

DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.12.014

玉米种子内部机械裂纹产生与扩展的微观机理^{*}

张新伟¹ 李心平² 杨德旭¹ 刘德军¹ 高连兴¹

(1. 沈阳农业大学工程学院, 沈阳 110866; 2. 河南科技大学车辆与动力工程学院, 洛阳 471003)

【摘要】 应用 Cottrell 位错塞积模型分析了玉米种子内部机械裂纹产生机理, 采用 Griffith 能量平衡理论和分形几何理论推导了机械裂纹扩展速度与扩展路径维数计算公式, 并对内部机械裂纹扩展速率进行分形分析。结果表明: 当玉米种子局部所受应力达到一定时, 其内部即产生机械裂纹; 根据玉米种子内部机械裂纹扩展运动学公式, 内部裂纹扩展宏观速度小于分形扩展速度; 由玉米种子内部机械裂纹扩展路径的分形维数公式求出其维数为 1.139 5; 淀粉颗粒尺寸相同时, 裂纹沿淀粉颗粒扩展的速率最快。

关键词: 玉米种子 机械裂纹 Cottrell 位错塞积模型 Griffith 能量平衡理论 分形几何理论
中图分类号: S513; S226.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)12-0072-05

Micromechanism of Inner Mechanical Cracks Generation and Expansion of Corn Seed Kernel

Zhang Xinwei¹ Li Xinping² Yang Dexu¹ Liu Dejun¹ Gao Lianxing¹

(1. College of Engineering, Shenyang Agricultural University, Shenyang 110866, China

2. Vehicle and Motive Power Engineering College, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

Abstract

Mechanism of inner mechanical cracks of corn seed kernel was researched by means of Cottrell piling up of dislocation theory. The formula of expanding speed and propagation route dimension of inner mechanical cracks were inferred based on theory of Griffith energy balance and fractal geometry. Crack growth rate was analyzed through fractal method. The results showed that inner mechanical cracks of corn seeds formed when part stress increased to a certain level. According to phronomics formula of inner cracks propagation, the macro-speed propagation was less than fractal propagation speed. Fractal dimension of 1.139 5 was calculated by path formula of mechanical cracks propagation. The speed of cracks propagation along starch particles extending was faster than same size of starch particles.

Key words Corn seed, Mechanical cracks, Cottrell piling up of dislocation model, Griffith energy balance theory, Fractal theory

引言

玉米种子内部机械裂纹即隐性损伤严重影响玉米的发芽、出苗等^[1-4]。关于玉米种子内部裂纹的研究已引起学者高度重视并取得一定成果: 朱文学等借助显微技术观察玉米种子复杂断面形貌和曲折

的裂纹线形, 定量分析了玉米种子内部干燥应力裂纹状况并通过盒维数计算出不同干燥条件下玉米样品的当量维数^[5-6]; 李耀明等利用能量平衡原理和碰撞理论, 推导出碰撞中水稻谷粒产生裂纹时形成新表面的自由表面能^[7]; 王显仁等应用 Griffith 能量平衡理论推导出谷粒产生裂纹时其机械损伤量与其

收稿日期: 2011-12-15 修回日期: 2012-01-10

^{*} 国家自然科学基金资助项目(50675143)、高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(200801570007)和辽宁省自然科学基金资助项目(20082124)

作者简介: 张新伟, 博士生, 主要从事农产品收获与加工机械研究, E-mail: xwzhang1983@gmail.com

通讯作者: 高连兴, 教授, 博士生导师, 主要从事农产品收获与加工机械研究, E-mail: lianxing_gao@126.com

吸收能量呈正比的数学关系^[8];李栋等通过分形理论建立了稻谷内部干燥应力裂纹扩展模型^[9];杨国峰等应用分形理论对稻谷吸湿产生的应力裂纹进行了动力学分析^[10]。

分析前人相关研究成果发现,目前研究主要集中在种子宏观裂纹形成与外部环境条件上,而玉米种子宏观机械裂纹的最终出现与其内部微结构及微缺陷有关。要深入探明玉米种子内部机械裂纹产生机理,从微观角度研究玉米种子裂纹产生和扩展过程十分必要。本文在应用体视显微技术对玉米种子断面形态和裂纹放大分析基础上,采用 Cottrell 位错塞积模型、Griffith 能量平衡理论和分形几何理论分析玉米种子内部机械裂纹产生与扩展的微观机理、运动和扩展速率。

1 试验材料与方法

1.1 试验材料及设备

试验选用沈阳农业大学玉米研究所种植的郑丹 958 玉米,自然干燥后采用 5TY-3 型钉齿式玉米脱粒机进行脱粒,滚筒转速 900 ~ 1 000 r/min。主要试验设备包括灯箱系统、体视显微成像系统、A2000 型佳能数码相机、镊子、培养皿等。显微成像系统由尼康 SMZ800 型体视显微镜(变焦范围 0.75X ~ 75X)、CCD 摄像头和微型计算机等组成,运用该系统可以方便地调整放大倍数,观察玉米内部的细微机械裂纹,并存取显微图像、进行图像观察和分析^[11-12]。

1.2 试验方法

本文主要研究:玉米种子损伤观测、内部裂纹显微成像、机械裂纹产生条件、裂纹扩展路径的分维计算及扩展速率分析,如图 1 所示。具体方法如下:首先,用灯箱法观察玉米种子的损伤情况,挑选出存在内部机械裂纹的种子,用体视显微镜对其裂纹断面进行放大观察并成像。其次,根据 Cottrell 位错塞积模型推导机械裂纹产生时玉米种子所受应力满足的条件。再次,结合 Griffith 能量平衡理论和分形几何理论对机械裂纹在玉米种子内部的扩展运动进行推导。最后,利用分形几何理论对机械裂纹在扩展过程中的扩展速率进行描述。

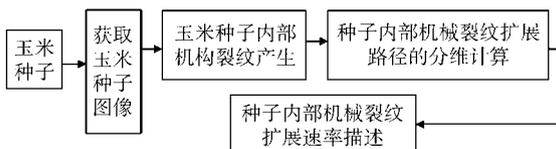


图 1 玉米种子内部机械裂纹产生和扩展分析流程图

Fig. 1 Chart of inner mechanical cracks generating and expanding analysis of corn seeds

2 玉米种子内部机械裂纹产生和扩展机理

2.1 内部机械裂纹产生

玉米种子脱粒过程中,当脱粒部件和玉米种子进行受力接触时,种子内部存在的微裂纹、微孔隙扩展、汇合,进而产生新的微孔隙和微裂纹。

玉米种子内部微孔隙和微裂纹的形成过程包含淀粉颗粒之间原子键的破裂,无论局部凝聚力如何降低,脱粒部件与玉米种子之间作用的应力都远远大于使其内部淀粉颗粒间原子键破裂需要的力。因此,在玉米种子内部形成微裂纹之前应该有一个提高的局部应力存在。Zener 等认为,多个位错塞积在一起可以形成裂纹核,所以在位错塞积前端的局部应力集中就可能形成裂纹^[13]。根据胡丽花等的研究^[11],采用 Cottrell 位错塞积模型来研究玉米种子内部机械裂纹的产生过程,模型如图 2 所示。在玉米种子内淀粉颗粒中,新位错 $[001]_{(001)}$ 通过两个相交的滑移系统 $(101)[\bar{1}\bar{1}1]$ 和 $(\bar{1}01)[111]$ 进行位错反应形成,表示为

$$\frac{a}{2}[\bar{1}\bar{1}1]_{(101)} + \frac{a}{2}[111]_{(\bar{1}01)} \rightarrow a[001]_{(001)} \quad (1)$$

由于上述反应是低能量的,所以形成的 $a[001]$ 位错稳定、不易滑移,其位于裂纹穿过淀粉颗粒内部所形成的穿晶表面 (001) 上,且平分由滑移面 (101) 和 $(\bar{1}01)$ 形成的夹角,由于位错的不断反应,形成多个新的位错面 $a[001]$,这些位错面不断进行合并,最终形成裂纹胚芽。当种子内部局部应力 $\sigma \geq 8\gamma G(k_y \sqrt{\delta_c})^{-1}$ 时种子内部就形成微裂纹,其中 γ 为表面能, δ_c 为玉米种子内部淀粉颗粒尺寸, k_y 为屈服常数, G 为剪切模量。

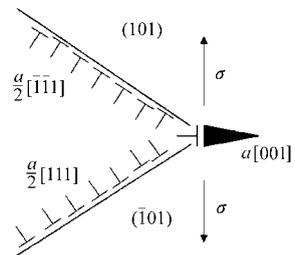


图 2 Cottrell 位错塞积模型

Fig. 2 Model of Cottrell piling up of dislocation

2.2 内部机械裂纹分形扩展

2.2.1 内部机械裂纹扩展及其维数计算

当裂纹为直线时,其长度为

$$L^* = N\delta \quad (2)$$

式中 δ ——测量码尺

N ——使用 δ 覆盖直线的次数

当 δ 改变时,直线的长度不会改变。但观察发

现,玉米种子内部的机械裂纹按Z字形嵌套进行不规则扩展,裂纹的扩展路径是弯曲的,用材料力学中的裂纹扩展方法不能准确地表达玉米种子内部机械裂纹的扩展。同时,机械裂纹在一定的范围内具有统计上的自相似性,因此采用分形几何理论对玉米种子内部机械裂纹扩展过程进行分析。由分形理论可知

$$L(\delta) = L_0 \delta^{1-D} \quad (3)$$

式中 L_0 ——玉米种子内部机械裂纹宏观长度

$L(\delta)$ ——玉米种子内部机械裂纹实际长度

D ——玉米种子内部机械裂纹的分形维数,

$$D \in [1, 2]$$

由式(3)可知,当 $\delta \rightarrow 0$ 时,机械裂纹的长度 $L(\delta) \rightarrow \infty$ 。但是玉米种子的尺寸是一定的,所以其内部的机械裂纹长度也不可能是无穷大,而应该是一个有限值,即 $\delta \geq \delta_c$ 。因此式(3)可以写成

$$L_\delta / L_0 = \delta_c^{1-D} \quad (4)$$

假设玉米种子内部机械裂纹的分形扩展如图3所示,裂纹扩展的主方向为 x 方向, x_0 为机械裂纹在主方向扩展区间上的扩展长度,则裂纹扩展的实际长度为

$$L(\delta) = x_0 \delta_c^{1-D} \quad (5)$$

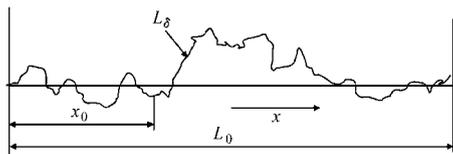


图3 玉米种子内部机械裂纹扩展示意图

Fig. 3 Expansion graph of mechanical cracks in corn seed

设 \dot{a}_0 为裂纹的宏观扩展速度,则工程材料中的裂纹扩展速度为

$$\dot{a}_0 = dx_0 / dt \quad (6)$$

因为玉米种子中的机械裂纹的扩展路径是曲折、弯曲的分形扩展,所以

$$\dot{a} = dL(\delta) / dt \quad (7)$$

式中 \dot{a} ——玉米种子内部机械裂纹分形扩展速度

玉米种子内部机械裂纹的扩展在 x_0 内具有统计上的自相似性,则

$$\dot{a} = \delta_c^{1-D} \frac{dx_0}{dt} + x_0 (1-D) \frac{d\delta_c}{dt} \delta_c^{-D} \quad (8)$$

由于玉米内部的淀粉颗粒尺寸是一定的,所以可认为码尺下限 δ_c 为常数,则式(8)变为

$$\dot{a} = \dot{a}_0 \delta_c^{1-D} \quad (9)$$

由于动态脆性断裂模型一般都是从 Griffith 静态脆断模型推导得到的,因此仍然考虑在弹性平面内的扩展使裂纹顶端产生一个无界应力场^[14]。设玉米种子内部裂纹形成新表面时消耗的单位能

量为常数,则动态断裂力学分析模型的能量平衡方程为

$$G_d = (1 - V) G^* \quad (10)$$

其中 $V = \dot{a} / C_R$

式中 G^* 、 G_d ——静、动裂纹扩展力

V ——裂纹分形扩展速度

C_R ——声音在玉米种子中的传播速度

G^* 仅与当前机械裂纹的长度和玉米种子所受外部应力有关。

玉米种子内部机械裂纹的动态扩展是分形扩展,所以 \dot{a} 满足式(9),则式(10)可写为

$$G_d = (1 - V_0 \delta_c^{1-D}) G^* \quad (11)$$

式中 V_0 ——传统断裂力学中裂纹扩展速度

因为 $\dot{a} = \dot{a}_0 \delta_c^{1-D} \leq C_R$, 所以 G_d 始终非负。此外,因为玉米种子内部机械裂纹是分形扩展,分形维数 $D > 1.0$, 所以 $V \propto V_0$ 。

设 $\Delta \bar{a}$ 为玉米种子内部机械裂纹扩展的平均步长,则测量时所选的码尺 δ 为

$$\delta = \begin{cases} \delta_c & (\text{微观}) \\ \Delta \bar{a} / a & (\text{宏观}) \end{cases} \quad (12)$$

由此得到玉米种子内部机械裂纹动态分形扩展时其断裂韧性与裂纹速度、裂纹长度和分形维数的关系为

$$G_d = \begin{cases} (1 - V_0 \delta_c^{1-D}) G^* & (\text{微观}) \\ [1 - V_0 (\Delta \bar{a} / a)^{1-D}] G^* & (\text{宏观}) \end{cases} \quad (13)$$

由于玉米种子内部机械裂纹是分形扩展,因此实际动态裂纹扩展速度为

$$V_0 = \left(1 - \frac{G_d}{G^*}\right) \delta^{D-1} =$$

$$\begin{cases} (1 - G_d / G^*) \delta_c^{D-1} & (\text{微观}) \\ (1 - G_d / G^*) (\Delta \bar{a} / a)^{D-1} & (\text{宏观}) \end{cases} \quad (14)$$

所以玉米种子内部机械裂纹分形扩展速度为

$$V = \begin{cases} V_0 \delta_c^{1-D} & (\text{微观}) \\ V_0 (\Delta \bar{a} / a)^{1-D} & (\text{宏观}) \end{cases} \quad (15)$$

从式(13)和(14)可以看出,当进行宏观力学分析时, D 为玉米种子断裂表面粗糙性表征, $\Delta \bar{a} / a$ 是反映玉米种子淀粉颗粒效应的宏观量度;进行微观力学分析时, D 为玉米种子裂纹维数(沿淀粉边缘断裂、穿淀粉断裂和两者耦合断裂)。通过测量得 $C_R = 687.5 \text{ m/s}$, $G_d = 93 \text{ N/m}$, $G^* = 3.44 \times 10^3 \text{ N/m}$, 则可以计算出 $V_0 = 0.512 \text{ m/s}$ 。

通过式(14)可以推导出玉米种子内部机械裂纹动态扩展路径的分形维数计算公式为

$$D = 1 + \frac{\lg \left(\frac{V_0}{1 - \frac{G_d}{G^*}} \right)}{\lg \left(\frac{\Delta \bar{a}}{a} \right)} \quad (16)$$

按计算结果 $V_0 = 0.512 \text{ m/s}$, 并设 $\Delta \bar{a}/a = 0.01$, 则玉米种子内部机械裂纹扩展路径的分形维数 $D = 1.1395$ 。这个值与理论分析(沿淀粉颗粒断裂 $D =$

1.263, 穿淀粉颗粒断裂 $D = 1.313$, 沿淀粉颗粒和穿淀粉颗粒耦合断裂 $D = 1.302$) 所得到的值比较接近。

对不同的 $\Delta \bar{a}/a$ 或者 δ_c 值, 其相应的分形维数值如表 1 所示。从表中可以看出, 玉米种子内部淀粉颗粒尺寸 δ_c 或者 $\Delta \bar{a}/a < 10^{-2}$, 则 $D < 1.13$; 而对于种子内部淀粉颗粒尺寸 δ_c 或者 $\Delta \bar{a}/a \geq 10^{-2}$, 则 $D > 1.13$ 。

表 1 不同的 $(\Delta \bar{a}/a)$ 或者 δ_c 值对机械裂纹扩展路径分维的影响

Tab.1 Effects of different values of $(\Delta \bar{a}/a)$ or δ_c on fractal dimension of mechanical cracks extending path

$\Delta \bar{a}/a(\delta_c)$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
D	1.3712	1.1395	1.1171	1.1070	1.0860	1.0486	1.0390	1.0156

2.2.2 玉米种子内部裂纹扩展速率分析

假设机械脱粒时玉米种子内部产生长度为 $L(\delta)$ 的裂纹, 此时由玉米种子构成的系统处于能量平衡状态 ($\Delta L(\delta) = 0$), 所以有

$$W = U_p + U_e + E \quad (17)$$

式中 W ——玉米种子所受脱粒部件施加外力

U_p ——玉米种子所受外部冲击力

U_e ——玉米种子在脱粒过程中发生弹性形变能

E ——玉米种子冲击损伤时消耗能量

当玉米种子内部机械裂纹开始扩展时, $a \rightarrow a + \Delta a$, 新的能量平衡为

$$W + \Delta W = U_p + U_e + \Delta U_e + K + \Delta K + E + \Delta E + \Delta F_s \quad (18)$$

式中 ΔU_e ——弹性变形能增量

ΔE ——玉米种子消耗能量增量

K ——脱粒时玉米种子获得的动能

ΔK ——种子获得的动能增量

ΔF_s ——玉米种子内部形成新的裂纹表面时需要的表面能

用式(18)减式(17), 并整理可得玉米种子内部机械裂纹扩展速率公式

$$\dot{W} = \dot{U}_e + \dot{K} + \dot{E} + \dot{F}_s \quad (19)$$

由式(19)能够推导出

$$V = \frac{\dot{W} - \dot{U}_e - \dot{K} - \dot{E}}{2rhL(\varepsilon)} L_0(\varepsilon) \quad (20)$$

式中 h ——玉米种子厚度

r ——机械裂纹扩展时的表面比能

$L(\varepsilon)$ ——机械裂纹扩展路径的分形量度

式(20)表明, 玉米种子内部受到的机械损伤将增大宏观裂纹扩展速率, 而机械裂纹的不规则扩展将降低宏观裂纹扩展速率。

设 $l(\varepsilon)$ 为单位长度, 则

$$L(\varepsilon)/l(\varepsilon) = \delta_c^{1-D} \quad (21)$$

将式(21)代入式(20), 并整理得

$$V = \frac{\dot{W} - \dot{U}_e - \dot{K} - \dot{E}}{2\gamma_c h \delta_c^{1-D}} = V_0 \delta_c^{D-1} \quad (22)$$

根据李栋等^[15]的研究, 可以推导出

$$V = \begin{cases} V_0 \delta_c^{0.263} & (\text{沿淀粉颗粒边缘断裂}) \\ V_0 \delta_c^{0.313} & (\text{穿淀粉颗粒边缘断裂}) \\ V_0 \delta_c^{0.302} & (\text{两者耦合断裂}) \end{cases} \quad (23)$$

玉米种子内部的淀粉颗粒尺寸是不一样的, 最小尺寸为 $5 \mu\text{m}$, 最大尺寸为 $25 \mu\text{m}$, 所以裂纹在不同尺寸淀粉颗粒中扩展速率的分形效应也是不一样的, 如表 2 所示。从表中可以看到, 在相同尺寸淀粉颗粒时, 沿淀粉颗粒脆断模型的速率最快; 在同一种脆性断裂模型时, 玉米种子大尺寸淀粉颗粒部分的扩展速率最快。

表 2 脆性断裂方式和淀粉颗粒尺寸对玉米种子内部裂纹扩展速率的影响

Tab.2 Effects of inner mechanical cracks expanding rate in corn seed under varieties brittle fracture ways and different starch particle sizes

脆性断裂方式	D	玉米种子内部淀粉颗粒尺寸/ μm	$V = V_0 \delta_c^{D-1}$
沿淀粉颗粒边缘断裂	1.263	10^{-4}	$V_0/11.272$
		10^{-3}	$V_0/6.152$
		10^{-2}	$V_0/3.357$
穿淀粉颗粒断裂	1.313	10^{-4}	$V_0/17.865$
		10^{-3}	$V_0/8.689$
		10^{-2}	$V_0/4.227$
两者耦合断裂	1.302	10^{-4}	$V_0/16.144$
		10^{-3}	$V_0/8.054$
		10^{-2}	$V_0/4.018$

3 结 论

(1)应用 Cottrell 位错塞积模型研究了机械脱粒过程中玉米种子内部机械裂纹的产生机理,指出当种子所受局部应力 $\sigma \geq 8\gamma G(k_y \sqrt{\delta_c})^{-1}$ 时,玉米种子内部就形成裂纹,进一步揭示了机械裂纹产生与玉米种子所受局部应力有关。局部应力越大,裂纹越容易产生,所以在设计玉米种子脱粒机时应设法降低玉米种子所受的局部应力。

(2)根据玉米种子内部机械裂纹扩展运动学公式,探明了玉米种子动静态断裂韧性与裂纹扩展速

度、裂纹长度和分形维数之间的关系;裂纹扩展宏观速度小于分形扩展速度;给出了玉米种子内部机械裂纹扩展路径分形维数计算公式,并计算出其分形维数为 1.139 5。

(3)玉米种子内部机械裂纹扩展速率分形效应分析表明:在同一尺寸淀粉颗粒时裂纹沿淀粉颗粒进行扩展时的速率最快,在同一种微裂纹断裂方式下,玉米淀粉颗粒大的部位机械裂纹扩展的速率最快。根据这一结果可以预测裂纹在玉米种子内部的扩展方式及速度。

参 考 文 献

- 1 Cicero S M. Evaluation of mechanical damage in seeds of maize by X-ray and digital imaging[J]. Seed Science and Technology, 1998, 26(3): 603 ~ 612.
- 2 周旭,李心平,高连兴,等.两种脱粒滚筒的玉米籽粒损伤试验研究[J].沈阳农业大学学报,2005,36(6):756~758.
Zhou Xu, Li Xinping, Gao Lianxing, et al. Comparison of corn kernel damage using two types of threshing cylinders[J]. Journal of Shenyang Agricultural University, 2005, 36(6): 756 ~ 758. (in Chinese)
- 3 Fandohan P, Abouansou R, Houssou P. Impact of mechanical shelling and dehulling on fusarium infection and fumonisin contamination in maize[J]. Food Additives and Contaminants, 2006, 23(4): 415 ~ 421.
- 4 李晓峰,接鑫,张永丽,等.玉米种子内部机械裂纹检测与机理研究[J].农业机械学报,2010,41(12):143~147.
Li Xiaofeng, Jie Xin, Zhang Yongli, et al. Detecting and research on characteristics and mechanism of inner mechanical cracks of corn seed kernels[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(12): 143 ~ 147. (in Chinese)
- 5 朱文学,张玉先,李栋,等.玉米应力裂纹扩展的分形模型及动力学分析[J].农业机械学报,1999,30(3):48~52.
Zhu Wenxue, Zhang Yuxian, Li Dong, et al. Study on fractional models and propagating kinetics of stress cracks on corn[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 1999, 30(3): 48 ~ 52. (in Chinese)
- 6 朱文学,曹崇文.玉米应力裂纹的分形研究[J].中国农业大学学报,1998,3(4):25~28.
- 7 李耀明,王显仁,徐立章.基于能量平衡的水稻谷粒脱粒损伤[J].机械工程学报,2007,43(3):160~164.
Li Yaoming, Wang Xianren, Xu Lizhang. Study on the energy conservation of mechanical injury to rice grain[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(3): 160 ~ 164. (in Chinese)
- 8 王显仁,师清翔,倪长安.水稻谷粒机械损伤的能量平衡机理研究[J].农机化研究,2011(2):39~43.
Wang Xianren, Shi Qingxiang, Ni Chang'an. Study on the energy conservation of mechanical injury to rice grain[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2011(2): 39 ~ 43. (in Chinese)
- 9 李栋.稻谷干燥应力裂纹生成扩展及抑制的试验研究和机理分析[D].北京:中国农业大学,2001.
Li Dong. Experimental study on the development and control of stress cracks of rough rice in drying[D]. Beijing: China Agricultural University, 2001. (in Chinese)
- 10 杨国峰,陈江.稻谷吸湿性应力裂纹分形模型的动力学分析[J].中国粮油学报,2011,26(9):6~13.
Yang Guofeng, Chen Jiang. Dynamic analysis of fractal model in rice moisture adoption crack[J]. Journal of the Chinese Cereals and Oils Association, 2011, 26(9): 6 ~ 13. (in Chinese)
- 11 胡丽花,柴松敏,刘建军,等.淀粉颗粒结构体系[J].粮食与油脂,2011(3):1~3.
Hu Lihua, Chai Songmin, Liu Jianjun, et al. The scheme of starch granule structures[J]. Journal of Cereals and Oils, 2011(3): 1 ~ 3. (in Chinese)
- 12 Cotterll A H. Theory of brittle fracture in steel and similar materials[J]. Trans. Met. Soc. AIME, 1958, 212(4): 192 ~ 203.
- 13 Zener C. The micromechanism of fracture[M]//Jonsun F, Rop W P, Bayles R T. Fracturing of Metals ASM, 1948: 3 ~ 31.
- 14 谢和平.岩石混凝土损伤力学[M].徐州:中国矿业大学出版社,1990.
- 15 李栋,毛志怀.稻谷应力裂纹的分形研究[J].中国农业大学学报,2003,8(2):11~14.
Li Dong, Mao Zhihui. Study on stress cracks of rough rice with the fractal theory[J]. Journal of China Agricultural University, 2003, 8(2): 11 ~ 14. (in Chinese)