doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2014.02.031

猪粪流变特性与表观粘度模型研究*

石惠娴 吕 涛 朱洪光 徐 凯 王耀华

(同济大学现代农业科学与工程研究院,上海 200092)

摘要:采用旋转粘度计测定了不同含固率、温度条件下新鲜猪粪的流变曲线,并对含固率、温度对猪粪流变特性的 影响进行了分析。结果表明:猪粪为假塑性流体且符合幂率方程。表观粘度随含固率的增大呈现增大趋势,但温 度对其影响不大;表观粘度与含固率曲线存在临界点,可以作为非牛顿流体(猪粪)近似视为牛顿流体的标准;表观 粘度与剪切速率曲线也存在一个临界 D值,提出搅拌死区可以从剪切速度角度来定义。同时对温度影响猪粪表观 粘度的机理进行了讨论;最后对表观粘度与含固率、剪切速率的关系进行了多元非线性回归分析,建立了表观粘度 模型且拟合效果很好,为涉及非牛顿流体(猪粪)的工艺设计和优化提供了函数形式的物性参数关系式。

关键词:猪粪 流变特性 含固率临界点 剪切速率临界点 表观粘度模型

中图分类号: S216.4;TK6 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2014)02-0188-06

引言

猪粪的流变特性对其输送、混合、热交换以及发 酵气体溢出过程有着重要影响。当猪粪表观粘度变 化时,将影响输送和混合过程中设备功率的输入以 及热交换和发酵气体溢出时的效率。因此,研究猪 粪的流变特性对于相关工艺的合理设计显得十分必 要。国内外许多学者对动物粪便的流变特性进行了 研究^[1-11]。

国内比较普遍的是以猪粪为原料的中温厌氧发 酵沼气工程,而国内外对于猪粪流变特性的深入研 究并不多见。其中 Landry 等^[8] 拟合了猪粪稠度系 数与含固率,特定剪切速率条件下表观粘度与含固 率的函数表达式;刘刈等^[12]考察了包括猪粪在内的 6 种畜禽养殖场废弃物悬浮分散系的流变特性,分 析了物料浓度、温度和发酵时间等因素的影响。上 述研究未能很好拟合表观粘度与含固率、剪切速率 这一整体函数关系,且涉及的回归分析使用的是一 元函数,拟合效果不好。本文进行更为准确的多元 非线性回归分析^[13-14],拟合相应数学模型,以期为 沼气工程的工艺设计和优化提供函数形式的物性参 数关系式。

1 实验材料和方法

1.1 实验材料

材料取自上海市崇明县港沿镇合兴村沼气集中

收稿日期:2013-09-15 修回日期:2013-10-25

*国家自然科学基金资助项目(51078287)

供气示范工程禽畜养殖场的新鲜猪粪,粪便取回后 置于冰箱保鲜层冷藏。根据含固率测定方法对多组 猪粪平行样进行测定,得到未经稀释的新鲜猪粪含 固率为33.25%。实验仪器为 DV-S 型旋转数显粘 度计(美国 BROOKFIELD 博勒飞公司);NXS-11B 型旋转粘度计(成都仪器厂)。

1.2 实验方法

1.2.1 含固率和剪切速率对流变特性的影响

为了不改变猪粪的流变特性,用猪粪上清液将 粪便稀释出不同含固率的混合液 200g,上清液先由 离心机分离出来。由于上清液本身含有少量的溶解 猪粪,实验对配制出的混合液重新进行含固率测定, 且都做了平行样,取平均值以减小误差。测得各个 样品的含固率分别为 1.09%、1.84%、2.26%、 4.17%、4.99%、6.87%、9.20%、12.15%、14.55%、 16.88%、18.55%和 20.03%,样品都经过搅拌使其 糊化。

由于粘度计测量范围的不同,本文将含固率 T_s 为 1.09%、1.84%、2.26%、4.17%、4.99%用 DV - S 型粘度计测量,其剪切速率的范围为 0.366 9 ~ 122.3 s⁻¹; T_s 为 6.87%、9.20%、12.15%、14.55%、 16.88%、18.55%、20.03%用 NXS - 11B 型粘度计 测量,其剪切速率的范围为 3.178 ~ 204.3 s⁻¹。通 过恒温水浴加热系统将样品的温度控制在 35°C(此 温度为以猪粪为原料的中温厌氧发酵温度),待读 数稳定后,共读取 7 个数值,取算术平均值。

作者简介:石惠娴,副教授,主要从事可再生能源在沼气工程及其他农业设施领域的应用研究, E-mail: huixian_shi@ tongji. edu. cn 通讯作者:朱洪光,教授,博士生导师,主要从事生物质能源工程研究, E-mail: zhuhg@ tongji. edu. cn

1.2.2 温度对流变特性的影响

选取猪粪含固率分别为 4.17%、18.55% 的两 组混合液,用恒温水浴加热系统将样品温度分别控 制在 15、22、29、35、42、49、55℃,数据读取方法与 1.2.1节相同。

2 实验结果

2.1 猪粪的流变特性

温度 $t = 35 \, \text{℃}$,12 种不同含固率新鲜猪粪的 $\tau = D$ 曲线如图 1 所示。切应力 τ 与剪切速率 D 呈非线 性关系; $\tau = D$ 曲线的斜率即为猪粪的表观粘度,其 随剪切速率的增加而减小,表现出剪切稀化现象;当 剪切速率 $D = 0 \, \text{s}^{-1}$ 时,曲线均趋向原点。这些都表 明猪粪为无屈服应力的假塑性流体,而且含固率愈 高,假塑性程度愈大。



(a) 低含固率 (b) 高含固率

许多学者研究证明畜禽养殖场废弃物悬浮分散 系大多为假塑性流体,可使用幂率方程 $\tau = KD^{*}$ 来描 述其流变特性, τ 是流体切应力(Pa), D 是剪切速 率(D = du/dz, s^{-1})。稠度系数 K 是液体黏稠度的 量度(Pa·sⁿ), K 越大, 液体越黏稠。流变指数 n 是 衡量实际流体与牛顿流体相似程度的指标, n 越小, 剪切越易变稀, 假塑性程度越大, 反之越接近于牛顿 流体。

将各组实验数据按幂率模型进行非线性回归, 所得到的稠度系数 K 与流变指数 n 列于表 1。从数 据可以看出,K 随着含固率的增加而显著增大,n 的 变化趋势则相反。说明猪粪随着含固率的增大而越 黏稠,其流变特性越偏离牛顿流体。当含固率为 1.09%,其稠度系数 K 为 1.316 8 mPa·sⁿ,流变指数 n 为 0.998 9,说明低含固率的猪粪十分趋近于牛顿 流体,表明了猪粪典型的假塑性特征。

表1 不同含固率下新鲜猪粪的 K 和 $n(t = 35^{\circ}C)$

Tab. 1 K and n values of fresh pig manure with different solid holdup ($t = 35^{\circ}C$)

含固率/%	$K/(m \operatorname{Pa} \cdot s^n)$	n	R^2
1.09	1.3168	0. 998 9	0.994
1.84	2.4794	0.9515	0.996
2.26	3.8025	0.9160	0.981
4.17	27.0496	0.7630	0.968
4.99	70.0709	0.7100	0.993
6.87	97.8812	0.6112	0.999
9.20	245. 100 0	0.5206	0.986
12.15	1 299. 600 0	0.4375	0.991
14.55	2 165. 400 0	0.3866	0.994
16.88	4 227. 800 0	0.3469	0.995
18.55	7 619. 500 0	0.3229	0.987
20.03	12 683. 800 0	0. 303 9	0. 989

2.2 流变特性与含固率的关系

目前,中温厌氧发酵沼气工程料液的含固率并 不统一,沼气池内也会因为漂浮和沉降而逐渐分层, 所以考察含固率对猪粪流变特性的影响。图2描述 了5种剪切速率条件下,猪粪含固率对其表观粘度 的影响。



apparent viscosity ($t = 35^{\circ}$ C)

从图 2 中可以看出,新鲜猪粪在 5 种剪切速率 的条件下,其表观粘度随含固率增大而增大,其相应 的切应力就愈大。这是由于猪粪含固率愈高,猪粪 内部具有更强的分子凝聚力,致使猪粪的表观粘度 发生了改变。在低含固率范围内,d η /dT。较小,表 观粘度变化很缓慢,其值也很小。当 T。达到一个临 界点时,d η /dT。逐渐增大,表观粘度随含固率骤然 增加。说明表观粘度在低含固率范围内的变化并不 大,在高含固率范围内会显著增大;剪切速率愈小, 表观粘度随含固率的这种变化趋势愈明显,说明在 低剪切强度下,表观粘度受含固率变化的影响更大。

2.3 流变特性与温度的关系

在 5 种剪切速率条件下,新鲜猪粪的表观粘度 与温度的关系如图 3 所示。由图 3a 可见,猪粪的表 观粘度随温度升高呈现先升高后降低的趋势,但升 降幅度并不是很大,这种趋势在低剪切速率的条件 下表现得更加明显;由图 3b 可见,猪粪的表观粘度 随温度升高呈现先降低后升高再降低的趋势,幅度 也不大;同样剪切速率愈小,表观粘度随温度的这种 变化趋势愈明显,说明在低剪切强度下,温度对猪粪 表观粘度的影响更大一些。

可以看出:温度对猪粪的表观粘度有一定的影 响,但在一个较小的温度变化范围内,温度对猪粪表 观粘度造成的影响并不大。而在以猪粪为原料的实 际大中型沼气工程中,由于热量的自然传递和机械 搅拌,池内上下层的温差并不十分明显。可以这样 认为,在一个较小的温度范围内,温度对猪粪流变特 性的影响并不显著。







按幂率模型用 SAS 软件回归出不同温度下猪 粪的 τ-D 曲线,其 K 和 n 见表 2。从表中的数据来 看,随着温度的升高,猪粪的流变指数 n 大致为先减 小后升高的趋势。表明随着温度升高,猪粪的流变 特性先偏离牛顿流体然后又接近牛顿流体,这与牛 粪有明显的区别^[4]。稠度系数与表观粘度的变化 趋势一致,可以看出,猪粪表观粘度随温度的变化趋 势主要是靠稠度系数实现的。

2.4 流变特性与剪切速率的关系

由图4可以看出:在温度为35℃条件下,不同

表 2 不同温度下猪粪(T_s = 4.17%/18.55%)的 K 和 n Tab. 2 K and n values of pig manure(T_s =

4. 17%/18.55%) with different temperature

温度 /℃	$K(4.17\% / 18.55\%) / (mPa \cdot s^{n})$	n(4.17%/ 18.55%)	<i>R</i> ² (4.17%/ 18.55%)
15	47.75/8019	0. 596/0. 352	0.997/0.994
22	68.5/7440	0. 527/0. 332	0.998/0.985
29	102.0/7 145	0.418/0.334	0.983/0.981
35	113.8/7127	0.389/0.335	0.991/0.987
42	137.1/10 706	0.360/0.274	0.994/0.991
49	161.0/12 439	0.313/0.269	0.987/0.993
55	117.5/11 036	0.345/0.291	0. 993/0. 991

含固率猪粪的表观粘度随剪切速率的增大而减小, 表现出剪切变稀的现象,这是假塑性流体的典型特 征。在低剪切速率范围内,dη/dD 的绝对值很大,η 减小的速度很快且降幅很大。当剪切速率大于一个 临界点时,dη/dD 的绝对值逐渐减小,η 减小的速度 很慢,其值也很小。说明表观粘度在低剪切速率范 围内显著减小,在高剪切速率范围内则变化并不大; 含固率愈高,表观粘度随剪切速率的这种变化趋势 愈明显,降幅也愈大,说明在高含固率条件下,其假 塑性特征愈强。低含固率猪粪的表观粘度曲线几乎 呈直线,其表观粘度随剪切速率的增大几乎不变化, 表现出近似牛顿流体的流动特性。

2.5 表观粘度与含固率、剪切速率关系的多元非线 性回归分析

由于在实际沼气工程中,其上、下层料液的温差



图 4 不同含固率下剪切速率对猪粪表观粘度 的影响(t=35℃)

Fig. 4 Effect of shear rate on apparent viscosity of pig manure at different solid holdup(t = 35℃)
(a) 低含固率 (b) 高含固率

并不大,维持在35℃左右,可见在沼气池中,温度变 化对猪粪流变特性造成的影响并不显著。

由图 5 可见,随着含固率的增加,按幂率模型回 归出来的 K 和 n 分别随之增加和减小,幂函数曲线 和对数函数曲线都比较符合两者的变化趋势;新鲜 猪粪的表观粘度与剪切速率符合幂率模型 $\eta = KD^{n-1}$,基于以上的数学分析,假设了多种可能的数 学模型,对实验数据进行了多元非线性回归分析,拟 合出较好的两种数学模型为

$$\eta = 0.\ 000\ 000\ 378\ 2T_s^{8.\ 130\ 3}D^{1.\ 859\ 6\ -\ 0.\ 869\ 4\ln T_s}$$
(1)





to solid holdup

经过赋值计算与实验数据对比可知,式(1)对 高含固率猪粪的表观粘度拟合较好,而对低含固率 猪粪的表观粘度拟合有较大偏差,式(2)的情况则 相反。针对以上情况,本文将实验数据分成两部分 进行拟合处理,即通过分段函数的形式进行回归分 析,即

$$\eta = \begin{cases} T_{s}^{1.296\,91} T_{s}^{0.512\,97(\ln T_{s})^{2}} D^{T_{s}^{-0.132\,56\ln T_{s-1}}} \\ (T_{s} \leq 5.95\%) \\ 3.205 T_{s}^{0.915\,35\ln T_{s}} D^{T_{s}^{-0.132\,56\ln T_{s-1}}} \\ (5.95\% < T_{s} \leq 20.03\%) \end{cases}$$
(3)

进一步分析该数学表达式,其中 $n = T_s^{-0.13256\ln T_s}$, $K_1 = T_s^{1.29691}T_s^{0.51297(\ln T_s)^2}$, $K_2 = 3.205T_s^{0.91535\ln T_s}$,曲线如图5所示。通过赋值计算与实验数据对比,表明该模型能很好地拟合猪粪表观粘度与含固率、剪切速率的关系。

3 讨论

3.1 将猪粪近似于牛顿流体的理论依据

为了进一步分析 2.2 节中所述表观粘度随含固 率变化存在的临界点,对剪切速率为 7.338 s⁻¹的实 验数据进行多元非线性回归分析,其回归得到的函 数为 $\eta = T_s^{2.02605} T_s^{0.06538(\ln T_s)^2} (R^2 = 0.997)$ 。 可以看出:含固率为 9.20% 左右是临界点,即 为曲线的效应拐点,即低于此含固率时,dη/dT_s 几 乎为零,表观粘度也没有明显增加。高于此含固率 时,dη/dT_s逐渐增大,表观粘度随含固率陡然上升。 这可能是猪粪在不同的含固率区间内,其分子之间 存在着不同的相互作用。这些效应拐点表明猪粪在 含固率低于 9.20% 的条件下,可以将新鲜猪粪近似 视为牛顿流体,这为沼气池 CFD 数值模拟中将低含 固率的料液设定为牛顿流体提供了理论依据,验证 了毕峻玮等在沼气池 CFD 数值模拟中将低含固率 料液设定为介质水的正确性^[15-19]。

3.2 温度对猪粪表观粘度的影响机理

查阅文献发现,猪粪表观粘度随温度的变化趋势与其他畜禽粪便并不一致。例如,牛粪的表观粘度随温度的升高而降低,其下降趋势几乎呈线性关系,剪切速率越低表观粘度下降的幅度越大,变化趋势符合阿伦尼乌斯(Arrhenius model)模型^[4,12]。

对于 2.3 节所述新鲜猪粪表观粘度随温度的变 化趋势,刘刈等^[12]认为是由于猪粪中存在易溶解小 颗粒,低温下以颗粒状态存在,但是当升高到一定温 度,随着液态原料分子运动的加剧,这些小颗粒就溶 解到液相中,使液相浓度加大,产生了表观粘度增大 的现象,这些理论分析缺乏实验论证。温度对猪粪 表观粘度的影响机理仍然不明确,由于本文着重于 考察较小的温度范围(35 ± 2)℃,温度对猪粪流变 特性的影响,根据 2.3 节所得到的结论,完全可以忽 略温度这一影响因素。

3.3 从剪切速率角度定义搅拌死区

针对图4曲线存在的一系列拐点,即低于此剪 切速率时, $d\eta/dD$ 的绝对值较大, η 显著减小;而高 于此剪切速率时, $d\eta/dD$ 几乎为零, η 没有明显减 小。众所周知,在沼气工程搅拌系统的设计中,搅拌 死区是评价搅拌效果的重要指标,但其概念却没有 科学的定义。Wu^[9]在厌氧消化池的非牛顿流体 CFD 数值模拟中将速度小于 0.001 m/s 的区域定义 为搅拌死区;王令闪等^[20]将搅拌釜内液相速率小于 0.01U(叶端速率)的区域定义为搅拌死区,这些都 是从料液速率的角度进行定义的。根据对猪粪表观 粘度与剪切速率关系的分析,提出搅拌死区应该从 剪切速率这个角度进行定义,其分界点应该是图中 出现效应拐点的位置。在小于该剪切速率的条件 下,猪粪处于较高的表观粘度状态,未参与沼气池中 的循环流场,以类似于固体的形式在池中分布;而在 大于该剪切速率的条件下,猪粪的表观粘度较小,以 流动的形式在池中循环。

4 结束语

在 t = 35℃的条件下,利用旋转粘度计对多组新 鲜猪粪的表观粘度进行了测量,其中对含固率为 4.17%和18.55%的新鲜猪粪在不同温度下也进行 了测量,其含固率的变化范围为1.09%~20.03%, 剪切速率的变化范围分别为0.3669~122.3 s⁻¹和 3.178~204.3 s⁻¹,温度的变化范围为15~55℃。 验证了猪粪为非牛顿流体中的假塑性流体,可以使 用幂率模型描述切应力与剪切速率之间的关系。随 着含固率的增加,稠度系数显著增大,n的变化趋势 相反,猪粪的流变特性则逐渐偏离牛顿流体。表观 粘度随含固率的增大呈现出"仰头增"趋势,且趋势 线存在一个临界含固率(约9.20%),当低于这个值 时,表观粘度随含固率的增大变化很缓慢, η 也很 小;高于这个值时, η 骤然增加。该临界值可以作为 非牛顿流体(新鲜猪粪)近似视为牛顿流体的标准。 表观粘度随温度升高大致呈现先变大后减小的缓慢 趋势,对于这种反常趋势的原因进行了讨论;另外, 在一个较小的温度范围内,温度对 η 的影响并不 大。表观粘度随剪切速率的增大而减小,表现出剪 切变稀的现象。表观粘度曲线存在一个临界D值, 当低于这个值时, η 迅速减小;当高于这个值时, η 减速放缓。据此本文提出可以从剪切速率这个角度 对搅拌死区的概念进行定义。对表观粘度与含固 率、剪切速率的关系进行了多元非线性回归分析,得 到了分段函数形式的数学模型,拟合效果很好。

参考文献

- 1 Chen Y R. Impeller power consumption in mixing livestock manure slurries [J]. Transactions of the ASAE, 1981, 24(1):187 192.
- 2 Chen Y R, Hashimoto A G. Rheological properties of aerated poultry waste slurries [J]. Transactions of the ASAE, 1976, 19(1): 128 - 133.
- 3 Chen Y R. Rheological properties of sieved beef-cattle manure slurry: rheological model and effects of temperature and solids concentration [J]. Agricultural Wastes, 1986,15(1):17-33.
- 4 Chen Y R, Shetler E L. Temperature effect on rheological properties of cattle manure slurry [J]. Journal of Testing and Evaluation, 1983,11(6): 360-364.
- 5 Andrade E N Da C. The viscosity of liquids [J]. Nature, 1930, 125(3148): 309 310.
- 6 El-Mashad H M, Loon W K P, Zeeman G, et al. Rheological properties of dairy cattle manure [J]. Bioresource Technology, 2005, 96(5):531-535.
- 7 Moeller G, Torres L G. Rheological characterization of primary and secondary sludges treated by both aerobic and anaerobic digestion [J]. Bioresource Technology, 1997, 61(3): 207 211.
- 8 Landry H, Lague C, Roberge M. Physical and rheological properties of manure products [J]. Applied Engineering in Agriculture, 2004,20(3):277-288.
- 9 Wu B, Chen S. CFD simulation of non-Newtonian fluid flow in anaerobic digesters [J]. Biotechnology and Bioengineering, 2008, 99(3): 700 - 711.
- 10 王清章,邱承光,彭光华,等. 莲藕粉糊的流变特性实验研究[J]. 农业工程学报,2002,18(4):116-119.
 Wang Qingzhang, Qiu Chengguang, Peng Guanghua, et al. Experimental studies on rheological properties of lotus root powder paste[J]. Transactions of the CSAE,2002,18(4):116-119. (in Chinese)
- 11 汪超,李斌,徐潇,等. 魔芋葡甘聚糖的流变特性研究[J]. 农业工程学报,2005,21(8):157-160.
 Wang Chao, Li Bin, Xu Xiao, et al. Rheological properties of konjac glucomannan[J]. Transactions of the CSAE,2005,21(8): 157-160. (in Chinese)
- 12 刘刈,邓良伟,王智勇,等.几种厌氧消化原料的流变特性及其影响因素[J].农业工程学报,2009,25(8):204-209. Liu Yi, Deng Liangwei, Wang Zhiyong, et al. Rheological properties of several kinds of feedstocks for anaerobic fermentation and their influencing factors[J]. Transactions of the CSAE,2009,25(8):204-209. (in Chinese)
- 13 黄燕,吴平. SAS 统计分析及应用[M]. 北京:机械工业出版社,2006:213-227.
- 14 高惠璇. 实用统计方法与 SAS 系统[M]. 北京:北京大学出版社,2001:77-82.
- 15 毕峻玮,朱洪光,石惠娴,等. 沼气气池搅拌的 CFD 模拟及温度场验证[J]. 农业工程学报,2010,26(10):283-289.
 Bi Junwei, Zhu Hongguang, Shi Huixian, et al. CFD simulation and temperature field validation of biogas digester mixing[J].
 Transactions of the CSAE, 2010, 26(10): 283-289. (in Chinese)
- 16 朱洪光,毕峻玮,石惠娴,等. 全混式厌氧反应器搅拌方式分析与优化[J]. 农业机械学报,2011,42(6):127-131,137.
 Zhu Hongguang, Bi Junwei, Shi Huixian, et al. Analysis and optimization of different mixing method in completly mixed digesters
 [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2011,42(6):127-131,137. (in Chinese)
- 17 马庆勇. 浆液池叶轮式搅拌器设计、数值模拟及 PIV 实验研究[D]. 镇江:江苏大学,2007.
- 18 姜勇,邓立康,徐光辉,等. 侧搅拌发酵罐内流场特性的模拟研究[J]. 中国设备工程,2012(7):45-47.

- 19 Meroney R N, Colorado P E. CFD simulation of mechanical draft tube mixing in anaerobic digester tanks [J]. Water Research, 2009,43(4):1040-1050.
- 20 王令闪,苏红军,徐世艾. 高黏体系中最大叶片式搅拌桨直径的 CFD 优化[J]. 化学工程,2011,39(7):9-12. Wang Lingshan, Su Hongjun, Xu Shiai. Optimization of maxblend impeller diameter in high viscous fluid by CFD[J]. Chemical Engineering,2011,39(7):9-12. (in Chinese)

Rheological Properties and Apparent Viscosity Model of Pig Manure

Shi Huixian Lü Tao Zhu Hongguang Xu Kai Wang Yaohua

(Modern Agricultural Science and Engineering Institute, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Rheological curves of pig manure with different solid holdup and temperatures were measured by a rotational viscometer. The effects of solid holdup and temperatures on the rheological behaviors were studied. The results indicated that pig manure behaved like pseudoplastic fluid and followed the power law model. The apparent viscosity showed an "upward growth" trend with the increase of solid holdup, but the temperature had little influence on it. There were some critical points on viscosity and solid curves, and they could be used as the standard of non-Newtonian fluid (pig manure) regarded as Newtonian approximately. There were also some critical D values on viscosity and shear rate curves, proposing that they could be used as definition of dead zone. The mechanism for temperature affecting apparent viscosity was discussed. Finally, the relationship between analyzed apparent viscosity and solid holdup and shear rate with the help of multiple nonlinear regression were analyzed, and a mathematical model was established and fitted well with experimental results, which provided the relationship of physical parameters in the functional form for process design and optimization involving non-Newtonian fluid (pig manure).

Key words: Pig manure Rheological properties Solid holdup critical point Shear rate critical point Apparent viscosity model