doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.07.026

# 基于格子玻尔兹曼法的 TOPMODEL 建模与应用<sup>\*</sup>

官兴龙 付 强 邢贞相 王 斌 李 衡 郭 佳 (东北农业大学水利与建筑学院,哈尔滨 150030)

摘要:依据 Freeze 和 Harlan 的水文模型蓝图思想改进 TOPMODEL,在模型构建过程中利用格子玻尔兹曼法(LBM) 建立汇流过程的数值模型,采用达西公式数值模型求解饱和区土壤水运动方程,运用 LBM 法五速模型求解非饱和 区理查兹运动方程,进而构建基于栅格的分布式 LBMGTOPMODEL。模型的产流方法融合了蓄满产流理论和超渗 产流理论,考虑了土壤水分剖面、土壤各向异性和地形坡度等对流域产流的影响;模型的汇流方法利用地貌水文学 理论,寻求水文过程与流域地形地貌的相互作用及定量关系,此模型在汇流过程中将地貌因素与水动力扩散相结 合以描述坡面水流运动,解决了坡面水流的流量分配问题。以中汤流域为对象进行水文模拟应用研究,验证得到 确定性系数在 0.547~0.883 之间,平均值为 0.725,结果良好,说明模型较为可靠。 关键词: TOPMODEL模型 格子玻尔兹曼方法 数值模型

中图分类号: TV133.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2015)07-0181-06

# Modelling and Application of TOPMODEL Based on LBM

Gong Xinglong Fu Qiang Xing Zhenxiang Wang Bin Li Heng Guo Jia (School of Water Conservancy and Civil Engineering, Northeast Agricultural University, Harbin 150030, China)

Abstract: According to the blueprint idea which was presented by Freeze and Harlan, the TOPMODEL was improved by using Lattice Boltzmann method (LBM). The method of LBM was adopted to build a numerical model of watershed concentration which was used to solve the movement process of Richards in unsaturated regions. And the Darcy's equation was used to set up a numerical model of soil water movement in saturation regions. Then a grid distributed model based on LBMGTOPMODEL was built. In the grid distributed model, the runoff processes was divided into precipitation module, evapotranspiration module, unsaturated water vertical movement module, slope concentration module, river/channel module, and statured soil water/unground water module. The stored-full runoff generation pattern and the runoff generation pattern over infiltration were integrated together with considering runoff yield from soil water profiles, soil anisotropy and land slope. The concentration method was taken into ideas from geomorphologic hydrology to find the quantity relationships between the hydrological process and catchment geomorphology. The slope water movement was described through the integration of geomorphology factors and hydrodynamic diffusion, which solved the distribution of water quantity of slope flow. The Zhongtang Basin was taken as the object to apply hydrological simulation. The results showed that the certainty factor was between  $0.547 \sim 0.883$  and the average value was 0.725. This result could provide spatial distribution situation of water data for calculation of slope flow, channel flow and water movement in root area and unsaturated area.

Key words: TOPMODEL model Lattice Boltzmann method Numerical model

通讯作者: 付强,教授,博士生导师,主要从事水土资源高效利用研究,E-mail: fuqiangneau@ sina. cn

收稿日期:2015-04-09 修回日期:2015-05-20

<sup>\*</sup>国家自然科学基金资助项目(51109036)、中国博士后科学基金资助项目(2013M541332)、黑龙江省博士后基金资助项目(LBH-Z12041)、黑龙江省水利厅科研开发基金资助项目(201318)和黑龙江省自然科学基金资助项目(E2015024)

作者简介: 宫兴龙,副教授,博士生,主要从事流域水文模型及水文预报研究, E-mail: gongxinglong5188@126.com

# 引言

TOPMODEL 的优势为将集总式水文模型计算 和参数方面的优点与分布式水文模型物理基础很好 地结合在一起。TOPMODEL 假定地形指数相同的 网格具有相同的水文响应,用"地形指数-面积分布 函数"来描述水文特性的空间不均匀性<sup>[1]</sup>。但由于 TOPMODEL 坡面汇流模型是集总式,导致其模型为 半分布模型。为了使 TOPMODEL 成为分布式模型, 水文学家进行大量的研究,提出了多种形式的分布 式 TOPMODEL<sup>[2-9]</sup>。本文在"网格水滴"<sup>[10]</sup> 基础 上,利用格子玻尔兹曼方法(Lattice Boltzmann method, LBM)分析坡面水流运动、河道水流运动和 非饱和带土壤水运动,建立流域汇流和非饱和带土 壤运动 LBM 数值模型。在此基础上构建基于 LBM 法的栅格型(Grid) TOPMODEL, 简称为 LBMGTOPMODEL。LBMGTOPMODEL 依据 Freeze 和 Harlan 提出的蓝图模型思想来描述水文过程。 在构建过程采用 LBM 法二维九点速度模型建立坡 面汇流过程的数值模型,采用 LBM 法五速模型建立 河道汇流过程的数值模型,运用 LBM 法五速模型求 解非饱和区理查兹运动方程,运用达西定律建立饱 和区土壤水运动数值模型,进而构建基于栅格的分 布式 LBMGTOPMODEL。

# 1 汇流模拟

## 1.1 格子玻尔兹曼方法

为了模拟生物复杂的自我复制功能,20世纪 50年代,Neumann提出了元胞自动机模型<sup>[11]</sup>,又称 细胞自动机。在元胞自动机方法的基础上,人们又 发展了格子气自动机和LBM。它从分子运动论统 计学的观点和理论出发,以微观的粒子尺度为基础, 建立离散的速度模型,在满足质量、动量和能量守恒 的条件下,得出粒子分布函数,然后对粒子分布函数 进行统计计算,得到压力、流速等宏观变量。此模型 一经提出就得到了广泛应用<sup>[12-19]</sup>。

格子玻尔兹曼方法分布函数的方程为

$$f_{\alpha}(x + \Delta t e_{\alpha}, t + \Delta t) - f_{\alpha}(x, t) = \Omega_{\alpha}(f(x, t))$$
  
(\alpha = 0, 1, ..., b) (1)  
式中  $f_{\alpha}$ —沿  $\alpha$  方向的粒子速度分布函数  
 $e_{\alpha}$ —粒子在  $\alpha$  方向的运动速度  
b—离散速度的个数  
 $\Omega_{\alpha}$ —x 处  $\alpha$  方向上  $t$  时刻的碰撞改变量

碰撞改变量近似为

$$\Omega_{\alpha}(f) = -\frac{1}{\tau} (f_{\alpha}(x, \boldsymbol{e}, t) - f_{\alpha}^{eq}(x, \boldsymbol{e}, t))$$
$$(0 \leq \tau \leq 2)$$
(2)

式中 7——粒子分布函数趋于平衡态的时间,即驰 豫时间

 $f^{eq}_{\alpha}(x, e, t)$  —  $\alpha$  方向 x 处平衡态分布函数 考虑源项  $g_{\alpha}$  的作用,LBM 对式(1)、(2)改写为

$$f_{\alpha}(x + \Delta t \boldsymbol{e}_{\alpha}, t + \Delta t) - f_{\alpha}(x, t) = -\frac{1}{\tau}(f_{\alpha} - f_{\alpha}^{eq}) + g_{\alpha}(x, t)\Delta t$$
(3)

#### 1.2 坡面汇流

坡面流动可由包含了连续方程和动力方程的圣 维南方程组来描述。直接用 LBM 法对圣维南方程 组求解非常容易发散。一般是采用运动波方程近似 求解,将动量方程简化为流速与水深的关系,这样坡 面流动可转换为运动波方程来描述,即

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (hu)}{\partial x} + \frac{\partial (hv)}{\partial y} = 0\\ \frac{\partial (hu)}{\partial t} + \frac{\partial (hu^2)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{1}{2}gh^2\right)}{\partial x} + \frac{\partial (huv)}{\partial y} = 0 \quad (4)\\ \frac{\partial (hv)}{\partial t} + \frac{\partial (hv^2)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\frac{1}{2}gh^2\right)}{\partial y} + \frac{\partial (huv)}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

式中 h---水深

#### *u*、*v*——水平和垂直方向的流速

当用式(4) 描述坡面水流运动时,采用图 1 所示的二维九点正方形网格速度模型,坡面水流 的流向是 8 个方向,每个运动方向的速度张量  $e_{\alpha}$ 为

$$\boldsymbol{e}_{\alpha} = \begin{cases} (0,0) & (\alpha = 0) \\ \left(\cos\frac{(\alpha - 1)\pi}{4}, \sin\frac{(\alpha - 1)\pi}{4}\right) & (\alpha = 1, 2, \cdots, 8) \end{cases}$$
(5)

在二维九点速度模型基础上, 王兴勇<sup>[12]</sup>推导出 式(4)所对应的平衡态分布函数为

$$f_{\alpha}^{eq} = \begin{cases} \frac{4}{9}h\left(\frac{9}{4} - \frac{45}{24}gh - \frac{3}{2}|\mathbf{v}|^{2}\right) \\ (\alpha = 0) \\ \frac{h}{9}\left[\frac{3}{2}gh + 3e_{\alpha}\mathbf{v} + \frac{9}{2}(e_{\alpha}\mathbf{v})^{2} - \frac{3}{2}|\mathbf{v}|^{2}\right] \\ (\alpha = 1, 2, 3, 4) \\ \frac{h}{36}\left[\frac{3}{2}gh + 3e_{\alpha}\mathbf{v} + \frac{9}{2}(e_{\alpha}\mathbf{v})^{2} - \frac{3}{2}|\mathbf{v}|^{2}\right] \\ (\alpha = 5, 6, 7, 8) \end{cases}$$
(6)



# 1.3 河道汇流

河道水流运动常采用圣维南方程组描述,自然 界的天然河道水流,一般惯性作用与摩阻、河底比 降、附加比相比要小得多,因此本文采用线性扩散波 方程来描述河道水流运动,即

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \,\frac{\partial Q}{\partial x} = D \,\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \tag{7}$$

式中 c——波速 D——扩散系数

Q——河道流量

对式(7)求解可以采用三速模型或五速模型, 为了提高求解精度采用五速模型模拟河道洪水波运动,其宏观量为

$$\begin{cases} \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{(0)} = Q \\ \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha}^{(0)} = cQ \\ \sum_{\alpha} e_{\alpha}^{2} f_{\alpha}^{(0)} = c^{2}Q + \beta Q \\ \sum_{\alpha} e_{\alpha}^{3} f_{\alpha}^{(0)} = c^{3}Q + 3\beta cQ \\ \sum_{\alpha} e_{\alpha}^{4} f_{\alpha}^{(0)} = c^{4}Q + 6\beta c^{2}Q + \frac{\tau \left(2\tau^{2} - 2\tau + \frac{1}{4}\right)}{\tau}\beta^{2}Q \end{cases}$$
(8)

其中

其中

式中 ε——时间步长

对式(8)进行离散求解,可得五速模型各方向 的平衡态分布函数<sup>[16]</sup>为

 $\beta = \frac{D}{\varepsilon(\tau - 0.5)}$ 

$$\begin{cases} f_2^{eq} = \frac{1}{24} (2B_0 - C_0 - 2D_0 + E_0) \\ f_1^{eq} = \frac{1}{6} (-4B_0 + 4C_0 + D_0 - E_0) \\ f_0^{eq} = A_0 - \frac{5}{4}C_0 + \frac{1}{4}E_0 \\ f_3^{eq} = \frac{1}{6} (4B_0 + 4C_0 - D_0 - E_0) \\ f_4^{eq} = \frac{1}{24} (-2B_0 - C_0 + 2D_0 + E_0) \\ A_0 = Q \qquad B_0 = \frac{cQ}{C_1} \end{cases}$$

$$(9)$$

$$C_{0} = \frac{1}{C_{1}^{2}} (c^{2}Q + \beta Q) \qquad D_{0} = \frac{1}{C_{1}^{3}} (c^{3}Q + 3c\beta Q)$$
$$E_{0} = \frac{1}{C_{1}^{4}} \left[ c^{4}Q - 6\beta c^{2}Q + \frac{\tau \left( 2\tau^{2} - 2\tau + \frac{1}{4} \right)}{\tau} \beta^{2}Q \right]$$

式中 C1---流体粒子速度

在模拟流域中水流运动时,必须考虑流域边界 和流域河道进口、出口的边界影响。由于流域的边 界是分水线流域内的水流,不会流出流域,流域边界 的水粒子达到流域边界格点后,粒子被沿原路反弹 回到流体内部,即采用反弹式处理。

# 2 土壤水运移模拟

TOPMODEL 将土壤层分为饱和带土壤和非饱 和带土壤。饱和带土壤水运动采用达西公式描述。 TOPMODEL 在计算非饱和带水流下渗量时采用计 算式

$$q_u = \frac{S_{uz}}{S_D T_d} \tag{10}$$

式中 Suz--计算点的非饱和带土壤含水率

S<sub>D</sub>——非饱和带土壤的蓄水量

T<sub>d</sub>——时间参数

式(10)不能给出非饱和带的深度和土壤水分 剖面,限制了模型的应用。基于此本文描述非饱和 带水流运动时,采用完全下渗方程即理查兹方程。 假定理查兹方程的扩散系数  $D(\theta)$ 为常数  $D_0$ ,导水 率  $T(\theta)$ 与含水率  $\theta$  呈线性关系: $D(\theta) = D_0$ 、 $T(\theta) = T_0\theta(T_0$ 为饱和导水系数),其方程形式为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - T \frac{\partial \theta}{\partial z}$$
(11)

式(11)即垂直入渗条件下,线性理查兹方程解 析解的表达式。应用 LBM 方法求解此方程,当速度 模型选择三速模型时,其定义为

$$\begin{cases} \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{(0)} = \theta \\ \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha}^{(0)} = T\theta \\ \sum_{\alpha} e_{\alpha}^{2} f_{\alpha}^{(0)} = T^{2}\theta + \beta\theta \end{cases}$$
(12)

运用对称性对式(12)进行求解,可推得各方向 的平衡态分布函数为

$$\begin{cases} f_1^{eq} = \frac{1}{2C_1^2} (T^2\theta + \beta\theta - C_1c\theta) \\ f_0^{eq} = \frac{1}{C_1^2} (hC_1^2 - T^2\theta - \beta\theta) \\ f_2^{eq} = \frac{1}{2C_1^2} (T^2Q + \beta\theta + C_1c\theta) \end{cases}$$
(13)

#### 3 计算实例及模型验证

#### 3.1 实例流域数据

中汤流域为沙颖河水系的一个支流,沙颖河水 系发源于河南省伏牛山山脉的外方山,是淮河的最 大支流。沙颖河上游区分别与黄河流域及长江流域 毗邻,位于南北方气候过渡地带,属大陆性季风气 候,年均降水量650~1400 mm。图2为网格边长为 3S的DEM图。图3是基于DEM数据提取的中汤流 域水系图。图3中的4点为计算土壤含水率样点。



图 2 中汤流域 DEM 图 Fig. 2 DEM of Zhongtang Basin



图 3 中汤流域水系图 Fig. 3 Drainage map of Zhongtang Basin

#### 3.2 模型校核及非饱和带初始土壤水分剖面推求

3.2.1 参数率定及洪水过程验证

本文拟在中汤流域运用 LBMGTOPMODEL。利 用中汤流域 1980—1990 年的水文资料进行水文参 数的率定。得到汇流模型采用的计算时段为 15 s, 坡面节点和河道节点参数  $C_1$ 取网格长度除以 15 s, 驰豫系数  $\tau$  取 1.3,坡面糙率 f 取 0.01。基于 LBM 法的非饱和土壤水运动模型的计算时段为 15 s,参 数  $C_1$ 为网格长度除以 15 s,驰豫系数  $\tau$  取 1.2。由 集总式 TOPMODEL 率定的参数为 m = 0.013 m、  $\ln T_0 = 1.22$ 、 $R_{max} = 0.05$  m( $R_{max}$ 为根系区含水率最大 值)、D = 4.24 m<sup>2</sup>/min。面雨量由二郎庙、中汤、坪 沟和白草坪等 4 个雨量站按照距离倒数法计算得到 (图 4a)。

根据中汤流域 1980—1990 年的水文资料选定 10 场洪水进行洪水过程验证,精度见表1。参加验 证的10 场次洪的洪峰流量拟合相对误差的绝对值 在0.31%~18.63%之间,平均为9.09%;径流相对 误差的绝对值在2.04%~24.82%之间,平均值为 13.86%。洪水过程线的确定性系数在0.547~ 0.883之间,平均值为0.725,能较好再现中汤流域 实测流量过程、降雨空间分布、非饱和带缺水量及壤 中流分布。

# 3.2.2 土壤水分运动验证

由模型计算的次洪 800615 降雨 7 200 s 时的降 雨空间分布如图 4a 所示,图中有一个大的降雨中 心,2 个降雨比较小的中心。由图 4a 可以看出流域 下部(本文中方位)降雨强度大,所以计算出的非饱 和带缺水量应该是下半部缺水量与流域其他部分相 比较少,这在图 4b 中得以验证。由图 4c 壤中流分 布图可以看出越靠近河道的地方产生的壤中流越 大,这与实际相符。图 4c 显示流域下半部产生壤中 流的地方明显多于上半部分,因为下半部降雨量大



图 4 次洪 800615 降雨 7 200 s 时空间分布及次洪径流过程线
Fig. 4 Spatial distribution and flood runoff graph in 7 200 s of flood 800615 rainfall
(a) 降雨空间分布 (b) 非饱和带缺水量分布图 (c) 壤中流分布图 (d) 计算与模拟降雨径流过程线

表 1 中汤流域次洪模拟误差统计 Tab. 1 Errors of Zhongtang Basin

洪号	降雨量	实测径流量	计算径流量	径流相对	实测洪峰流量	计算洪峰流量	洪峰流量	峰现	确定性
	/mm	/mm	/mm	误差/%	$/(m^3 \cdot s^{-1})$	$/(m^3 \cdot s^{-1})$	相对误差/%	时差/h	系数
800615	42.27	41.86	52.25	24.82	2 370.0	2 362. 5	- 0. 31	0	0.656
830730	224.20	199.00	223.85	- 12. 49	2 800.0	2 480. 7	- 11.40	1	0.547
830907	127.70	107.54	122.61	- 14. 01	1 610.0	1 310. 1	- 18.63	0	0.732
831003	124.20	121.34	105.58	12.98	443.0	476.6	7.59	- 1	0.883
840923	65.40	56.08	46.70	16.74	400.0	424.6	6.15	0	0.641
850502	185.00	132.99	115.76	12.96	589.0	627.5	6.53	0	0.850
870803	96.10	47.42	46.45	2.04	674.0	659.5	- 2. 15	0	0.746
871012	142.50	55.55	64.20	- 15. 57	592.7	509.0	- 14. 13	- 1	0.708
890813	170.70	183.67	160.08	12.85	555.0	633.7	14.18	1	0.743
900720	106.30	69.57	59.73	14.14	540.0	593.1	9.83	0	0.747

土壤缺水量少,产生壤中流的地方多。图 4d 为计算 与模拟降雨径流过程线,从图中可以得出洪峰模拟 的较好。

3.2.3 非饱和带初始土壤水分剖面推求

先由 TOPMODEL 计算出次洪发生时非饱和带向潜水渗入量  $q_u$ 、非饱和带饱和时的缺水量  $\theta_l$ 和蒸散发量  $e_o$  根据地表层非饱和带平衡态分布函数式(13) 2 方向的值等于地面蒸发 e 推算出地表层 土壤含水率为

$$\frac{1}{2C_1^2}(T^2\theta + \beta\theta_{DB} + C_1c\theta_{DB}) = e \qquad (14)$$

式中 *θ<sub>DB</sub>*——地表土壤含水率

根据非饱和带下层的平衡态分布函数 2 方向的 值等于非饱和带向潜水渗入量 q<sub>u</sub> 推算出非饱和带 与潜水的交界面的土壤含水率 θ<sub>os</sub>

$$\frac{1}{2C_1^2}(T^2\theta + \beta\theta_{QS} + C_1c\theta_{QS}) = q_u \qquad (15)$$

在已知地表土壤含水率 $\theta_{DB}$ 、非饱和带与潜水交 界面的体积含水率 $\theta_{QS}$ 和非饱和带整体的缺水量 $\theta_{D}$ 后,就可以算出非饱和带土壤水分剖面,其定解条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - K \frac{\partial \theta}{\partial z} \\ -D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} + K(\theta) = R(t) \\ \theta(z)_{z=Z_{QS}} = \theta_{QS} \\ \int_{z=0}^{z=Z_{QS}} (\theta_{QS} - \theta) = \theta_D \end{cases}$$
(16)

式中 Z<sub>os</sub>——潜水埋藏深度

由中汤流域次洪 800615 初始时刻的流域状态 (图 5)可计算出中汤流域非饱和带土壤水分剖面。 图 6 为次洪 800615 降雨 0、10、20、30 h 时 A 点土壤 剖面水分随时间的变化曲线。从图 6 中可以看出, 次洪 800615 开始时,土壤在 0.5 m 以下土壤含水率 达到田间持水量。在降雨过程中土壤在不停的补充



图 5 次洪 800615 初始时刻的潜水深度图





图 6 A 点土壤剖面水分随时间变化曲线

Fig. 6 Changes in soil moisture profiles over time in point A

水,导致土壤水分再分配。由次洪开始至 10、20、 30 h 的土壤剖面可以看出土壤含水率在逐渐增加。

## 4 结论

(1)应用 LBM 法求解坡面水流、河道水流、非 饱和带水流运动方程,进而构建了 LBMGTOPMODEL,模型计算精度较高,说明基于 LBM 法构建的栅格型 TOPMODEL 可满足生产要求。本文改进了 TOMODEL 的汇流方式,使其从半 分布式水文发展为分布式水文模型,可以为其他的 集总式和半分布式水文模型的改进提供参考。

(2) 在用 LBM 方法求解坡面水流运动和河道 水流运动方程圣维南方程时,提出了平衡态分布函 数,此模型在汇流过程中能将地貌因素与水动力扩 散相结合描述坡面水流运动,合理分配坡面网格各 个流向的流量。LBMGTOPMODEL 地面径流汇流方 法主要特点是可同时考虑降雨空间和流速空间两者 的分布不均对流域汇流的影响,是一个理论性较强 的基础性流域汇流计算方法,单位线法和等流时线 法均为其特例。

(3)率定参数时首先采用 TOPDOEL 率定出部 分参数,然后再采用分布式参数继续率定,这为分布 式水文模型率参提供了一种参考方法。

(4) 基于栅格的分布式水文模型最大限度利用

了我国现有的小时降雨量、流量及常规气象数据,在 模拟位于中汤河流域流量时确定性系数较高,可为 进一步研究推求坡面流、河道水流、根系区和非饱和 层水运移提供水情空间数据分布情况。

(5)本文模型通过 DEM 数据提取流域和 4 个 雨量站按距离倒数法计算的面雨量,其数据分辨率 和雨量站点密度不是很高。进一步校核根系区水流 运动、壤中流及非饱和下渗时,需开展植被、土壤、根 系区等试验,进一步完善模型参数校核工作。

#### 参考文献

- 1 Beven K. TOPMODEL: a critique[J]. Hydrological Processes, 1997,11(9): 1069-1085.
- 2 Tianqi Ao, Hiroshi Ishidairaa, Kuniyoshi Takeuchia, et al. Relating BTOPMC model parameters to physical features of MOPEX basins [J]. Journal of Hydrology, 2006, 320(1-2):84-102.
- 3 Ao T Q, Yoshitani J, Fukami K, et al. Topographic analysis for distributed run off model BTOPMC when applied to large river basins [J]. Annual Journal of Hydraulic Engineering, JSCE, 2002,47: 193 198. (in Japanese)
- 4 张珂,李致家,包红军.GTOPMODEL模型与TOPMODEL模型比较[J].河海大学学报,2005,33(5):509-512. Zhang Ke, Li Zhijia, Bao Hongjun. Comparison between GTOPMODEL and TOPMODEL[J]. Journal of Hohai University,2005, 33(5):509-512. (in Chinese)
- 5 郭方,刘新仁,任立良.以地形为基础的流域水文模型——TOPMODEL及其拓宽应用[J].水科学进展,2000,11(3):296-301. Guo Fang, Liu Xinren, Ren Liliang. A topography based hydrological model: TOPMODEL and its widened application [J]. Advances in Water Science, 2000,11(3):296-301. (in Chinese)
- 6 孙立群,胡成,陈刚.TOPMODEL模型中的 DEM 尺度效应[J].水科学进展,2008,19(5):699-705. Sun Liqun, Hu Cheng, Chen Gang. Effects of DEM resolution on the TOPMODEL[J]. Advances in Water Science,2008,19(5): 699-705. (in Chinese)
- 7 刘青娥,夏军,陈晓宏.潮河流域 TOPMODEL 模型网格尺度研究[J].水文,2008,28(3):29-32. Liu Qing'e, Xia Jun, Chen Xiaohong. Study on mesh scale of TOPMODEL for Chaohe River Basin[J]. Jouranl of China Hydrology, 2008, 28(3):29-32. (in Chinese)
- 8 Peters N E, Freer J, Beven K J. Modeling hydrologic responses in a small forested catchment (Panola Mountain, Georgia, USA)—a comparison of the original and a new dynamic TOPMODEL[J]. Hydrological Processes,2003, 17(3):345-362.
- 9 Furusho C, Chancibault K, Andrieu H. Adapting the coupled hydrological model ISBA-TOPMODEL to the long-term hydrological cycles of suburban rivers: evaluation and sensitivity analysis[J]. Journal of Hydrology, 2013,485:139-147.
- 10 芮孝芳.基于网格水滴的流域汇流计算方法[D].南京:河海大学,2007:193-200.
   Rui Xiaofang. Research advances in hyfrology[D]. Nanjing:Hohai University, 2007:193-200. (in Chinese)
- 11 Kumar R, Nivarthi S. Application of lattice Boltzmann method to study flow and dispersion in channels with and without expansion and contraction geometry [J]. International Journal of Numerical Methods in Fluids, 1999, 31(5):801-819.
- 12 王兴勇. Lattice Boltzmann 方法及其在流场分析中应用的研究[D]. 南京:河海大学,1998. Wang Xingyong. Study on the theory and application in hydraulic computation of the Lattice Boltzmann method[D]. Nanjing: Hohai University,1998. (in Chinese)
- 13 Cali A, Sueei S. Diffusion and hydrodynamic dispersion with the lattice Boltzmann method [J]. Physical Review A, 1992, 45(8):5771-5774.
- 14 Zhou J G. A Lattice Boltzmann model for the shallow water equations [J]. Computer Method in Applied Mechanic and Engineering, 2002, 191(32): 3527-3539.
- 15 Xu Kun. BGK-based scheme for multicomponent flow calculations [J]. Journal of Computation Physics, 1997, 134(1): 122 133.
- 16 张东辉.格子玻尔兹曼方法在水文学中的应用研究[D].南京:河海大学,2008. Zhang Donghui. Lattice Boltzmann method and some application to hydrology [D]. Nanjing: Hohai University, 2008. (in Chinese)
- 17 Luo Lishi. Theory of the lattice Boltzmann method: Lattice Boltzmann models for nonideal gases [J]. Physical Review E,2000, 62(4):4982-4996.
- 18 宫兴龙, 芮孝芳, 付强, 等. 基于格子玻尔兹曼方法的流域汇流数值模型[J]. 水力发电学报, 2014, 33(2): 19-25.
   Gong Xinglong, Rui Xiaofang, Fu Qiang, et al. A numerical model of watershed concentration based on Lattice Boltzmann method [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2014, 33(2): 19-25. (in Chinese)
- 19 张小娜,冯杰,张东辉,等.坡面流格子 Boltzmann 方法与 Preissmann 隐式差分法模拟[J].农业机械学报, 2014,45(10): 132-140.

Zhang Xiaona, Feng Jie, Zhang Donghui, et al. Comparison of lattice Boltzmann method and Preissmann implicit difference method in application to overland flow[J]. Transactions of Chinese Society for Agricultural Machinery,2014,45(10):132-140. (in Chinese)