

DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.12.002

主销后倾角对独立悬架汽车自激摆振极限环特性的影响*

魏道高¹ 蒋良生²

(1. 合肥工业大学机械与汽车工程学院, 合肥 230009; 2. 扬州盛达特种车有限公司, 扬州 225003)

【摘要】 考虑前轮定位参数应用拉格朗日方程建立了独立悬架汽车摆振系统4自由度模型。基于该模型,应用数值分析方法仿真分析了主销后倾角影响自激摆振中多极限环的速度区间及其数值特性。结果表明,随着后倾角增大,自激摆振中出现多极限环的速度区间提前,而且随着后倾角增大,不稳定极限环幅值减少,稳定极限环的幅值增大,但频率变化不大。研究结果为减小汽车自激摆振和多极限环现象控制提供了理论参考。

关键词: 汽车 独立悬架 自激摆振 主销后倾角 极限环

中图分类号: U461.61 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)12-0005-06

Effect of Caster Angle on Multiple Limit Cycles in Independent Suspension Shimmy

Wei Daogao¹ Jiang Gensheng²

(1. School of Mechanical and Automotive Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China

2. Shengda Special Vehicle Co., Ltd., Yangzhou 225003, China)

Abstract

Considered the front alignment, a 4-DOF vehicle shimmy model with independent suspension was established by Lagrange equation. The numerical analysis for the speed range of multiple limit cycles and numerical characteristics was performed with respect to the change of the caster angle. It showed that the speed range of multiple limit cycles was advanced. The amplitude of unstable limit cycles was reduced. The amplitude of stable limit cycles was enlarged and the frequency didn't change with increasing caster angle. The paper result was helpful to provide theoretical reference for reducing vehicle shimmy and controlling of multiple limit cycles.

Key words Vehicle, Independent suspension, Shimmy, Caster angle, Limit cycle

引言

前轮定位参数对汽车摆振影响很复杂,理论上的研究还处于线性范围内^[1-2],不合理的前轮定位参数将增大汽车自激摆振速度区间,加大自激摆振中极限环幅值,严重影响汽车操纵稳定性,对此国内外学者进行了广泛研究,并取得了一系列成果^[3-9]。但前轮定位参数对汽车自激摆振中多极限环特性影响未见文献报导。

文献[10~11]对前轮主销后倾角对摆振中

Hopf 分叉行为进行了较为系统的前期研究,但当时未能找到摆振系统中多环现象。本文考虑前轮定位参数与转向系干摩擦建立独立悬架汽车自激摆振动力学模型,分析前轮主销后倾角对自激摆振中多极限环动态特性影响。

1 考虑定位参数与转向系干摩擦的自激摆振模型

1.1 考虑定位参数与干摩擦的摆振系统动力学模型 在汲取前述研究成果的基础上^[4-5],考虑定位

收稿日期: 2011-12-20 修回日期: 2012-04-16

* 国家自然科学基金资助项目(51050002)

作者简介: 魏道高,副教授,主要从事汽车系统动力学及振动研究, E-mail: weidaogao@163.com

参数与转向系干摩擦的影响建立独立悬架汽车摆振动力学模型如图1所示,选用的转向系干摩擦模型如图2所示,且假设如下:①忽略悬架及转向系统运动副间隙对摆振的影响,只考虑悬架定位参数与转向系运动副干摩擦。②忽略悬架以上结构参数的影响,将簧载质量等效到左右独立悬架车轮上。③假设车轮直线行驶速度不变。

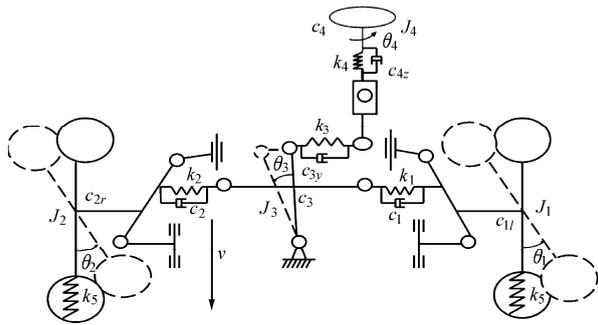


图1 独立悬架汽车自激摆振动力学模型

Fig.1 Dynamic model of vehicle shimmy with independent suspension

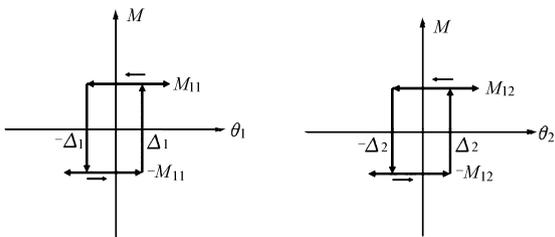


图2 干摩擦模型

Fig.2 Model of dry friction

1.2 考虑定位参数的摆振系统运动微分方程

根据图1、2动力学模型,应用拉格朗日方程建立独立悬架前桥摆振系统运动方程。

对于有阻尼振动系统,拉格朗日方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (i=1,2,3,4) \quad (1)$$

其中

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\theta}_4^2 \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} k_1 (\theta_1 - k_a \theta_3)^2 + \frac{1}{2} k_2 (\theta_2 - k_a \theta_3)^2 +$$

$$\frac{1}{2} k_3 (\theta_3 - k_b \theta_4)^2 + \frac{1}{2} k_4 \theta_4^2 + \frac{1}{2} k_5 L^2 \theta_1^2 \sin^2 r +$$

$$\frac{1}{2} k_5 L^2 \theta_2^2 \sin r + \frac{1}{2} k_5 L^2 \mu \theta_1^2 \sin r \cos r +$$

$$\frac{1}{2} k_5 L^2 \mu \theta_2^2 \sin r \cos r \quad (3)$$

$$D = \frac{1}{2} c_{11} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} c_1 (\dot{\theta}_1 - k_a \dot{\theta}_3)^2 + \frac{1}{2} c_{22} \dot{\theta}_2^2 +$$

$$\frac{1}{2} c_2 (\dot{\theta}_2 - k_a \dot{\theta}_3)^2 + \frac{1}{2} c'_3 \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} c_3 (\dot{\theta}_3 - k_b \dot{\theta}_4)^2 +$$

$$\frac{1}{2} c'_4 \dot{\theta}_4^2 + \frac{1}{2} c_4 \dot{\theta}_4^2 \quad (4)$$

式中 q_i ——广义坐标 \dot{q}_i ——广义速度

T ——系统动能,是广义坐标的函数

U ——系统势能,是广义坐标的函数

D ——系统耗散能,是广义坐标的函数

Q_i ——对应广义坐标 q_i 的广义力

J_1, J_2 ——左、右前轮绕主销的转动惯量

J_3 ——中间摇臂总成绕其转动轴的当量转动惯量

J_4 ——转向器总成转换到其输入端的当量转动惯量

θ_1, θ_2 ——左、右轮绕主销的摆角

θ_3 ——转向机构中间摇臂的摆角

θ_4 ——方向盘转角

k_1, k_2 ——左、右轮与中间摇臂之间的连接角刚度

k_3 ——中间摇臂与转向器间的当量连接角刚度

k_4 ——转向器与转向盘间的当量连接角刚度

k_5 ——轮胎垂直刚度

k_a ——左、右前轮与中间摇臂之间的放大系数

k_b ——中间摇臂与转向器之间的放大系数

μ ——滚动阻尼系数 r ——主销后倾角

L ——转向节有效长度

c_1, c_2 ——左、右轮与中间摇臂之间的连接角阻尼系数

c_{11}, c_{22} ——左、右轮总成绕主销的当量角阻尼系数

c'_3 ——中间摇臂与转向器之间的当量连接角阻尼系数

c'_4 ——转向器与转向盘之间的当量连接角阻尼系数

c_3 ——中间摇臂总成绕其转动轴的当量角阻尼系数

c_4 ——转向器总成转换到其输入端的当量角阻尼系数

汽车摆振系统所受4个广义力分量为

$$Q_1 = -F_{y1}(f \cos r + R \sin r) - M_{11} \quad (5)$$

$$Q_2 = -F_{y2}(f \cos r + R \sin r) - M_{12} \quad (6)$$

$$Q_3 = 0 \quad (7)$$

$$Q_4 = 0 \quad (8)$$

其中

$$M_{11} = \begin{cases} M_0 & (\dot{\theta}_1 > \Delta_1; |\dot{\theta}_1| < \Delta_1, \ddot{\theta}_1 < 0) \\ -M_0 & (\dot{\theta}_1 < -\Delta_1; |\dot{\theta}_1| < -\Delta_1, \ddot{\theta}_1 > 0) \end{cases}$$

$$M_{12} = M_{11} \quad (9)$$

式中 f ——轮胎拖距 R ——轮胎滚动半径

M_{11} 、 M_{12} ——左、右轮主销处干摩擦力矩

F_{y1} 、 F_{y2} ——左、右轮动态侧偏力

摆振系统方程中轮胎模型选用 Pacjka 魔术公式^[3],即

$$F_{y1} = S_y + D \sin(\text{Carctan}(B(\alpha_1 - S_x)(1 - E) + E \arctan B(\alpha_1 - S_x))) \quad (10)$$

$$F_{y2} = S_y + D \sin(\text{Carctan}(B(\alpha_2 - S_x)(1 - E) + E \arctan B(\alpha_2 - S_x))) \quad (11)$$

式中 α_1 、 α_2 ——左、右车轮侧偏角,绕正 z 轴为正

S_x 、 S_y 、 B 、 C 、 D 、 E ——轮胎魔术公式常数

由实验结果拟合而得^[12]。其中, $S_x = 0 \text{ rad}$, $S_y = 0 \text{ N}$, $B = 0.2311 \text{ rad}^{-1}$, $C = 1.3$, $D = -3.2678 \text{ kN}$, $E = -0.5320$ 。

轮胎滚动非完整约束方程^[6]

$$\dot{\alpha}_1 + \frac{v}{\sigma} \alpha_1 + \frac{v}{\sigma} \theta_1 - \frac{a}{\sigma} \dot{\theta}_1 = 0 \quad (12)$$

$$\dot{\alpha}_2 + \frac{v}{\sigma} \alpha_2 + \frac{v}{\sigma} \theta_2 - \frac{a}{\sigma} \dot{\theta}_2 = 0 \quad (13)$$

式中 σ ——轮胎松弛长度

a ——轮胎印迹半长度

根据以上分析,由拉格朗日方程导出系统的动力学微分方程为

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + (k_1 + k_3 L^2 \sin r + \mu k_5 L^2 \sin r \cos r) \theta_1 + (c_1 + c_{11}) \dot{\theta}_1 - k_1 k_\alpha \theta_3 - c_1 k_\alpha \dot{\theta}_3 + F_{y1} (f \cos r + R \sin r) + M_{11} \text{sgn} \dot{\theta}_1 = 0 \quad (14)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + (k_2 + k_3 L^2 \sin r + \mu k_5 L^2 \sin r \cos r) \theta_2 + (c_2 + c_{12}) \dot{\theta}_2 - k_2 k_\alpha \theta_3 - c_2 k_\alpha \dot{\theta}_3 + F_{y2} (f \cos r + R \sin r) + M_{12} \text{sgn} \dot{\theta}_2 = 0 \quad (15)$$

$$J_3 \ddot{\theta}_3 - c_1 k_\alpha \dot{\theta}_1 - c_2 k_\alpha \dot{\theta}_2 + (c_3' + c_3 + c_1 k_\alpha^2 + c_2 k_\alpha^2) \dot{\theta}_3 - c_3 k_\beta \dot{\theta}_4 - k_1 k_\alpha \theta_1 - k_2 k_\alpha \theta_2 + (k_1 k_\alpha^2 + k_2 k_\alpha^2 + k_3) \theta_3 - k_3 k_\beta \theta_4 = 0 \quad (16)$$

$$J_4 \ddot{\theta}_4 - c_3 k_\beta \dot{\theta}_3 + (c_3 k_\beta^2 + c_4' + c_4) \dot{\theta}_4 - k_3 k_\beta \theta_3 + (k_3 k_\beta^2 + k_4) \theta_4 = 0 \quad (17)$$

2 多极限环特性仿真与分析

2.1 主销后倾角影响摆振的数值计算

以某国产小型厢式运输车作为样车,运用以上数学模型,关于前轮主销后倾角对自激摆振的多环速度区间及动特性影响进行了数值分析,其中样车数值计算所需参数如表 1 所示。

图 3a 为样车摆振系统在不同初始激励下在速度 $v = 23 \text{ km/h}$ 时首次出现 2 个稳定极限环相图。

表 1 计算所需样车参数

Tab. 1 Parameters of sample vehicle

参数	数值
左、右前轮总成绕主销的转动惯量 J_1 、 $J_2/\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{rad}^{-1}$	15
中间摇臂总成绕其转动轴的当量转动惯量 $J_3/\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{rad}^{-1}$	6
转向器总成转换到其输入端的当量转动惯量 $J_4/\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{rad}^{-1}$	12
左、右前轮总成绕其主销的当量角阻尼系数 c_{11} 、 $c_{12}/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$	50
中间摇臂总成绕其转动轴的当量角阻尼 $c_3/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$	20
转向器总成转换到其输入端的当量角阻尼系数 $c_4/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$	60
左、右前轮与中间摇臂之间的当量连接角刚度 k_1 、 $k_2/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	38 000
中间摇臂与转向器之间的当量连接角刚度 $k_3/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	60 000
转向器与转向盘之间的当量连接角刚度 $k_4/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	70 000
轮胎的垂直刚度 $k_5/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	1 200 000
左、右前轮与中间摇臂之间的当量连接角阻尼系数 c_1 、 $c_2/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$	20
中间摇臂与转向器之间的当量连接角阻尼系数 $c_3'/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$	10
转向器与转向盘之间的当量连接角阻尼系数 $c_4'/\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$	10
右、左前轮的载重 F_{z1} 、 F_{z2}/N	3 500
车轮滚动半径 R/m	0.35
轮胎滚动阻力系数 μ	0.015
左右前轮与中间摇臂之间的放大系数 k_α	1.414 9
中间摇臂与转向器之间的放大系数 k_β	0.034 7
轮胎拖距 f/m	0.06
转向节有效长度 L/m	0.15
轮胎印迹半长度 a/m	0.2
轮胎松弛长度 σ/m	0.65
干摩擦力矩 $M_0/\text{N} \cdot \text{m}$	80

图 3b 为样车摆振系统在不同初始激励下,最后一次出现 2 个稳定极限环相图,此时速度 $v = 95 \text{ km/h}$ 。

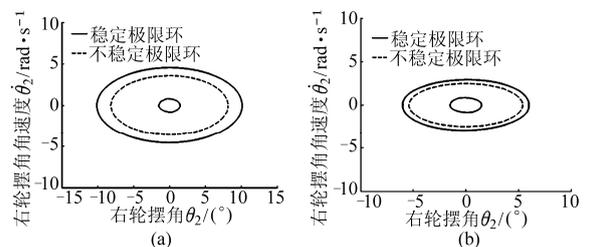


图 3 $\alpha = 2^\circ$ 右轮摆角的相图

Fig. 3 Phase trajectory of right wheel when $\alpha = 2^\circ$

(a) $v = 23 \text{ km/h}$ (b) $v = 95 \text{ km/h}$

图 4a 为样车摆振系统在不同初始激励下在低速区间首次出现 2 个稳定极限环的相图,此时速度 $v = 18 \text{ km/h}$;图 4b 为样车摆振系统在不同初始激励

下在低速区间最后一次出现2个稳定极限环的相图,此时速度为 $v = 43 \text{ km/h}$ 。图4c为样车摆振系统在不同初始激励下在高速区间首次出现2个稳定极

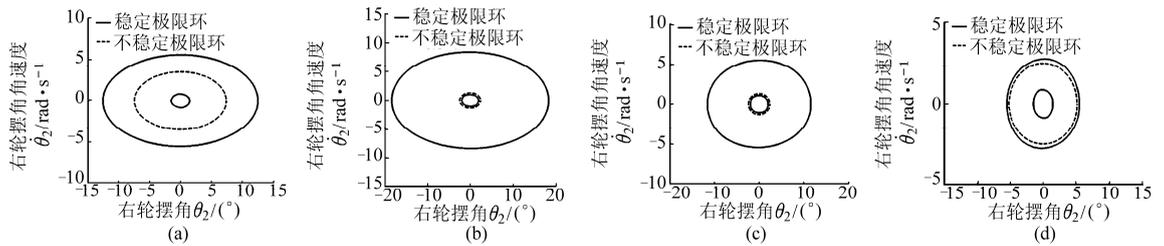


图4 $\alpha = 4^\circ$ 右轮摆角的相图

Fig. 4 Phase trajectory of right wheel when $\alpha = 4^\circ$

(a) $v = 18 \text{ km/h}$ (b) $v = 43 \text{ km/h}$ (c) $v = 88 \text{ km/h}$ (d) $v = 126 \text{ km/h}$

图5a为样车摆振系统在不同初始激励下在低速区间首次出现2个稳定极限环的相图,此时速度 $v = 15 \text{ km/h}$;图5b为样车摆振系统在不同初始激励下在低速区间最后一次出现2个稳定极限环的相图,此时速度 $v = 31 \text{ km/h}$ 。图5c为样车摆振

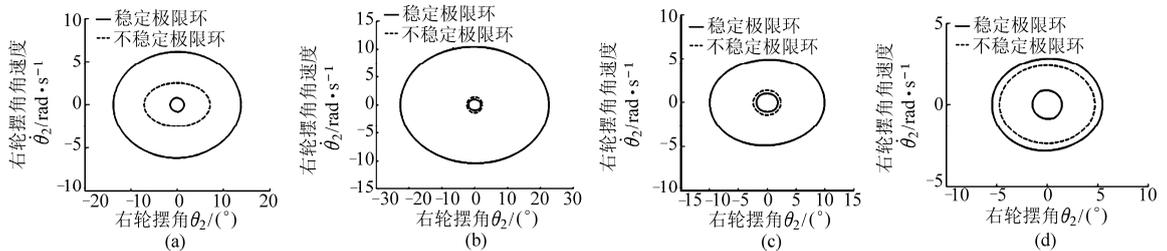


图5 $\alpha = 6^\circ$ 右轮摆角的相图

Fig. 5 Phase trajectory of right wheel when $\alpha = 6^\circ$

(a) $v = 15 \text{ km/h}$ (b) $v = 31 \text{ km/h}$ (c) $v = 122 \text{ km/h}$ (d) $v = 154 \text{ km/h}$

系统在不同初始激励下在高速区间首次出现2个稳定极限环的相图,此时速度 $v = 122 \text{ km/h}$;图5d为样车摆振系统在不同初始激励下在高速区间最后一次出现2个稳定极限环的相图,此时速度 $v = 154 \text{ km/h}$ 。

限环的相图,此时速度 $v = 88 \text{ km/h}$;图4d为样车摆振系统在不同初始激励下在高速区间最后一次出现2个稳定极限环的相图,此时速度为 $v = 126 \text{ km/h}$ 。

系统在不同初始激励下在高速区间首次出现2个稳定极限环的相图,此时速度 $v = 122 \text{ km/h}$;图5d为样车摆振系统在不同初始激励下在高速区间最后一次出现2个稳定极限环的相图,此时速度 $v = 154 \text{ km/h}$ 。

表2 不同后倾角时不稳定极限环的性质

Tab. 2 Characteristics of unstable limit cycle vs caster

$\alpha = 2^\circ$		$\alpha = 4^\circ$		$\alpha = 6^\circ$	
速度/ $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	不稳定极限 环幅值/ $(^\circ)$	速度/ $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	不稳定极限 环幅值/ $(^\circ)$	速度/ $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	不稳定极限 环幅值/ $(^\circ)$
		18	7.42	15	7.13
		23	4.65	18	4.85
23	8.17	31	4.64	23	3.49
31	4.77	43	2.43	31	2.35
43	3.69	88	2.41	122	2.39
88	4.34	95	2.75	126	2.65
95	5.41	126	5.16	154	4.73

若仅将摆振理解成是一种稳定极限环振动现象,那么激励的结果都将只出现小的或者大的稳定极限环。实际中只有当激励大到能够克服不稳定极限环幅值的束缚时,才能激发大的摆振。

通过数值方法找到摆振系统出现双环的速度区间,及其对应的不稳定极限环的幅值,结果如图6和表2所示。

图7是后倾角 $\alpha = 2^\circ$ 时在 $v = 23 \text{ km/h}$ 时样车摆振系统在不同初始值下的相图。在极限环1内外邻域内取任意初始值时其相轨迹均趋向于极限环1,说明极限环1是稳定极限环;在极限环2内邻域内

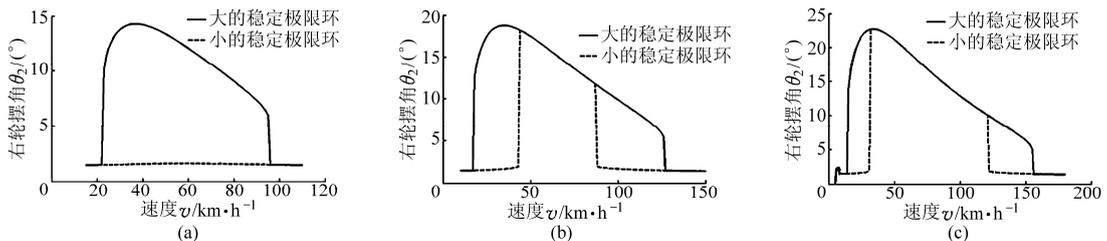


图6 不同主销后倾角时极限环幅值与速度的分岔图

Fig. 6 Bifurcation of amplitudes of limit cycles vs speed

(a) $\alpha = 2^\circ$ (b) $\alpha = 4^\circ$ (c) $\alpha = 6^\circ$

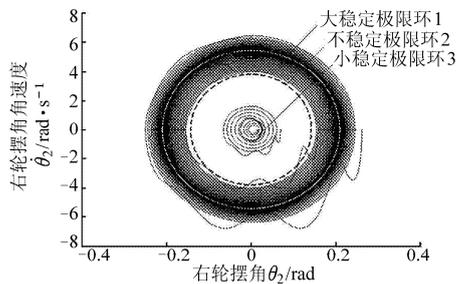


图 7 不同初始值时右轮摆角相图

Fig. 7 Phase trajectory of right wheel vs initial value

取任意初始值时其相轨迹趋向于极限环 1, 在极限环 2 外邻域取任意初始值时其相轨迹趋向于极限环 3, 说明极限环 2 为不稳定极限环; 在极限环 3 内外邻域内取任意初始值时其相轨迹均趋向于极限环 3, 说明极限环 3 为稳定极限环。

2.2 计算结果分析

(1) $\alpha = 2^\circ$ 时, 样车摆振系统在不同初始激励下首次出现两个稳定极限环的相图(图 3a)。此时大环幅值为 10.11° , 频率为 4.10 Hz ; 小环幅值为 1.47° , 频率为 4.73 Hz ; 样车摆振系统在不同初始激励下最后一次出现两个稳定极限环的相图(图 3b)。此时大环幅值为 6.0° , 频率为 4.50 Hz ; 小环幅值为 1.50° , 频率为 5.11 Hz 。

(2) $\alpha = 4^\circ$ 时, 样车摆振系统在不同初始激励下在低速区间首次出现两个稳定极限环的相图(图 4a)。此时大环幅值为 12.48° , 频率为 4.06 Hz ; 小环幅值为 1.48° , 频率为 4.68 Hz 。样车摆振系统在不同初始激励下在低速区间最后一次出现两个稳定极限环的相图(图 4b), 此时大环幅值为 18.29° , 频率为 4.22 Hz ; 小环幅值为 1.93° , 频率为 4.65 Hz 。样车摆振系统在不同初始激励下在高速区间首次出现两个稳定极限环的相图(图 4c), 此时大环幅值为 11.57° , 频率为 4.39 Hz ; 小环幅值为 1.96° , 频率为 4.93 Hz 。样车摆振系统在不同初始激励下在高速区间最后一次出现两个稳定极限环的相图(图 4d), 此时大环幅值为 5.48° , 频率为 4.65 Hz ; 小环幅值为 1.49° , 频率为 5.27 Hz 。

(3) $\alpha = 6^\circ$ 时, 样车摆振系统在不同初始激励下在低速区间首次出现两个稳定极限环的相图(图 5a)。此时大环幅值为 13.77° , 频率为 4.05 Hz ; 小环幅值为 1.49° , 频率为 4.66 Hz 。样车摆振系统在

不同初始激励下在低速区间最后一次出现两个稳定极限环的相图(图 5b)。此时大环幅值为 22.63° , 频率为 4.19 Hz ; 小环幅值为 1.92° , 频率为 4.57 Hz 。样车摆振系统在不同初始激励下在高速区间首次出现两个稳定极限环的相图(图 5c), 此时大环幅值为 9.93° , 频率为 4.53 Hz ; 小环幅值为 1.84° , 频率为 5.17 Hz 。样车摆振系统在不同初始激励下在高速区间最后一次出现两个稳定极限环的相图(图 5d), 此时大环幅值为 5.45° , 频率为 4.77 Hz ; 小环幅值为 1.46° , 频率为 5.42 Hz 。

图 3~5 结果表明, 摆振发生有时与初始激励有关, 大的激励能够产生大的摆振, 小的激励能够产生小的摆振。

(4) 从表 2 中可知, 当后倾角为 2° 时, 出现不稳定极限环的速度区间为 $[23, 95]$; 当后倾角为 4° 时, 出现不稳定极限环的速度区间为 $[18, 43]$ 和 $[88, 126]$; 当后倾角为 6° 时, 出现不稳定极限环的速度区间为 $[15, 31]$ 和 $[122, 154]$ 。从表中可知, 对于同一速度随着后倾角的增大, 不稳定极限环的幅值减少, 即系统越容易产生大的摆振。

(5) 图 6a 为后倾角 $\alpha = 2^\circ$ 时极限环幅值与速度的分岔图, 此时出现双环的速度区间为 $[23, 95]$; 图 6b 为后倾角 $\alpha = 4^\circ$ 时极限环幅值与速度的分岔图, 此时出现双环的速度区间为 $[18, 43]$ 和 $[88, 126]$; 图 6c 为后倾角 $\alpha = 6^\circ$ 时极限环幅值与速度的分岔图, 此时出现双环的速度区间为 $[15, 31]$ 和 $[122, 154]$ 。

通过图 6 对比表明随着后倾角的增大, 出现不稳定极限环的速度区间提前了, 大的稳定极限环的幅值增大了。

3 结论

(1) 通过建立考虑定位参数与干摩擦独立悬架摆振模型, 找到自激摆振中存在多极限环现象。

(2) 随着后倾角增加, 摆振中出现多环的速度区间提前, 不稳定极限环的幅值减少, 大的稳定极限环的幅值增大, 频率变化不大, 这说明后倾角增大, 系统更容易发生大角度的摆振。

(3) 随着后倾角增大, 汽车出现自激摆振速度区间及幅值将增大, 因此, 在保证高速回正特性时, 要适量控制前轮主销后倾角。

参 考 文 献

- 宋健. 导向轮胎和定位参数对汽车摆振影响的研究及整车横向动力学优化与分析[D]. 北京: 清华大学, 1989.
Song Jian. Oriented tire and wheel alignment parameters of the car shimmy impact studies and analysis of vehicle lateral dynamics optimization[D]. Beijing: Tsinghua University, 1989. (in Chinese)
- 郭孔辉. 汽车操纵动力学[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1991.

- 3 Pacjka H B. The wheel shimmy phenomenon[D]. Netherland: Delft University of Technology, 1966.
- 4 钱珠声. 独立悬架汽车转向轮摆振的研究[D]. 北京: 清华大学, 1995.
Qian Zhusheng. The study of steering wheel shimmy for vehicle with independent front suspension [D]. Beijing: Tsinghua University, 1995. (in Chinese)
- 5 王威, 宋玉玲, 李瑰贤. 独立悬架汽车转向系间隙与干摩擦对其 Hopf 分岔特性的影响[J]. 机械工程学报, 2011, 47(2): 130 ~ 135.
Wang Wei, Song Yuling, Li Guixian. Influence of independent suspension automotive steering clearance and coulomb friction on Hopf bifurcation characteristic[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(2): 130 ~ 135. (in Chinese)
- 6 李胜. 分岔理论在汽车转向轮摆振机理及其控制策略研究中的应用[D]. 长春: 吉林大学, 2005: 10 ~ 37.
Li Sheng. Study on mechanism and control strategies of vehicle steering wheel shimmy with bifurcation theories [D]. Changchun: Jilin University, 2005: 10 ~ 37. (in Chinese)
- 7 韩同群, 邹汉华. 越野汽车前轮摆振影响因素仿真[J]. 农业机械学报, 2007, 38(5): 27 ~ 31, 26.
Han Tongqun, Zou Hanhua. Simulation of influence factors on front wheel shimmy of off-road vehicle[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(5): 27 ~ 31, 26. (in Chinese)
- 8 卢剑伟, 顾猷, 王其东. 含运动副间隙汽车摆振系统非线性动力学建模[J]. 农业机械学报, 2007, 38(12): 1 ~ 4, 10.
Lu Jianwei, Gu Jue, Wang Qidong. Modeling on nonlinear dynamics of vehicle shimmy with clearance of movement pair[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(12): 1 ~ 4, 10. (in Chinese)
- 9 林逸, 贺丽娟. 汽车前轮摆振非线性研究综述[J]. 农业机械学报, 2007, 38(11): 174 ~ 177, 195.
Lin Yi, He Lijuan. Overview of automobile front wheel shimmy in nonlinear field[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(11): 174 ~ 177, 195. (in Chinese)
- 10 蒋良生, 魏道高. 前轮主销后倾角对汽车自激摆振影响研究[J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 2012, 35(1): 9 ~ 12, 61.
Jiang Gensheng, Wei Daogao. Study of the effect of front wheel caster angle on self-excited shimmy of vehicle[J]. Journal of Hefei University of Technology: Natural Science, 2012, 35(1): 9 ~ 12, 61. (in Chinese)
- 11 魏道高, 周孔亢, 刘广, 等. 厢式运输车前轮主销后倾角改进设计[J]. 农业机械学报, 2004, 35(4): 12 ~ 15.
Wei Daogao, Zhou Kongkang, Liu Guang, et al. Improved design of castes on a vans[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2004, 35(4): 12 ~ 15. (in Chinese)
- 12 Pacjka H B. Tyre and vehicle dynamics[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2002.

~~~~~

(上接第 21 页)

- 13 彭佳, 何杰, 丛颖, 等. 三维随机路面通用模型建立与仿真[J]. 农业机械学报, 2009, 40(3): 1 ~ 4, 25.  
Peng Jia, He Jie, Cong Ying, et al. Modeling and simulation of general 3D virtual stochastic road model[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(3): 1 ~ 4, 25. (in Chinese)
- 14 程超, 王登峰, 李承德. ADAMS 中三维虚拟路面的实现[J]. 汽车工程, 2006, 28(2): 163 ~ 166.  
Cheng Chao, Wang Dengfeng, Li Chengde. Creation of 3-D virtual road with ADAMS[J]. Automotive Engineering, 2006, 28(2): 163 ~ 166. (in Chinese)
- 15 吴参, 王维锐, 陈颖, 等. 三维路面谱的仿真建模与验证[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2009, 43(10): 1 935 ~ 1 938.  
Wu Can, Wang Weirui, Chen Ying, et al. Simulation and validation of three dimensional road surface spectrum[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2009, 43(10): 1 935 ~ 1 938. (in Chinese)
- 16 侯永涛, 王国林, 刘建, 等. 汽车三维虚拟道路重构系统的设计与实现[J]. 机械工程学报, 2011, 47(8): 126 ~ 133.  
Hou Yongtao, Wang Guolin, Liu Jian, et al. Design and implementation of the 3D virtual road reconstruction system for vehicle [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(8): 126 ~ 133. (in Chinese)
- 17 王若平, 李成彬, 王国林, 等. 汽车仿真中三维路面模型生成系统开发[J]. 汽车工程, 2009, 31(11): 1 049 ~ 1 052.  
Wang Ruoping, Li Chengbin, Wang Guolin, et al. Development of 3-D road model generation system for vehicle simulation [J]. Automotive Engineering, 2009, 31(11): 1 049 ~ 1 052. (in Chinese)
- 18 余志生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.
- 19 喻凡, 林逸. 汽车系统动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- 20 Cole D J. Truck suspension design to minimize road damage [J]. Proc. IMech. E., Part D: Journal of Automobile Engineering, 1996, 210(2): 95 ~ 107.