

转筒内 D 型二元颗粒物料滚落模式的径向分离*

陈辉¹ 赵先琼¹ 刘义伦¹ 肖友刚² 刘颖³

(1. 中南大学高性能复杂制造国家重点实验室, 长沙 410083; 2. 中南大学交通运输工程学院, 长沙 410083;

3. 中南大学建筑与艺术学院, 长沙 410083)

摘要: 针对 D 型二元颗粒物料在转筒内的分离问题, 以粘土颗粒和木制颗粒组成的物料为对象, 采用离散单元法模拟了滚落运动模式下物料在转筒内的运动与分离过程。通过颗粒接触数定义物料混合指数, 并结合 Hong 的渗流与凝聚竞争理论定量分析了物料的径向分离。结果表明: 滚落运动模式下物料在转筒截面上分为平流层与活动层两部分, 颗粒之间的分离运动发生在活动层; 颗粒密度差异引起凝聚作用, 使木制颗粒向转筒内壁分散而粘土颗粒向中心聚集, 物料形成“月亮模式”分离形态; 通过配置 2 种颗粒的半径可引入渗流机理, 当渗流作用与凝聚作用相互平衡时, 可避免物料发生径向分离; 渗流机理的引入不受转筒尺寸的影响。

关键词: 转筒 二元颗粒物料 滚落 径向分离 离散单元法

中图分类号: TQ28.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2015)06-0334-07

Transverse Separation of D-type Binary Dispersed Granular Materials with Rolling Regime in Cylinder Drum

Chen Hui¹ Zhao Xianqiong¹ Liu Yilun¹ Xiao Yougang² Liu Ying³

(1. State Key Laboratory of High Performance Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410083, China

2. College of Traffic and Transportation Engineering, Central South University, Changsha 410083, China

3. School of Architecture and Art, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Taking granular materials composed of wood particles and clay particles as sample, the rolling motion and separation of density-type binary dispersed granular materials within a cylinder were simulated by using discrete element method. Mixing index of materials was defined by using contact-number between particles, and then transverse separation process was quantitatively investigated by using Hong's theory—the mechanism of competition between percolation and condensation. The results showed that material bed was composed of active layer and passive layer in radial section, where separation between particles was occurred in the active layer. Condensation mechanism, which was caused by density differences between wood particles and clay particles, made the material bed form a moon-pattern separation form. Then wood particles dispersed to the drum wall and clay particles gathered to the center of bed. Percolation mechanism can be introduced by configuring the radii of wood particle and clay particle. The separation could be avoided when percolation effect and condensation effect were balanced each other. The addition of percolation mechanism was not affected by the size of cylinder drum.

Key words: Cylinder drum Binary dispersed granular materials Rolling Transverse separation Discrete element method

收稿日期: 2014-08-30 修回日期: 2014-10-08

* 国家自然科学基金资助项目(51374241, 51275531)和湖南省研究生科研创新资助项目(CX2014B059)

作者简介: 陈辉, 博士生, 主要从事回转窑内散体颗粒物料传热传质研究, E-mail: csuchenh@csu.edu.cn

通讯作者: 刘义伦, 教授, 博士生导师, 主要从事散体颗粒物质传热传质和复杂机械系统建模与控制研究, E-mail: ylliu@csu.edu.cn

引言

颗粒物料由大量散状颗粒组成,被广泛应用于食品制造、化肥生产和矿物加工等行业中^[1-2]。转筒是运输和处理颗粒物料的常规设备^[3-4]。二元颗粒物料中,由于两种颗粒间的物理性质不同,物料在运动和输运过程中会出现分离现象^[5-12],不但导致物料的混合度下降,还会影响物料受热的均匀性,严重影响产品质量。散状颗粒的运动多变而复杂,目前无法用统一的数学模型描述,并且由于颗粒的离散性和非透明性^[13],实验中如何定量描述物料的分离程度比较困难^[14-16],因此,颗粒物料输运中的分离问题一直是学者们研究的热点和难点。

D型二元颗粒物料是指由2种不同密度颗粒组成的物料^[5-8]。物料在转筒内的6种运动模式中(滑移、塌落、滚落、泻落、抛落和离心)^[17],滚落运动是工程中最常见的。由于颗粒密度差异,物料滚落运动过程中会在转筒截面上出现离析和分层:密度大的颗粒逐渐聚集在物料的中心区域,密度小的颗粒则逐渐扩散至靠近转筒内壁的区域;最后,原本混合均匀的物料在转筒内发生径向分离,且随着转筒填充率、转速等运行参数的变化,可形成典型的月亮模式或者太阳模式分离形态^[9-12]。针对D型二元颗粒物料,目前的研究集中在分析物料的分离过程和分离形态上,抑制颗粒分离的报道相对较少。

关于散状颗粒的分离理论模型中,Hong等^[18]提出的渗流与凝聚竞争机理成功解释了振动床中的巴西果及反巴西果分离现象,并得到了较广泛的应用^[19-20]。本文针对D型二元颗粒物料在转筒内的分离问题,以粘土颗粒和木质颗粒组成的物料为对象,采用离散单元法(Discrete element method, DEM)建立固体颗粒的运动模型,对滚落模式下物料在转筒内的径向分离进行试验研究,建立物料混合指数并结合Hong等^[18]的渗流与凝聚竞争理论,定量分析颗粒的分离过程。

1 DEM模型建立

DEM算法主要用于散状颗粒的研究,可以获得颗粒速度、运动轨迹、颗粒接触点等实验中难以提取的信息^[19-22],并且,近年来DEM在研究颗粒物料的混合与分离方面也有成功的应用。

1.1 颗粒的运动方程

物料在转筒内的运动属于密集颗粒运动,采用软球模型表示单个颗粒^[12],颗粒之间的接触力满足弹塑性接触力学。如图1所示,设物料由 k 颗颗粒组成,其中,半径为 R_i 、质量为 m_i 、转动惯量为 I_i 的

颗粒 i ($i=1,2,\dots,k$)在运动中所受作用力为颗粒自重 $m_i g$ 、颗粒 j ($j=1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,k$)的法向接触力 F_{ij}^n 、切向接触力 F_{ij}^t 、合力矩 T_{ij} 。颗粒运动方程为

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i(t) = m_i \mathbf{g} + \sum_j (\mathbf{F}_{ij}^n + \mathbf{F}_{ij}^t) \quad (1)$$

$$I_i \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i(t) = \sum_j T_{ij} \quad (2)$$

式中 \mathbf{r}_i ——颗粒 i 的位置矢量

$\boldsymbol{\theta}_i$ ——颗粒 i 的角位移

式(1)和式(2)中,接触力主要有3种计算方式:线性接触力模型、Hertz-Mindlin模型和无滑移Hertz-Mindlin模型。根据Alberto等^[21]的研究结果,密集颗粒运动中的接触力采用无滑移Hertz-Mindlin模型不但能保证计算精度,而且可以避免过多的计算量。因此, \mathbf{F}_{ij}^n 、 \mathbf{F}_{ij}^t 、 T_{ij} 采用文献[21]中的无滑移Hertz-Mindlin模型计算。

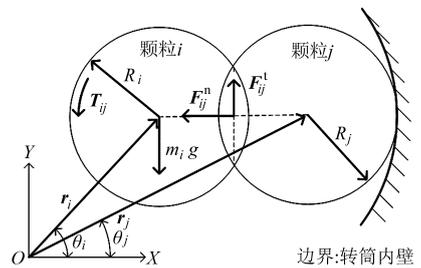


图1 DEM模型简图

Fig. 1 Schematic of particle in DEM

1.2 颗粒与转筒内壁的接触

转筒为水平放置的圆柱形筒体,转筒内壁是颗粒运动的几何边界。由于端面挡板的摩擦力会改变颗粒原有的径向运动状态^[17],为消除其影响,转筒不设端面挡板,轴向方向设置为循环边界。

颗粒与转筒内壁发生接触时,颗粒的运动仍然采用式(1)和式(2)计算,而将转筒内壁视为一个质量和转动惯量无限大的颗粒,转筒的运动状态不受影响。

1.3 DEM模型求解

确定颗粒的运动方程和几何边界后,通过数值求解可以得出全体颗粒在转筒内的运动过程。DEM基本求解过程为:①在 t 时间点循环检索颗粒 i 的空间位置。②计算 \mathbf{F}_{ij}^n 、 \mathbf{F}_{ij}^t 、 T_{ij} 。③差分求解式(1)和式(2)并记录颗粒新的位置和速度信息。④进入下一时步并返回步骤①。算法程序采用基于C++语言的EDEM数值软件实现^[2-4],程序设置过程不作赘述。

表1为模型的参数取值及取值范围,其中:转筒内壁材料为钢材;物料由2种密度不同的颗粒组成,分别记为颗粒A与颗粒B;颗粒A的密度 ρ_A 为

1 450 kg/m³ (近似为粘土颗粒), 颗粒 B 的密度 ρ_B 为 574 kg/m³ (近似为生物质木质颗粒); 2 种颗粒的半径符合正态分布规律 (半径最大值与最小值之比为 1.2)^[17], 且颗粒 A 与颗粒 B 平均半径的初始值设置为 $R_A = R_B = 4$ mm; 颗粒和转筒弹性模量、泊松比、恢复系数等其他属性为 EDEM 仿真经验取值^[20-22]。

表 1 DEM 模型参数

Tab.1 Parameters used in DEM model

参数	数值
颗粒 A 密度 $\rho_A / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1 450
颗粒 B 密度 $\rho_B / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	574
颗粒 A 平均半径 R_A / mm	3 ~ 7
颗粒 B 平均半径 R_B / mm	2 ~ 5
颗粒 A 弹性模量 E_A / Pa	4×10^8
颗粒 B 弹性模量 E_B / Pa	6×10^7
颗粒 A 泊松比 ξ_A	0.35
颗粒 B 泊松比 ξ_B	0.18
颗粒-颗粒滑动摩擦因数 μ_{t-pp}	0.53
颗粒-颗粒滚动摩擦因数 μ_{r-pp}	0.05
颗粒-转筒滚动摩擦因数 μ_{r-pw}	0.3
颗粒-转筒滑动摩擦因数 μ_{s-pw}	0.6
颗粒-颗粒恢复系数 e_{pp}	0.45
颗粒-转筒恢复系数 e_{pw}	0.5
转筒弹性模量 E_w / GPa	210
转筒泊松比 ξ_w	0.25
转筒直径 d / mm	400
转筒轴长 l / mm	50
重力加速度 $g / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	9.81
时间步长 $\Delta t / \text{s}$	4.34×10^{-5}

图 2 为物料的初始状态, 如图所示: 颗粒 A (粘土颗粒) 标记为黑色, 颗粒 B (木质颗粒) 标记为白色; 2 种颗粒在转筒内随机生成, 形成均匀混合的二元物料体系, 填充率为 50%, 且 2 种颗粒的总体积相等; 物料随着转筒的转动而运动。

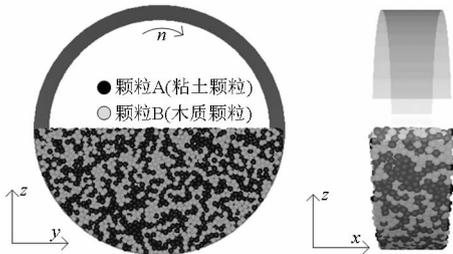


图 2 物料初始状态

Fig.2 Initial state of granular material

2 混合指数定义

物料混合度的定量评价指标主要有 Lacy 指数^[14]、混合熵^[15]和颗粒接触数^[16]。其中, Lacy 指数和混合熵的精度受网格单元尺寸的影响, 不如颗

粒接触数准确。以混合熵和颗粒接触数为例, 如图 3 所示, 颗粒 A 与颗粒 B 在 3 个单元中处于不同的混合状态。根据混合熵的计算方式^[15], 3 个单元的混合熵相等, 不能区分各单元的混合程度; 而颗粒 A 与颗粒 B 之间的接触数会随着混合程度的加深而增大 (表 2)。可见, 颗粒接触数对物料混合程度的描述更准确。



图 3 单元混合度示意图

Fig.3 Sketch of elements with different mixing degrees

表 2 单元混合度的定量计算

Tab.2 Quantitative mixing index of elements

混合度	单元 1	单元 2	单元 3
混合熵	0.693	0.693	0.693
颗粒接触数	4	16	24
实际状态	分离状态	部分混合	完全混合

然而, 实验中提取颗粒接触数的可行性不强。Van Puyvelde^[16]仅通过测量不同颜色颗粒间的接触长度代替颗粒接触数, 况且相同颜色颗粒间的接触长度无法测量, 因此无法描述物料整体的混合度。

DEM 模型程序中可以方便地记录颗粒之间的接触数。见图 1, 在某一时间点 t : 颗粒之间的距离为 $|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)|$, 颗粒半径分别为 R_i, R_j , 当 $|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)| < R_i + R_j$ 时, 判定颗粒 i, j 之间发生接触; 如果颗粒 i 与颗粒 j 均为颗粒 A, 则记录一个颗粒 A 与颗粒 A 接触数, 循环记录后, 可得颗粒 A 与颗粒 A 接触总数为 $n_{AA}(t)$ 。同理, 可得颗粒 B 与颗粒 B 接触总数为 $n_{BB}(t)$ 、颗粒 A 与颗粒 B 接触总数为 $n_{AB}(t)$ 。

定义二元物料的混合指数为 $M(t)$, 且

$$M(t) = \frac{n_{AB}(t)}{n_{AA}(t) + n_{BB}(t) + n_{AB}(t)} \quad (3)$$

求解式 (1) 得 $\mathbf{r}_i(t)$ 后, 可根据定义求解式 (3) 得出 $M(t)$ 的变化规律。 M 值域范围为 $[0, 1]$ 。 M 越大, 表示颗粒 A 与颗粒 B 的混合度越高, 当 $M(t) = 1$ 时, 物料达到图 3 单元 3 的“完全混合”状态; 相反, M 越小, 表示颗粒 A 与颗粒 B 的分离程度越大。

3 结果与分析

参照 Mellmann^[17]的物料运动相图, 为保证物料为滚落运动模式, 文中转筒转速 n 设置为 8 r/min。另外, 如果颗粒与转筒之间的摩擦力过小, 会导致物料产生滑移运动。根据文献^[17]中式 (23), 颗粒-

转筒滑动摩擦因数 μ_{s-pw} 的临界最小值为 0.36, 模型中 μ_{s-pw} 设置为 0.6 (表 1), 足以避免物料在转筒内的滑移运动。

3.1 滚落运动特征的实验对比

图 4a 为滚落运动模式下物料颗粒的速度分布。与 Mellmann^[17] 的定性观测结果相似, 物料在转筒截面上分为活动层和平流层两部分: 物料的底层为平流层, 平流层的颗粒在转筒的带动下绕转筒轴线做圆周运动, 颗粒之间相对静止; 物料的表层为活动层, 活动层的颗粒向下快速崩落并形成稳定的倾斜角, 颗粒之间相互摩擦和碰撞, 颗粒速度随机性改变。

从物料中任意抽取两粒示踪颗粒 P1 和 P2, 其运动轨迹如图 4b 所示。示踪颗粒的运动规律与 Parker 等^[13] 采用正电子扫描成像所得结果一致: 颗粒在平流层的运动轨迹为同心的圆弧轨道, 运动轨迹之间没有交叉; 颗粒进入活动层后, 运动轨迹会出现随机性跳跃, 运动轨道发生改变, 导致颗粒在物料中的活动区域发生变化。可见, 颗粒在平流层是相对静止的, 分离运动发生在活动层。

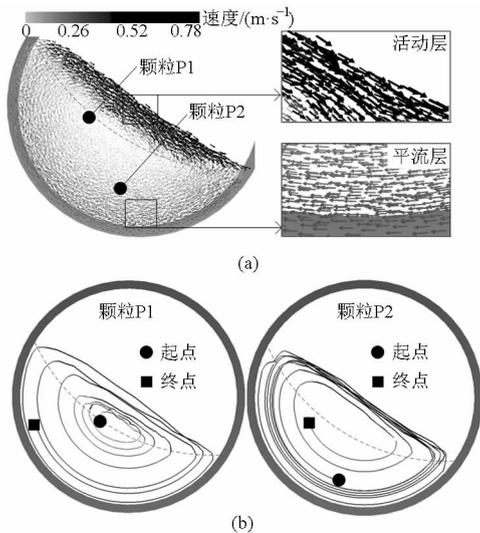


图 4 物料的滚落运动

Fig. 4 Schematic of particle flow in rolling regime

(a) 颗粒速度分布 (b) 示踪颗粒运动轨迹

3.2 物料分离机理

根据 Hong 等^[18] 对巴西果及反巴西果现象的解释, 颗粒运动时受渗流与凝聚 2 种机理作用。如图 5a 所示 (图中阴影填充的颗粒表示密度偏大的颗粒), 颗粒的密度差异导致凝聚作用, 密度大的颗粒向凝聚态发展而下沉至体系的下部, 密度小的颗粒则因流态化而逐渐向上悬浮。如图 5b 所示, 颗粒的体积差异导致渗流作用, 体积大的颗粒会悬浮至体系上部, 而体积小的颗粒则逐渐渗流至体系下部。

渗流与凝聚 2 种作用相互竞争^[18]: 增大颗粒间

的体积比会加强渗流作用, 增大颗粒间的密度比则加强凝聚作用。

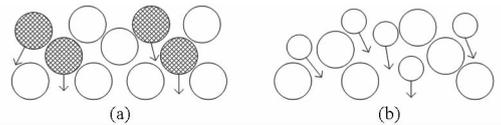


图 5 凝聚与渗流机理

Fig. 5 Mechanisms of buoyancy and percolation

(a) 凝聚作用 (b) 渗流作用

D 型二元颗粒物料中, 颗粒由于密度差异在凝聚机理的作用下而产生分离。图 6a 为 DEM 模型所得物料在转筒内的混合指数 $M(t)$ 响应以及稳定后的物料形态: 初始状态时, 颗粒 A (粘土颗粒) 与颗粒 B (木质颗粒) 在转筒内混合均匀, M 约为 0.5; 在凝聚作用下, 密度偏大的颗粒 A 运动至物料活动层时会逐渐下沉, 聚集在物料的中心区域, 而颗粒 B 则在活动层中上浮, 并滚落至物料倾斜面最下方, 逐渐聚集在靠近转筒内壁的环形区域, M 也随着颗粒的分离而逐渐变小; 约 150 s 后, 形成了粘土颗粒在内而木质颗粒在外的月亮模式^[10] 分离形态, M 也稳定在 0.32。

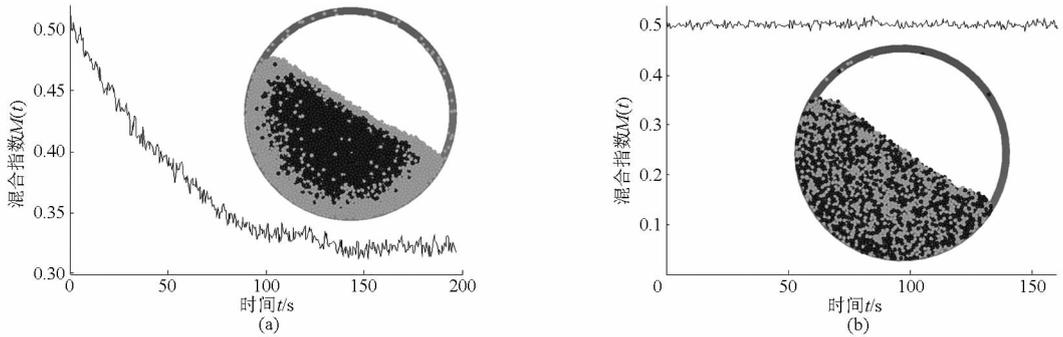
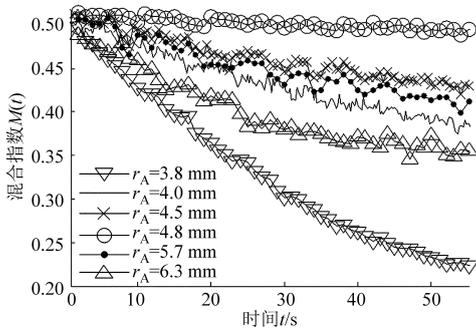
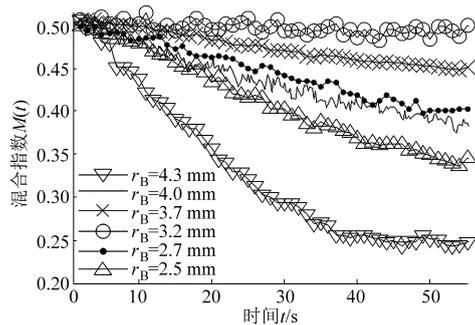
作为对比, 将物料中颗粒 A 和颗粒 B 均设置为粘土颗粒, 其混合指数 $M(t)$ 的响应以及物料形态如图 6b 所示。由于颗粒间没有密度差异, 凝聚作用也不存在, 因此物料始终为均匀混合状态, M 稳定于 0.5。

其中, $M(t)$ 的初始值约为 0.5, 表明物料的初始混合度并非图 3 单元 3 中的完全混合, 而是部分混合。与一元颗粒物料相似^[16], 这是颗粒具有自扩散性质的原因, “完全混合”是一种理想的混合度, 工程中一般不会出现。

3.3 分离运动的控制

根据 Hong 等^[18] 的理论推测, 如果调整 2 种颗粒的体积比而引入渗流机理, 并使渗流与凝聚相互竞争并达到平衡, 则可以避免物料的分离现象。针对模型中的物料, 增大颗粒 A 的半径或者减小颗粒 B 的半径均能达到渗流与凝聚相互平衡的效果。图 7 和图 8 为不同颗粒半径配制时物料混合指数 $M(t)$ 的响应。

图 7 中颗粒 B 的平均半径固定为初始设置, 即 $r_B = 4$ mm。如图所示, 当 $r_A = 3.8$ mm 时, 颗粒中虽然存在渗流作用, 但由于 $r_A < r_B$, 此时渗流与凝聚作用是相互加强的, 因此物料会迅速分离, $M(t)$ 的下降速度比 $r_A = 4$ mm 时更快; 当 $r_A > r_B$ 后, 随着 r_A 的增加, 颗粒 A 与颗粒 B 的体积比也逐渐增大, 颗粒的渗流作用逐渐增强并与凝聚作用产生竞争, 颗粒的分离被减弱, $M(t)$ 的下降速度也逐渐变慢; r_A 约

图6 物料混合指数 $M(t)$ 的响应及稳定后的物料形态Fig. 6 Repose of $M(t)$ and material form after stability(a) $\rho_A = 1450 \text{ kg/m}^3, \rho_B = 574 \text{ kg/m}^3$ (b) $\rho_A = \rho_B = 1450 \text{ kg/m}^3$ 图7 物料混合指数 $M(t)$ 的响应 ($r_B = 4 \text{ mm}$)Fig. 7 Repose of mixing index for $r_B = 4 \text{ mm}$ 图8 物料混合指数 $M(t)$ 的响应 ($r_A = 4 \text{ mm}$)Fig. 8 Repose of mixing index for $r_A = 4 \text{ mm}$

为 4.8 mm 时, $M(t)$ 稳定于 0.5 , 表明渗流与凝聚达到平衡, 物料能始终保持均匀混合状态; r_A 继续增大, 则导致渗流作用超过凝聚作用, 物料在渗流作用

下同样发生分离, $M(t)$ 再次下降。可见, $r_A = 4.8 \text{ mm}$ 与 $r_B = 4 \text{ mm}$ 配制时, 物料可避免分离。

图8中颗粒A的平均半径为 4 mm , 同理, 减小颗粒B的半径亦可增大颗粒A与颗粒B的体积比, 并使渗流与凝聚形成竞争。图中 r_B 约为 3.2 mm 时, $M(t)$ 不再下降, 表明渗流与凝聚达到平衡, 物料可维持初始的均匀混合状态。

可见, D型二元颗粒物料中, 通过适当配置两种颗粒的半径而引入渗流机理, 可以控制物料在转筒内的分离运动, 使其始终保持均匀的混合状态。与设置转筒内抄板^[3]等其他方式相比, 不但能避免在转筒内增加复杂的机械构件, 而且不影响转筒原有的运行参数。

图9为转筒直径 d 分别为 $360, 480, 540 \text{ mm}$ 时, 不同颗粒半径配制下物料混合指数 $M(t)$ 的响应。由图9可知, 当 r_A 约为 4.8 mm 时, 各转筒内物料的混合指数 $M(t)$ 均能稳定在初始值, 即渗流与凝聚达到平衡, 物料能维持初始混合度。另外, 将 r_A 固定为 4 mm , 则当 r_B 约为 3.2 mm 时, 各转筒内的物料同样能避免出现分离, 不再逐一列出赘述。可见, 引入渗流机理可以控制D型二元颗粒物料的分离, 这一特征不受转筒尺寸的影响。

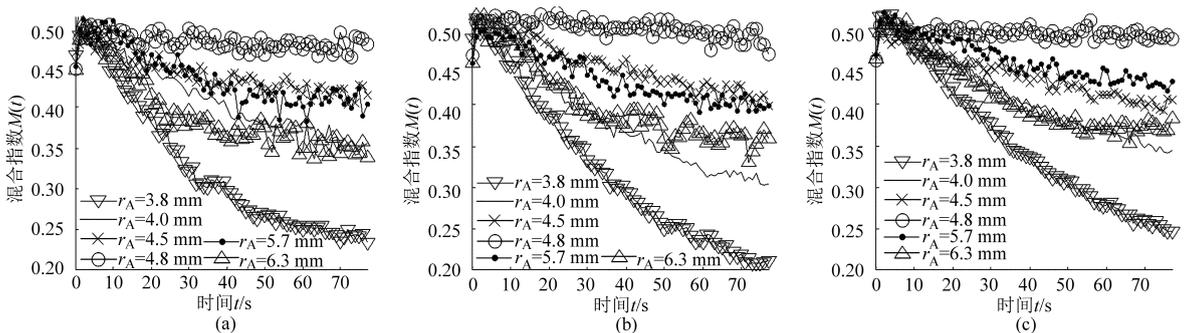
图9 在不同直径转筒中物料混合指数 $M(t)$ 的响应 ($r_B = 4 \text{ mm}$)

Fig. 9 Repose of mixing index for materials in cylinders with variable diameter

(a) 转筒直径 $d = 360 \text{ mm}$ (b) 转筒直径 $d = 480 \text{ mm}$ (c) 转筒直径 $d = 540 \text{ mm}$

4 结论

(1) 滚落运动模式下, 物料在转筒截面上分为平流层和活动层两部分。平流层颗粒的运动轨迹为同心的圆弧轨道, 颗粒之间相对静止; 活动层颗粒的运动轨迹会出现随机性跳跃, 颗粒间的分离发生在物料的活动层。

(2) 由于颗粒密度差异, 凝聚机理导致 D 型二元颗粒物料在转筒内出现径向分离, 使混合度下降。模型中的物料形成了颗粒 A (粘土颗粒) 在内、颗粒 B (木质颗粒) 在外的月亮模式分离形态, 混合指数

也从 0.5 降至 0.32。

(3) 通过调整 2 种颗粒的半径而引入渗流机理, 可以控制 D 型二元颗粒物料在转筒内的分离。模型中 $r_A = 4.8 \text{ mm}$ 与 $r_B = 4 \text{ mm}$ 配置、或 $r_A = 4 \text{ mm}$ 与 $r_B = 3.2 \text{ mm}$ 配置时, 渗流与凝聚均能达到相互平衡, 物料混合指数维持稳定而不发生分离。

(4) 引入渗流机理可以控制 D 型二元颗粒物料在转筒内的分离, 这一特征不受转筒尺寸的影响。研究结果可为转筒类设备中 D 型二元颗粒物料运输和处理提供基础理论指导。

参 考 文 献

- 姚宗路, 赵立欣, Ronnback M, 等. 生物质颗粒燃料特性及其对燃烧的影响分析 [J]. 农业机械学报, 2010, 41(10): 97-102.
Yao Zonglu, Zhao Lixin, Ronnback M, et al. Comparison on characterization effect of biomass pellet fuels on combustion behavior [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(10): 97-102. (in Chinese)
- 王瑞芳, 李少勇, 窦如彪, 等. 水平转筒内大豆颗粒随机运动与混合特性模拟 [J]. 农业机械学报, 2013, 44(6): 93-99.
Wang Ruifang, Li Zhanyong, Dou Rubiao, et al. Simulation on random motion and mixing characteristic for soybean in rotary drum [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(6): 93-99. (in Chinese)
- 张立栋, 李少华, 朱明亮, 等. 回转干馏炉内抄板形式与双组元颗粒混合过程冷模数值研究 [J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(11): 72-78.
Zhang Lidong, Li Shaohua, Zhu Mingliang, et al. Cold mode numerical analysis of flights forms and two component particles mixing in rotary retorting [J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(11): 72-78. (in Chinese)
- Isabel F, Vargas W L, McCarthy J J. Mixing and heat conduction in rotating tumblers [J]. Chemical Engineering Science, 2010, 65(2): 1045-1054.
- Pereira G G, Tran N, Gleary P W. Segregation of combined size and density varying binary granular mixtures in a slowly rotating tumbler [J]. Granular Matter, 2014, 16(5): 711-732.
- Jain N, Ottino J M, Lueptow R M. Regimes of segregation and mixing in combined size and density granular systems: an experimental study [J]. Granular Matter, 2005, 7(2-3): 69-81.
- Jain N, Ottino J M, Lueptow R M. Combined size and density segregation and mixing in noncircular tumblers [J]. Physical Review E, 2008, 71(5): 051301.
- Khakhar D V, McCarthy J J, Ottino J M. Radial segregation of granular mixtures in rotating cylinders [J]. Physics of Fluids, 1997, 9(12): 3600-3614.
- 赵永志, 程易. 水平滚筒内二元颗粒体系径向分离模式的数值模拟研究 [J]. 物理学报, 2008, 57(1): 322-328.
Zhao Yongzhi, Cheng Yi. Numerical simulation of radial segregation patterns of binary granular systems in a rotating horizontal drum [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(1): 322-328. (in Chinese)
- Hill K M, Gioia G, Amaravadi D, et al. Moon patterns, sun patterns, and wave breaking in rotating granular mixtures [J]. Complexity, 2005, 10(4): 79-86.
- Consway S L, Shinbrot T, Glasser B J. A Taylor vortex analogy in granular flows [J]. Nature, 2004, 431(7007): 433-437.
- Arntz M M H D, Beffink H H, Otter W K, et al. Segregation of granular particles by mass, radius, and density in a horizontal rotating drum [J]. AIChE J., 2014, 60(1): 50-59.
- Parker D J, Dijkstra A E, Martin T W, et al. Positron emission particle tracking studies of spherical particle motion in rotating drums [J]. Chemical Engineering Science, 1997, 52(13): 2011-2022.
- Liu P Y, Yang R Y, Yu A B. DEM study of the transverse mixing of wet particles in rotating drums [J]. Chemical Engineering Science, 2013, 86: 99-107.
- Finnie G J, Kruyt N P, Ye M. Longitudinal and transverse mixing in rotary kilns: a discrete element method approach [J]. Chemical Engineering Science, 2005, 60(15): 4083-4091.
- Van Puyvelde D R. Comparison of discrete elemental modelling to experimental data regarding mixing of solids in the transverse direction of a rotating kiln [J]. Chemical Engineering Science, 2006, 61(13): 4462-4465.
- Mellmann J. The transverse motion of solids in rotating cylinders-forms of motion and transition behavior [J]. Powder Technology, 2001, 118(3): 251-270.
- Hong D C, Quinn P V. Reverse Brazil nut problem: competition between percolation and condensation [J]. Physical Review Letters, 2001, 86(15): 3423-3426.
- 吴宇航, 郑宁, 文平平, 等. 准二维二元混合颗粒动态循环反转分层的体积效应 [J]. 物理学报, 2011, 60(2): 024501.

- Wu Yuhang, Zheng Ning, Wen Pingping, et al. Volume effect in the cyclic segregation of quasi two-dimensional binary granular mixture [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(2): 024501. (in Chinese)
- 20 Xie Z A, Wu P, Yang W H, et al. Distribution of dissipated energy in a multi-size granular system under vertical vibration [J]. *Powder Technology*, 2014, 260: 1 - 6.
- 21 Alberto D R, Francesco P D M. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes [J]. *Chemical Engineering Science*, 2004, 59(13): 525 - 541.
- 22 耿凡, 徐大勇, 袁竹林, 等. 滚筒干燥器中杆状颗粒混合特性的三维数值模拟 [J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2008, 38(1): 116 - 122.
- Geng Fang, Xu Dayong, Yuan Zhulin, et al. Three dimensional numerical simulation of mixing characteristics of slender particles in rotary dryer[J]. *Journal of Southeast University: Natural Science Edition*, 2008, 38(1): 116 - 122. (in Chinese)