

基于初参数法的丝杠轴向支撑刚度辨识方法*

胡峰¹ 吴波² 史铁林²

(1. 武汉纺织大学机械工程及自动化学院, 武汉 430073; 2. 华中科技大学机械学院, 武汉 430074)

【摘要】 针对丝杠轴向支撑刚度辨识问题,基于初参数解析方法建立丝杠的初参数矩阵方程,使用边界条件和内力平衡条件,求出矩阵方程中的初参数值。利用初参数值,建立丝杠两端支撑处和螺母处的轴向刚度辨识模型。测量丝杠振幅、简谐力幅值与频率、左轴承组右端面与螺母中间位置点的间距以及螺母中间位置点与右轴承组左端面的间距等参数,识别丝杠支撑点轴向刚度。实验研究表明:基于初参数解析方法建立的丝杠支撑点轴向刚度辨识模型简单,具有可行性。

关键词: 丝杠 轴向刚度 辨识 初参数法

中图分类号: TH123 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2012)11-0256-05

Axial Stiffness Identification of Support Point for Ball Screw Based on Principle of Initial Parameter Method

Hu Feng¹ Wu Bo² Shi Tielin²

(1. School of Mechanical Science and Engineering, Wuhan Textile University, Wuhan 430073, China

2. School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract

A new method for evaluating the axial stiffness of ball screw at support point was proposed. Based on principle of initial parameter method, the initial parameter matrix equation was established for force and displacement of ball screw. The structural characters, including boundary condition, force balance and displacement compatibility at support point, were used to achieve initial parameter values. As a result, axial force and displacement of every point on ball screw could be obtained. The identification models of axial stiffness were built by analyzing the amplitude changes of ball screw under some load affection employing the knowledge of mechanical vibration and material mechanics. The research results are in good agreement with the results obtained by the available experiments.

Key words Ball screw, Axial stiffness, Identification, Principle of initial parameter method

引言

进给系统是机床的重要组成部分,识别丝杠支撑点径向(垂直水平面方向)、轴向(水平面方向)刚度,对进给系统振动控制研究具有重要意义。国内外对刚度辨识进行了研究^[1-2],但存在以下问题:采用有限元建模,通过估计值与实验值的拟合来辨识刚度,计算工作量大;辨识精度受网格划分大小、单

元类型选择等因素影响;研究对象都是简单结合面刚度的辨识方法研究,而复杂结构,特别像丝杠支撑系统,有多个不同类型的结合面,用有限元建模时,每个结合面都必须进行简化和建模,造成建模过程和辨识模型异常复杂。因此,运用模型估计值和实验值进行拟合来辨识刚度的研究面临巨大困难。文献[3]研究了径向刚度辨识方法。

本文拟运用初参数解析方法^[4-5],建立丝杠的

初参数矩阵方程,使用丝杠两端支撑处的边界条件和螺母支撑处的内力平衡条件,求出矩阵方程中的初参数值。利用初参数值,建立丝杠两端支撑处和螺母处的刚度辨识模型,以避免有限元方法的复杂建模过程。

1 基于初参数法的刚度辨识模型

如图 1 所示,分别将左滚动轴承组、右滚动轴承组、螺母简化成弹簧;丝杠简化为材料力学中的杆。床身和轴承座简化为刚体;工作台在水平简谐力 $F = F_0 \sin(\omega t)$ 作用下产生振动,如图 2 所示。

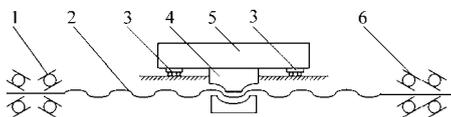


图 1 进给系统的结构示意图

Fig.1 Assemblage diagrammatic sketch of feed driven system

1. 左轴承组 2. 丝杠 3. 导轨滑块 4. 螺母 5. 工作台 6. 右轴承组

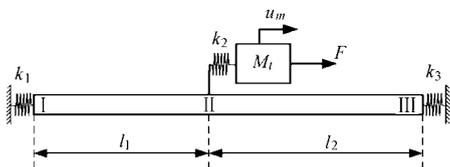


图 2 丝杠驱动进给系统的力学模型

Fig.2 Mechanical model of feed driven system

图 2 中 k_1 为丝杠左滚动轴承组的轴向刚度; k_2 为螺母的轴向刚度; k_3 为丝杠右滚动轴承组的轴向刚度; M_t 为工作台的质量; 令左端轴承组的右端面为第 1 节点 I, 螺母中间位置点为第 2 节点 II, 右端轴承组的左端面为第 3 节点 III。 l_1 为节点 I 与节点 II 间的距离; l_2 为节点 II 与节点 III 间的距离; x 为丝杠上任一点到节点 I 的距离。

1.1 节点 I 和节点 II 间的振动分析

节点 I 到节点 II 左侧处丝杠的振动方程^[6]为

$$EA \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中 EA ——抗压刚度

$u(x,t)$ ——丝杠在 x 处水平方向的振动位移

m ——丝杠的线密度

设丝杠在水平方向的振动满足同步运动^[6], 则

$$u(x,t) = U(x)\eta(t) \quad (2)$$

式中 $U(x)$ ——丝杠在 x 点处的水平方向振幅

$\eta(t)$ —— x 点处质点运动的时间函数

将式(2)代入式(1)可得^[6]

$$EA \frac{\partial^2 U(x)}{\partial x^2} + m\omega^2 U(x) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + \omega^2 \eta(t) = 0 \quad (4)$$

式(4)的解为谐波,由初始条件可确定^[6]

$$\eta(t) = \sin(\omega t) \quad (5)$$

式(3)的解可写成

$$U(x) = C_1 \sin(\lambda x) + C_2 \cos(\lambda x) \quad (6)$$

其中

$$\lambda = \sqrt{\frac{m\omega^2}{EA}} \quad (7)$$

式中 C_1, C_2 ——任意常系数

将 $U(x)$ 写成初参数方程^[4]

$$U(x) = U_1 f_1(x) + \frac{N_1}{EA} f_2(x) \quad (8)$$

式中 $f_1(x), f_2(x)$ —— x 的待求函数

U_1, N_1 ——节点 I 处的振幅和轴向力

$$N_1 = EA \left. \frac{\partial U(x)}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (9)$$

$f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 必须满足

$$\begin{cases} f_1(0) = 1, f_1'(0) = 0 \\ f_2'(0) = 1, f_2(0) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

令 $U(x)$ 分别等于 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$, 代入式(10)得

$$\begin{cases} f_1(x) = \cos(\lambda x) \\ f_2(x) = \frac{1}{\lambda} \sin(\lambda x) \end{cases} \quad (11)$$

故节点 II 左侧处丝杠的轴向振动幅值 U_2^L 、轴向力 N_2^L 与节点 I 处梁的轴向振动幅值 U_1 、轴向力 N_1 的关系为

$$\begin{bmatrix} U_2^L \\ N_2^L / EA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(l_1) & f_2(l_1) \\ f_1'(l_1) & f_2'(l_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ N_1 / EA \end{bmatrix} \quad (12)$$

式(12)简记为

$$P_2^L = A_1 P_1 \quad (13)$$

1.2 节点 II 处的振动分析

节点 II 左、右侧的受力分析如图 3 所示。

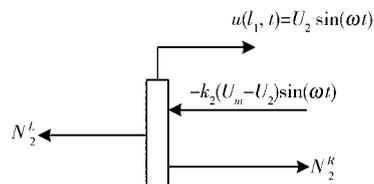


图 3 节点 II 左右侧界面的受力分析

Fig.3 Analysis of force for II node

由受力图可知节点 II 左侧的轴向振动幅值 U_2^L 、轴向力 N_2^L 与右侧的轴向振动幅值 U_2^R 、轴向力 N_2^R 关系为

$$\begin{bmatrix} U_2^R \\ N_2^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2^L \\ N_2^L \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ k_2 U_m \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\text{即} \quad \begin{bmatrix} U_2^R \\ N_2^R \\ EA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k_2 & 1 \\ EA & EA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2^L \\ N_2^L \\ EA \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ k_2 U_m \\ EA \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中 U_m ——工作台的轴向振幅
对工作台受力分析如图4所示。

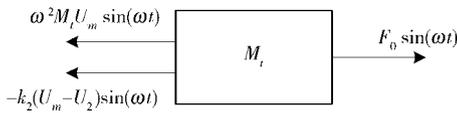


图4 工作台受力分析

Fig.4 Analysis of force for table

由工作台的受力分析可得

$$M_t \ddot{u}_m + k_2(u_m - u(l_1, t)) = F_0 \sin(\omega t) \quad (16)$$

式中 $u_m(t)$ ——工作台的轴向振动位移

$u(l_1, t)$ ——节点II处的轴向振动位移

由于工作台为受迫振动,故

$$u_m(t) = U_m \sin(\omega t) \quad (17)$$

$$\text{且} \quad u(l_1, t) = U_2 \sin(\omega t) \quad (18)$$

式中 U_2 ——节点II的振幅, $U_2 = U_2^R = U_2^L$

因此 $-\omega^2 M_t U_m + k_2(U_m - U_2) = F_0$ (19)

$$\text{故} \quad U_m = \frac{F_0 + k_2 U_2}{-\omega^2 M_t + k_2} \quad (20)$$

式(15)改写为

$$\begin{bmatrix} U_2^R \\ N_2^R \\ EA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\omega^2 M_t k_2}{EA(\omega^2 M_t - k_2)} & 1 \\ EA & EA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2^L \\ N_2^L \\ EA \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ k_2 F_0 \\ EA(-\omega^2 M_t + k_2) \end{bmatrix} \quad (21)$$

式(21)简记为

$$\mathbf{P}_2^R = \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2^L - \mathbf{P}_f \quad (22)$$

1.3 节点II和节点III间振动分析

节点II右侧轴向振动幅值 U_2^R 、轴向力 N_2^R 与节点III处轴向振动幅值 U_3 、轴向力 N_3 的推导过程与节点I到节点II左侧处的推导过程相同。因此,可表示为

$$\begin{bmatrix} U_3 \\ N_3 \\ EA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(l_2) & f_2(l_2) \\ f_1'(l_2) & f_2'(l_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2^L \\ N_2^L \\ EA \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中 l_2 ——节点II与节点III间的距离

式(23)简记为

$$\mathbf{P}_3 = \mathbf{A}_3 \mathbf{P}_2^R \quad (24)$$

由式(13)、式(22)和式(24)可得

$$\mathbf{P}_3 = \mathbf{A}_3 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1 \mathbf{P}_1 - \mathbf{A}_3 \mathbf{P}_f \quad (25)$$

$$\text{令} \quad \mathbf{T} = \mathbf{A}_3 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (26)$$

故式(25)为

$$\begin{bmatrix} \frac{k_2 F_0 f_2(l_2)}{EA(-\omega^2 M_t + k_2)} + U_3 \\ \frac{k_2 F_0 f_2'(l_2)}{EA(-\omega^2 M_t + k_2)} + \frac{N_3}{EA} \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} U_1 \\ N_1 \\ EA \end{bmatrix} \quad (27)$$

1.4 边界条件

节点I处边界条件为

$$N_1 = EA \frac{\partial U_1}{\partial x} = k_1 U_1 \quad (28)$$

节点III处边界条件为

$$N_3 = EA \frac{\partial U_3}{\partial x} = -k_3 U_3 \quad (29)$$

1.5 轴向刚度辨识模型

将式(28)、式(29)代入式(27)得

$$U_1 = \frac{\alpha}{\beta} \quad (30)$$

$$\alpha = E A k_2 F_0 f_2'(l_2) + k_2 k_3 F_0 f_2(l_2) \quad (31)$$

$$\beta = (-\omega^2 M + k_2) [E A T_{11} k_3 + T_{12} k_1 k_3 + (E A)^2 T_{21} + E A T_{22} k_1] \quad (32)$$

将 U_1 代入式(28)可得 N_1 表达式。 U_1 和 N_1 是自变量为 $k_1, k_2, k_3, F_0, l_1, l_2, \omega$ 的函数。

$$U(x) = \begin{cases} W_1 & (0 \leq x \leq l_1) \\ W_2 & (l_1 \leq x \leq l_1 + l_2) \end{cases} \quad (33)$$

$$\text{其中} \quad W_1 = U_1 f_1(x) + \frac{N_1}{EA} f_2(x) \quad (34)$$

$$W_2 = U_2^R f_1(x - l_1) + \frac{N_2^R}{EA} f_2(x - l_1) \quad (35)$$

式中 U_1, N_1, U_2^R 和 N_2^R 分别由式(12)、式(21)、式(28)和式(30)求得。 $U(x)$ 可用位移传感器测量。

通过移动丝杠和改变激振器功率放大器的增益,将 F_0, l_1, l_2 改变3次,分别测量 U_x 。可以得到3组 $(l_1^j, l_2^j, x, \omega, F_0^j, U_x^j)$ ($j=1, 2, 3$)。将它们分别代入式(33),可得到3个关于 k_1, k_2, k_3 的方程,通过方程求解即可得到滚动轴承、螺母、导轨滑块处的轴向刚度和阻尼。

但是,上述方程组涉及变量较多,求解困难。并且,为了减小测量误差对辨识结果的影响, $(l_1^j, l_2^j, x, \omega, F_0^j, U_x^j)$ 等参数实际测量的次数往往多于3次。因此,采用优化方法求解方程组较为方便。在方程组的求解过程中,优化目标函数为

$$\text{miny}(\varphi) = \sum_{i=1}^n (\hat{U}_x^i - U_x^i)^2 \quad (n \geq 3) \quad (36)$$

$$\text{其中} \quad \varphi = (k_1, k_2, k_3) \quad (37)$$

2 实验

由设计图纸,获取丝杠的直径和工作台的质量

M_t 。并根据丝杠的直径计算截面面积 A 。根据丝杠材料,查机械设计手册获取弹性模量 E 和线密度 m 。

丝杠驱动进给系统支撑点轴向刚度的测试图如图 5 所示。采用 LK - G30 型激光位移传感器(测量精度 $0.05 \mu\text{m}$)测量丝杠左端面在水平面方向的位移,其中激光传感器的支座安装在左轴承座上。将激振器悬挂在吊车上,对工作台进行水平方向激振。

使实验台运行,达到热平衡状态。用皮尺分别测量螺母中间位置点到左轴承组端面的距离 l_1 和右轴承组左端面到螺母中间位置点的距离 l_2 。采用信号发生器、功率放大器和激振器产生频率为 f (角频率 $\omega = 2\pi f$)、幅值为 F_0 的正弦力对工作台进行激振。此时,激光位移传感器测量丝杠左端面的轴向振幅为 \hat{U}_x 。用采集卡采集激振器产生的激振力信号和激光位移传感测量的位移信号,并保存在计算机中。关闭功率放大器,转动丝杠,移动螺母和工作台。将前述工作重复 8 次,得 8 组 $(l_1^j, l_2^j, x, \omega, F_0^j, \hat{U}_x^j)$ ($j = 1, 2, \dots, 8$),如表 1 所示。

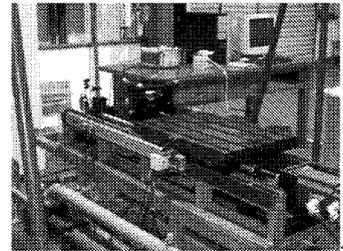
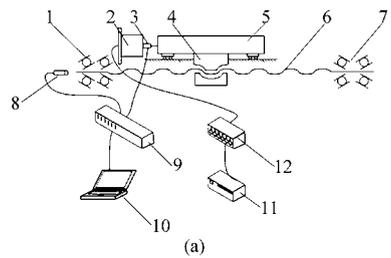


图 5 测试方案

Fig. 5 Arrangement drawing of testing equipment

(a) 示意图 (b) 实物图

- 1. 左轴承组 2. 激振器 3. 阻抗头 4. 螺母 5. 工作台 6. 丝杠 7. 右轴承组 8. 激光位移传感器 9. 采集卡 10. 计算机
- 11. 功率放大器 12. 信号发生器

表 1 准高速进给系统实验台的测量参数

Tab. 1 Test result of experimental device

序号	节点间距/mm		激光位移传感器的位置与测量结果		简谐力	
	l_1	l_2	x/mm	x 处振幅/ μm	频率/Hz	力幅值/N
辨识数据	1	530	0	6.27	40.2	87.4
	2	580		6.86		95.8
	3	630		5.78		80.7
	4	680		6.96		97.8
验证数据	5	730	0	7.52	40.2	105.5
	6	780		7.10		100.1
	7	810		6.54		92.1
	8	830		6.45		90.9

其中工作台质量为 93.5 kg ,丝杠直径为 32 mm 。 k_1, k_2 和 k_3 辨识结果分别为 $1.4 \times 10^7 \text{ N/m}$ 、 $4.1 \times 10^7 \text{ N/m}$ 、 $1 \times 10^7 \text{ N/m}$ 。辨识结果中刚度值较小,可能是轴承间存在间隙。

将刚度辨识结果代入辨识模型,分别计算在不同 l_1, l_2, F_0 情况下的振动幅值,并与实验结果比较,比较结果如表 2 所示。

表 2 理论计算与实验结果比较

Tab. 2 Comparison of experimental results and theoretical calculation

序号	x 处振幅	
	实验结果	计算结果
验证数据	5	7.50
	6	7.10
	7	6.52
	8	6.43

由表 2 发现,将刚度辨识结果代入辨识模型计算得到的理论振幅与实验测量结果基本一致。

3 结束语

运用初参数解析方法,建立丝杠的初参数矩阵方程,使用丝杠两端支撑处的边界条件和螺母支撑处的内力平衡条件,求出矩阵方程中的初参数值。利用初参数值,建立丝杠两端支撑处和螺母处的轴向刚度辨识模型。测量丝杠振幅、简谐力幅值与频率、左轴承组右端面与螺母中间位置点的间距和螺母中间位置点与右轴承组左端面的间距等参数,识别丝杠支撑点轴向刚度。

相对有限元建模而言,所建辨识模型无需对多个不同类型结合面进行建模,且使模型简单、物理意义明确、计算量小,模型所需输入参数测量较为方便;又能够辨识装配后的丝杠支撑点轴向刚度。实验研究表明,基于初参数解析方法建立的丝杠支撑点轴向刚度辨识模型具有可行性。

参 考 文 献

- 1 Mehdi Namazi, Yusuf Altintas, Taro Abe, et al. Modeling and identification of tool holder-spindle interface dynamics [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2007, 47(9):1 333 ~ 1 341.
- 2 Damjan Celic, Miha Boltezar. Identification of the dynamic properties of joints using frequency response functions[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 371(1 ~ 2):158 ~ 174.
- 3 胡峰,吴波,史铁林. 基于初参数法的丝杠径向支撑刚度辨识方法[J]. *农业机械学报*,2012,43(7):217 ~ 222.
Hu Feng, Wu Bo, Shi Tielin. The radial rigidity identification of support point for ball screw based on the principle of initial parameter [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2012,43(7):217 ~ 222. (in Chinese)
- 4 Huang Yuying. A new matrix method for solving buckling and free vibration problems of circular arches with variable rigidity [J]. *Mechanics of Structures and Machines*, 1987, 15(4): 463 ~ 479.
- 5 孙富学,蔡晓鸿,朱云辉. 基于初参数法的多心圆拱隧道衬砌结构内力与变位求解[J]. *岩土力学*,2009,30(4):1 127 ~ 1 130.
Sun Fuxue, Cai Xiaohong, Zhu Yunhui. Analytical solution of internal force and displacement in multi-center circular arc tunnel lining based on initial parameter method [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(4):1 127 ~ 1 130. (in Chinese)
- 6 师汉民. 机械振动系统——分析·测试·建模·对策(下册)[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2004:91 ~ 97.
- 7 王世军,赵金娟,雷蕾,等. 机械结合部刚度的罚函数表示方法[J]. *中国机械工程*,2008, 19(13): 1 536 ~ 1 538.
Wang Shijun, Zhao Jinjuan, Lei Lei, et al. Finite element penalty function method for mechanical joint stiffness analysis[J]. *China Mechanical Engineering*, 2008, 19(13):1 536 ~ 1 538. (in Chinese)
- 8 王立华,罗建平,刘泓滨,等. 铣床关键结合面动态特性研究[J]. *振动与冲击*,2008, 27(8): 125 ~ 129.
Wang Lihua, Luo Jianping, Liu Hongbin, et al. Research on dynamic characteristics of key machine joint surfaces of the numerically controlled milling machine[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, 27(8): 125 ~ 129. (in Chinese)
- 9 姚鹏. 机床零件结合面动态特性参数的识别与研究[D]. 沈阳:东北大学,2005.
Yao Peng. Identification and study on dynamic characteristic parameters of machine tool parts' joint [D]. Shenyang: Northeastern University, 2005. (in Chinese)
- 10 Li W L. A new method for structural modal updating and joint stiffness identification[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2002, 16(1): 155 ~ 167.
- 11 尹宜勇,祝莉平,贾志新,等. 双丝杠与直线导轨结合部静刚度分析[J]. *农业机械学报*,2012,43(6):202 ~ 206.
Yin Yiyong, Zhu Liping, Jia Zhixin, et al. Static stiffness analysis of joint of double screw and linear guides [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2012,43(6):202 ~ 206. (in Chinese)

(上接第 249 页)

- 7 李静,徐兵,马吉恩. 可压缩流体介质轴向柱塞泵流量脉动仿真研究 [J]. *机床与液压*, 2008, 36(5):154 ~ 155.
Li Jing, Xu Bing, Ma Jien. Numerical simulation of the flow ripples considering fluid compressibility in axial piston pump [J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2008, 36(5):154 ~ 155. (in Chinese)
- 8 刘晓红,于兰英,刘桓龙,等. 液压轴向柱塞泵配流盘气蚀机理 [J]. *机械工程学报*, 2008, 44(11):203 ~ 208.
Liu Xiaohong, Yu Lanying, Liu Huanlong, et al. Cavitation erosion mechanism of port plate of hydraulic axial plunger pump [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 44(11):203 ~ 208. (in Chinese)
- 9 邓斌,刘晓红,王金诺,等. 水压轴向柱塞泵流量脉动动态仿真[J]. *液压与气动*, 2004(1):31 ~ 34.
Deng Bin, Liu Xiaohong, Wang Jinnuo, et al. Dynamic simulation of the flow fluctuation in water hydraulic axial piston pump [J]. *Chinese Hydraulics & Pneumatics*, 2004(1):31 ~ 34. (in Chinese)
- 10 Cebecl, Rshao J, Kafyke F, et al. *Computational fluid dynamics for engineers* [M]. Long Beach CA: Horizons Publishing Inc., 2005: 88 ~ 89.
- 11 Brennenc C E. *Cavitation and bubble dynamics* [M]. Oxford: Oxford University Press, 1995: 47 ~ 50.
- 12 Yuan W, Sauer J, Schnerr G H. Modeling and computation of unsteady cavitation flows in injection nozzles [J]. *Mécanique & Industrie*, 2001,2(5): 383 ~ 394.