the sliding mode of tracking error and the pressure error storage function constructed in the hydraulic passivity theory. Thus the backstepping design process can be decomposed into two cascaded steps: position tracking and pressure tracking. The electrohydraulic system has a redundant dimension, as the two chambers of the hydraulic actuator have different areas. The added internal dynamics of pressure also brought the stability issue. To handle this difficulty, a steady state working point based assignment strategy was presented. This strategy combines force and flow constraint conditions, such that it can assign unique desired pressure for each chamber of the hydraulic actuator. As a result, the nonlinear robust control law was synthesized. Experiments were carried out on a prototype system to validate the effectiveness of the proposed method. The experiment results show that with the developed controller, the electrohydraulic system achieves accurate tracking. The error is no more than 5 μm , while tracking constant speed and sinusoidal trajectories. The proposed control method presents good tracking performance and performance robustness.

Key words: Hydraulic passivity Electrohydraulic system Nonlinear Robust control

引言

电液系统负载容量大、结构紧凑,被广泛用作大

型装备、工程机械和实验设备等的动力传动系统^[1-4]。然而,电液系统固有的一些强非线性,如控制阀的压力/流量映射关系、变化的控制容积等,极

收稿日期: 2015-04-03 修回日期: 2015-04-22

* 国家自然科学基金资助项目(51075359)

作者简介: 熊义, 博士生, 主要从事大型装备电液控制系统研究, E-mail: shonyee@163.com

通讯作者: 魏建华, 教授, 博士生导师, 主要从事电液控制理论与应用研究, E-mail: jhwei@zju.edu.cn

大地制约了其控制性能的优化。因此,许多学者致力于电液系统的控制研究。

目前非线性控制是电液系统控制研究中的热点,其中具有代表性的成果有自适应鲁棒控制(ARC)^[5-6]和滑模自适应控制^[7-8]等,均在理论上同时应对了电液系统中存在的非线性、参数不确定性以及不确定非线性等难题。随着不断地完善和扩展,这些方法均形成了完整且固定的理论框架,并被应用于多种场合^[9-11]。最近 Li 等^[12-14]从能量的新视角提出了液压执行器的无源性理论,将其用于设计液压系统的控制器并初步验证了其有效性。Sakai 等^[15]也做了相似的工作。以上研究为电液系统控制器的设计理论提供了一种新的选项。

本文尝试扩展液压无源性理论在电液系统控制中的应用,从传统的 Lyapunov 稳定性出发,借助 backstepping 逆向递推设计工具,将无源性理论与非线性鲁棒控制方法相结合,从而形成一种观点新颖、结构完整并且简洁有效的电液系统控制器设计理论框架,进而通过实验验证该控制方法的有效性。

1 液压介质的能量模型

液压无源性理论的基础是液压介质流体的能量模型。

假设 1:对于质量为 m 的流体,其体积弹性模量 β 是压力的函数,满足

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V} = \frac{dp}{\beta(p)} \quad (1)$$

式中 V ——流体体积

p ——流体压力

ρ ——流体密度

在压力 p 下有 $\rho(p) = m/V(p)$ 。并且对于所有 $p \in [0, \infty)$, 有 $\beta(p) \geq \beta_{\min} > 0$ 。

定义函数

$$g_p(p_b, p_a) = \int_{p_a}^{p_b} \frac{dp'}{\beta(p')} = \ln \frac{\rho(p_b)}{\rho(p_a)} \quad (2)$$

易得该函数性质

$$\begin{cases} g_p(p_c, p_b) + g_p(p_b, p_a) = g_p(p_c, p_a) \\ g_p(p_b, p_a) = -g_p(p_a, p_b) \end{cases} \quad (3)$$

式中 p_a, p_b, p_c ——流体分别在 a, b, c 条件下的压力

p' ——压力的积分变量

假设流体在环境压力 p_0 下的体积为 V_0 , 密度为 ρ_0 , 那么质量为 m 的流体满足: $V\rho(p) = V_0\rho_0 = m$ 。将其从环境自然状态 (p_0, V_0) 压缩到高压状态 (p, V) 需要做功

$$\begin{aligned} W(m, p) &= - \int_{V_0}^V (p' - p_0) dV = \\ &= \int_{p_0}^{m/V} \frac{(p' - p_0)V}{\rho} dp' = m \int_{p_0}^{m/V} \frac{p' - p_0}{\rho^2} dp' = \\ &= m \int_{p_0}^p \frac{p' - p_0}{\beta(p')\rho(p')} dp' \end{aligned} \quad (4)$$

定义 $W_v(p_g, p_0)$ 为流体的体积储能密度, 其中 $p_g = p - p_0$ 为表压, $W_v(p_g, p_0)$ 的表达式为

$$\begin{aligned} W_v(p_g, p_0) &= \frac{W(m, p)}{V} = \frac{m}{V} \int_{p_0}^p \frac{p' - p_0}{\beta(p')\rho(p')} dp' = \\ &= \int_{p_0}^p \frac{(p' - p_0)\rho(p)}{\beta(p')\rho(p')} dp' = \\ &= \int_{p_0}^p (e^{g_p(p, p')} - 1) dp' \end{aligned} \quad (5)$$

具体推导过程参见文献[14]。

令 p_d 作为期望压力, 则压力跟踪误差为 $\tilde{p}(t) = p(t) - p_d(t)$ 。仿公式(5), 定义压力误差体积储能密度

$$\begin{aligned} W_v(\tilde{p}(t), p_d) &= \int_{p_d}^p \frac{(p' - p_d)\rho(p)}{\beta(p')\rho(p')} dp' = \\ &= \int_{p_d}^p (e^{g_p(p, p')} - 1) dp' \end{aligned} \quad (6)$$

引理 1:公式(6)所描述的压力误差体积储能密度是半正定的。

证明:

(1) $p \geq p_d$: 根据公式(2), 若 $p \geq p_d$, 则 $e^{g_p(p, p')}$ 在定义域 $p' \in [p_d, p]$ 内满足 $e^{g_p(p, p')} - 1 \geq 0$, 所以

$$W_v(\tilde{p}(t), p_d) = \int_{p_d}^p (e^{g_p(p, p')} - 1) dp' \geq 0。$$

(2) $p < p_d$: 若 $p < p_d$, 则 $e^{g_p(p, p')} - 1 < 0$, 然而根据定积分性质易得

$$\begin{aligned} \int_{p_d}^p (e^{g_p(p, p')} - 1) dp &= - \int_{p_d}^p (1 - e^{g_p(p, p')}) dp' = \\ &= \int_p^{p_d} (1 - e^{g_p(p, p')}) dp' \end{aligned}$$

此时 $p_d > p > 0$, 所以 $W_v(\tilde{p}(t), p_d) > 0$ 。证毕。

在区间 $[p_d, p]$ 内定义平均弹性模量

$$\bar{\beta}(p, p_d) = \frac{(p - p_d)^2}{2W_v(\tilde{p}, p_d)} \quad (7)$$

引理 2: 平均弹性模量 $\bar{\beta}(p, p_d)$ 在区间 $[p_d, p]$ 内是有界的, 即使 p 趋近于甚至等于 p_d 。

引理 3: $W_v(\tilde{p}(t), p_d)$ 与 $\tilde{p}(t)$ 满足

$$\frac{W_v(\tilde{p}(t), p_d)}{\tilde{p}(t)} > -1 \quad (8)$$

引理 4: 函数 $W_v(p_g, p_0)$ 对变量 p 的导数表达式为

$$\frac{dW_V(p_g, p_0)}{dp} = \frac{1}{\beta(p)} (W_V(p_g, p_0) + p - p_0) \quad (9)$$

引理 2、引理 3 与引理 4 的证明见文献 [14]。

2 系统动力学模型

本文的具体研究对象为图 1 所示的电液系统，系统竖立放置，两个液压缸相对布置于质量块 m_v 两侧，液压缸活塞杆均与质量块刚性连接。受高频响阀控制的液压缸为驱动缸，另一个为负载缸，其无杆腔压力受减压阀与溢流阀控制。

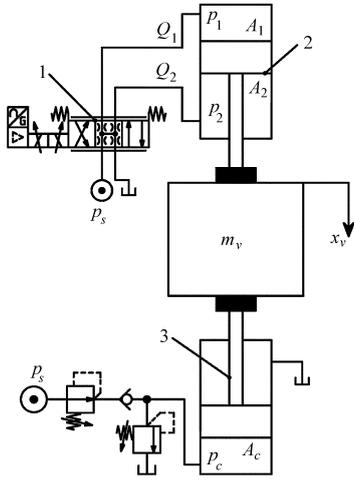


图 1 电液系统简图

Fig. 1 Schematic diagram of electrohydraulic system

1. 高频响阀 2. 驱动缸 3. 负载缸

系统的力平衡方程为

$$m_v \ddot{x}_v = p_1 A_1 - p_2 A_2 - 2k_{fc} \arctan(10^4 \dot{x}_v) / \pi - b \dot{x}_v + m_v g - p_c A_c - d \quad (10)$$

式中 m_v ——负载质量 x_v ——负载位移

p_1, p_2 ——驱动缸两腔压力

A_1, A_2 ——驱动缸两腔作用面积

k_{fc} ——建模库伦摩擦力系数

b ——建模粘滞阻尼系数

g ——重力加速度

p_c ——负载缸无杆腔压力

A_c ——负载缸无杆腔作用面积

d ——集中不确定干扰力

驱动缸两腔压力动态模型的表达式为

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = \frac{\beta}{V_{01} + A_1 x_v} [Q_1 - A_1 \dot{x}_v - C_l (p_1 - p_2)] \\ \dot{p}_2 = \frac{\beta}{V_{02} + A_2 (L - x_v)} [-Q_2 + A_2 \dot{x}_v + C_l (p_1 - p_2)] \end{cases} \quad (11)$$

式中 β ——液压油体积弹性模量

C_l ——内泄漏系数

L ——液压缸行程

V_{01}, V_{02} ——驱动缸两腔死容积

Q_1, Q_2 ——高频响阀至驱动缸两腔流量

高频响阀流量 Q_1, Q_2 的映射表达式为

$$\begin{cases} Q_1 = k_q u \sqrt{\Delta p_1} \\ Q_2 = k_q u \sqrt{\Delta p_2} \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$\Delta p_1 = \begin{cases} p_s - p_1 & (u \geq 0) \\ p_1 & (u < 0) \end{cases}$$

$$\Delta p_2 = \begin{cases} p_2 & (u \geq 0) \\ p_s - p_2 & (u < 0) \end{cases}$$

式中 k_q ——高频响阀的综合流量系数

u ——高频响阀控制电信号

p_s ——压力源压力

定义系统状态向量为 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [x_v \ \dot{x}_v \ p_1 \ p_2]^T$ ，联立公式 (10) ~ (12) 可以得到系统的状态方程表达式

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{m_v} (A_1 x_3 - A_2 x_4 - k'_{fc} \arctan(10^4 x_2) - b x_2 + m_v g - A_c p_c) - \Delta \\ \dot{x}_3 = \frac{\beta [Q_1 - A_1 x_2 - C_l (x_3 - x_4)]}{V_1(x_1)} \\ \dot{x}_4 = \frac{\beta [-Q_2 + A_2 x_2 + C_l (x_3 - x_4)]}{V_2(x_1)} \end{cases} \quad (13)$$

其中 $\Delta = \frac{d}{m_v}$ $k'_{fc} = \frac{2k_{fc}}{\pi}$ $V_1(x_1) = V_{01} + A_1 x_1$

$V_2(x_1) = V_{02} + A_2 (L - x_1)$

3 基于无源性的非线性鲁棒控制器设计

假设 2: 不确定非线性 Δ 可以分解为缓时变部分 Δ_s 和快时变部分 Δ_t ，并且 Δ_s 与 Δ_t 的边界是确定的，有

$$\begin{cases} \Delta = \Delta_s + \Delta_t \\ |\Delta_s| \leq \delta_s \\ |\Delta_t| \leq \delta_t \end{cases} \quad (14)$$

其中 δ_s, δ_t 是确定的正实数。

接下来将系统分为运动动力学与压力动态两个级联的子环节，分两步设计系统的控制器。

3.1 控制器设计步骤 1

$x_d(t)$ 为期望轨迹，定义跟踪误差 $e_v = x_1 - x_d$ 及其切换面 $z_1 = \dot{e}_v + k_{c1} e_v$ 。 k_{c1} 是正的反馈增益。显然， z_1 收敛等价于 e_v 收敛。定义半正定 Lyapunov 函数

$$V_{c1} = \frac{1}{2} w_1 z_1^2 \quad (15)$$

w_1 是正的权重因子。 V_{c1} 对时间的导数为

$$\dot{V}_{c1} = w_1 z_1 \left[\frac{1}{m_v} (A_1 x_3 - A_2 x_4 - k'_{fc} \arctan(10^4 x_2) - bx_2 + m_v g - A_c p_c) - \Delta_s - \Delta_t - \ddot{x}_d + k_{c1} (x_2 - \dot{x}_d) \right] \quad (16)$$

令 F_a 表示驱动缸的输出力,有 $F_a = A_1 x_3 - A_2 x_4$, 将其视为式(16)的虚拟控制输入,其控制函数构建为

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_{1a} + \alpha_{1s} \\ \alpha_{1s} = \alpha_{1s1} + \alpha_{1s2} \\ \alpha_{1a} = k'_{fc} \arctan(10^4 x_2) - m_v g + A_c p_c + m_v \hat{\Delta}_s + m_v \ddot{x}_d + b \dot{x}_d \\ \alpha_{1s1} = -m_v k_{c2} z_1 - (m_v k_{c1} - b) \dot{e}_v \end{cases} \quad (17)$$

控制函数 α_1 可视为系统的期望控制力,由 α_{1a} 与 α_{1s} 两部分组成。 α_{1a} 补偿了系统中的库伦摩擦力、重力和负载力等建模力,并从前向通道引入了对期望惯性力与期望粘滞阻力的补偿,作为模型补偿项。 α_{1s} 是鲁棒控制项,其中 α_{1s1} 是名义镇定部分,为线性反馈控制,包含了位置误差的比例反馈和微分反馈, k_{c2} 是 α_{1s1} 中正的反馈控制增益,是控制器中的设计参数; α_{1s2} 则是为了应对不确定非线性和模型误差而设计的,它是一个光滑函数,满足条件

$$\begin{cases} z_1 (\alpha_{1s2}/m_v + \hat{\Delta}_s - \Delta_t) \leq \varepsilon_1 \\ z_1 \alpha_{1s2} \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

α_{1s2} 可以以 z_1 的非线性反馈的形式实现^[16]。 $\hat{\Delta}_s = \hat{\Delta}_s - \Delta_s$ 。 ε_1 也是正的控制器设计参数,它表征了 z_1 收敛范围的边界。 $\hat{\Delta}_s$ 是对 Δ_s 的估计值,其自适应律为

$$\dot{\hat{\Delta}}_s = \text{Proj}_{\hat{\Delta}_s}^{\wedge} (-\Gamma w_1 z_1) \quad (19)$$

Γ 是自适应速率,为正数。 $\text{Proj}_{\hat{\Delta}_s}^{\wedge}(\cdot)$ 是非连续映射,其具体形式为

$$\text{Proj}_{\hat{\Delta}_s}^{\wedge}(\cdot) = \begin{cases} 0 & (\hat{\Delta}_s = \hat{\Delta}_{s\max} \text{ 且 } \cdot > 0) \\ 0 & (\hat{\Delta}_s = \hat{\Delta}_{s\min} \text{ 且 } \cdot < 0) \\ \cdot & (\text{其他}) \end{cases} \quad (20)$$

令 z_2 表示驱动缸的输出力 F_a 与期望控制力 α_1 的偏差,有 $z_2 = F_a - \alpha_1$, 将式(17)代入式(16)得

$$\dot{V}_{c1} = -w_1 k_{c2} z_1^2 + w_1 z_1 (\alpha_{1s2}/m_v + \hat{\Delta}_s - \Delta_t) + w_1 z_1 z_2 \quad (21)$$

式中等号右边的第 1 项是耗散的,第 2 项是有界或耗散的,因此要实现 z_1 收敛必须保证 z_2 是收敛的,换言之, F_a 要以一定的精度跟随 α_1 , 下一步将综合系

统流量输入以实现这一目的。

3.2 控制器设计步骤 2

令 p_{1d} 、 p_{2d} 分别表示驱动缸两腔的期望压力,为使 z_1 收敛,它们必须满足约束条件

$$A_1 p_{1d} - A_2 p_{2d} = \alpha_1 \quad (22)$$

满足式(22)的 p_{1d} 与 p_{2d} 有无穷种组合,若要确定它们,必须寻找另一约束条件。忽略泄漏,液压缸工作于某一稳态工作点时,流量应满足

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{k_q u \sqrt{\Delta p_1}}{k_q u \sqrt{\Delta p_2}} = \frac{A_1 x_2}{A_2 x_2} \quad (23)$$

联立式(12)、(22)、(23)即可确定

$$\begin{bmatrix} p_{1d} \\ p_{2d} \end{bmatrix} = J_{pd}^{-1} p_{sd} \quad (24)$$

其中

$$J_{pd} = \begin{cases} \begin{bmatrix} A_1 & -A_2 \\ 1 & \frac{A_1^2}{A_2^2} \end{bmatrix} & (x_2 > 0) \\ J'_{pd} & (x_2 = 0) \\ \begin{bmatrix} A_1 & -A_2 \\ \frac{A_2^2}{A_1^2} & 1 \end{bmatrix} & (x_2 < 0) \end{cases}$$

$$p_{sd} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ p_s \end{bmatrix}$$

式中 J'_{pd} —— J_{pd} 在上一个控制循环的值

显然,如果 p_1 与 p_2 分别同时趋近于 p_{1d} 与 p_{2d} , F_a 就能实现对 α_1 的精确跟随,从而使 z_2 收敛。为了推导让驱动缸两腔压力跟随期望压力的控制律,从液压无源性理论出发构建 Lyapunov 函数。公式(6)所描述的压力误差体积储能密度包含了压力误差的信息,并且根据引理 1,其相对于压力误差是半正定的,因此可以用驱动缸两腔的压力误差储能函数构建半正定的 Lyapunov 函数,从而推导控制律,其具体形式为

$$V_{c2} = w_2 (V_1(x_1) W_V(\tilde{p}_1, p_{1d}) + V_2(x_1) W_V(\tilde{p}_2, p_{2d})) \quad (25)$$

其中 $\tilde{p}_1 = p_1 - p_{1d}$ $\tilde{p}_2 = p_2 - p_{2d}$

式中 w_2 ——正的权重因子

为简化,用 V_1 、 W_{V_1} 、 V_2 、 W_{V_2} 分别代表 $V_1(x_1)$ 、 $W_V(\tilde{p}_1, p_{1d})$ 、 $V_2(x_1)$ 和 $W_V(\tilde{p}_2, p_{2d})$ 。 V_1 为驱动缸无杆腔容积, W_{V_1} 则是无杆腔的压力误差体积储能密度,所以二者乘积 $V_1 W_{V_1}$ 代表了无杆腔的压力误差储能,是半正定的。同理, $V_2 W_{V_2}$ 是有杆腔的压力误差储能。

V_{c2} 对时间的导数表示为

$$\dot{V}_{e2} = w_2 \left(\frac{dV_1}{dt} W_{v1} + V_1 \frac{dW_{v1}}{dp_1} \frac{dp_1}{dt} + V_1 \frac{dW_{v1}}{dp_{1d}} \frac{dp_{1d}}{dt} + \frac{dV_2}{dt} W_{v2} + V_2 \frac{dW_{v2}}{dp_2} \frac{dp_2}{dt} + V_2 \frac{dW_{v2}}{dp_{2d}} \frac{dp_{2d}}{dt} \right) \quad (26)$$

根据引理 4, 将各导数的解析式代入式(26), 得

$$\dot{V}_{e2} = w_2 \{ (\tilde{p}_1 + W_{v1}) [Q_1 - C_l(p_1 - p_2)] - \tilde{p}_1 A_1 x_2 - V_1 (e^{g_p(p_1, p_{1d})} - 1) \dot{p}_{1d} + (\tilde{p}_2 + W_{v2}) [-Q_2 + C_l(p_1 - p_2)] + \tilde{p}_2 A_2 x_2 - V_2 (e^{g_p(p_2, p_{2d})} - 1) \dot{p}_{2d} \} \quad (27)$$

根据中值定理存在 $\sigma_i \in [p_{id}, p_i]$ ($i = 1, 2$) 使得

$$e^{g_p(p_i, p_{id})} - 1 = e^{g_p(p_i, p_{id})} - e^{g_p(p_{id}, p_{id})} = \tilde{p}_i \left. \frac{de^{g_p(p_i, p_{id})}}{dp_i} \right|_{p_i = \sigma_i} = \tilde{p}_i \frac{e^{g_p(\sigma_i, p_{id})}}{\beta(\sigma_i)} \quad (28)$$

接下来的控制器设计中, 液压油弹性模量作确定参数处理, 故 $\beta(\sigma_i) = \beta$ 。

把流量 Q_1, Q_2 视作式(27)的控制输入, 其控制函数综合为

$$\begin{cases} Q_1 = Q_{1a} + Q_{1s} \\ Q_{1s} = Q_{1s1} + Q_{1s2} \\ Q_{1a} = C_l(p_1 - p_2) + A_1 x_2 + \frac{V_1}{\beta} \dot{\tilde{p}}_{1d} \\ Q_{1s1} = -k_{c3} \frac{V_1}{\beta} \tilde{p}_1 - \frac{w_1}{w_2} z_1 A_1 \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} Q_2 = Q_{2a} + Q_{2s} \\ Q_{2s} = Q_{2s1} + Q_{2s2} \\ Q_{2a} = C_l(p_1 - p_2) + A_2 x_2 - \frac{V_2}{\beta} \dot{\tilde{p}}_{2d} \\ Q_{2s1} = k_{c4} \frac{V_2}{\beta} \tilde{p}_2 - \frac{w_1}{w_2} z_1 A_2 \end{cases} \quad (30)$$

与上一步骤类似, 作为这一环节控制输入的流量控制函数 Q_i ($i = 1, 2$), 同样包含模型补偿项 Q_{ia} 与鲁

棒控制项 Q_{is} 。 Q_{ia} 补偿了驱动缸容腔的泄漏流量、在运动中容积变化产生的流量以及压力动态变化产生的流量。 Q_{is1} 是压力跟踪误差的比例反馈控制和级联耦合引入的运动状态反馈。 k_{c3}, k_{c4} 为 Q_{is1} 中正的反馈控制增益, 是控制器的设计参数。 Q_{1s2} 与 Q_{2s2} 的作用是为了控制期望压力时间导数中的不确定性, 同为光滑的控制函数, 分别满足

$$\begin{cases} \tilde{p}_1 \left(Q_{1s2} - V_1 \frac{e^{g_p(\sigma_1, p_{1d})}}{\beta} \dot{\tilde{p}}_{1d} \right) \leq \varepsilon_{21} \\ \tilde{p}_1 Q_{1s2} \leq 0 \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} \tilde{p}_2 \left(-Q_{2s2} - V_2 \frac{e^{g_p(\sigma_2, p_{2d})}}{\beta} \dot{\tilde{p}}_{2d} \right) \leq \varepsilon_{22} \\ -\tilde{p}_2 Q_{2s2} \leq 0 \end{cases} \quad (32)$$

Q_{1s2} 与 Q_{2s2} 同样可以用压力误差的非线性反馈实现。 $\varepsilon_{21}, \varepsilon_{22}$ 是正的控制设计参数, 分别表征了驱动缸无杆腔与有杆腔压力跟踪误差收敛范围的边界。 $\dot{\tilde{p}}_{1d}$ 是 \dot{p}_{1d} 的可计算部分, $\check{\dot{\tilde{p}}}_{1d}$ 是不可计算部分, $\dot{p}_{1d} = \dot{\tilde{p}}_{1d} + \check{\dot{\tilde{p}}}_{1d}$ 。 \dot{p}_{2d} 是 \dot{p}_{2d} 的可计算部分, $\check{\dot{\tilde{p}}}_{2d}$ 是不可计算部分, $\dot{p}_{2d} = \dot{\tilde{p}}_{2d} + \check{\dot{\tilde{p}}}_{2d}$ 。

将控制函数 α_1 的时间导数分解为两部分之和: $\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_{1c} + \dot{\alpha}_{1u}$ 。 $\dot{\alpha}_{1u}$ 是 $\dot{\alpha}_1$ 中包含不确定非线性的部分, 所以不能计算, 其表达式为

$$\dot{\alpha}_{1u} = -\frac{\partial \dot{\alpha}_1}{\partial x_2} \Delta_s - \frac{\partial \dot{\alpha}_1}{\partial x_2} \Delta_t \quad (33)$$

$\dot{\alpha}_{1c}$ 则是 $\dot{\alpha}_1$ 中剩余可计算部分, 由此期望压力时间导数的计算可分解为

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{p}}_{1d} \\ \dot{\tilde{p}}_{2d} \end{bmatrix} = J_{pd}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_{1c} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \check{\dot{\tilde{p}}}_{1d} \\ \check{\dot{\tilde{p}}}_{2d} \end{bmatrix} = J_{pd}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_{1u} \\ 0 \end{bmatrix}$$

根据假设 2, $\dot{\alpha}_{1u}$ 是有界的, 因而 $\check{\dot{\tilde{p}}}_{1d}$ 与 $\check{\dot{\tilde{p}}}_{2d}$ 也是有界的。

3.3 控制器稳定性证明

图 2 系统地展现了控制器的原理框图。控制器

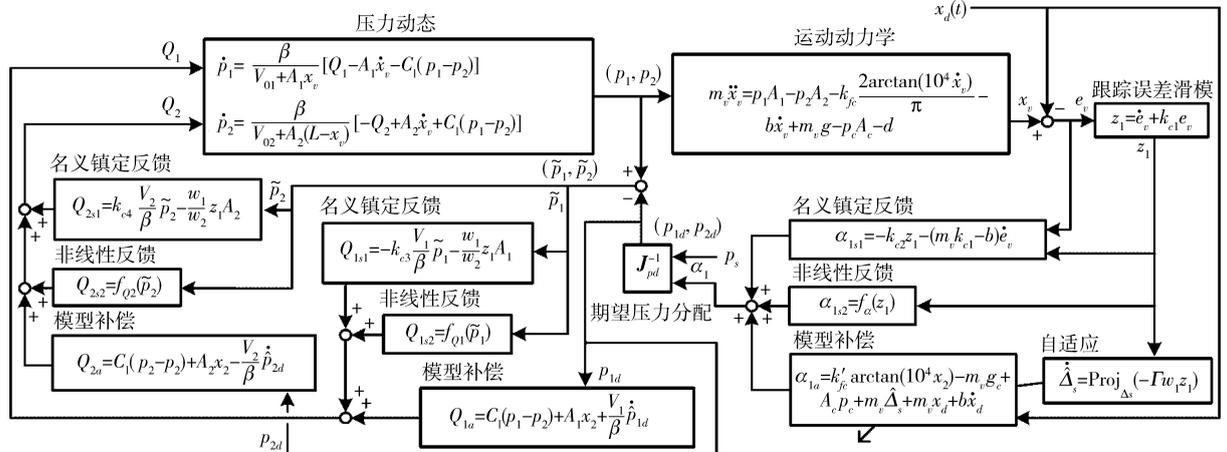


图 2 控制器原理框图

Fig. 2 Principle diagram of proposed controller

综合控制输出的过程是一个从系统输出 x_i 到系统输入 (Q_1, Q_2) 的反步递推过程。控制器首先综合了让系统运动动力学环节跟踪误差 e_i 收敛的虚拟控制函数 α_i (非直接控制输出), 继而通过期望压力分配策略确定期望压力组合 (p_{1d}, p_{2d}) , 然后在压力动态环节中综合了使压力跟踪误差 $(\tilde{p}_1, \tilde{p}_2)$ 收敛的控制函数 (Q_1, Q_2) (控制器的输出, 系统的实际输入)。压力跟踪误差的收敛意味着驱动缸实际输出力 F_a 对期望控制力 α_1 的精确跟随, 于是各环节跟踪误差都是收敛的, 系统也是稳定的, 下面证明这一结论。

定理: 对于式(13)描述的系统, 如果假设1与假设2成立, 流量输入按式(29)、(30)给出, 可以得到以下结论:

(1) 系统 Lyapunov 函数是指数收敛的, 表征系统跟踪误差的 z_1, z_2 将会收敛于有界范围内, 系统拥有一定的鲁棒瞬态性能和稳态跟踪精度。

(2) 如果不存在不确定非线性, 即 $\Delta = 0$, 系统能够实现渐进跟踪, 即当 $t \rightarrow \infty, z_1 \rightarrow 0$ 。

证明:

将式(29)、(30)代入式(27), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{c2} = & -w_2 V_1 W_{v1} + w_2 \left[\tilde{p}_1 \frac{V_1}{\beta} \dot{\tilde{p}}_{1d} - V_1 (e^{g_p(p_1, p_{1d})} - 1) \dot{\tilde{p}}_{1d} \right] + \\ & w_2 \tilde{p}_1 \left(Q_{1s2} - V_1 \frac{e^{g_p(\sigma_1, p_{1d})}}{\beta} \dot{\tilde{p}}_{1d} \right) + \\ & w_2 \left[-k_{c3} \frac{V_1}{\beta} \tilde{p}_1^2 + V_1 W_{v1} - W_{v1} C_l (p_1 - p_2) + W_{v1} Q_1 \right] - \\ & w_2 V_2 W_{v2} + w_2 \left[\tilde{p}_2 \frac{V_2}{\beta} \dot{\tilde{p}}_{2d} - V_2 (e^{g_p(p_2, p_{2d})} - 1) \dot{\tilde{p}}_{2d} \right] + \\ & w_2 \tilde{p}_2 \left(-Q_{2s2} - V_2 \frac{e^{g_p(\sigma_2, p_{2d})}}{\beta} \dot{\tilde{p}}_{2d} \right) + \\ & w_2 \left[-k_{c4} \frac{V_2}{\beta} \tilde{p}_2^2 + V_2 W_{v2} + W_{v2} C_l (p_1 - p_2) - \right. \\ & \left. W_{v2} Q_2 \right] - w_1 z_1 (A_1 \tilde{p}_1 - A_2 \tilde{p}_2) \quad (34) \end{aligned}$$

实际上液压油密度的变化是很小的, 故

$$\tilde{p}_i \frac{e^{g_p(\sigma_i, p_{id})}}{\beta} \approx \frac{\tilde{p}_i}{\beta} \quad (i=1, 2) \quad (35)$$

并且 $|\tilde{p}_i e^{g_p(\sigma_i, p_{id})} / \beta - \tilde{p}_i / \beta|$ 相对于 $|\sigma_i - p_{id}|$ 是单调递增的, 于是存在 $\mu_i(\tilde{p}_i, p_{id}) \geq 0 (i=1, 2)$ 满足

$$\begin{cases} \left| \frac{e^{g_p(\sigma_i, p_{id})}}{\beta} - \frac{1}{\beta} \right| \leq \mu_i(\tilde{p}_i, p_{id}) |\tilde{p}_i| \\ \left| e^{g_p(p_i, p_{id})} - 1 - \frac{\tilde{p}_i}{\beta} \right| \leq \mu_i(\tilde{p}_i, p_{id}) |\tilde{p}_i|^2 \end{cases} \quad (i=1, 2) \quad (36)$$

定义全局 Lyapunov 函数

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} \quad (37)$$

其对时间的导数为 $\dot{V}_c = \dot{V}_{c1} + \dot{V}_{c2}$ (38)

将式(21)、(34)代入式(38), 并考虑式(18)、(31)、(32)、(36), 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_c \leq & -w_1 k_{c2} z_1^2 - w_2 (V_1 W_{v1} + V_2 W_{v2}) + \\ & w_1 \varepsilon_1 + w_2 (\varepsilon_{21} + \varepsilon_{22}) + w_2 \left\{ -k_{c3} \frac{V_1}{\beta} \tilde{p}_1^2 + \right. \\ & \left. V_1 \dot{\tilde{p}}_{1d} \mu_1(\tilde{p}_1, p_{1d}) |\tilde{p}_1|^2 + \right. \\ & \left. W_{v1} [V_1 - C_l (p_1 - p_2) + Q_1] \right\} + \\ & w_2 \left\{ -k_{c4} \frac{V_2}{\beta} \tilde{p}_2^2 + V_2 \dot{\tilde{p}}_{2d} \mu_2(\tilde{p}_2, p_{2d}) |\tilde{p}_2|^2 + \right. \\ & \left. W_{v2} [V_2 + C_l (p_1 - p_2) - Q_2] \right\} \end{aligned}$$

经变换后可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_c \leq & -w_1 k_{c2} z_1^2 - w_2 (V_1 W_{v1} + V_2 W_{v2}) + w_1 \varepsilon_1 + \\ & w_2 (\varepsilon_{21} + \varepsilon_{22}) + w_2 \left\{ -k_{c3} \frac{V_1}{\beta} \left(1 + \frac{W_{v1}}{\tilde{p}_1} \right) + \right. \\ & \left. \mu_1(\tilde{p}_1, p_{1d}) V_1 \dot{\tilde{p}}_{1d} + [V_1 - C_l (p_1 - p_2) + \right. \\ & \left. Q_1 - Q_{1s1}] \frac{W_{v1}}{\tilde{p}_1^2} \right\} \tilde{p}_1^2 + w_2 \left\{ -k_{c4} \frac{V_2}{\beta} \left(1 + \frac{W_{v2}}{\tilde{p}_2} \right) + \right. \\ & \left. \mu_2(\tilde{p}_2, p_{2d}) V_2 \dot{\tilde{p}}_{2d} + \right. \\ & \left. [V_2 + C_l (p_1 - p_2) - Q_2 + Q_{2s1}] \frac{W_{v2}}{\tilde{p}_2^2} \right\} \tilde{p}_2^2 \end{aligned}$$

根据引理2与引理3可推知, 只要反馈增益 k_{c3} 与 k_{c4} 足够大, 就能得到不等式

$$\dot{V}_c \leq -w_1 k_{c2} z_1^2 - w_2 (V_1 W_{v1} + V_2 W_{v2}) + w_1 \varepsilon_1 + w_2 (\varepsilon_{21} + \varepsilon_{22}) \leq -\lambda V_c + \varepsilon$$

其中 $\lambda = \min\{2k_{c2}, 1\}$, $\varepsilon = w_1 \varepsilon_1 + w_2 (\varepsilon_{21} + \varepsilon_{22})$ 。由比较定理易得

$$V_c \leq \exp(-\lambda t) V_c(0) + \frac{\varepsilon}{\lambda} (1 - \exp(-\lambda t)) \quad (39)$$

由式(39)可知, V_c 是指数收敛的, 收敛速度取决于 λ , 收敛域边界由 ε/λ 表示。因此 z_1, W_{v1} 与 W_{v2} 将会以一定的速度收敛于 ε/λ 表征的界限范围内。 W_{v1} 与 W_{v2} 有界等同于 \tilde{p}_1 与 \tilde{p}_2 有界, 于是 $z_2 = A_1 \tilde{p}_1 - A_2 \tilde{p}_2$ 也是有界的, 定理结论(1)得证。若系统不存在不确定非线性, 即 $\Delta = 0$, 易得 $\dot{V}_c \leq -\lambda V_c$, 进而 $V_c \leq \exp(-\lambda t) V_c(0)$, 结论(2)不难得到。

说明1: 自适应机制(19)存在与否均不会影响系统的稳定性。在实际中为了提高控制器的实用性, 控制函数 α_{1s2}, Q_{1s2} 和 Q_{2s2} 往往被省略, 仅依靠线性反馈控制 α_{1s1}, Q_{1s1} 和 Q_{2s1} 应对系统不确定非线性与模型误差。引入自适应律(19)的目的就是在简化控制器时, 降低反馈控制的保守性, 增进控制精

度。

以上设计的控制输入为流量输入,用式(12)将其映射为阀的控制输入。定义负载流量

$$Q_l = Q_1 + Q_2 = k_q u (\sqrt{\Delta p_1} + \sqrt{\Delta p_2}) \quad (40)$$

显然 Q_l 与 u 符号相同, u 可直接根据 Q_l 的符号计算,故

$$u = \frac{Q_l}{k_q (\sqrt{\Delta p_1} + \sqrt{\Delta p_2})} \quad (41)$$

u 由流量输入映射而来,作为控制器实际的输出信号控制高频响阀的动作从而调整驱动缸的运动。

4 实验

4.1 实验系统

实验系统的结构框架如图 3 所示。控制程序在 Simulink Real-Time 环境下编写,由下位机实时系统运算执行,下位机 CPU 的主频为 2.6 GHz。控制器采样频率设为 1 kHz,经测试,下位机执行整套控制程序用时不超过 50 μ s。控制信号及传感器信号分别通过 NI 公司 PCI 6259 数据采集卡生成和采集,数/模与模/数转换器分辨率均为 16 位。质量块的位移用磁栅尺测量,分辨率为 1 μ m。泵源压力 p_s 为 7 MPa。控制阀是 REXROTH 公司生产的高频响阀,型号为 4WRREH6VB40L,其额定流量为单边压差 3.5 MPa 下 40 L/min,正弦频响不低于 80 Hz。图 4 为实验样机系统照片。液压缸的参数见表 1。

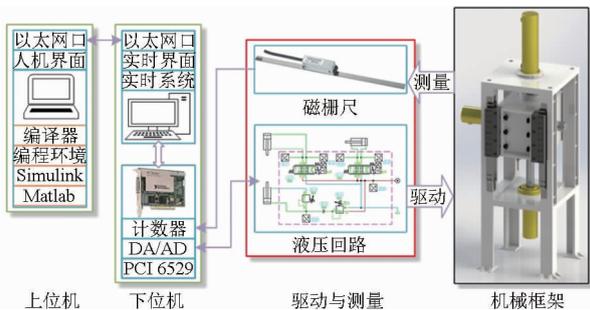


图 3 实验系统结构框架

Fig. 3 Frame structure of experiment system

不确定非线性缓变部分 Δ_s 的名义值为 0, $\hat{\Delta}_{s, \max} = 10$, $\hat{\Delta}_{s, \min} = -10$ 。自适应速率 $\Gamma = 50\,000$ 。控制器中的系统模型参数见表 2,是通过静态实验以及理论计算得到的,建模误差视作不确定干扰,合并于 d 。实际应用中并不需要全局收敛的结论,只要保证一定的稳定工作范围就已足够,所以控制函数 $\alpha_{1,2}$ 、 $Q_{1,2}$ 和 $Q_{2,2}$ 被省略以简化控制器。必要的控制器设计参数见表 3。

4.2 性能指标

为了量化评价控制器的性能,实验分析采用了

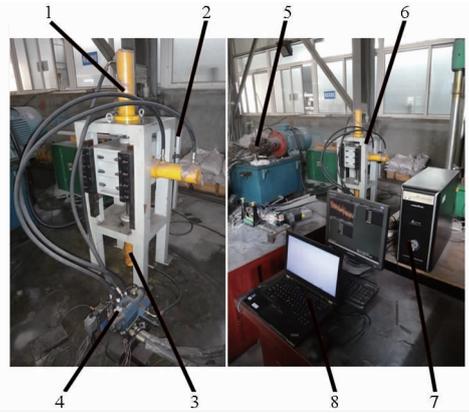


图 4 实验样机系统照片

Fig. 4 Picture of experimental prototype system

1. 驱动缸 2. 磁栅尺 3. 负载缸 4. 液压集成块 5. 泵源
6. 机械框架 7. 下位机 8. 上位机

表 1 液压缸参数

Tab. 1 Hydraulic cylinder parameters

参数	驱动缸	负载缸
A_1 (无杆腔)/ m^2	0.005 026 5	0.001 963 5
A_2 (有杆腔)/ m^2	0.003 063 1	0.001 256 6
V_{01} / m^3	$3.087 7 \times 10^{-4}$	
V_{02} / m^3	$2.352 85 \times 10^{-4}$	
L/m	0.205	0.205
m_r/kg	175	

表 2 系统模型参数

Tab. 2 System model parameters

参数	数值	参数	数值
k_{fc}/N	1 732	$k_q/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-0.5} \cdot \text{V}^{-1})$	$3.563 5 \times 10^{-8}$
$b/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s})$	66 351	$C_l/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MPa}^{-1})$	$3.332 9 \times 10^{-7}$
β/MPa	700		

表 3 控制器参数

Tab. 3 Controller parameters

参数	数值	参数	数值
k_{c1}	10 000	k_{c4}	16.45
k_{c2}	150	w_1	0.001
k_{c3}	27	w_2	10

如下指标评估实验结果: $e_{\max} = \max_{T_s \leq t \leq T_e} \{ |e(t)| \}$, 起始时刻 T_s 与终止时刻 T_e 之间时间段中跟踪误差绝对值的最大值; $\|e\|_{\text{rms}} = \left[\int_{T_s}^{T_e} e(t)^2 dt / (T_e - T_s) \right]^{\frac{1}{2}}$, 起始时刻 T_s 与终止时刻 T_e 之间时间段中跟踪误差的均方根。

4.3 实验结果分析

实验中系统首先跟踪正弦期望轨迹

$$x_d(t) = \begin{cases} 0.01 & (t < 10) \\ 0.08\sin(0.064\pi(t-10) - 0.5\pi) + 0.09 & (10 \leq t \leq 166.25) \\ 0.01 & (166.25 < t < 170) \end{cases}$$

图5为所设计控制系统的正弦跟踪曲线。图6是跟踪过程中驱动缸两腔的期望压力与实际压力曲线。图7对比了驱动缸实际输出力 F_a 与期望力控制指令 α_1 。正弦轨迹实验的位置跟踪误差曲线以及压力跟踪误差曲线见图8,其中位置跟踪误差量化结果见表4。图9为控制阀的控制输入信号与加载缸的无杆腔压力 p_c 。

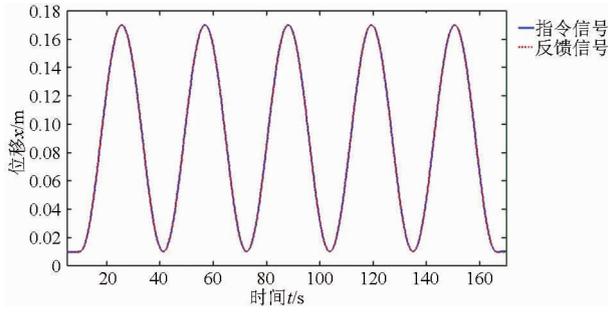


图5 系统正弦跟踪曲线

Fig.5 System sinusoidal tracking curves

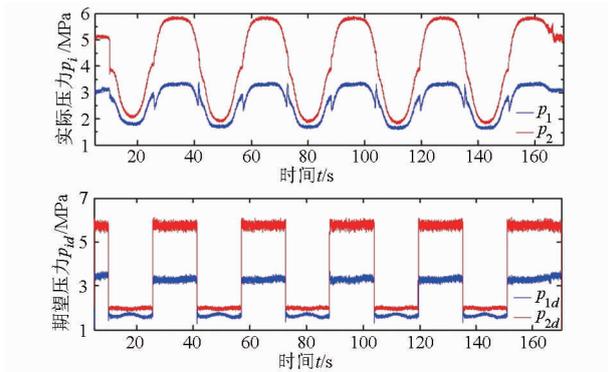


图6 驱动缸两腔的期望压力与实际压力变化曲线

Fig.6 Desired and actual pressure curves of drive hydraulic cylinder

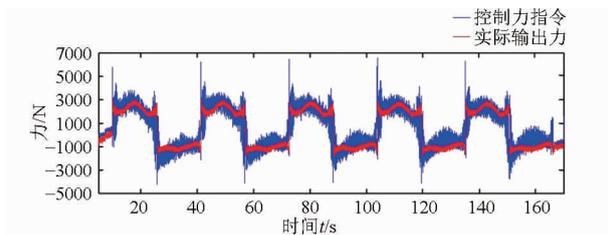


图7 实际输出力与控制力指令

Fig.7 Actual output force versus force control demand

图6中期望压力近似于阶跃信号,而没有表现出实际压力信号的变化趋势,这是因为式(24)中的期望压力分配策略是直接从稳态出发,没有考虑压力动态和泄漏等因素,然而该分配策略保证了

式(22)中的约束条件,这与传统的从力偏差推导控制律的方法并不相悖,所以这种期望压力分配策略并不会导致控制精度的退化,相反这种以“阶跃”形式给出的期望压力相当于让两腔压力作阶跃跟踪从而可以提高系统的动态响应。图7中驱动缸实际输出力与期望控制力很接近,说明式(24)中期望压力分配策略的可行性,同时也验证了系统动力学模型的有效性。

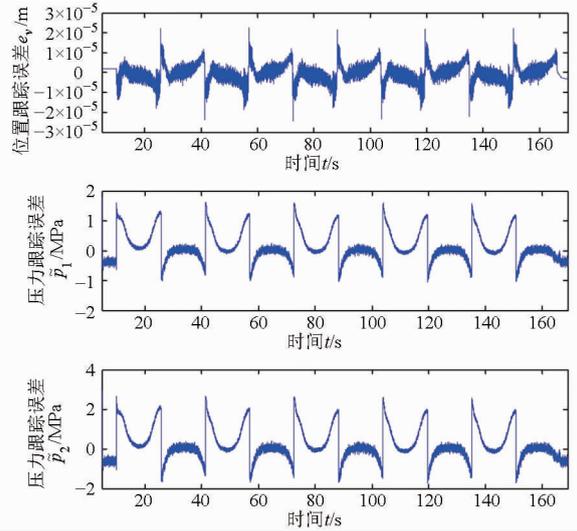


图8 位置跟踪误差与压力跟踪误差

Fig.8 Position tracking error and pressure tracking error

表4 正弦跟踪误差

Tab.4 Sinusoidal tracking error

运动周期	e_{max}/m	$\ e\ _{rms}/m$
1	2.1147×10^{-5}	4.1543×10^{-6}
2	2.1459×10^{-5}	3.9987×10^{-6}
3	2.0843×10^{-5}	3.9354×10^{-6}
4	2.0106×10^{-5}	3.9221×10^{-6}

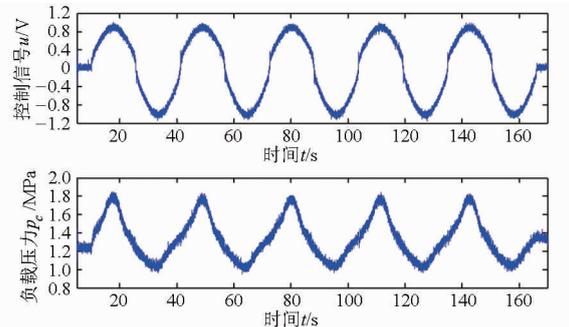


图9 控制信号与负载压力

Fig.9 Control signal and load pressure

图10为 $\hat{\Delta}$ 的参数估计结果,自适应机制的引入帮助系统实现精确的跟踪控制。为了进一步验证所设计控制器的性能,进行了恒速度跟踪实验,期望轨迹的速度分别为0.2 mm/s、5 mm/s、10 mm/s和20 mm/s,跟踪误差结果见表5。

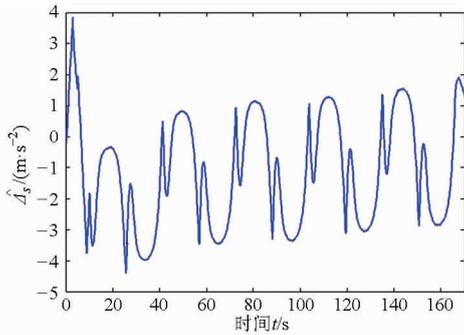
图 10 $\hat{\Delta}_s$ 的参数自适应曲线Fig. 10 Parameter adaption curve of $\hat{\Delta}_s$

表 5 恒速跟踪误差

Tab. 5 Constant speed tracking error

速度/($\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$)	e_{\max}/m	$\ e\ _{\text{rms}}/\text{m}$
0.2	2.3475×10^{-5}	3.5015×10^{-6}
5	2.9543×10^{-5}	3.6841×10^{-6}
10	3.7442×10^{-5}	3.4735×10^{-6}
20	5.0031×10^{-5}	3.8137×10^{-6}

综上实验结果,在被试电液系统受到负载力干扰的情况下,所设计控制器综合有界的控制信号使

系统具有良好的运动控制性能,表 4 与表 5 中的数据显示,系统在不同情况下的位置跟踪误差的均方根均不超过 $5 \mu\text{m}$,控制器实现了精确跟踪,表现出性能鲁棒性。

5 结束语

针对具有强非线性的电液系统,设计了一种基于无源性的非线性鲁棒控制器,该控制器利用液压无源性理论中的能量模型构建 Lyapunov 函数,并通过基于稳态工作点的期望压力分配策略将 backstepping 逆推设计中的位置跟踪与压力跟踪两个级联环节衔接在一起。引入对非线性不确定性的自适应机制以弥补控制器简化所带来的不利影响。所设计控制器在实验样机上得以实践应用。实验结果表明,该控制器有效地应对了电液系统的非线性,实现了系统在负载干扰下的精确轨迹跟踪,对于跟踪 $0.2 \sim 20 \text{ mm/s}$ 速度范围内恒速度及正弦轨迹的位置误差均方根均不超过 $5 \mu\text{m}$,表现出良好的性能鲁棒性。

参 考 文 献

- Komsta J, van Oijen N, Antoszkiewicz P. Integral sliding mode compensator for load pressure control of die-cushion cylinder drive [J]. Control Engineering Practice, 2013, 21(5): 708–718.
- 黎波, 严骏, 郭刚, 等. 挖掘机工作装置复杂轨迹跟踪实验[J]. 农业机械学报, 2012, 43(12): 39–43.
Li Bo, Yan Jun, Guo Gang, et al. Experiment of complex path tracking for excavator working unit[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(12): 39–43. (in Chinese)
- Shen G, Zhu Z, Tang Y, et al. Combined control strategy using internal model control and adaptive inverse control for electro-hydraulic shaking table[J]. Proc IMech E, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 227(10): 2348–2360.
- Kock F, Ferrari C. Flatness-based high frequency control of a hydraulic actuator[J]. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2012, 134(2): 021003-1–021003-7.
- Yao B, Bu F, Reedy J, et al. Adaptive robust motion control of single-rod hydraulic actuators: theory and experiments[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2000, 5(1): 79–91.
- Liu S, Yao B. Coordinate control of energy saving programmable valves[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008, 16(1): 34–45.
- Guan C, Pan S. Adaptive sliding mode control of electro-hydraulic system with nonlinear unknown parameters [J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(11): 1275–1284.
- Cho S H, Edge K A. Adaptive sliding mode tracking control of hydraulic servosystems with unknown non-linear friction and modelling error[J]. Proc IMech E Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2000, 214(4): 247–257.
- Sun W, Gao H, Yao B. Adaptive robust vibration control of full-car active suspensions with electrohydraulic actuators[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(6): 2417–2422.
- Yao J, Jiao Z, Yao B. Nonlinear adaptive robust backstepping force control of hydraulic load simulator: theory and experiments [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2014, 28(4): 1499–1507.
- 段洪君, 史小平. 基于滑模自适应的飞行器鲁棒姿态控制[J]. 兵工学报, 2009, 30(7): 1004–1008.
Duan Hongjun, Shi Xiaoping. Robust attitude control for micro air vehicle based on sliding adaptive algorithm [J]. Acta Armamentarii, 2009, 30(7): 1004–1008. (in Chinese)
- Li P Y, Wang M. Passivity based nonlinear control of hydraulic actuators based on an Euler-Lagrange formulation [C] // Proceedings of the ASME 2011 Dynamic Systems and Control Conference and Bath/ASME Symposium on Fluid Power and Motion Control, 2012, 1: 107–114.
- Wang M, Li P Y. Passivity based adaptive control of a two chamber single rod hydraulic actuator [C] // Proceedings of the American Control Conference, 2012: 1814–1819.
- Wang M, Li P Y. Natural storage function for passivity-based trajectory control of hydraulic actuators [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2014, 19(3): 1057–1068.
- Sakai S, Stramigioli S. Passivity based control of hydraulic robot arms using natural Casimir functions: theory and experiments [C] // Proceedings of 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2008: 538–544.
- Yao B. Advanced motion control: from classical PID to nonlinear adaptive robust control [C] // 2010 11th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, 2010: 815–829.