

基于半圆型波纹周期梁的柔顺恒力机构优化设计

刘 敏^{1,2} 袁 奇¹ 张 佳¹ 占金青¹ 吴 剑¹

(1. 华东交通大学机电与车辆工程学院, 南昌 330013;

2. 中国科学院合肥物质科学研究院智能机械研究所, 合肥 230031)

摘要: 为了解决柔顺恒力机构中正刚度模块的几何非线性问题,基于半圆型波纹周期梁设计了正刚度模块,负刚度模块采用双稳态梁,利用正负刚度叠加原理设计了柔顺恒力机构。采用莫尔积分法和柔度矩阵法建立了正刚度模块的理论模型,采用椭圆积分法建立了负刚度模块的理论模型,并通过 ANSYS 有限元仿真软件分析了柔顺恒力机构的力-位移曲线以验证理论模型,两者相对误差在 10% 以内。为了扩大恒力区间范围,采用响应面法对柔顺恒力机构的几何参数进行优化,并对影响恒力范围的几何参数进行了灵敏度分析。利用 3D 打印技术加工柔顺恒力机构样机进行实验验证,实验结果表明,机构能在输入位移 1.1~6.2 mm 的范围内保持约 18.8 N 的恒力,验证了所设计的柔顺恒力机构的可行性、优化方法的有效性和理论模型的准确性。

关键词: 柔顺恒力机构; 半圆型波纹周期梁; 双稳态梁; 莫尔积分法; 椭圆积分法

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2023)12-0449-10

OSID:



Optimal Design of Compliant Constant-force Mechanism Based on Semicircular Corrugated Periodic Beam

LIU Min^{1,2} YUAN Qi¹ ZHANG Jia¹ ZHAN Jinqing¹ WU Jian¹

(1. School of Mechatronics and Vehicle Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China

2. Institute of Intelligent Machines, Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

Abstract: In order to solve the geometric nonlinear problem of the positive stiffness module in the compliant constant-force mechanism, the positive stiffness module was designed based on the semicircular corrugated periodic beam, the negative stiffness module adopted a bistable beam, and the compliant constant force mechanism was designed by using the principle of positive and negative stiffness superposition. The theoretical model of the positive stiffness module was established by using the Mohr integral method and the compliance matrix method, and the theoretical model of the negative stiffness module was established by the elliptic integral method. The force - displacement curve of the compliant constant force mechanism was analyzed by ANSYS finite element simulation software to verify the theoretical model, and the relative error between the two was within 10%. In order to expand the range of constant-force, the response surface method was used to optimize the geometric parameters of the compliant constant-force mechanism, and the sensitivity analysis of the geometric parameters affecting the constant-force range was carried out. The prototype of the compliant constant-force mechanism was processed by 3D printing technology for experimental verification. The experimental results showed that the mechanism can maintain a constant-force of about 18.8 N within the input displacement range of 1.1~6.2 mm. The feasibility of the designed compliant constant-force mechanism, the validity of the optimization method and the accuracy of the theoretical model were verified.

Key words: compliant constant-force mechanism; semicircular corrugated periodic beam; bistable beam; Mohr integral method; elliptic integral method

收稿日期: 2023-05-13 修回日期: 2023-08-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(52165002, 52065019)、江西省自然科学基金项目(20202ACBL214013, 20224BAB204041)、中国博士后科学基金项目(2022M723189)和江西省教育厅科技项目(GJJ2200628)

作者简介: 刘敏(1990—),男,副教授,中国科学院合肥物质科学研究院博士后,主要从事柔顺机构研究,E-mail: lmin2016@foxmail.com

通信作者: 占金青(1979—),男,教授,博士,主要从事柔顺机构优化设计研究,E-mail: zhan_jq@126.com

0 引言

近年来,随着微操作领域的快速发展,对机构或设备的精度要求也越来越高。传统的刚性机构因含有刚性转动副难以达到超高精度的要求,柔顺机构^[1-6]通常是采用线切割方式加工而成,其结构具有一体化特点,且有无间隙、无摩擦磨损、无需润滑和高精度等优点,适用于精密工程领域。由于微操作领域中被操作对象的尺度往往非常小,例如细胞操作^[7],当操作力太大会损伤细胞,需要非常精确的力反馈装置来控制力^[8]。然而,力反馈装置会增加操作器的整体尺寸,提高结构复杂度以及增加成本等。另一种避免操作对象被损伤的方法是采用恒力机构,它可以在一定的输入位移内维持近似恒定的输出力^[9-11]。

为了既满足高精度要求又满足恒力要求,研究人员借鉴刚性恒力机构原理,在柔顺机构中加入恒力模块,得到了柔顺恒力机构。柔顺恒力机构^[12]是一种利用自身弹性变形来传递运动和能量的免装配机构,且在一定的输入位移内能维持近似恒定的输出力,除了具有一般柔顺机构的特性外,还具有零刚度特性。近年来,因其高精度和恒力特性,被广泛应用于微纳操作、精密定位、静力平衡、过载保护等领域^[13-16],尤其适用于微操作中避免微小零件因受到过大夹持力而造成损伤。

为使得柔顺恒力机构在一定的输入位移范围内保持恒力,需在这段位移内获得零刚度,主要有两种方式,一种是设计刚度接近于零的曲梁来产生恒定的输出力。LAN 等^[17]采用这种方法设计了应用于机器人末端执行器的柔顺恒力机构。MIAO 等^[18]基于具有连续曲率的曲梁设计了柔顺恒力机构,并用于苹果采摘。另一种方式是采用正刚度机构和负刚度机构组合得到零刚度机构。LIU 等^[19]采用直梁正刚度机构和双稳态梁负刚度机构进行组合,设计了柔顺恒力微夹钳。胡俊峰等^[20]利用直梁正刚度和双稳态梁屈曲行为产生负刚度来实现机构的零刚度特性,设计了一种柔顺恒力微动平台,并采用优化方法获得结构最优参数以提高恒力范围。XU^[21]为了实现更大负刚度区域行程,提出了一种基于倾斜角复合平行四边形柔性铰链的新型双稳态机构,与正刚度机构并联形成了柔顺恒力微动平台。GAN 等^[22]基于圆弧梁正刚度机构和双稳态梁负刚度机构设计了恒力可调的柔顺恒力微夹钳,利用 PPRR 伪刚体模型对圆弧梁建模,并采用粒子群优化算法对机构进行参数优化。YE 等^[23]基于双稳态梁的负刚度效应,采用两个负刚度模块和正刚度模块进行

并联,得到两阶段的柔顺恒力夹持器。

从以上研究可以看出,柔顺恒力机构中的负刚度机构大多是采用双稳态梁,正刚度机构大多是采用直梁,也有学者采用 V 型梁等。然而,由于用于恒力机构的柔性构件往往会产生大变形,常用的直梁等正刚度机构在大变形下存在几何非线性问题^[24],使得正刚度不是常数,导致机构维持恒力的范围很窄。基于此,本文将采用半圆型波纹型周期梁作为正刚度机构以减小几何非线性效应,采用双稳态梁机构作为负刚度机构,利用正负刚度叠加原理设计新型柔顺恒力机构。为使得柔顺恒力机构尽量保持恒力稳定,采用响应面法进行结构参数优化,并通过有限元仿真和实验进行验证。

1 柔顺恒力机构构型设计

在柔顺恒力机构中,刚度 K 为弹性元件所受载荷 F 与其引起位移 x 的比值,计算式为

$$K = \frac{F}{x}$$

(1)

由式(1)可知,当弹性元件所受的载荷 F 和位移 x 方向一致时, $K > 0$;当弹性元件所受的载荷 F 和位移 x 方向相反时, $K < 0$;当弹性元件所受的载荷 F 不随输入位移的变化而变化时, $K = 0$ 。当 $K = 0$ 时,则满足恒力机构的力学特性。

为得到零刚度机构,可以将正刚度结构与负刚度结构并联组合。本文提出的柔顺恒力机构如图 1 所示,正刚度模块采用半圆型波纹周期梁,每个单元由 4 个直梁段和 2 个半圆型曲梁组成,负刚度模块则为常用的双稳态梁。半圆型波纹周期梁受力后,其变形与载荷成正比,表现为正刚度特性。由于双稳态梁的多稳态特性,当达到屈曲点之后,变形与载荷开始成反比,所以双稳态梁存在部分的负刚度区域,将半圆型波纹周期梁和双稳态梁并联连接,则会在一定的输入位移范围内得到近似零刚度的恒力机构。

图 1 中, t_1 、 b_1 、 L_1 、 θ 分别表示双稳态梁厚度、宽度、长度以及水平方向的夹角, R 、 t_2 、 b_2 和 L_2 分别

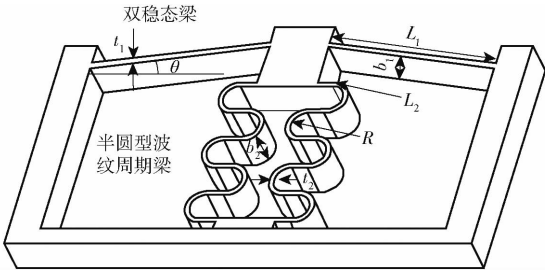


图 1 柔顺恒力机构

Fig. 1 Compliant constant-force mechanism

表示半圆型波纹周期梁半径、厚度、宽度和直梁段长度。

2 柔顺恒力机构理论分析

由于柔顺恒力机构是由正刚度机构和负刚度机构并联组成,对柔顺恒力机构进行建模只需分别求出半圆型波纹周期梁和双稳态梁的刚度模型,然后把它们的刚度叠加即可得到整体机构刚度模型。

2.1 半圆型波纹周期梁的刚度模型

半圆型波纹梁单元由 6 段梁连接组成,如图 2 所示,其中 A、C、D、F 段为直梁,B、E 段为半圆型曲梁。为了建立直梁段和半圆型曲梁段的刚度矩阵,对不同段梁分别建立独立的参考坐标系。

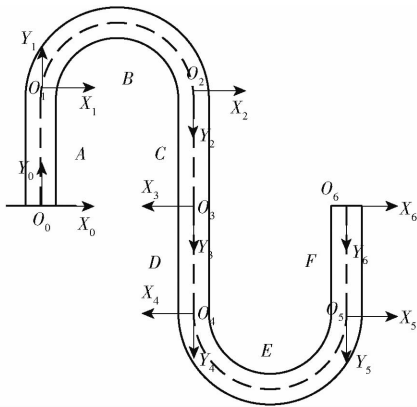


图 2 半圆型波纹梁单元及坐标示意图
Fig. 2 Schematic of semicircular corrugated beam unit and reference frame

对于直梁段刚度矩阵,可以利用欧拉-伯努利梁理论^[23]求得。由于直梁段不一定是细长梁,需要考虑剪切力的影响,因此引入修正项: $L_2/(GA)$ (其中 G 为材料剪切弹性模量)。在图 2 所示的参考坐标系下,直梁段 O_0 固定,载荷施加在点 O_1 处,可得直梁段的力-位移关系表达式

$$\begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_2^3}{3EI_z} + \frac{L_2}{GA} & 0 & -\frac{L_2^2}{2EI_z} \\ 0 & \frac{L_2}{EA} & 0 \\ -\frac{L_2^2}{2EI_z} & 0 & \frac{L_2}{EA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 F_x —— x 轴方向的力
 F_y —— y 轴方向的力
 M_z ——绕 z 轴的力矩
 δ_x ——在平面内所产生的 x 方向位移
 δ_y ——在平面内所产生的 y 方向位移
 θ_z ——绕 z 轴转角

E ——弹性模量
 A ——梁横截面积
 I_z ——横截面惯性矩

半圆型曲梁的刚度采用莫尔积分法计算,在杆件结构的基本和组合变形的位移计算中,莫尔积分法表示为

$$\Delta = \sum \int_{L_2} \frac{F\bar{F}}{EA} dL_2 + \sum \int_{L_2} \frac{M\bar{M}}{EA} dL_2 + \sum \int_{L_2} \frac{T\bar{T}}{GI_p} dL_2 \quad (3)$$

其中
$$I_p = \frac{b_2 t_2^3}{12} + \frac{b_2^3 t_2}{12} \quad (4)$$

式中 Δ ——所求点位移
 M ——所求截面在外力作用下的弯矩
 F ——所求位移点处施加的力
 T ——所求截面在外力作用下的扭矩
 $\bar{F}$ ——所求位移点处加上相应的单位载荷后的力
 $\bar{M}$ ——所求位移点处加上相应的单位载荷后的弯矩
 $\bar{T}$ ——所求位移点处加上相应的单位载荷后的扭矩
 I_p ——极惯性矩

在坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$ 中,将 B 段半圆型梁在 O_1 处固定,自由端 O_2 施加载荷,如图 3 所示。自由端处沿 x 方向施加载荷 F_x ,任意截面弯矩为

$$M_x(\zeta) = F_x R(1 + \cos \zeta) \quad (5)$$

式中 ζ ——夹角 R ——半径

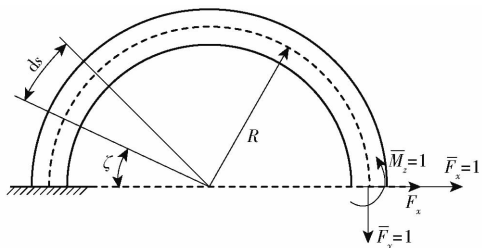


图 3 半圆型梁段在 F_x 作用下的变形分析
Fig. 3 Deformation analysis of semicircular beam segment under force F_x

为了求解半圆型梁末端的平面内位移,附加单位载荷应与所求广义位移对应,在自由端分别沿 x 、 y 方向施加单位载荷 $\bar{F}_x = 1$ 、 $\bar{F}_y = 1$ 。则在单位载荷作用下,半圆型梁上任意截面弯矩计算式为

$$\bar{M}_{x1}(\zeta) = \bar{F}_x R(1 + \cos \zeta) = (1 + \cos \zeta) R \quad (6)$$

$$\bar{M}_{y1}(\zeta) = \bar{F}_y R(1 + \sin \zeta) = (1 + \sin \zeta) R \quad (7)$$

在半圆型梁末端施加单位弯矩 $\bar{M}_z = 1$,可求解半圆型梁段在平面内的角位移,此时,半圆型梁段上任意截面处弯矩为 $\bar{M}_{z1} = 1$ 。

因此,在载荷 F_x 作用下半圆型梁末端位移 δ_{x1} 、 δ_{y1} 和 θ_{z1} 计算式为

$$\begin{cases} \delta_{x1} = \int_0^\pi \frac{F_x R^3 (1 + \cos\zeta)^2}{EI_z} d\zeta \\ \delta_{y1} = \int_0^\pi \frac{F_x R^3 (1 + \cos\zeta) \sin\zeta}{EI_z} d\zeta \\ \theta_{z1} = \int_0^\pi \frac{F_x R^2 (1 + \cos\zeta)}{EI_z} d\zeta \end{cases} \quad (8)$$

化简得, B 段半圆型梁末端受力产生的位移计算式为

$$\begin{cases} \delta_{x1} = \frac{3\pi F_x R^3}{2EI_z} \\ \delta_{y1} = \frac{2F_x R^3}{EI_z} \\ \theta_{z1} = \frac{\pi F_x R^2}{EI_z} \end{cases} \quad (9)$$

类似地, B 段半圆型梁末端在力 F_y 作用下,梁段末端在 x 、 y 、 z 方向上所产生的位移计算式为

$$\begin{cases} \delta_{x2} = \frac{2F_y R^3}{EI_z} \\ \delta_{y2} = \frac{\pi F_y R^3}{2EI_z} \\ \theta_{z2} = \frac{2F_y R^2}{EI_z} \end{cases} \quad (10)$$

类似地,当 B 段半圆型梁的末端受到弯矩 M_z 时,此时半圆型梁末端在各个方向的位移计算式为

$$\begin{cases} \delta_{x3} = -\frac{\pi M_z R^2}{EI_z} \\ \delta_{y3} = \frac{2M_z R^2}{EI_z} \\ \theta_{z3} = \frac{\pi M_z R}{EI_z} \end{cases} \quad (11)$$

通过上述分析,当半圆型梁受到载荷时,在 3 个自由度方向均会产生相应的平动和角位移,其力-位移关系可以表示为

$$\boldsymbol{D}_{12} = \boldsymbol{C}_{12} \boldsymbol{W}_{12} \quad (12)$$

其中

$$\boldsymbol{D}_{12} = \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\boldsymbol{C}_{12} = \begin{bmatrix} \frac{3\pi R^3}{2EI_z} & -\frac{2R^3}{EI_z} & -\frac{\pi R^2}{EI_z} \\ -\frac{2R^3}{EI_z} & \frac{\pi R^3}{2EI_z} & \frac{2R^2}{EI_z} \\ -\frac{\pi R^2}{EI_z} & \frac{2R^2}{EI_z} & \frac{\pi R}{EI_z} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\boldsymbol{W}_{12} = [F_x \quad F_y \quad M_z]^T \quad (15)$$

式中 $\boldsymbol{C}_{12}$ ——半圆型梁的柔度矩阵

半圆型梁的刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_{12} = \boldsymbol{C}_{12}^{-1}$, 为

$$\boldsymbol{K}_{12} = \begin{bmatrix} \frac{2EI_z}{\pi R^3} & 0 & \frac{2EI_z}{\pi R^2} \\ 0 & \frac{2\pi EI_z}{(\pi^2 - 8)R^3} & -\frac{4EI_z}{(\pi^2 - 8)R^2} \\ \frac{2EI_z}{\pi R^2} & -\frac{4EI_z}{(\pi^2 - 8)R^2} & -\frac{(3\pi^2 - 16)EI_z}{\pi(\pi^2 - 8)R} \end{bmatrix} \quad (16)$$

半圆型波纹梁单元可以看作结构 1 和结构 2 (由结构 1 顺时针旋转 180° 得到) 串联组合得到, 如图 4 所示, 并且都是由两个直梁段和一个半圆型曲梁段组成。

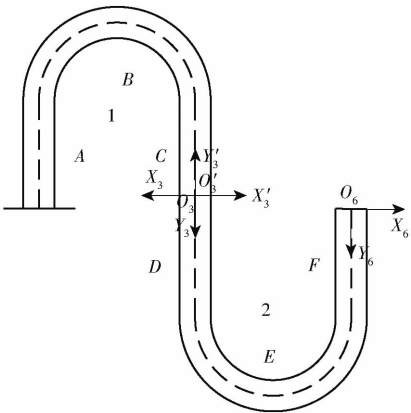


图 4 反对称结构

Fig. 4 Antisymmetric structure

在直梁段 C 末端建立独立参考坐标系 $O_3X_3Y_3Z_3$, 在该坐标系下的直梁段 C 和直梁段 A 的柔度矩阵完全相同。为了得到结构 1 的刚度矩阵, 把结构 1 中各局部坐标系通过旋转和平移, 变换到坐标系 $O_3X_3Y_3Z_3$ 中。 $\boldsymbol{T}_{13}$ 和 $\boldsymbol{R}_{13}$ 分别为坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$ 到 $O_3X_3Y_3Z_3$ 的平移矩阵和旋转矩阵, 计算式为

$$\boldsymbol{T}_{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta_y & -\Delta_x & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\boldsymbol{R}_{13} = \begin{bmatrix} \cos\tilde{\theta} & \sin\tilde{\theta} & 0 \\ -\sin\tilde{\theta} & \cos\tilde{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中 $\tilde{\theta}$ ——两个坐标系旋转角
 Δ_x ——两个坐标系在 x 方向上的距离
 Δ_y ——两个坐标系在 y 方向上的距离
同理, 从坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$ 到 $O_3X_3Y_3Z_3$ 的转换对应的平移矩阵和旋转矩阵分别为 $\boldsymbol{T}_{23}$ 和 $\boldsymbol{R}_{23}$, 所以

在坐标系 $O_3X_3Y_3Z_3$ 下,直梁段 A 和直梁段 B 的柔度矩阵为

$$\begin{cases} C'_{01} = T_{13}^T R_{13}^T C_{01} R_{13} T_{13} \\ C'_{12} = T_{23}^T R_{23}^T C_{12} R_{23} T_{23} \end{cases} \quad (19)$$

则结构 1 的柔度矩阵等于直梁段和半圆型曲梁段的柔度矩阵相加,公式为

$$C_{123} = C'_{01} + C'_{12} + C'_{23} \quad (20)$$

由于结构 1 和结构 2 相同,因此在各自独立参考坐标系下满足 $C_{456} = C_{123}$ 。完整的半圆型波纹梁单元的刚度矩阵求解可在半圆型波纹梁单元末端建立参考坐标系 $O_6X_6Y_6Z_6$,坐标系 $O_3X_3Y_3Z_3$ 到坐标系 $O_6X_6Y_6Z_6$ 的平移矩阵 T_3 和旋转矩阵 R_3 计算式为

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2R & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

坐标系 $O'_3X'_3Y'_3Z'_3$ 到坐标系 $O_6X_6Y_6Z_6$ 的平移矩阵 T_4 与 T_3 一致,因此在坐标系 $O_6X_6Y_6Z_6$ 下,半圆型波纹梁单元的整体柔度矩阵 C_{u1} 表示为

$$C_{u1} = T_3^T R_3^T C_{123} R_3 T_3 + T_4^T R_4^T C_{456} R_4 T_4 \quad (23)$$

半圆型波纹梁单元的刚度矩阵可由柔度矩阵取逆得到, $K_{u1} = C_{u1}^{-1}$ 。

因此,在坐标系 $O_{b1}X_{b1}Y_{b1}Z_{b1}$ 下,由 N 个半圆型波纹梁单元组成的波纹周期梁的刚度矩阵可表示为

$$K_{ib} = (C_{ib})^{-1} = \left(\sum_{i=1}^N T_{ib}^T R_{ib}^T C_{ui} R_{ib} T_{ib} \right)^{-1} \quad (24)$$

其中

$$T_{ib} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & (N-i)4R & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中 R_{ib} ——旋转矩阵 T_{ib} ——平移矩阵

2.2 双稳态梁刚度模型

图 5 为双稳态梁结构及其受力示意图,其中, P 为滑块对梁的支反力, α 、 φ 分别为 F 与 y 轴和 P 与 x 轴之间的夹角。由于双稳态梁的变形是非线性的大变形,因此采用椭圆积分法求解其解析表达式,由力平衡原理可得

$$F = 2(P \cos \varphi \sin \alpha - P \sin \varphi \cos \alpha) \quad (26)$$

由于双稳态梁为对称结构,故取结构的一半进行受力分析。选取梁上任意点 A 进行分析,点 A 沿 x 、 y 轴的坐标分别为 x_a 、 y_a , β 为点 A 的转角, M 为梁末端所受弯矩, α 为梁末端位移与竖直方向的夹角, s 为弧长, I_d 为双稳态梁的截面惯性矩。

梁末端变形后的水平位移 a 和竖直位移 b 可表示为

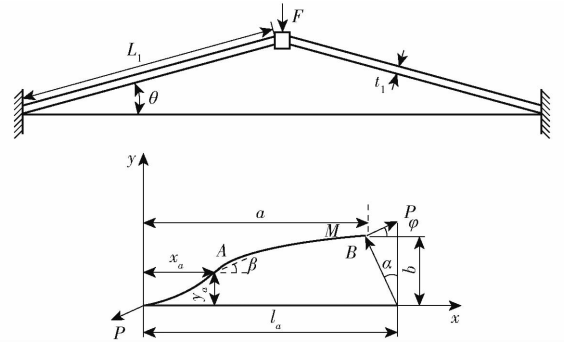


图 5 双稳态梁结构和受力分析

Fig. 5 Bistable beam structure and force analysis

$$\begin{cases} L = \int_0^{l_a} ds \\ a = \int_0^{l_a} \cos \beta ds \\ b = \int_0^{l_a} \sin \beta ds \end{cases} \quad (27)$$

通过推导,可得

$$L = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \sqrt{\frac{EI_d}{P}} \frac{1}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \phi}} d\phi \quad (28)$$

其中

$$\begin{cases} \cos \frac{\phi - \beta}{2} = \kappa \sin \phi \\ C = P(2\kappa^2 - 1) \end{cases} \quad (29)$$

式中 ϕ_1 、 ϕ_2 可参照文献[25]。

定义变量 λ , 并令

$$\lambda = \frac{L^2 P}{EI_d} \quad (30)$$

第一类不完全椭圆积分可定义为

$$F(\kappa, \phi) = \int_0^{\phi} \frac{1}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \delta}} d\delta \quad (31)$$

则式(30)可化简为

$$\sqrt{\lambda} = F(\kappa, \phi_2) - F(\kappa, \phi_1) \quad (32)$$

据式(30)~(32)可知,当确定 κ 、 ϕ_1 、 ϕ_2 后,可由式(26)确定力 F 。

利用三角函数变换,并联合式(27)、(32)可得

$$\begin{cases} \frac{b}{L} = -\frac{1}{\sqrt{\lambda}} [\sin \varphi (2E(\kappa, \phi_2) - 2E(\kappa, \phi_1) + F(\kappa, \phi_1)) - F(\kappa, \phi_2) + 2\kappa \cos \varphi (\cos \phi_1 - \cos \phi_2)] \\ \frac{a}{L} = -\frac{1}{\sqrt{\lambda}} [\cos \varphi (2E(\kappa, \phi_2) - 2E(\kappa, \phi_1) + F(\kappa, \phi_1)) - F(\kappa, \phi_2) + 2\kappa \sin \varphi (\cos \phi_1 - \cos \phi_2)] \end{cases} \quad (33)$$

其中

$$E(\kappa, \phi) = \int_0^{\phi} \sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \delta} d\delta \quad (34)$$

式中 $E(\kappa, \phi)$ ——第二类不完全椭圆积分

当 κ 、 ϕ_1 、 ϕ_2 确定后,则可确定梁末端受力变形后的竖直位移 b 和水平位移 a 。根据上述内容可

知,因不能直接解出双稳态梁的力和位移关系,故采用迭代的方法,在给定位移 d 可求得所施加的力 F ,详细推导过程可参考文献[25]。

3 理论模型验证

利用 ANSYS 软件对基于半圆型波纹周期梁正刚度机构和双稳态梁负刚度机构进行仿真分析,并与理论结果进行比较,来验证所建立理论模型的正确性。柔顺恒力机构结构参数如表 1 所示,材料为 PLA,弹性模量和泊松比分别为 3 GPa 和 0.3。

表 1 结构固定参数				
Tab.1 Structural parameters				
参数	L_1/mm	t_1/mm	b_1/mm	L_2/mm
数值	38	1.1	8	3.5
参数	R/mm	t_2/mm	b_2/mm	$\theta/(\text{^\circ})$
数值	3.5	1	8	8

3.1 双稳态梁理论模型验证

将双稳态梁两端施加固定约束,在连接块处施加位移 $0 \sim 8 \text{ mm}$ 的约束,使得输入位移在 $0 \sim 8 \text{ mm}$ 范围内变化。利用有限元仿真软件和所建立的理论模型求解出双稳态梁变形的力-位移关系曲线,如图 6 所示。从图 6 可以看出,理论模型的计算结果和有限元仿真结果比较吻合,验证了所建立的理论模型的有效性。双稳态梁在变形增大的过程当中会产生屈曲现象,随后随着变形的增加所施加的力反而变小。

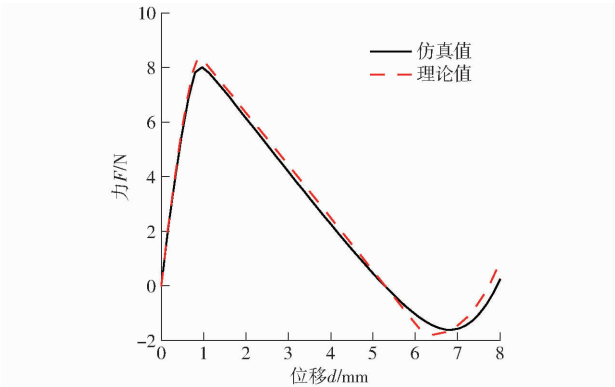


图 6 双稳态梁的力-位移曲线

Fig. 6 Force - displacement curves of bistable beam

3.2 半圆型波纹周期梁理论模型验证

将基于半圆型波纹周期梁的正刚度模块下端固定,上端施加位移 $0 \sim 5 \text{ mm}$ 。利用有限元仿真软件和理论模型计算出正刚度模块的力-位移曲线,如图 7 所示。从图 7 可以发现,半圆型波纹周期梁的有限元仿真值和理论值吻合度较好,说明了建立的理论模型可以准确反映正刚度模块的力学特性。

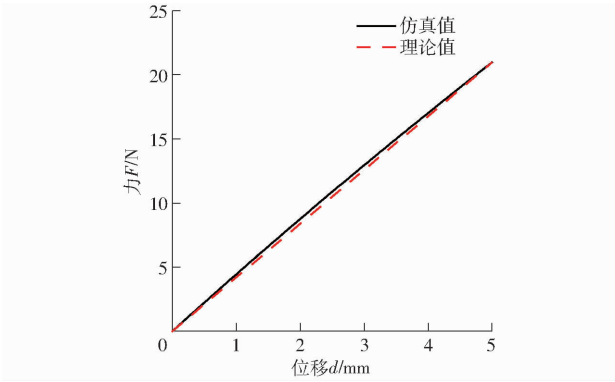


图 7 半圆型波纹周期梁的力-位移曲线

Fig. 7 Force - displacement curves of semicircular corrugated periodic beams

3.3 恒力机构理论模型验证

柔顺恒力机构在一定的位移范围内保持接触力不变,为了验证柔顺恒力机构的零刚度特性,设定输入位移 d 在 $0 \sim 8 \text{ mm}$ 发生变化。分别用有限元的仿真和理论模型求解出恒力机构所对应的力-位移曲线关系,如图 8a 所示。从图 8a 可看出,柔顺恒力机构大概在输入位移 $0.9 \sim 6.2 \text{ mm}$ 内维持近似恒定的力,理论计算的恒力约为 20.5 N 。为了验证柔顺恒力机构理论模型的正确性,计算整个输入位移范围内接触力的仿真值和理论值的相对误差,从图 8b 可以发现,相对误差在 10% 以内,说明建立的

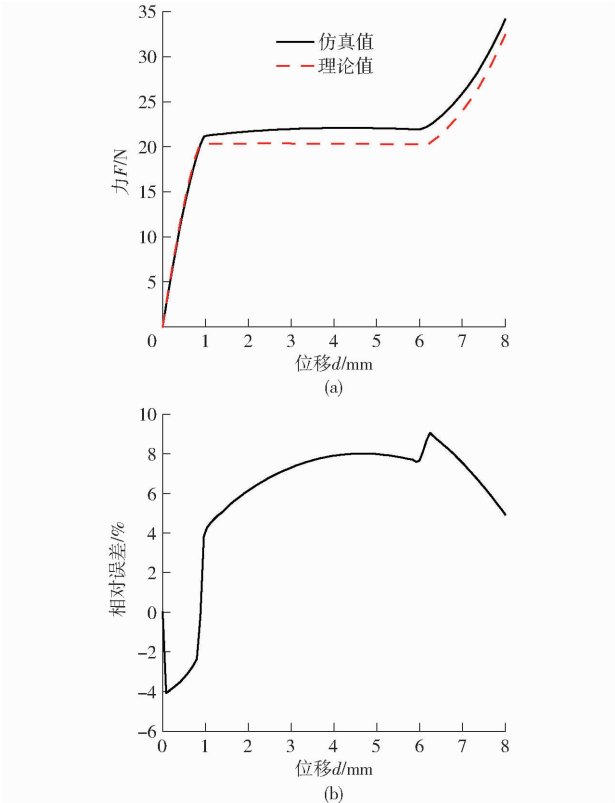


图 8 柔顺恒力机构仿真结果和理论计算结果的比较

Fig. 8 Comparison of simulation results and theoretical calculation results of compliant constant-force mechanism

柔顺恒力机构理论模型是正确的。

4 灵敏度

利用控制变量的方法对柔顺恒力机构的双稳态梁和半圆型波纹周期梁的各个参数进行分析,以此来分析各个参数对恒力机构的性能影响。表 2 为各个参数取值。

表 2 结构参数
Tab.2 Structural parameters

参数	L_1/mm	t_1/mm	b_1/mm	L_2/mm
数值	36 ~ 40	0.9 ~ 1.3	6 ~ 10	2 ~ 5

参数	R/mm	t_2/mm	b_2/mm	$\theta/(\text{^\circ})$
数值	2.5 ~ 4.5	0.9 ~ 1.1	6 ~ 10	6 ~ 10

图 9 为双稳态梁结构参数对机构恒力特性的影响,从图 9a 可以看出,当双稳态梁的长度越长,双稳态梁达到屈曲点的位移会变小,并且所需要的力也随之变小,因此表现出负刚度区域变长,即恒力机构恒力范围会变大,承载能力也相应的变小,但影响程度不大。而随着双稳态梁的角度增大,恒力范围和承载能力都会增大(图 9b)。当双稳态梁的宽度增大,恒力范围基本不变,但承载能力增大(图 9c)。当双稳态梁的厚度增大,恒力范围减小,并且承载能力会发生明显的变化(图 9d)。

图 10 为半圆型波纹周期梁结构参数对机构恒力特性的影响。从图 10a、10b 可知,半圆型波纹周

期梁的直梁长度和半径增大,正刚度减小,即机构的承载能力变小。当半圆型波纹周期梁的厚度和宽度增大时,恒力机构承载能力变大(图 10c、10d)。

通过上述分析可知,柔顺恒力机构的尺寸参数对恒力特性有很大的影响,为了使得机构能够保持稳定的恒力以及具有更大的恒力范围,需要对机构的参数进行优化。

5 柔顺恒力机构参数优化

采用响应面法对柔顺恒力机构进行参数优化,以恒力范围最大化为优化目标。首先在 Pro/E 中建立恒力机构三维模型,并进行参数传递设置,再导入到 ANSYS Workbench 中,对恒力机构进行网格划分、求解。由于柔顺恒力机构的恒力范围只受负刚度模块影响,因此在优化过程中先保持正刚度机构不变,只对双稳态梁进行参数优化,以获得更大的恒力范围;此时,再以优化后的负刚度计算相应的正刚度,以使得恒力机构获得稳定的恒力。所需优化参数如表 2 所示。

采用 ANSYS Workbench 中的响应面 (Response surface) 模块进行优化设计,首先定义设计变量(长度、厚度、角度、宽度)和输出响应(恒力范围),以及设计变量的变化范围。利用 Sensitivity (灵敏度) 模块计算灵敏度结果,求得双稳态梁各个参数对恒力范围的影响程度,如图 11 所示。

采用不同颜色对应不同的结构参数,形状面积

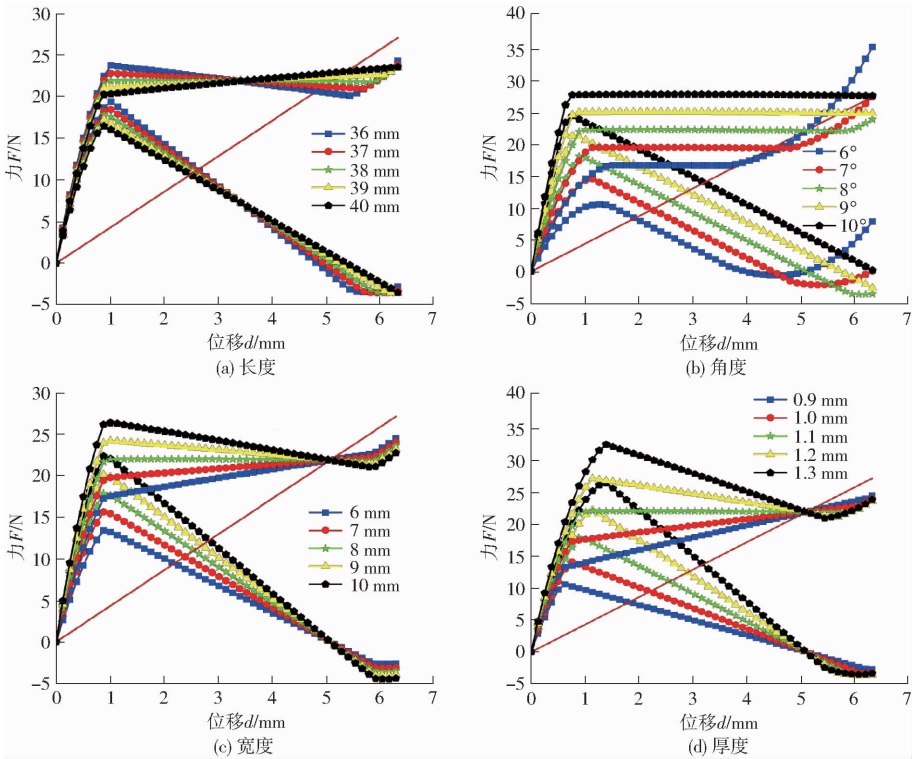


图 9 双稳态梁结构参数对恒力机构性能的影响

Fig. 9 Influence of bistable beam structural parameters on performance of constant-force mechanism

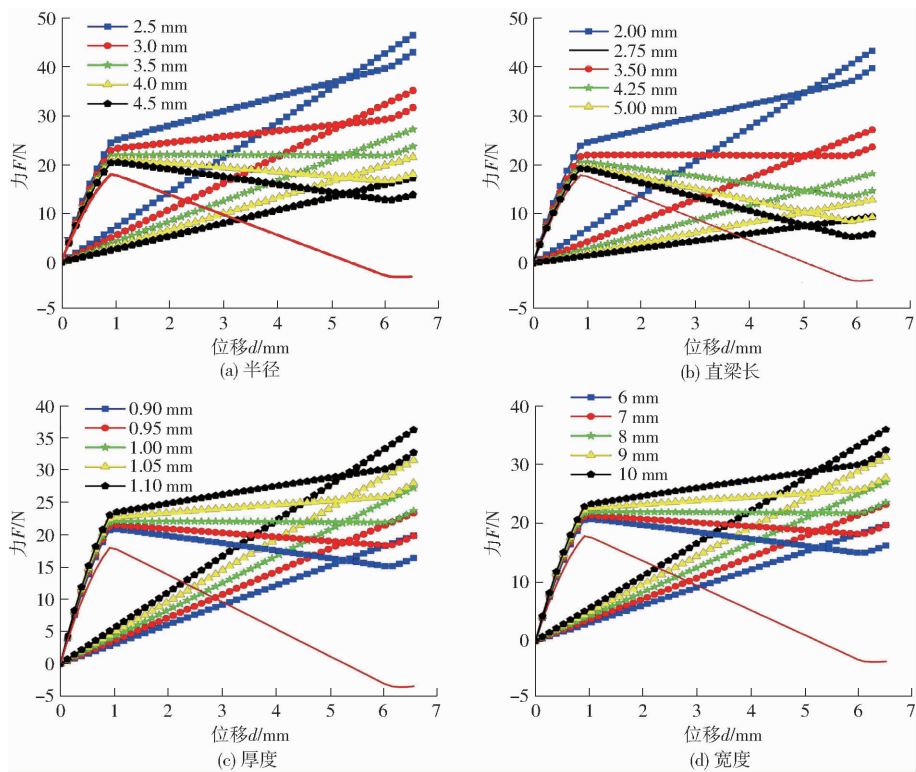


图 10 半圆型波纹周期梁结构参数对恒力机构性能的影响

Fig. 10 Influence of structural parameters of semicircular corrugated periodic beam on performance of constant-force mechanism

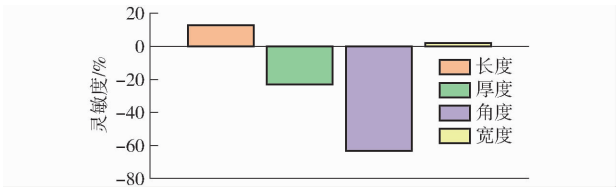


图 11 双稳态梁各个参数对恒力范围的影响
Fig. 11 Influence of various parameters of bistable beam on constant-force range

表示对输出参数的影响程度,面积越大说明结构参数对输出参数影响越大。正灵敏度说明输出参数对结构参数的影响为正比关系,负灵敏度说明输出参数对结构参数的影响为反比关系。从图 11 可以看出,双稳态梁角度、长度、厚度、宽度对柔顺恒力机构的恒力范围都有影响,双稳态梁角度对恒力范围影响最大,灵敏度为 -63% ,厚度和长度影响次之,灵敏度分别为 -23% 和 13% ,宽度对恒力范围基本没有影响,灵敏度为 2% 。

将半圆型波纹周期梁的结构参数设成定值,对双稳态梁进行参数优化,求解出优化后双稳态梁的负刚度,再通过对应的正刚度来优化半圆型波纹周期梁的参数。采用响应面法优化后,得到的柔顺恒力机构最优参数如表 3 所示。

图 12 为优化前和优化后的柔顺恒力机构的力-位移曲线。从图 12 可看到,优化前恒力范围约为 5 mm ,恒力约为 22 N ,优化后恒力范围约为 7.5 mm ,恒力约为 40 N ,优化结果表明柔顺恒力机

表 3 柔顺恒力机构各个参数优化结果

Tab.3 Optimization results of each parameter of compliant constant-force mechanism

参数	L_1/mm	t_1/mm	b_1/mm	L_2/mm
优化前	39	1.1	8	3
优化后	39.97	1.17	9.46	4.05
取整后	40	1.2	9.5	4

参数	R/mm	t_2/mm	b_2/mm	$\theta/(\text{^\circ})$
优化前	3.5	1	8	8
优化后	3.23	1.13	6.03	9.97
取整后	3.2	1.1	6	10

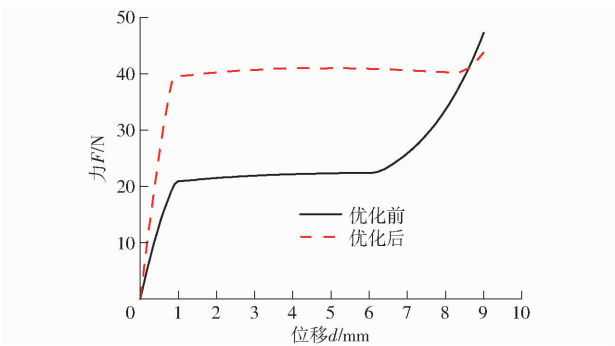


图 12 力-位移曲线

Fig. 12 Force-displacement curves

构的恒力范围明显增大。

6 实验验证

为了验证所设计的柔顺恒力机构和理论模型的有效性和正确性,采用 3D 打印技术加工了优化

前柔顺恒力机构样机,打印材料为 PLA,建立了实验测试平台,如图 13 所示。测试平台由柔顺恒力机构、力传感器、力传感器信号接收器、数显螺旋测微器组成。力传感器为超微 S 型力传感器,量程为 0 ~ 100 N,分辨率为 0.1 N,数显螺旋测微器量程为 0 ~ 25 mm,分辨率为 0.01 mm。将力传感器固定在恒力机构的输入端,利用螺旋测微器顶住力传感器来推动恒力机构产生变形,每隔 0.1 mm 读取力显示器上的数值,实验所测得的力-位移曲线如图 14 所示。

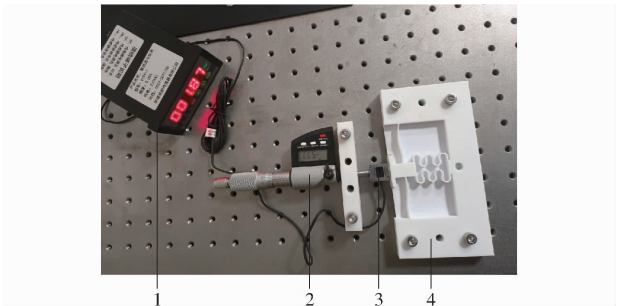


图 13 实验测试平台

Fig. 13 Experimental test platform

1. 力显示器 2. 数显螺旋测微器 3. 力传感器 4. 柔顺恒力机构样机

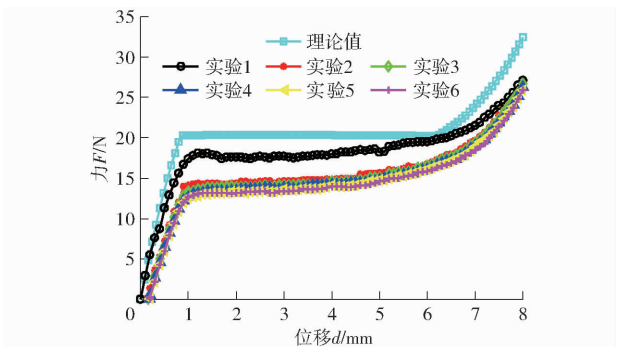


图 14 实验结果

Fig. 14 Experimental results

由图 14 可知,第 1 次实验测得柔顺恒力机构在输入位移 1.1 ~ 6.2 mm 内表现出恒力特性,恒力在 17.8 ~ 19.8 N 范围内波动(恒力平均值约 18.8 N),

理论模型分析得出的恒力在输入位移 0.9 ~ 6.2 mm 之间,恒力约为 20.5 N。通过对比实验结果与理论结果可以发现,实验值和理论值比较吻合,但也存在一定的误差,相对误差为 3.41% ~ 13.17%。产生误差的可能原因有:测量导致的误差;加工过程中结构尺寸的误差等。虽然实验结果与理论值存在一定误差,但在可接受的范围内,验证了所建立的理论模型和设计的柔顺恒力机构是有效的。

为了进一步测试所用材料对柔顺恒力机构特性的影响,又进行了 5 次实验,实验步骤和第 1 次实验一样。通过多次实验发现,随着实验次数的增加,机构仍然具有恒力特性,但是其恒力会逐渐减小,最终稳定在 14 N 左右(图 14)。另外,当载荷卸载之后,柔顺恒力机构不能回到初始位置,表明使用的材料存在回弹特性,回弹位移约为 0.2 mm。出现恒力减小和回弹现象的可能原因是柔顺恒力机构采用 3D 打印方式加工而成,材料的致密性和弹性不好。因此,为了使柔顺恒力机构能保持较好的恒力特性,其材料尽量使用弹性较好的金属材料。

7 结束语

采用半圆型波纹周期梁设计了正刚度机构,与双稳态梁负刚度机构组合设计了柔顺恒力机构。利用莫尔积分法和柔度矩阵法建立了半圆型波纹周期梁的刚度模型;采用椭圆积分法建立了双稳态梁的刚度模型。通过有限元仿真分析了柔顺恒力机构的力-位移曲线,并与理论模型进行对比,两者的相对误差在 10% 以内。采用响应面法对柔顺恒力机构的恒力区间进行了优化设计,优化后的恒力范围由 5 mm 提升到 7.5 mm,验证了优化方法的有效性。采用 3D 打印技术加工了优化前的柔顺恒力机构样机,搭建了实验平台对机构的恒力特性进行了测试。实验结果表明,柔顺恒力机构在输入位移 1.1 ~ 6.2 mm 范围内能维持近似恒力,恒力在 18.8 N 左右,验证了柔顺恒力机构构型设计和理论模型的正确性。

参 考 文 献

[1] ZHU B, ZHANG X, ZHANG H, et al. Design of compliant mechanisms using continuum topology optimization: a review[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 143: 103622.

[2] 马金玉,余胜东,康升征,等. 基于压电作动器驱动的微操作机构设计与运动控制[J]. 农业机械学报, 2021, 52(9): 417 - 426.

MA Jinyu, YU Shengdong, KANG Shengzheng, et al. Design and motion control of piezo-driven puncture micromanipulation mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(9): 417 - 426. (in Chinese)

[3] 余跃庆,张亚涛,张绪平,等. 柔顺微夹持机构理论分析与实验[J]. 农业机械学报, 2018, 49(11): 393 - 398.

YU Yueqing, ZHANG Yatao, ZHANG Xuping, et al. Theoretical analysis and experiment on compliant microgripper mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(11): 393 - 398. (in Chinese)

[4] 刘敏,张宪民. 基于类 V 型柔性铰链的微位移放大机构[J]. 光学精密工程, 2017, 25(4): 999 - 1008.

LIU Min, ZHANG Xianmin. Micro-displacement amplifier based on quasi-V-shaped flexure hinge[J]. Optics and Precision

- Engineering, 2017, 25(4): 999 – 1008. (in Chinese)
- [5] 于靖军, 郝广波, 陈贵敏, 等. 柔性机构及其应用研究进展[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 53 – 68.
YU Jingjun, HAO Guangbo, CHEN Guimin, et al. State-of-art of compliant mechanisms and their applications[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 53 – 68. (in Chinese)
- [6] LIU M, ZHAN J, ZHU B L, et al. Topology optimization of compliant mechanism considering actual output displacement using adaptive output spring stiffness[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 146: 103728.
- [7] AKBARI M, BARAZANDEH F, BARATI H. A novel approach to design and fabricate an electrothermal microgripper for cell manipulation[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2022, 346: 113877.
- [8] VEROITI M, DOCHSHANOV A, BELFIORE N P. A comprehensive survey on microgrippers design; mechanical structure [J]. Journal of Mechanical Design, 2017, 139(6): 060801.
- [9] QAISER Z, UR REHMAN T, JOHNSON S. Slenderness tuning to adjust and regulate constant force mechanisms (STAR – CFM) [J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 186: 105351.
- [10] LI M, CHENG W, XIE R. Design and experimental validation of a cam-based constant-force compression mechanism with friction considered[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2019, 233(11): 3873 – 3887.
- [11] 杨洲, 郭杰, 金莫辉, 等. 基于恒力机构的香蕉落梳装置设计与自适应性分析[J]. 农业机械学报, 2019, 50(6): 148 – 155.
YANG Zhou, GUO Jie, JIN Mohui, et al. Design and analysis of self-adaptability in banana crown-cutting device based on constant-force mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(6): 148 – 155. (in Chinese)
- [12] LING J, YE T, FENG Z, et al. A survey on synthesis of compliant constant-force/torque mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 176: 104970.
- [13] GAN J, ZHANG J, GE M F, et al. Designs of compliant mechanism-based force sensors; a review [J]. IEEE Sensors Journal, 2022, 22(9): 8282 – 8294.
- [14] LIU M, ZHAN J Q, ZHU B L, et al. Topology optimization of flexure hinges with a prescribed compliance matrix based on the adaptive spring model and stress constraint[J]. Precision Engineering, 2021, 72: 397 – 408.
- [15] 张旭, 赖磊捷, 李朋志, 等. 电磁驱动柔顺微定位平台闭环频域迭代学习控制[J]. 光学精密工程, 2021, 29(9): 2149 – 2157.
ZHANG Xu, LAI Leijie, LI Pengzhi, et al. Closed-loop inverse iterative learning control in frequency-domain for electromagnetic driven compliant micro-positioning platform[J]. Optics and Precision Engineering, 2021, 29(9): 2149 – 2157. (in Chinese)
- [16] 张春辉, 汪玉, 杜俭业, 等. 被动式恒力缓冲装置的设计与性能研究[J]. 振动与冲击, 2015, 34(13): 176 – 181.
ZHANG Chunhui, WANG Yu, DU Jianye, et al. Design and characteristics of a passive constant force shock absorber[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(13): 176 – 181. (in Chinese)
- [17] LAN C C, WANG J H, CHEN Y H. A compliant constant-force mechanism for adaptive robot end-effector operations [C] // 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2010: 2131 – 2136.
- [18] MIAO Y, ZHENG J. Optimization design of compliant constant-force mechanism for apple picking actuator[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2020, 170: 105232.
- [19] LIU Y, ZHANG Y, XU Q. Design and control of a novel compliant constant-force gripper based on buckled fixed-guided beams[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 22(1): 476 – 486.
- [20] 胡俊峰, 陈星星. 具有零刚度特性的微动平台优化设计[J]. 光学精密工程, 2018, 26(6): 1430 – 1440.
HU Junfeng, CHEN Xingxing. Optimized design of a micro-motion stage with zero stiffness [J]. Optics and Precision Engineering, 2018, 26(6): 1430 – 1440. (in Chinese)
- [21] XU Q. Design of a large-stroke bistable mechanism for the application in constant-force micropositioning stage[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2017, 9(1): 011006.
- [22] GAN J, XU H, ZHANG X, et al. Design of a compliant adjustable constant-force gripper based on circular beams [J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 173: 104843.
- [23] YE T, LING J, KANG X, et al. A novel two-stage constant-force compliant microgripper[J]. Journal of Mechanical Design, 2021, 143(5): 053302.
- [24] NAMPALLY P, REDDY J N. Geometrically nonlinear Euler-Bernoulli and Timoshenko micropolar beam theories[J]. Acta Mechanica, 2020, 231: 4217 – 4242.
- [25] 陈贵敏, 于靖军, 马洪波, 等. 柔顺机构设计理论与实例[M]. 北京: 高等教育出版社, 2015.