doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2013.10.007

含双间隙模型轿车转向系非线性动力学特性研究*

王威陈军宋玉玲

(西北农林科技大学机械与电子工程学院,陕西杨凌 712100)

摘要:轿车大部分属于独立悬架汽车,前桥是断开式的,转向系结构比非独立悬架汽车复杂,前轮发生摆振的原因 不明,严重阻碍了车辆的摆振控制。前轮的长期摆振会导致车辆发生爆胎,失去操纵稳定性。针对该问题综合考 虑转向机构弹性与非线性因素的影响,包括转向横拉杆两端铰链间隙、齿轮齿条转向器啮合间隙,轮胎非线性侧向 力和主销处干摩擦等,基于第二类拉格朗日方法建立转向系4自由度髙维非线性振动模型,通过数值计算得出车 轮存在不平衡质量时转向系统的非线性参数、结构参数以及安装位置参数对模型振动特性的影响规律,揭示了参 数间的相互影响关系和系统的振动特点,为轿车转向系参数的动态设计与合理匹配及摆振控制提供了理论依据和 技术支持。

关键词:轿车转向系 拉格朗日建模 双间隙模型 非线性振动特性 参数影响规律中图分类号: U461 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2013)10-0041-06

Nonlinear Dynamic Characteristics of Car's Steering System with Double Clearance Models

Wang Wei Chen Jun Song Yuling

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Northwest A&F University, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: Most cars belong to independent suspension vehicle and their front shafts are broken, for which their steering system are more complex than non-independent suspension vehicle. The reason of the front wheels occur to oscillate is not evident which keeps shimmy control from going. It is a severe problem that needed to be solved urgently because it can lead to the tires bursting and lose manipulation stability. Therefore, many nonlinear factors and mechanism elasticity were taken into account synthetically during modeling, including clearance of steering mechanism, elasticity and clearance of redirector, nonlinear lateral force of tire, dry friction of the pin. Based on the second Lagrange method, 4-DOF high dimension nonlinear vibration model was established. Numerical analysis presented the influence rules of nonlinear parameters, structural parameters and positional parameters to vibration characteristics of the steering system, and open out the vibration specialty of the system and mutual influence relation of system parameters. The results could give the theoretical and technical support for dynamic design and mutual matching of structural parameters, and shimmy control.

Key words: Car's steering system Modeling by Lagrange method Double clearance models Nonlinear vibration specialty Parameters influence rules

引言

目前,国内外学者对汽车前轮摆振的研究主要

集中于非独立悬架汽车,对独立悬架汽车的研究较 少^[1~3],主要由于前轮摆振现象最初发现于非独立 悬架汽车。独立悬架汽车前轮的垂向运动相互独

收稿日期: 2013-03-22 修回日期: 2013-06-15

^{*}高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20120204120017)、中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(QN2011141)和西北农林 科技大学博士科研启动基金资助项目(2010BSJJ016)

作者简介: 王威,讲师,博士,主要从事机械动力学、车辆动力学与控制和非线性控制理论研究,E-mail: wangwei79912@ sina. com 通讯作者: 陈军,教授,博士,主要从事现代农业装备和车辆动力学与控制研究,E-mail: chenjun_jdxy@ nwsuaf. edu. cn

立,转向机构相对复杂,给动力学建模带来了不便, 因此独立悬架汽车的前轮摆振问题至今没有得到很 好的解决。国外学者对非独立悬架汽车摆振开展了 大量的研究^[4-6],为转向系非线性振动问题的研究 奠定了理论基础;还有很多学者在车辆摆振方面做 了有意义的研究工作^[7-9],应用的研究方法如特征 值法和多体动力学方法等,但研究对象仍以非独立 悬架汽车或单纯的轮子摆振为主。国内在非独立悬 架汽车转向系振动领域的研究以文献[10~11]为 代表,指出摆振的本质是 Hopf 分岔出现稳定极限环 的振动现象,但模型中忽略了转向机构中存在的部 分非线性因素。文献[12~13]对独立悬架汽车摆 振行为进行了初步的分析,所建模型均为线性模型, 对系统进行了模态分析与被动阻尼控制仿真。

42

综上所述,国内外学者对非独立悬架汽车摆振 的研究已经取得了长足的进展,明确了摆振系统的 非线性振动特性及各参数对系统摆振的影响,但对 独立悬架汽车摆振的研究较少且以线性研究为主。 因此,本文以独立悬架汽车为研究对象,分析其摆振 特性,旨在揭示系统的非线性动力学性态及各参数 对系统振动特性的影响规律。

1 含双间隙模型的转向系非线性振动模型

独立悬架汽车转向系结构与非独立悬架汽车相 比复杂得多,非独立悬架汽车转向机构由四杆机构 组成,动力学建模时考虑左、右车轮的摆动和前桥的 整体振动3个自由度^[14],而轿车(独立悬架汽车)转 向系的动力学建模相对复杂,在忽略前悬架影响的 情况下要考虑左、右车轮的摆动,齿轮齿条转向器中 齿条的水平振动以及转向器齿轮总成的扭转振动 4个自由度,由于车辆的长期使用,还要同时计及铰 链处间隙、齿轮齿条的啮合间隙、主销处干摩擦的影 响。轿车转向系运动原理图和等效力学模型如图1 和图2所示。





建立动力学模型时作以下合理假设:①车辆直 线匀速行驶,车轮处于纯滚动状态,无滑动现象出 现。②忽略车轮的前束与外倾,在主销定位参数中



Fig. 2 Equivalent dynamic model of steering system

只考虑对摆振影响较大的后倾角。③考虑转向横拉 杆的弹性作用,将其等效为弹簧-阻尼单元。④考虑 齿轮齿条的啮合间隙、啮合刚度和阻尼的影响,将其 等效为扭转弹簧-阻尼单元。⑤忽略簧载质量的振 动,认为转向盘固定不动。图2中 φ_1 、 φ_2 为左右轮 绕主销的摆角, k_1 、 k_2 为左、右转向横拉杆的等效刚 度, c_1 、 c_2 为左、右转向横拉杆的等效阻尼, k_3 为齿轮 齿条转向器的等效啮合刚度, c_3 为齿轮齿条转向器 的等效啮合阻尼,x为转向器齿条振动位移, φ_3 为转 向器齿轮总成扭转角, α 为转向器齿条与转向横拉 杆间的夹角, β 为梯形臂与转向横拉杆间的夹角。

认为左、右车轮的摆角较小,转向器齿条与转向 横拉杆方向的夹角 α、梯形臂与转向横拉杆间的夹 角 β 近似不变,转向横拉杆两端铰链间隙采用非连 续接触的分断非线性间隙模型来描述,令

自由状态时,其函数表达为

$$|x_{i}| \leq \Delta_1 \quad (i=1, 2)$$

式中 Δ1---转向横拉杆两端铰链间隙

等效弹簧变形量 $\delta_i = 0, i = 1, 2_o$

接触状态时,等效弹簧变形量为

$$\delta_{i} = \begin{cases} x_{ri} - \Delta_{1} & (x_{ri} \ge \Delta_{1}) \\ x_{ri} + \Delta_{1} & (x_{ri} < -\Delta_{1}) \end{cases} \quad (i = 1, 2)$$

齿轮齿条的啮合间隙同样采用分断非线性间隙 模型描述,自由状态时,其函数表达为

 $|x - \varphi_3 d_3 / 2| \leq \Delta_2$

式中 d3--分度圆直径

 Δ_2 ——齿轮齿条的啮合间隙

等效弹簧的变形量 $\delta_3 = 0_{\circ}$

接触状态时,等效弹簧的变形量为

$$\delta_{3} = \begin{cases} x - \varphi_{3}d_{3}/2 - \Delta_{2} & (x - \varphi_{3}d_{3}/2 \ge \Delta_{2}) \\ x - \varphi_{3}d_{3}/2 + \Delta_{2} & (x - \varphi_{3}d_{3}/2 < -\Delta_{2}) \end{cases}$$

主销处干摩擦扭矩函数为

 $M_i = -M_c \operatorname{sgn}(\dot{\varphi}_i) \quad (i = 1, 2)$ 式中 M_c ——干摩擦幅值

其中

基于上述的模型表达,采用第二类拉格朗日方 法建立含双间隙模型的转向系非线性振动模型,第 二类拉格朗日方程的具体表达式为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial E}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_{r}} - \frac{\partial E}{\partial \boldsymbol{q}_{r}} + \frac{\partial H}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_{r}} + \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{q}_{r}} = \boldsymbol{Q}_{r} \qquad (1)$$

式中 E——系统动能 U——系统势能 H——系统耗散能 q,——第r个广义坐标 Q.——第r个广义坐标上作用的广义力

根据拉格朗日方程定义非线性摆振系统的广义 坐标为 $q_r = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & x & \varphi_3 \end{bmatrix}^T$,计算得出系统的动 能表达式为

$$E = \frac{1}{2}J_1\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_3\dot{\varphi}_3^2 \quad (2)$$
$$A = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_r} = \begin{bmatrix} J_1\ddot{\varphi}_1\\ J_2\ddot{\varphi}_2\\ m\ddot{x}\\ J_3\ddot{\varphi}_3 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial E}{\partial q_r} = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}$$

式中 J₁——左前轮总成绕其主销的转动惯量 J₂——右前轮总成绕其主销的转动惯量

- J₃——转向器齿轮总成绕转轴的转动惯量
- m----齿条质量

将车轮重力和轮胎变形产生的垂向力作为系统 受到的外力则系统势能为

$$U = \frac{1}{2}k_{1}\delta_{1}^{2} + \frac{1}{2}k_{2}\delta_{2}^{2} + \frac{1}{2}k_{3}\delta_{3}^{2} + \frac{1}{2}k_{4}\varphi_{3}^{2} \qquad (3)$$
$$B = \frac{\partial U}{\partial q_{r}} = \begin{bmatrix} lk_{1}\delta_{1}\cos\tau\cos(\pi/2 - \beta) \\ lk_{2}\delta_{2}\cos\tau\cos(\pi/2 - \beta) \\ k_{3}\delta_{3} - (k_{1}\delta_{1} + k_{2}\delta_{2})\cos\alpha \\ k_{4}\varphi_{3} - k_{3}\delta_{3}d_{3}/2 \end{bmatrix}$$

式中 k₄——转向器齿轮总成与其连接结构间的角 刚度

系统耗散能为

$$H = \frac{1}{2}\bar{c}_{1}\dot{\varphi}_{1}^{2} + \frac{1}{2}\bar{c}_{2}\dot{\varphi}_{2}^{2} + \frac{1}{2}\bar{c}_{3}\dot{\varphi}_{3}^{2} + \frac{1}{2}c_{1}\dot{\delta}_{1}^{2} + \frac{1}{2}c_{2}\dot{\delta}_{2}^{2} + \frac{1}{2}c_{3}\dot{\delta}_{3}^{2} + \frac{1}{2}c_{4}\dot{\varphi}_{3}^{2}$$
(4)

$$\boldsymbol{C} = \frac{\partial H}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_{r}} = \begin{bmatrix} \overline{c}_{1} \dot{\varphi}_{1} + lc_{1} \dot{\delta}_{1} \cos\tau \cos(\pi/2 - \beta) \\ \overline{c}_{2} \dot{\varphi}_{2} + lc_{2} \dot{\delta}_{2} \cos\tau \cos(\pi/2 - \beta) \\ c_{3} \dot{\delta}_{3} - (c_{1} \dot{\delta}_{1} + c_{2} \dot{\delta}_{2}) \cos\alpha \\ (\overline{c}_{3} + c_{4}) \dot{\varphi}_{3} - c_{3} \dot{\delta}_{3} d_{3} / 2 \end{bmatrix}$$

式中
$$\bar{c}_1, \bar{c}_2$$
——左、右前轮绕其主销的旋转阻尼
 \bar{c}_3 ——转向器齿轮的等效角阻尼
 c_4 ——转向器齿轮总成与其连接结构间的等
效角阻尼

考虑左轮不平衡质量的作用,忽略齿条与其支 撑间的摩擦影响,广义坐标对应的广义力可以写为

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{Q}_{r} = \begin{bmatrix} Q_{r1} & Q_{r2} & Q_{r3} & Q_{r4} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

 $\dot{F}_{yi} = \rho \left[v\varphi_i - (1/k)vF_{yi} + D\dot{\varphi}_i \right] \quad (i = 1, 2) \quad (5)$ 式中 ρ ——轮胎侧向刚度

k——轮胎侧偏刚度

根据式(1),非线性振动系统的动力学方程可 以表达为

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} + \boldsymbol{C} = \boldsymbol{D} \tag{6}$$

2 模型参数对系统非线性振动特性的影响

所建模型表达了含双间隙和干摩擦函数的复杂 非线性摆振系统,并且含有微分方程所表示的轮胎 侧向力,难以用解析法进行求解,因此在动力学建模 的基础上,将式(5)与(6)联立,基于4阶变步长龙 格-库塔法求得系统的数值解。仿真研究中应用到 的主要动力学参数见表1。

表1 仿真参数

Tab.1 Simulation parameters

参数	数值	参数	数值
$J_1 J_2 / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	15	F_{z10} , F_{z20} / N	5×10^{3}
$J_3/\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$	6	$m_1 m_2/\mathrm{kg}$	12
m/kg	2.5	$m_0 r_0 / \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}$	0.2
l/m	0.3	r/m	0.3
$k_4 / \operatorname{N} \boldsymbol{\cdot} \operatorname{m} \boldsymbol{\cdot} \operatorname{rad} {}^{-1}$	7×10^4	$c_4/\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}\cdot\mathrm{rad}^{-1}$	10
$\overline{c}_1 \ \overline{c}_2 / N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$	50	$\overline{c}_3 / \operatorname{N} \cdot \operatorname{m} \cdot \operatorname{s} \cdot \operatorname{rad}^{-1}$	20
$\rho/\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$	1.9×10^{5}	$k/N \cdot rad^{-1}$	9.4 × 10^4

选取主销后倾角 $\tau = 0.08$ rad,滚动阻力系数 $\mu = 0.7$,轮胎的垂向刚度 $k_s = 6 \times 10^5$ N/m,转向节 有效长度 L = 0.15 m,轮胎拖距 D = 0.05 m,失衡量 与水平方向的初始夹角 $\alpha_1 = \pi/4, \alpha_2 = -\pi/4$,干摩 擦扭矩幅值 $M_c = 10$ N·m/rad,令车速区间为 40 ~ 160 km/h,进行了大范围的参数研究。分析左前轮 摆角最大值随转向横拉杆刚度和阻尼、转向器啮合 刚度和阻尼以及双间隙的变化规律,计算摆角最大 值随横拉杆与车辆纵轴夹角 α 的分岔规律,仿真结 果见图 3 ~ 8。



Fig. 3 Tie-rod stiffness influence to vibrating system

图 3 是当 $k_1 = k_2$, $k_3 = 6 \times 10^4$ N/m, $c_3 = 10$ N·s/m, $c_1 = c_2 = 20$ N·s/m, $\Delta_1 = 0.001$ m, $\Delta_2 = 0.000$ 5 m 时, 计算得到的转向横拉杆刚度对系统振动特性的影响 规律。由图可知, 车速在 40 km/h 和 160 km/h 之 间, 左前轮摆角的最大值随着横拉杆刚度的减小而 增大, 在刚度差值相同的情况下, 摆角增加量随刚度 的减小显著加大, 设计时应设法增大转向横拉杆刚 度, 提高轿车抗摆性能。在 $k_1 = k_2 = 5 \times 10^4$ N/m 的 条件下, 令 $c_1 = c_2$, 得到摆角最大值随横拉杆等效 阻尼的变化规律如图 4 所示, 由图可知, 车辆行驶速 度在 35 km/h 以上时, 通过增加阻尼来减小前轮摆 角最大值的方式起不到良好的减幅效果, 但在车速 小于 35 km/h 时, 可以通过该方法来降低摆角幅值, 特别是当车速在 25~35 km/h 之间幅值最大值随阻





尼的增加下降得比较明显。设计时要保证不影响转 向灵活性的前提下适当增加横拉杆的等效阻尼系数 来降低低速摆振。



图 5 和图 6 是齿轮齿条转向器啮合刚度和阻尼 对系统非线性振动特性的影响。选取仿真参数如 $\overline{r}: k_1 = k_2 = 5 \times 10^4 \text{ N/m}, c_1 = c_2 = 20 \text{ N} \cdot \text{s/m}, \Delta_1 =$ $0.001 \text{ m}, \Delta_2 = 0.0005 \text{ m}_{\odot}$ 令 $c_3 = 10 \text{ N} \cdot \text{s/m}_{\odot}$ 计算得 到啮合刚度对摆角最大值的影响规律如图 5 所示, 车速在 40~80 km/h 范围内,摆角最大值随啮合刚 度的提高而减小,车速在80~160 km/h范围内,当 刚度增加到一定程度时,摆角最大值减小得并不明 显,部分车速所对应的摆角峰值有随啮合刚度增加 而增大的趋势,但增加较小。令 $k_3 = 6 \times 10^4$ N/m,仿 真得到啮合阻尼对摆角最大值的影响规律如图 6 所 示,当车速在10~20 km/h之间时,随着啮合阻尼的 增大摆角最大值有下降的趋势,但阻尼增大到一定 程度时摆角最大值下降幅度微小,作用不是很明显。 当车速大于 20 km/h 时,通过增加啮合阻尼来降低 摆角最大值的方法失效,改变啮合阻尼对摆角最大 值几乎无影响。设计时啮合刚度和阻尼要大小适 中,不能过大也不能过小,这样才能有效抑制轿车低 速与高速摆振。



图 7 和图 8 是横拉杆铰链间隙和齿轮齿条啮合 间隙对系统非线性振动特性的影响,选取仿真参数











如下: $k_1 = k_2 = 5 \times 10^4$ N/m, $c_1 = c_2 = 20$ N·s/m, $c_3 = 10$ N·s/m, $k_3 = 6 \times 10^4$ N/m, $\diamond \Delta_2 = 0.0005$ m, 计算 得到横拉杆铰链间隙对摆角最大值的影响如图 7 所 示,随着铰链间隙的增大,摆角最大值有明显增大的 趋势,间隙呈等间距增加摆角最大值也近似呈等间 距增大,这一点与图 3 截然不同。 $\diamond \Delta_1 = 0.0010$ m, 计算得到齿轮齿条啮合间隙对摆角最大值的影响规 律如图 8 所示,车速在 40 ~ 150 km/h 的范围内,摆 角最大值随啮合间隙的增大而增大,当车速大于 150 km/h 时,出现了间隙大摆角最大值反而小的现 象。因为 150 km/h 速度较大,轿车很少在该速度以 上行驶,从降低摆角的角度出发还是应该尽量减小 横拉杆铰链间隙和齿轮齿条的啮合间隙。

摆角位移最大值随转向器齿条与转向横拉杆间 的夹角 α 的分岔图、与之相对应的 Poincare 映射和 相图如图 9、10 所示, 仿真参数为: $k_1 = k_2 = k_3 = k_2 = k_2 = k_3 = k_2 =$ 5×10^4 N/m, $c_1 = c_2 = 20$ N·s/m, $c_3 = 10$ N·s/m, $k_3 = 10$ 6×10^4 N/m, $\Delta_1 = 0.0010$ m, $\Delta_2 = 0.0005$ m, $\Leftrightarrow \beta =$ $5\pi/9 \text{ rad}, v = 80 \text{ km/h}, 通过改变分岔参数 \alpha 的值,$ 打印摆角 φ_1 得到系统的分岔图。由分岔图可知,在 分岔区间 0.643 < α < 0.652 和 0.655 < α < 0.668 内,系统呈稳定的周期1运动, $\alpha = 0.65$ 时对应的相 图如图 10c 所示,这对于摆振的动态设计是十分有 利的:系统在 α = 0.642 处发生逆向被周期分岔进入 混沌运动, $\alpha = 0.63$ 时系统的 poincare 映射如图 10a 所示;系统在α=0.668时发生正向切分岔进入混沌 运动, α = 0.68 时系统的 poincare 映射如图 10b 所 示。由于系统参数匹配不当使系统在分岔参数区间 内作非周期运动,即失去了稳定性,显然是不合理 的,因此设计时要考虑系统的运动规律,合理匹配动 态参数,使系统作稳定的周期运动,这样有利于车辆 的摆振控制。





3 结论

(1)基于第二类拉格朗日方法建立了轿车转向 系4自由度非线性振动模型,模型中考虑了横拉杆 两端铰链间隙和齿轮齿条转向器的啮合间隙,使模





Fig. 10 Poincare mapping and phase diagram of left-front wheel oscillation angle

(a) 左前轮摆角 poincare 映射, $\alpha = 0.63$ (b) 左前轮摆角 poincare 映射, $\alpha = 0.68$ (c) 左前轮摆角相图, $\alpha = 0.65$

型更加贴近实际。

(2)分析了转向系动态参数对其非线性振动特性的影响规律,特别是模型中包含的双间隙对系统振动特性的影响以及横拉杆刚度、阻尼,转向器的啮 合刚度、阻尼等对系统振动特性的影响。指出了转 向系动态设计时应该注意的重要问题,为摆振的综 合动态设计提供了重要的理论依据。 (3)研究了系统以转向器齿条与横拉杆间的夹 角为分岔参数的分岔行为,结果表明转向系的振动 不仅和系统的动态参数有关,还与转向器齿条和横 拉杆的安装位置有关,安装位置和动态参数匹配不 合理会导致轿车转向系周期运动失稳,严重影响车 辆的行驶稳定性,设计时应综合加以考虑。

参考文献

- 魏道高,蒋艮生. 主销后倾角对独立悬架汽车自激摆振极限环特性的影响[J]. 农业机械学报, 2012, 43(12): 5~10.
 Wei Daogao, Jiang Gensheng. Effect of caster angle on multiple limit cycles in independent suspension shimmy[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(12): 5~10. (in Chinese)
- 2 王威,宋玉玲. 薛彦冰. 高速下轿车转向系非线性振动的分岔特性研究[J]. 机械工程学报, 2012, 48(9): 103~110. Wang Wei, Song Yuling, Xue Yanbing. Bifurcation characteristics on nonlinear vibration of a car's steering system when it runs at a high speed[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(9): 103~110. (in Chinese)
- 3 Wang W, Song Y. Nonlinear vibration semi-active control of automotive steering using magneto-rheological damper [J]. Meccanica, 2012, 47(8): 2 027 ~ 2 039.
- 4 Kovacs A P. Computational vibration analysis of vehicle shimmy by a power-work method [J]. Vehicle System Dynamics, 1998, 29(6): 341 ~ 364.
- 5 Kimura T, Hanmura Y, Takata H, et al. Analysis of steering shimmy accompanied by sprung mass vibration on light duty truck-fundamental mechanism [J]. JSAE Review, 1996, 17(3): 301 ~ 306.
- 6 Kageyama I, Emoto K. Shimmy phenomenon on steering system of two-wheeled vehicle [J]. Tansactions of the Japan Society of Mechanical Engineers: C, 1995, 61(582): 565 ~ 571.
- 7 Jan M, Anders H, Torsten L. Two types of limit cycles of a resonant converter modelled by a three-dimensional systems [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2008, 2(4): 1275 ~ 1286.
- 8 Olivier A B, Jesus R. Simulation of wheels in nonlinear flexible multi-body systems [J]. Multi-body System Dynamics, 2002, 7(4): 407 ~ 438.
- 9 John L. Damper stops wheel wobble [J]. Design News, 2001(9): 55 ~ 62.
- 10 李胜,林逸. 非独立悬架汽车转向轮自激型摆振的分岔特性分析[J]. 机械工程学报,2004,40(12):187~191.
 Li Sheng, Lin Yi. Study on the bifurcation character of steering wheel self-excited shimmy of motor vehicle with dependent suspension[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2004, 40(12):187~191. (in Chinese)
- 11 张琪昌,陈予恕. 汽车转向轮摆振的稳定性和分叉特性[J]. 天津大学学报,1995,28(3):409~414. Zhang Qichang, Chen Yushu. Studying the stability and bifurcation character of automobile shimmy[J]. Transactions of Tianjin University, 1995, 28(3): 409~414. (in Chinese)
- 12 王望予,吕振华,姜红军. 微型汽车独立悬架转向轮摆振及其阻尼控制初步研究[J]. 中国公路学报,1993,6(4):72~78. Wang Wangyu, Lü Zhenhua, Jiang Hongjun. Independently sprung front wheel shimmy and its reduction of a light duty truck[J]. China Journal of Highway and Transport, 1993, 6(4):72~78. (in Chinese)
- 13 宋健,钱珠声,管迪华.独立悬架汽车摆振的研究[J].汽车技术,1996(1):1~6.
 Song Jian, Qian Zhusheng, Guan Dihua. Shimmy study on independent suspension automobile [J]. Automobile Technology, 1996(1):1~6. (in Chinese)
- 14 李胜,林逸. 汽车转向轮摆振分岔特性的数值仿真[J]. 吉林大学学报:工学版,2005,35(1):7~11. Li Sheng, Lin Yi. Numerical analysis of bifurcation character of steering shimmy[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition,2005, 35(1):7~11. (in Chinese)
- 15 贺丽娟. 汽车前轮摆振的仿真计算研究[D]. 天津:河北工业大学,2004.
 He Lijuan. A simulation calculation research on front wheel shimmy for automobile[D]. Tianjin: Hebei Institute of Techonology, 2004. (in Chinese)

(上接第135页)

- 19 Nepf H M, Vivoni E R. Flow structure in depth-limited, vegetated flow[J]. Journal of Geophysical Research, 2000, 105(C12): 547 ~ 557.
- 20 Luhar M, Rominger J, Nepf H. Interaction between flow, transport and vegetation spatial structure [J]. Environ. Fluid Mech., 2008, 8(5~6): 423~439.
- 21 Nepf H M. Hydrodynamics of vegetated channels [J]. Journal of Hydraulic Research, 2012, 50(3): 262 ~ 279.