doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2015.04.049

给定 4R 开链的八杆机构解域综合理论与方法*

崔光珍 韩建友 杨 通

(北京科技大学机械工程学院,北京100083)

摘要:针对八杆机构四位置尺寸综合问题,提出了一种解域综合方法。首先根据给定4R 开链的4 个位置求解出满 足要求的解曲线,并根据解曲线的可行区段建立解域。应用提出的八杆机构运动缺陷判断方法剔除解域中存在运 动缺陷的机构,最后根据实际要求建立约束条件形成可行解域。设计者可以从可行解域中快速准确地挑选出满足 要求的机构。解域综合方法有效地解决了八杆机构四位置尺寸综合问题,为八杆机构的综合及在现实中得到更广 泛的应用提供了行之有效的新理论和方法。最后举例说明了八杆机构的四位置综合过程。 关键词:八杆机构 四位置综合 解曲线 解域 运动缺陷 中图分类号:TH112.1 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2015)04-0331-07

Solution Region Synthesis Method of Eight-bar Linkages for 4R Open Chain

Cui Guangzhen Han Jianyou Yang Tong

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: For the dimension synthesis of eight-bar linkages for 4-position, a solution region synthesis method was presented. Firstly, the solution curves meeting the requirements were obtained according to the specified 4-position 4R open chain. The solution region was set up according to feasible sections of solution curves. Secondly, the linkage with defects was removed from the solution region by using defects identification method of eight-bar linkages. Finally, the feasible solution region was built and practical engineering requirements were considered and imposed. The eight-bar linkages from the feasible solution region, which met the requirements, can be picked out rapidly and accurately by designers. The problem of dimension synthesis of eight-bar linkages for 4-position was solved effectively by the solution region synthesis method and the eight-bar linkages could be widely applied in reality. The synthesis process of eight-bar linkages for 4-position was illustrated by the example.

Key words: Eight-bar linkage 4-position synthesis Solution curve Solution region Defects

引言

平面四杆和六杆机构在现实生活中已得到广泛的应用,而八杆机构也受到越来越多的学者关注和研究^[1-4]。关于给定五位置的多杆机构尺寸综合问题国内外学者已进行了一些研究^[5-6],但对于给定四位置的八杆机构综合问题尚未见有研究成果发

表。四位置综合问题的难点在于如何在无穷多满足 给定四位置要求的机构中选出无缺陷的好机构。对 此,韩建友等在解决四杆和六杆机构的四位置综合 问题时提出了解域综合方法^[7-14]。

机构运动缺陷的判定为可行解域的形成奠定了 基础。Mirth等^[15-16]针对六杆机构四位置综合时会 产生回路缺陷机构的问题,提出了去除布尔梅斯特

收稿日期: 2014-05-29 修回日期: 2014-07-21

^{*}国家自然科学基金资助项目(512750334)

作者简介: 崔光珍,博士生,主要从事机构分析与综合理论及机构 CAD 研究, E-mail: c_u_i_guangzhen@163. com

通讯作者:韩建友,教授,博士生导师,主要从事机构分析与综合理论、机构动力平衡及机构 CAD 研究, E-mail: jyhan@ ustb. edu. cn

曲线上发生回路缺陷区段的方法。Kwun 等^[17-19]通 过建立函数判别式求解机构运动范围,并用 JRS (Joint rotation space)方法判断六杆机构是否为曲柄 机构。文献[20]提出八杆机构运动范围的函数判 别式,但只对分解成的3个环路中至少有一个四杆 环路且不包含六杆环路的八杆机构有效。

本文应用解域综合方法解决八杆机构的四位置 综合问题,最后给出一个机械手指(包含掌骨和指 骨)的综合示例来说明八杆机构的一种综合方法。

1 解曲线的确定

给定如图 1 所示 4R 开链的固定铰链点 a₀ 的坐标,以及动铰链点 a、b、c 和构件 4 上一点 p 分别在 4 个位置的坐标。欲综合出如图 2 所示的一种八杆机构,需在 4R 开链上添加 3 个杆件:①杆 b₀d 连接杆 4 与杆 0 (机架)。②杆 ef 和杆 gh 同时连接杆 1 和杆 4。



图 1 4R 开链示意图 Fig. 1 Diagram of a 4R open chain



图 2 八杆机构小息图 Fig. 2 Diagram of an eight-bar linkage

添加杆 *b*₀*d* 可得关于铰链点 *b*₀ 坐标的三次曲 线方程^[11-12]

$$\begin{split} H_1(x^3 + xy^2) &+ H_2(y^3 + x^2y) + H_3x^2 + \\ H_4y^2 + H_5xy + H_6x + H_7y + H_8 = 0 \eqno(1) \end{split}$$

由于杆 $b_0 d$ 连接杆 4 和杆 0, 且铰链点 b_0 在杆 0 上, 故将关于铰链点 b_0 的曲线称为解曲线 04 – 0。 同时也可以得到关于铰链点 d 坐标的解曲线 04 – 4, 解曲线 04 – 0 和 04 – 4 上的点具有一一对应关 系。根据实际设计要求确定铰链点 b_0 和 d 的限定 范围,进而求得解曲线 04-0 的可行区段。解曲线 04-0 可行区段是指该区段上的任意一点都在铰链 点 b。的限定范围之内,且与之对应的 04-4 上的点 也在铰链点 d 的限定范围之内。同理,添加杆 ef 和 杆 gh 连接杆1 和杆4,可得到解曲线 14-1 与 14-4 如 图 3 所示。



2 构建可行解域

2.1 构建解域

为了构建解域,根据文献[11]中的解域建立思 路,可以将解曲线 14-1 的可行区段的点的横坐标 依次排列作为 x 轴和 y 轴, 令解曲线 04-0 解曲线 可行区段横坐标排列作为z轴,从而形成空间解域。 但计算空间解域耗时较长,且不便于在空间解域取 值,故根据实际设计要求(如杆长要求、铰链点位置 要求),首先在解曲线04-0的可行区段上选择合适 的一点得到杆 b₀d。这样便可将空间解域变为平面 解域,减少了解域计算时间且便于所开发的软件实 现平面解域的取值。然后对解曲线 14-1 的可行区 段进行排序建立平面解域,排序准则为:①解曲线 14-1的方程形式如式(1),令 x 以适当步长在其铰 链点(解曲线)限定范围内连续取值,得到一系列关 于 y 的三次方程。②当关于 y 的三次方程只有一个 实根,且x与y组成的点在解曲线14-1的可行区 段上,则将该点归为区段1。③三次方程存在3个 实根,令 γ 的实根分别与 x 组成点,将满足解曲线 14-1可行区段要求的点保留,而后依据 y 值从小到 大的排列顺序,将这些点依次归为区段1、2、3(存在 重根时,将重根算作一个实根)。将解曲线14-1的 可行区段按区段1、2、3 依次排列后依次向 x 轴映射 取其 x 坐标值作为坐标轴建立平面解域。图 4 为建 立解域的具体流程,图中 x 的初值为解曲线限定范 围的左极限值,x_{end}为解曲线限定范围的右极限值, step 为步长。



(2)

(5)



Fig. 4 Flowchart of establishing solution region

Γ	$l_2 \sin \theta_2$	$l_3 \sin \theta_3$	$-l_4\sin\theta_4$	$-l_5\sin\theta_5$
	$-l_2\cos\theta_2$	$-l_3\cos\theta_3$	$l_4 { m cos} heta_4$	$l_5 \cos \theta_5$
	0	0	$-l_6\sin(\theta_4 + \delta)$	$-l_5\sin\theta_5$
	0	0	$l_6 \mathrm{cos}(\theta_4 + \delta)$	$l_5 \cos \theta_5$
	0	0	$-l_{11}\sin(\theta_4 + \delta + \gamma)$	$-l_5\sin\theta_5$
L	0	0	$l_{11}\cos(\theta_4 + \delta + \gamma)$	$l_5 \cos \theta_5$

由式(8)的系数矩阵,即雅可比矩阵,得

$$d(\theta_1) = \Delta_1 \Delta_2 l_2 l_3 l_5 l_7 l_{10}$$
(9)

$$\Delta_{1} = \sin(\theta_{2} - \theta_{3})$$
$$\Delta_{2} = \sin(\theta_{7} - \theta_{5})\sin(\theta_{6} - \theta_{4} - \delta)l_{6} - \sin(\theta_{4} + \delta + \gamma - \theta_{7})\sin(\theta_{6} - \theta_{5})l_{11}$$

当系数矩阵行列式为零时机构处于奇异位形, 机构在运动过程中出现奇异位形时会导致分支缺陷。

2.2.2 机构运动缺陷判别

其中

根据上节内容得雅可比矩阵行列式的值为零 (Δ_1 或 Δ_2 为零)时机构处于奇异位形,所以当机构 在给定位置的 Δ_1 或 Δ_2 值的符号不同时,机构存在 运动缺陷。但是当机构在给定位置对应的 Δ_1 和 Δ_2

2.2 构建无缺陷解域

通过 2.1 节介绍的方法得到解域中的机构不能 保证无分支和回路缺陷,因此必须进行缺陷判定,去 除含运动缺陷的机构,最后形成可行解域。判断机 构是否存在运动缺陷是解域综合方法的另一重要内 容。为此详细介绍本文提出的机构运动缺陷判别方 法。

2.2.1 雅可比矩阵推导

分析如图 2 所示的八杆机构(输入角
$$\theta_1$$
),得
 $l_{abx} + l_5 \cos\theta_5 + l_4 \cos\theta_4 - l_3 \cos\theta_3 - l_2 \cos\theta_2 = l_1 \cos\theta_1$

$$l_{aby} + l_5 \sin\theta_5 + l_4 \sin\theta_4 - l_3 \sin\theta_3 - l_2 \sin\theta_2 = l_1 \sin\theta_1$$
(3)

$$l_{abx} + l_5 \cos\theta_5 + l_6 \cos(\theta_4 + \delta) - l_7 \cos\theta_6 = l_8 \cos(\theta_1 - \alpha)$$
(4)

$$l_{aby} + l_5 \sin\theta_5 + l_6 \sin(\theta_4 + \delta) - l_7 \sin\theta_6 = l_8 \sin(\theta_1 - \alpha)$$

$$l_{abx} + l_5 \cos\theta_5 + l_{11} \cos(\theta_4 + \delta + \gamma) - l_{10} \cos\theta_7 = l_9 \cos(\theta_1 - \alpha - \beta)$$
(6)

$$l_{aby} + l_5 \sin\theta_5 + l_{11} \sin(\theta_4 + \delta + \gamma) - l_{10} \sin\theta_7 = l_9 \sin(\theta_1 - \alpha - \beta)$$
(7)

其中 $l_{abx} = b_{0x} - a_{0x}$, $l_{aby} = b_{0y} - a_{0y}$, (a_{0x}, a_{0y}) 为铰链 点 a_0 的坐标, (b_{0x}, b_{0y}) 为铰链点 b_0 的坐标。将 式(2)~(7)分别对 $\theta_1 \sim \theta_7$ 求导, 得

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ l_{7}\sin\theta_{6} & 0 \\ -l_{7}\cos\theta_{6} & 0 \\ 0 & l_{10}\sin\theta_{7} \\ 0 & -l_{10}\cos\theta_{7} \end{array} \begin{bmatrix} d\theta_{2}/d\theta_{1} \\ d\theta_{3}/d\theta_{1} \\ d\theta_{5}/d\theta_{1} \\ d\theta_{6}/d\theta_{1} \\ d\theta_{6}/d\theta_{1} \\ d\theta_{7}/d\theta_{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{1}\sin\theta_{1} \\ l_{1}\cos\theta_{1} \\ -l_{8}\sin(\theta_{1}-\alpha) \\ l_{8}\cos(\theta_{1}-\alpha) \\ -l_{9}\sin(\theta_{1}-\alpha-\beta) \\ l_{9}\cos(\theta_{1}-\alpha-\beta) \end{bmatrix}$$
(8)

值的符号分别保持同号时机构也可能存在运动缺陷,这是因为 Δ_1 和 Δ_2 值的符号只有正负之分,而八 杆机构可能有多个回路且每个回路有多个分支,不 能仅仅通过 Δ_1 和 Δ_2 值的符号不重复表示出八杆机 构的各个回路与分支。通过表1和图5可进一步说 明。

表 1 给出了图 2 所示八杆机构在 3 个位置的参数以及相应的 Δ_1, Δ_2 ,固定铰链点 a_0 和 b_0 的坐标分别为(0,0)和(60,0)。图 5 是上述八杆机构在可运动范围内 Δ_1, Δ_2 的变化曲线,并标出给定位置的 Δ_1, Δ_2 在曲线中的位置。

八杆机构在给定两位置的 Δ_1 和 Δ_2 都分别保持相同符号。但从图5中的 Δ_1 和 Δ_2 曲线可以看出,

表 1 八杆机构在 3 个位置的坐标以及 Δ_1 和 Δ_2 Tab. 1 Coordinates of eight-bar linkage moving joints, Δ_1 , and Δ_2 ,

机构参数	位置1	位置2	位置 3
$\theta_1/(\circ)$	70	30	5
a	(8.72,23.96)	(22.08,12.75)	(25.40,2.22)
b	(17.62,44.47)	(41.12,24.47)	(3.59,7.18)
с	(47.59,45.64)	(52.87, -3.14)	(22.88,30.16)
d	(49.87,23.40)	(56.32, -25.23)	(39.76,15.50)
e	(18.15,19.48)	(26.43,3.256)	(25.33, -8.22)
f	(32.93,35.15)	(38.79, -14.39)	(19.36,12.48)
g	(19.30,7.17)	(19.39, -6.92)	(14.65, -14.47)
h	(36.77,28.35)	(42.98, -20.97)	(26.82,10.15)
р	(59.85,35.65)	(65.64, -12.46)	(38.65,31.27)
Δ_1	- 0. 901	- 0. 989	-0.890
Δ_2	5.974	5.344	14. 557



在原动件的限定运动范围内(在此说明示例中原动 件限定运动范围为5°~70°),机构在连续运动时 Δ_1 (Δ_2)从给定的 Δ_1^i (Δ_2^i)连续变化到 $\Delta_1^{2'}$ ($\Delta_2^{2'}$),而并非 是给定位置2所对应的 Δ_1^2 (Δ_2^2),进而可以说明该机 构在原动件的限定运动范围内不能从给定位置1到 位置2。当机构无法通过 Δ_1 和 Δ_2 值的符号来判断 机构是否存在运动缺陷的情况下,可以根据机构的 运动轨迹来判断机构在通过给定位置时是否存在运 动缺陷。

采用转换机架的方法来求解机构的运动轨迹, 这是因为机构不论选取哪个构件作为机架,各构件 的相对运动关系不变,同时可以将由高级杆组组成 的八杆机构(图6所示八杆机构由三级杆组 $e-g-b_0-d-h-f$ 和二级杆组a-b-c组成)转换为由二 级杆组组成的八杆机构,便于机构运动轨迹求解。 为求解图 6 所示八杆机构运动轨迹,将构件 ef 作为 机架,构件 a₀aeg 作为原动件,同时建立新坐标系 o'x'y',取铰链点 e 为原点 o', ef 方向为 x'轴, 垂直 x'轴的方向建立 γ' 轴,而后根据二级杆组的求解方法 求解出机构在坐标系 o'x'y'下的运动轨迹(八杆机 构初始位置所在回路的运动轨迹)。最后通过坐标 变换将坐标系 o'x'y'下的运动轨迹转换为原始坐标 系 oxy 的运动轨迹。图 6 中的曲线为 p 点的运动轨 迹,其中红色的表示此处所代表的八杆机构雅可比 矩阵行列式的值为零($\Delta_1\Delta_2 = 0$),蓝色点表示表1 中给定3个位置的p点,绿色点表示机构从给定位 置1开始运动,当输入角度对应位置2的输入角度 时 p 实际到达的位置。因此可以得出根据运动轨迹 判断机构运动缺陷的方法,使机构从初始位置(位 置1)向给定位置(位置2、3、4)运动,通过转换机架 法求出机构的运动轨迹,当输入角度等于给定位置 输入角度时,如果机构实际到达的位置与给定位置 不同则存在运动缺陷,相同且在运动过程中没有出 现雅可比矩阵行列式的值为零的情况则不存在运动 缺陷。



Fig. 6 Eight-bar linkage and trajectory

3 综合示例

给定 4R 链的固定铰链点 *a*₀ 坐标(0,0) 以及 4 个位置参数如表 2 所示,各铰链点限定范围参数 如表 3 所示。

按照上文所述的综合方法,综合杆 b_0d 时,先得 关于铰链点 b_0 和 d 坐标的解曲线 04 - 0 和 04 - 4。

	表 2	4R 链花	主4个	位置的	り参数	
Tab. 2	Para	meters o	of 4R	chain	for 4-	position

位置	(a_x, a_y)	(b_x, b_y)	(c_x, c_y)	(p_x, p_y)
1	(-100.0,0)	(-150.0,-6.0)	(-170.0, -30.0)	(-185.0, -50.0)
2	(-96.6, -25.88)	(-133.97, -59.63)	(-129.12, -90.49)	(-119.25, -113.46)
3	(-81.92, -57.36)	(-98.75, -104.82)	(-73.81, -123.63)	(-50.39, -132.38)
4	(-46.95, -88.29)	(-35.53, -137.34)	(-4.84, -131.47)	(17.23, -119.73)

表 3 各铰链点限定范围 Tab. 3 Ranges of joints

	0 1			
b_0	d	e(g)	f(h)	
(-10,-40)	(-140,-30)	(-130,-40)	(-150,-40)	
(20,10)	(-100,10)	(-100,0)	(-100,-5)	

再根据铰链点 b_0 和 d 的限定范围求解出解曲线上 的可行区段,如图 7 所示限定框中的实线段。图 8 表示在可行区段范围内杆 b_0d 的杆长变化情况。综 合杆 ef 与 gh 时,由于两杆同时连接杆 1 和杆 4,故 只得到一组解曲线 14 - 1 和 14 - 4。根据已知参数 及铰链点 e(g)和 f(h)的限定范围得如图 9 所示的 解曲线。



为了尽量满足人类手指的实际尺寸,首先在解 曲线 04-0上选择一合适点 A(图7),而后建立平面 机构解域,把图9所示解曲线 14-1中的可行区段 依次向水平直线映射并相加作为坐标轴。区段1: $x \in [-129.2_1, -100.2_1]; 区段 2: x \in [-129.2_2, -124.2_2]$ 和 $x \in [-117.2_2, -108.8_2]; 区段 3: x \in [-129.2_3, -108.8_3]$ 。于是得到如图 10所示机构 解域。在解域中任取一点与 A 点所对应的杆 b_0d 组 合都可得到八杆机构,由于杆 ef 和 gh 同时连接杆 1 和 4,故可知解域中关于解域对角线对称的点 p 和 p'所对应的八杆机构相同。为了减少重复计算令下 三角实线框中的部分表示解域,但是这些机构可能 存在运动缺陷故需要进行运动缺陷分析。



选择解曲线 04-0 上一点 A 后通过运动缺陷判断剔除解域中存在运动缺陷的机构,可得到如图 11 所示的可行解域图,限定杆长比($R = l_{min}/l_{max}$)为 0.05,得到如图 12 所示的可行解域,在解域中选择一点 K 与 A 组合得到如图 13 所示的八杆机构。



4 结论

(1)给出了多杆机构综合的解曲线及解域建立 方法,并根据解域综合方法开发了八杆机构综合软件。

(2) 提出了基于雅可比矩阵行列式值的符号和





机构运动轨迹的八杆机构四位置运动缺陷判断方 法。该方法为可行解域的形成奠定了基础,同时该 方法不涉及复杂的运算,便于编程实现和推广。



Fig. 13 Eight-bar linkage for point K

(3)综合示例表明,解域综合方法能有效地解 决综合过程中出现的机构选择盲目的问题。同时研 究结果表明解域综合方法对多杆机构的综合是一种 有效、简单且易于掌握的机构综合方法。



- 1 Yi Gu, Weng Xinhua. Kinematic design of a radius-variable gripper with 1-DOF used in high-voltage hot-line cleaning robot [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2008,5(1): 107 - 114.
- 2 Eric T W, David J R. Single degree-of-freedom exoskeleton mechanism design for finger rehabilitation [C] // 2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics, 2011.
- 3 Al-Araidah O, Batayneh W. Conceptual design of single DOF human-link eight-bar leg mechanism [J]. Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering, 2011, 5(4):285-289.
- 4 Daniel G, Christine Q W. Design and optimization of an eight-bar legged walking mechanism imitating a kinetic sculpture Wind Beast[J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2012, 36(4):343-355.
- 5 Gim S S, Ying Fangtian. Dimensional synthesis of planar eight-bar linkages based on a parallel robot with a prismatic base joint [C] // Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference, 2013: V06AT07A051.
- 6 Gim Song Soh, Ying Fangtian, Michael McCarthy J. Dimensional syntheses of planar six-bar linkages by mechanically constrain a PRR serial chain [C] // Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference, 2012: 551 - 557.
- 7 杨通,韩建友,尹来容.基于解域的四精确点球面 4R 机构函数综合[J].农业机械学报,2012,43(10):200-206. Yang Tong, Han Jianyou, Yin Lairong. Spherical 4R function synthesis based on solution regions for four precision points[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(10):200-206. (in Chinese)
- 8 尹来容,韩建友.特殊情况下直线机构解域分析与综合方法[J].农业机械学报,2011,42(4):190-194. Yin Lairong, Han Jianyou. Solution region analysis and synthesis method of straight line mechanism under special configuration [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4):190-194. (in Chinese)
- 9 Yang Tong, Han Jianyou, Yin Lairong. A unified synthesis method based on solution regions for four finitely separated and mixed "Point-Order" positions [J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(11): 1719-1731.
- 10 钱卫香,韩建友.实现连架杆给定角位移的机构综合方法[J].农业机械学报,2009,40(5):222-226.
 Qian Weixiang, Han Jianyou. Synthesis method for planar four-bar linkages given angle displacements of rotating links[J].
 Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(5): 222 226. (in Chinese)
- 11 韩建友,崔光珍,杨通.六杆机构四位置运动生成的解域综合理论与方法[J].北京航空航天大学学报,2014,40(9):
 1170-1175.

Han Jianyou, Cui Guangzhen, Yang Tong. The solution region synthesis theory and method of six-bar linkages with 4-position motion generation [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014,40(9):1170-1175. (in Chinese)

12 杨通,韩建友,崔光珍,等. 给定两连杆运动面的 Watt-I 六杆机构空间解域综合方法[J].农业机械学报,2014,45(10): 307-312.

Yang Tong, Han Jianyou, Cui Guangzhen, et al. Synthesis of Watt-I six-bar linkage based on spatial solution region for given two coupler planes[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(10):307-312. (in Chinese)

13 钱卫香,韩建友.液压支架含拐点直线导路机构综合与分析[J].北京科技大学学报,2013,35(2):234-241. Qian Weixiang, Han Jianyou. Synthesis and analysis of straight-line guiding mechanisms in hydraulic supports using inflection points[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2013, 35(2):234-241. (in Chinese)

- 14 杨通,韩建友.复合四位置刚体导引机构综合的研究[J].农业机械学报,2011,42(3):203-207.
 Yang Tong, Han Jianyou. Rigid-body guidance mechanism synthesis through four mixed positions[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(3):203-207. (in Chinese)
- 15 Mirth J A, Chase T R. Circuit rectification for four precision position synthesis of four-bar and Watt six-bar linkages[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1995, 117(4): 612-619.
- 16 Mirth J A, Chase T R. Circuit rectification for four precision position synthesis of Stephenson six-bar linkages[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1995, 117(4): 644-646.
- 17 Wang Jun, Kwun L T, Xue Changyu. Discriminant method for mobility identification of single degree-of-freedom double-loop linkages[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(5): 740-755.
- 18 Kwun L T, Xue Changyu, Wang Jun. Stretch rotation and complete mobility identification of Watt six-bar chains [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(10): 1877 - 1886.
- 19 Kwun L T, Wang Jun, Xue Changyu. Full rotatability and singularity of six-bar and geared five-bar linkages [J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2010, 2(1): 011011.
- 20 Wang Jun, Kwun L T. Mobility identification of a group of single degree-of-freedom eight-bar linkages [C] // Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conference & Computers and Information in Engineering Conference, 2010: 1739 - 1749.

(上接第359页)

- 23 Zhu Yuanpeng, Han Xuli. Curves and surfaces construction based on new basis with exponential functions[J]. Acta Applicandae Mathematicae, 2014, 129(1): 183 203.
- 24 Wu Beibei, Xie Jiqiang, Li Chunjing. A new extension of quadratic Bézier curves with multiple shape parameters [J]. Journal of Information & Computational Science, 2014, 11(9): 3219 - 3227.
- 25 Zhu Yuanpeng, Han Xuli, Liu Shengjun. Curve construction based on four αβ-Bernstein-like basis functions [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2015, 273(1): 160 - 181.
- 26 胡钢,吉晓民,郭磊.四次带参广义 Bézier 曲面构造与光滑拼接技术[J]. 农业机械学报, 2014, 45(5): 315-321.
 Hu Gang, Ji Xiaomin, Guo Lei. Quartic generalized Bézier surfaces with multiple shape parameters and its continuity conditions [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(5): 315-321. (in Chinese)
- 27 胡钢,秦新强,韩西安,等. 拟三次 Bézier 曲线曲面的拼接技术[J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(11): 46-50, 60. Hu Gang, Qin Xinqiang, Han Xi'an, et al. Continuity conditions for cubic quasi-Bézier curves and surfaces[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010, 44(11): 46-50, 60. (in Chinese)
- 28 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 195-208.

(上接第 371 页)

- 15 Gosselin C, Angeles J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators [J]. Journal of Mechanical Design, 1991, 113(3): 220-226.
- 16 张立杰.两自由度并联机器人的性能分析及尺寸优化[D].秦皇岛:燕山大学,2006. Zhang Lijie. The optimum design an performance criteria of 2-DOF parallel manipulators[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2006. (in Chinese)
- 17 邹冀华,周万勇,韩先国,飞机装配中基于 3-RPS 的并联机构法向调整算法[J].中国机械工程,2011,22(5):557-560. Zou Jihua, Zhou Wanyong, Han Xianguo. Normal adjusting algorithm of a 3-RPS parallel mechanism in airplane assembly[J]. China Mechanical Engineering, 2011,22(5):557-560. (in Chinese)
- 18 唐国明,梅涛. 一种用于无人驾驶汽车运动模拟的 3 自由度并联机构动力学建模[J]. 机械工程学报,2011,47(23):74-81. Tang Guoming, Mei Tao. Dynamic modeling of a three degrees of freedom parallel manipulator for motion simulation of unmanned vehicle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011,47(23):74-81. (in Chinese)
- 19 Liu Xinjun, Wang Jinsong. A new methodology for optimal kinematic design of parallel mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(9): 1210 - 1224.
- 20 黄真,赵永生,赵铁石.高等空间机构学[M].1版.北京:高等教育出版社,2006.