

行星变速机构换挡变胞与其构态属性自动识别

符升平¹ 罗 宁^{2,3}

(1. 集美大学机械与能源工程学院, 厦门 361021; 2. 中华大学工程科学博士学位学程, 新竹 30012;
3. 厦门理工学院机械与汽车工程学院, 厦门 361024)

摘要: 针对数学表征行星变速机构换挡变胞过程及自动识别各挡位构态属性较难的问题, 首先, 解析了行星变速机构变胞理论, 基于机构转换法定义相对转速意义下行星排构件间运动副约束函数的转换规则, 构建以约束函数为元素的行星变速机构构件和关联关系的邻接矩阵; 然后, 根据换挡逻辑分析了操纵离合器和制动器的换挡变胞过程, 基于邻接矩阵分别推导这两种换挡构态演变的变胞方程, 建立包含行星排空转和整体回转等特殊构态的判别准则, 结合实例分析揭示换挡变胞机理; 最后, 通过建立相对转速方程和行星变速机构特性参数识别, 结合行星变速机构等效拓扑模型的约束条件, 提出了基于构态变胞方程的行星变速机构传动比和转矩自动建模和求解方法, 实现了行星变速机构各挡位构态属性的自动识别。以某拖拉机行星变速器为例进行了分析, 验证了该方法的可行性和有效性。

关键词: 行星变速机构; 换挡变胞机理; 邻接矩阵; 自动识别; 构态属性

中图分类号: U463.212+.2; TH132 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2020)12-0384-10 **OSID:** 

Evolution and Intelligent Identification of Metamorphic Configuration Aiming at Planetary Shifting Mechanism

FU Shengping¹ LUO Ning^{2,3}

(1. School of Mechanical and Energy Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China
2. Ph. D. Program in Engineering Science, Chung Hua University, Hsinchu 30012, China
3. School of Mechanical and Automotive Engineering, Xiamen University of Technology, Xiamen 361024, China)

Abstract: It is difficult to mathematically describe the metamorphic process of gear-shift and identify its own transmission characteristics of planetary shifting mechanism. Therefore, the metamorphic theory was interpreted aiming at planetary shifting mechanism firstly. Based on the mechanism conversion method, the constraint function, which described the dynamics traits of kinematic pair between two adjacent parts was transformed into the space of relevant revolving speed. And its transformation rule was defined. The adjacent matrixes of components and their each correlation was constructed aiming at planetary shifting mechanism, whose elements were constraint functions. And according to the operation logic rule of gear shift by operating clutch and brake, the metamorphic function of shifting configuration evolution was separately deduced based on configuration adjacent matrix. The principle of configuration evolution was revealed with an example to be analyzed. The identification formula of special configurations, including neutral position and direct position were established. After the construction of relative speed functions and the identification of characteristics parameters, the automatic identification method of system transmission ratio and torque function was presented based on configuration metamorphic function eventually. It was used to automatically analyze the transmission characteristics of planetary shifting mechanism. The application of this method was discussed aiming at the planetary shifting mechanism of one tractor. It was indicated that this method was feasible and effective. And it supplied the theory references for computer innovative design of the vehicle power train.

Key words: planetary shifting mechanism; metamorphic theory of vehicle gear-shift; adjacent matrix; automatic identification; configuration traits

0 引言

行星变速机构广泛应用于车辆动力传动系统中,通过操纵离合器或制动器改变功率传递路线,实现不同的挡位,具有结构紧凑、传动平稳、传递功率大和易于实现动力换挡等特点,满足车辆变速器高速、高功率密度和多挡化的发展趋势。但是,该机构布置形式灵活,用多个行星排和操纵元件组成预定挡位数和传动比的可行传动方案繁多,通过手动计算挡位传动特性进行筛查的传统设计方法不能满足要求。因此,结合计算机辅助设计方法,自动分析传动特性,识别挡位属性,使性能分析和方案设计相统一,能够提高车辆传动系统的设计效率。

目前,关于行星变速机构传动特性自动求解和分析的建模方法主要采用图论^[1-6]、键合图理论^[7-9]和经典数学或力学法^[10-13]。图论模型适用于计算机建模和求解,实现方案设计和性能分析统一^[4,14-16],但不能描述运动副动力学变化特征和表征换挡的构态演变过程;键合图理论用统一方法处理多能域并存的复杂动力学系统,便于计算机自动建模^[17-18],但不能充分表达构件和运动副的空间特征,自动识别挡位及其传动特性的功能不足;经典数学或力学方法依赖于传统的线图分析综合法、多自由度构件分析综合法或组合设计法,其效率较低,对空间拓扑结构的机构学意义不明显。因此,研究一种基于数学表征换挡变胞过程的挡位构态属性自动识别方法对行星变速机构的计算机辅助设计具有重要意义。

行星变速机构与变胞机构在功能域和物理域上的变换原理相一致,属于广义的变胞过程。变胞机构的相关理论目前已趋于成熟^[19-21],但应用于齿轮变速机构换挡的研究较少。针对数学表征行星变速机构换挡变胞过程及自动识别各挡位构态属性较难的问题,本文基于约束函数构建相对转速意义下行星变速机构的通用邻接矩阵,推导行星变速机构构态演变的变胞方程,揭示构态演变机理,提出基于构态变胞方程的构态属性自动识别方法,以期车辆传动系统方案设计和性能分析的集成计算提供参考。

1 行星变速机构变胞理论

行星变速机构由操纵元件(离合器和制动器)和行星齿轮传动组成。操纵元件的结合和分离,实现不同挡位,同时改变行星变速机构的构态,是一种构态演变的变胞方式。

基于变拓扑机构组成理论^[22],行星变速机构某

一挡位具备特有及固定的拓扑结构 T_g ,称为行星变速机构变拓扑机构 T 的第 g 阶构态($1 \leq g \leq \rho, \rho$ 为挡位数),则

$$\begin{cases} T = \sum_{g=1}^{\rho} T_g = \sum_{g=1}^{\rho} (E_g, J_g, F_g) = \Psi_c \cup \Psi_v \\ \Psi_c = T_1 \cap T_2 \cap \dots \cap T_g = \bigcap_{g=1}^{\rho} T_g \\ \Psi_v = G_1 \cup G_2 \cup \dots \cup G_{\gamma} = \bigcup_{i=1}^{\gamma} G_i \\ G_i = (T_{i-1} \cup T_i) - (T_{i-1} \cap T_i) \end{cases} \quad (1)$$

式中 Ψ_c ——不变运动链集合

Ψ_v ——可变运动链集合

E_g ——构件集合

J_g ——运动副集合

F_g —— J_g 到 E_g 的关联函数集合,表示构件与运动副的关联关系

γ ——构态功能转移图^[23]的有向边数

运动副约束相邻构件表面的运动,减少自由度,随机构态的变化产生、消失或改变性质。在全局坐标系下,定义运动副广义作用力向量为

$$W = (w_x, w_y, w_z, w_{\bar{x}}, w_{\bar{y}}, w_{\bar{z}})^T \quad (2)$$

式中 w_j ——全局坐标系 j 方向广义作用力

下标 x, y 和 z 表示全局坐标系平动方向;下标 $\bar{x}, \bar{y}$ 和 $\bar{z}$ 为全局坐标系转动方向。

定义最大广义作用力向量为

$$W_{\max} = (w_{x\max}, w_{y\max}, w_{z\max}, w_{\bar{x}\max}, w_{\bar{y}\max}, w_{\bar{z}\max})^T \quad (3)$$

式中 $w_{j\max}$ ——全局坐标系 j 方向最大广义作用力,由运动副表面的加载条件和结构形状等决定

定义运动副约束函数 $C(t) = (c_x(t), c_y(t), c_z(t), c_{\bar{x}}(t), c_{\bar{y}}(t), c_{\bar{z}}(t))$ 。行星变速机构所有构件除 $\bar{x}$ 方向外,其他方向都与机架固接,处于完全约束状态,且不会随构态演变发生变化。因此行星变速机构运动副的约束函数可以用 $\bar{x}$ 方向的相对转速差表示,其他方向恒为 1,即 $c_x(t) = c_y(t) = c_z(t) = c_{\bar{y}}(t) = c_{\bar{z}}(t) = 1$,且相邻构件 m 和 n 之间的约束函数为

$$c_{\bar{x}}^{m,n}(t) = \begin{cases} 0 & (w_{\bar{x}} = 0) \\ \bar{\omega}_{m,n} = \omega_m - \omega_n & (w_{\bar{x}} > w_{\bar{x}\max} > 0) \\ 1 & (w_{\bar{x}\max} \geq w_{\bar{x}} > 0) \end{cases} \quad (4)$$

式中 ω_m, ω_n ——相邻构件 m 和 n 的转速

当 $c_{\bar{x}}^{m,n}(t) = 0$ 时,运动副在 $\bar{x}$ 方向上的约束失效;当 $c_{\bar{x}}^{m,n}(t) = 1$ 时,运动副在 $\bar{x}$ 方向具有刚性约束,即完全约束。

关联关系集合 F_g 表示构件与运动副的拓扑运动

学特征,定义关联关系为相关联运动副的运动学关系

$$f_g^{m,n} = c_x^{m,n}(t)/c_x^{m+1,n}(t) \tag{5}$$

式中 $f_g^{m,n}$ —— $\boldsymbol{F}_g$ 的某一元素

单行星排包含 3 个基本元件,3 元件的运动学关系为

$$\begin{cases} \omega_s + k\omega_r - (1+k)\omega_c = 0 \\ \frac{\omega_s - \omega_c}{\omega_r - \omega_c} = -k \Rightarrow \frac{\omega_s - \omega_c}{\omega_c - \omega_r} = k \end{cases} \tag{6}$$

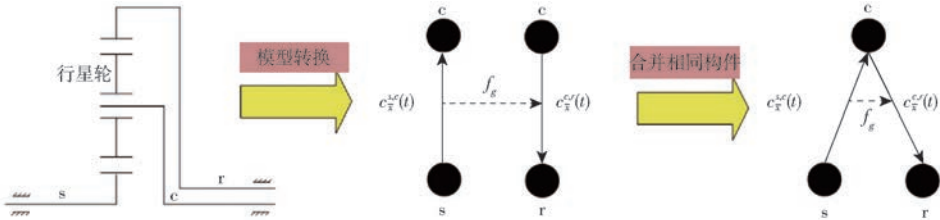


图 1 单行星排等效拓扑模型

Fig. 1 Equivalent topology model of single planetary transmission

图 1 中,黑圈表示构件,有向实线表示运动副,反映相邻构件的相对转速;虚线表示关联关系,反映相关联运动副的运动学关系;有向实线方向表示动力传递,关联关系箭头构成闭环,为保证 $k > 1$,箭头从太阳轮指向齿圈。图 1 对应的运动学关系为

$$\begin{cases} c_x^{s,c}(t) = \omega_s - \omega_c \\ c_x^{c,r}(t) = \omega_c - \omega_r \\ f_g = c_x^{s,c}(t)/c_x^{c,r}(t) = k \end{cases} \tag{7}$$

定义绝对转速为零的机架 G、输入构件 I 和输出构件 O,I 和 O 分别与机架 G 相连。行星排构件集合 $\boldsymbol{E}_g$ 包含基本构件和机架,基本构件包括输入构件、输出构件、制动构件和辅助构件;运动副集合 $\boldsymbol{J}_g$ 元素为两个相关联构件的相对转速;关联关系集合元素 $\boldsymbol{F}_g$ 为各行星排的特性参数。

在建立多行星排等效拓扑模型时,在合并相同构件后,为反映每个行星排 3 个基本元件之间的拓扑关系,保留约束函数的数量,即不合并等效拓扑模型中 2 个相同构件之间的不同名约束函数。用实线将行星变速机构的胞源拓扑结构中具有刚性连接的两构件连接,得到刚性构件分析图。通过连通性分析,建立每个连通分支所关连构件的转矩平衡方程,作为建立等效拓扑模型的约束条件,即

$$\text{s. t. } \sum_{w_2=1}^{\beta} (T_{1,w_2} + T_{2,w_2} + \cdots T_{n,w_2}) = 0 \tag{8}$$

式中 $T_{1,w_2}, T_{2,w_2}, \cdots, T_{n,w_2}$ ——刚性构件分析图中第 w_2 个连通分支相关联的 1,2,⋯,n 个构件转矩

β ——连接分支数

其中
$$k = \begin{cases} Z_r/Z_s & (\text{单行星排}) \\ -Z_r/Z_s & (\text{双行星排}) \end{cases}$$

式中 k ——行星排传统意义的特性参数

Z ——齿数

下标 s 表示太阳轮, r 表示齿圈, c 为行星架。

为了采用二元关系描述单行星排拓扑关系,利用机构转换法将单行星排转换为相对转速意义下的定轴齿轮传动,如图 1 所示。

为了引入行星排特性参数 k ,行星变速机构的邻接矩阵包括构件邻接矩阵和关联关系邻接矩阵。构件邻接矩阵 $\boldsymbol{B}^E$ 为 $|\boldsymbol{E}_g| \times |\boldsymbol{E}_g|$ 阶满秩矩阵,相邻构件 m 和 n 的约束函数 $c_x^{m,n}(t)$ 为矩阵 $\boldsymbol{B}^E$ 的元素,机架 G 对应 $\boldsymbol{B}^E$ 的第 $|\boldsymbol{E}_g|$ 行和第 $|\boldsymbol{E}_g|$ 列,输入构件 I 对应 $\boldsymbol{B}^E$ 的第 1 行和第 1 列,输出构件 O 对应 $\boldsymbol{B}^E$ 的第 2 行和第 2 列;关联关系邻接矩阵 $\boldsymbol{B}^F$ 为 $|\boldsymbol{E}_g| \times |\boldsymbol{F}_g|$ 阶矩阵,且 $\boldsymbol{B}^F = \boldsymbol{B}^F(b_m(f_i))_{|\boldsymbol{E}_g| \times |\boldsymbol{F}_g|}$ 。

$$b_m(f_i) = \begin{cases} 1 & (\text{当构件 } m \text{ 在关联关系 } f_i \text{ 对应的行星排中}) \\ 0 & (\text{其他}) \end{cases} \tag{9}$$

2 行星变速机构换挡变胞分析

2.1 制动器制动分析

操纵换挡制动器,制动第 m 构件与机架 G 合并,该构态演变过程属于合并构件式变胞;消除第 m 构件及其运动副,所有运动副都转移到机架 G,并且机架 G 反映该制动构件后续所有的变胞过程。新构态的构件邻接矩阵阶数减少一阶,推导此演变过程的变胞方程为

$$\boldsymbol{B}_{(|\boldsymbol{E}_g|-1) \times (|\boldsymbol{E}_g|-1)}^{E2} = (\boldsymbol{M}_m^{1 \rightarrow 2}) \boldsymbol{B}_{|\boldsymbol{E}_g| \times |\boldsymbol{E}_g|}^{E1} (\boldsymbol{M}_m^{1 \rightarrow 2})^T \tag{10}$$

式中 $\boldsymbol{B}_{(|\boldsymbol{E}_g|-1) \times (|\boldsymbol{E}_g|-1)}^{E2}$ ——制动器制动后的构件邻接矩阵

$\boldsymbol{M}_m^{1 \rightarrow 2}$ ——制动第 m 构件的变胞矩阵,是 $(|\boldsymbol{E}_g|-1) \times |\boldsymbol{E}_g|$ 阶矩阵

胞源构件邻接矩阵 $\boldsymbol{B}_{|\boldsymbol{E}_g| \times |\boldsymbol{E}_g|}^{E1}$ 左乘 $\boldsymbol{M}_m^{1 \rightarrow 2}$,表示制

动构件所在的行 r_m^E 与机架所在行 r_G^E 相加,再删除制动构件所在行;胞源构件邻接矩阵 $\mathbf{B}_{|E_g| \times |E_g|}^{E1}$ 右乘 $(\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 2})^T$,表示制动构件所在列 l_m^E 与机架所在列 l_G^E 相加,再删除制动构件所在列。构件变胞矩阵 $\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 2}$ 为

$$\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 2} =$$

m

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{(|E_g|-1) \times |E_g|} \quad .$$

m

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{|E_g| \times |E_g|}$$

得到新构态的关联关系邻接矩阵 $\mathbf{B}_{(|E_g|-1) \times |F_g|}^{F2}$

为

$$\mathbf{B}_{|E_g| \times |F_g|}^{F1} \xrightarrow{(r_m^F + r_G^F) \cap \text{del}(r_m^F)} \mathbf{B}_{(|E_g|-1) \times |F_g|}^{F2} \quad (11)$$

式中 $\text{del}(r_m^F)$ ——删除 r_m^F 所在行函数

合并制动构件对应行 r_m^F 与机架对应行 r_G^F ,删除制动构件对应行 r_m^F ,由 r_G^F 完成 r_m^F 的后续运算。

2.2 离合器接合分析

操纵换挡离合器,离合器将第 m 和 n 构件同步,该构态演变过程也属于合并构件式变胞:消除被同步第 m 或 n 构件及其之间的运动副,删除被同步构件,被保留构件反映其后续所有的变胞过程。新构态的构件邻接矩阵阶数减少一阶,以被同步的第 m 构件为例,推导此演变过程的变胞方程为

$$\mathbf{B}_{(|E_g|-1) \times (|E_g|-1)}^{E3} = (\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 3}) \mathbf{B}_{|E_g| \times |E_g|}^{E1} (\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 3})^T \quad (12)$$

式中 $\mathbf{B}_{(|E_g|-1) \times (|E_g|-1)}^{E3}$ ——离合器接合后的构件邻接矩阵

$\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 3}$ ——离合器将第 m 和 n 构件同步的变胞矩阵(其中第 m 构件为被同步构件, $m < n$),是 $(|E_g|-1) \times |E_g|$ 阶矩阵

胞源构件邻接矩阵 $\mathbf{B}_{|E_g| \times |E_g|}^{E1}$ 左乘 $\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 3}$,表示被同步的第 m 构件所在行 r_m^E 与同步的第 n 构件所在行 r_n^E 相加,再删除被同步构件所在行;胞源构件邻接矩阵 $\mathbf{B}_{|E_g| \times |E_g|}^{E1}$ 右乘 $(\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 3})^T$,表示被同步的第 m 构件所在列 l_m^E 与同步的第 n 构件所在列 l_n^E 相加,再删除被同步构件所在列。构件变胞矩阵 $\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 3}$ 为

$$\mathbf{M}_m^{1 \rightarrow 3} =$$

m

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{(|E_g|-1) \times |E_g|} \quad .$$

$$\begin{matrix} & m & n \\ \begin{matrix} m-1 \\ m \\ n \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{|E_g| \times |E_g|} \end{matrix}$$

可得新构态对应的关联关系邻接矩阵

$\mathbf{B}_{(|E_g|-1) \times |F_g|}^{F3}$ 为

$$\mathbf{B}_{|E_g| \times |F_g|}^{F1} \xrightarrow{(r_m^F + r_n^F) \cap \text{del}(r_m^F)} \mathbf{B}_{(|E_g|-1) \times |F_g|}^{F3}$$

或

$$\mathbf{B}_{|E_g| \times |F_g|}^{F1} \xrightarrow{(r_m^F + r_n^F) \cap \text{del}(r_n^F)} \mathbf{B}_{(|E_g|-1) \times |F_g|}^{F3'}$$

(13)

将离合器被同步的第 m 构件所在行 r_m^F 与第 n 构件所在行 r_n^F 相加,删除 r_m^F ,后续 r_m^F 的运算由 r_n^F 完成;同理, r_n^F 与 r_m^F 相加,删除 r_n^F ,不会影响分析结果。

2.3 特殊构态识别

(1) 行星排整体回转构态

判断准则:关联关系邻接矩阵 $\mathbf{B}_{|E_g| \times |F_g|}^F$ 某元素值为2,则该值所在列对应的行星排整体回转。该构态的变胞过程:合并该行星排3个基本构件(分别对应第 i 、 j 和 o 列),删除任意两个构件对应的行和列,由第3个构件完成后续计算。该构态对应的关联关系邻接矩阵变换为

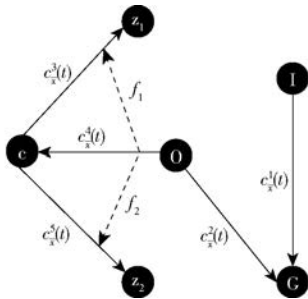


图 4 新构态等效拓扑模型

Fig. 4 Equivalent topology model of some new configuration

$$\mathbf{B}_{|E_g''| \times |E_g''|}^{E''} =$$
$$\begin{matrix} \text{I} \\ \text{O} \\ \text{z}_1 \\ \text{z}_2 \\ \text{c} \\ \text{G} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_x^1(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_x^4(t) & c_x^2(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_x^3(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_x^5(t) & 0 \\ 0 & c_x^4(t) & c_x^3(t) & c_x^5(t) & 0 & 0 \\ c_x^1(t) & c_x^2(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{|E_g''| \times |F_g''|}^{F''} =$$
$$\begin{matrix} \text{I} \\ \text{O} \\ \text{z}_1 \\ \text{z}_2 \\ \text{c} \\ \text{G} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) 离合器将构件 c 和输入构件 I 接合,且 z₂ 和 z₃ 制动

根据式(11)、(13)得到新构态的关联关系邻接矩阵为

$$\mathbf{B}_{|E_{g1}^1| \times |F_{g1}^1|}^{F_1^1} = \mathbf{z}_1$$
$$\begin{matrix} \text{I} \\ \text{O} \\ \text{z}_1 \\ \text{s} \\ \text{G} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

在矩阵 $\mathbf{B}_{|E_{g1}^1| \times |F_{g1}^1|}^{F_1^1}$ 中, z₁ 对应行在各列仅有 1 个元素为 1,表明构件 z₁ 为自由状态,第 2 个行星排空转,删除顶点 z₁ 及相关运动副,合并运动副,得到图 5 所示的新构态等效拓扑模型以及对应的邻接矩阵。

$$\mathbf{B}_{|E_{g1}^1| \times |E_{g1}^1|}^{E_1^1} =$$
$$\begin{matrix} \text{I} \\ \text{O} \\ \text{s} \\ \text{G} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_x^4(t) & c_x^1(t) \\ 0 & 0 & 0 & c_x^2(t) \\ c_x^4(t) & 0 & 0 & c_x^3(t) \\ c_x^1(t) & c_x^2(t) & c_x^3(t) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{|E_{g1}^1| \times |F_{g1}^1|}^{F_1^1} =$$
$$\begin{matrix} \text{I} \\ \text{O} \\ \text{s} \\ \text{G} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

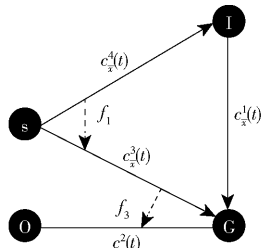


图 5 新构态等效拓扑模型

Fig. 5 Equivalent topology model of some new configuration

3 行星变速机构构态属性自动识别

行星变速机构构态属性指其传动参数,主要包括传动比和转矩。目前一般采用解析法和图解法求解行星变速机构的传动特性参数,较难实现行星变速机构传动特性的自动建模和求解。基于相对转速意义下的行星变速机构邻接矩阵和换挡变胞方程,对传动比和转矩进行自动求解。

3.1 传动比

3.1.1 相对转速方程

行星变速机构基本构态对应某一挡位,自由度为 1,表明在该构态工作时,所有构件中仅有 1 个转速独立的构件。由此可以推出若不包括机架 G 在内,对于 i' 个行星排参与工作的工况,对应的工况图模型必有 i' + 1 个基本构件和 2i' + 2 条有向边,且存在 i' + 1 个基本回路。

定义基本回路为基本构件组成的闭合空间。根据相对转速的特点,基本回路中各构件间的相对转速代数之和必等于零,称为相对转速方程。对于 i' 个行星排参与工作的工况,由对应的工况图模型可以列出 i' + 1 个相对转速方程,则有

$$\mathbf{P} \times \mathbf{C}_x^T = 0 \tag{16}$$

其中

$$\mathbf{C}_x^T = \begin{bmatrix} c_x^1(t) & c_x^2(t) & \cdots & c_x^{2i'+2}(t) \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{P} = \begin{matrix} \text{H}_1 \\ \text{H}_2 \\ \vdots \\ \text{H}_{i'+1} \end{matrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1(2i'+2)} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2(2i'+2)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{(i'+1)1} & a_{(i'+1)2} & \cdots & a_{(i'+1)(2i'+2)} \end{bmatrix}_{(i'+1) \times (2i'+2)}$$
$$\mathbf{C}_x^T = \begin{bmatrix} c_x^1(t) & c_x^1(t) & \cdots & c_x^{2i'+2}(t) \end{bmatrix}$$

$$a_{i'i'} = \begin{cases} 1 & (\text{当 } c_x^{i'}(t) \text{ 以 } E_{g'}^{i'} \text{ 为起点}) \\ -1 & (\text{当 } c_x^{i'}(t) \text{ 以 } E_{g'}^{i'} \text{ 为终点}) \\ 0 & (\text{其他}) \end{cases}$$

式中 $\mathbf{P}$ ——该构态对应的基本回路矩阵

3.1.2 特性参数识别

在各构态构件邻接矩阵中关联相同两构件的约束函数所表示的相对转速是不同的,而在各构态下参与工作的同一行星排相对运动学特性是相同的,

即在所有构态中同一行星排对应的联接关系邻接矩阵所表示的广义特性参数相同,建立行星排广义特性参数 k_g 计算式为

$$k_g = \frac{c_x^{2i+2}(t)}{c_x^{2i+1}(t)} = \frac{c_x^{2i+2}(t)'}{c_x^{2i+1}(t)'}, \quad (i=1,2,\cdots,p) \quad (17)$$

式中 $c_x^{2i+1}(t)$ 、 $c_x^{2i+2}(t)$ ——某构态下所参与工作的第 i 个行星排对应的的相关联构件的约束函数

$c_x^{2i+1}(t)'$ 、 $c_x^{2i+2}(t)'$ ——该相关联构件在另一构态下的约束函数

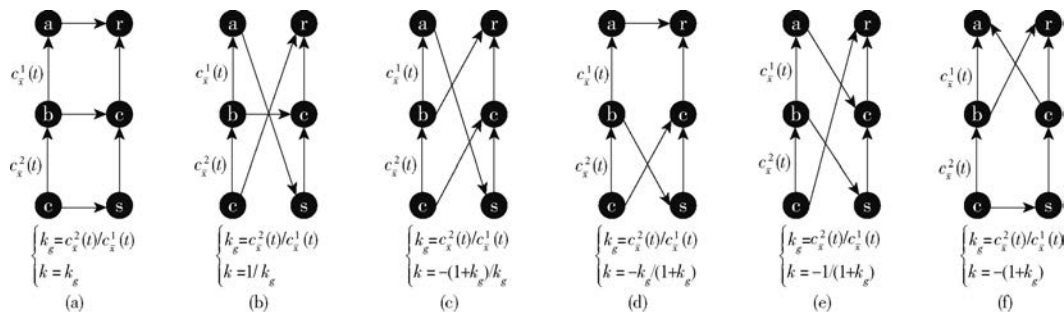


图 6 普通单星排 k 值识别

Fig. 6 Recognition of k aiming at single planet transmission

(2) 双星行星排:解析单星排与双星排之间运动学关系,以增大行星排特性参数的幅值为原则,推导双星排方案的特性参数。双星排的三元件用 s' 、 c' 、 r' 来表示,其特性参数用 k' 表示。

将单星排的齿圈 r 作为双星排的行星架 c' ,行星架 c 作为双星排的齿圈 r' ,则它们关系为

$$-k' = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_c - \omega_r} = \frac{\omega_c - \omega_r}{\omega_c - \omega_r} - \frac{\omega_s - \omega_c}{\omega_r - \omega_j} = 1 + k > 1 \quad (18)$$

3.1.3 传动比计算

传动比 i_c 计算流程为:

(1) 已知行星排特性参数和构件属性,并由式(17)可得出 p 个联接关系对应的方程为

$$k_g c_x^{2i+1}(t) - c_x^{2i+2}(t) = 0 \quad (i=1,2,\cdots,p) \quad (19)$$

通过关联关系邻接矩阵识别出参与工作的行星排,则从 p 个方程中选出参与工作的行星排对应的方程。

(2) 设输入构件 I 转速为单位值,即

$$\begin{cases} c_x^I(t) = \omega_I - \omega_c = 1 \\ c_x^O(t) = \omega_O - \omega_c = \frac{c_x^I(t)}{i_c} = \frac{1}{i_c} \end{cases} \quad (20)$$

式中 $c_x^I(t)$ 、 $c_x^O(t)$ ——输入和输出构件与机架之间的约束函数

ω_I 、 ω_O 、 ω_c ——输入构件、输出构件和机架的转速

p ——行星排数

行星变速机构的行星排包括普通单星和双星行星排,建立普通单星和双星行星排 k (传统意义上的特性参数) 与广义特性参数 k_g 之间的转换关系,实现特性参数识别。

(1) 普通单星行星排:根据各构件的拓扑关系,得到图 6 所示的 6 种情况,且分别给出 k_g 与 k 之间的转换关系式和构件对应关系,实现普通单星行星排内传动比(即传统意义上特性参数 k) 的确定。

(3) 推导该构态的基本回路矩阵,由式(16)列出对应的相对转速方程。

联立式(16)、(19)、(20),数值求解线性代数方程组,在获取构件邻接矩阵中约束函数的基础上,得到该挡位传动比为

$$i_c = \frac{1}{c_x^O(t)}$$

3.1.4 实例

以图 7 所示某拖拉机用 3 排行星变速机构为例,根据上述传动比计算方法,完成第 1 挡(L_2 、 z_2 和 z_3 结合)和第 6 挡(L_1 、 L_3 和 z_2 结合)传动比的自动建模和求解。

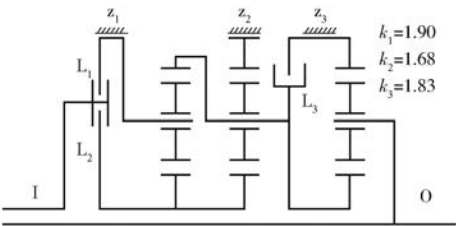


图 7 某行星变速机构

Fig. 7 Some planetary shifting transmission

根据图 6 所示 k 值识别方法,可知图 7 行星变速机构的第 1、2、3 行星排分别对应图 6d~6f 3 种转换关系,分别求得 $k_{g1} = -0.66$, $k_{g2} = -1.59$, $k_{g3} = -0.35$ 。

第 1 挡构态拓扑模型如图 8a 所示,对应的关联关系矩阵为

$$\begin{matrix} & f_1 & f_2 & f_3 \\ \begin{matrix} I \\ O \\ c_2 \\ z_1 \\ G \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (21)$$

由于 z_1 对应行只有 1 个元素为 1, 根据特殊构态判定方法, 表明第 1 行星排空转, 不参与工作。因此, 删除构件 z_1 及对应的关联关系, 得到第 1 挡等效构态拓扑模型, 如图 8b 所示, 推导其基本回路如图 9 所示。

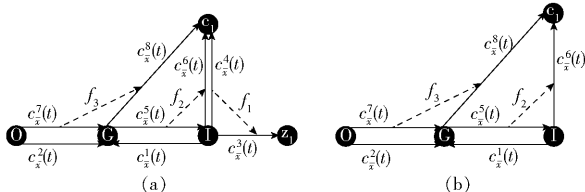


图 8 第 1 挡等效构态拓扑模型

Fig. 8 Equivalent topology model of the 1st gear-shift configuration

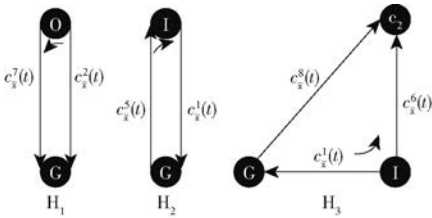


图 9 第 1 挡工况等效构态的基本回路

Fig. 9 Fundamental loop of configuration under the 1st shift

根据图 9 所示的基本回路, 结合式 (16), 建立

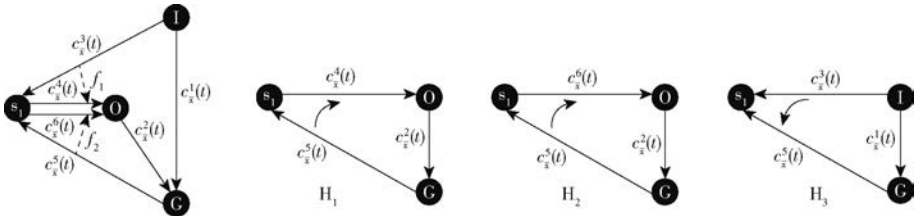


图 10 第 6 挡工况等效构态的基本回路

Fig. 10 Fundamental loop of configuration under the 6th shift

同理联合联接关系对应方程和输入构件转速归一化方程, 数值求解得到该构态下传动比 $i_{c6} = 1.58$

通过相关数学模型的建立和传动比求解通用程序的编制, 完成行星齿轮变速机构换挡各构态传动比的自动求解。该方法基于机构拓扑描述, 根据换挡变胞表征方法, 自动生成等效构态拓扑模型的基本回路矩阵, 简明高效, 同时为筛选设计方案提供支撑。

3.2 转矩

3.2.1 转矩推导

(1) 建立行星排 3 个基本构件的转矩关系为

相对转速方程为

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_x^1(t) \\ c_x^2(t) \\ c_x^5(t) \\ c_x^6(t) \\ c_x^7(t) \\ c_x^8(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

根据式 (19) 建立联接关系对应方程

$$\begin{cases} k_{g2} c_x^6(t) - c_x^5(t) = 0 \\ k_{g3} c_x^8(t) - c_x^7(t) = 0 \end{cases} \quad (23)$$

归一化输入构件转速

$$c_x^5(t) = 1 \quad (24)$$

联立方程 (22) ~ (24), 采用 Newton 法对其进行迭代求解, 得到该构态下传动比 $i_{c1} = 7.2$ 。

根据换挡操作方式, 同理可得到第 6 挡工况对应的等效构态拓扑模型及其基本回路 (图 10), 第 1、2 行星排参与工作。

根据图 10 所示的基本回路, 结合式 (16), 建立相对转速方程

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_x^1(t) \\ c_x^2(t) \\ c_x^3(t) \\ c_x^4(t) \\ c_x^5(t) \\ c_x^6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$T_{s,\alpha} : T_{r,\alpha} : T_{c,\alpha} = 1 : k_\alpha : -(1 + k_\alpha) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, p)$

式中 k_α ——第 α 个行星排的特性参数

$T_{s,\alpha}$ 、 $T_{r,\alpha}$ 、 $T_{c,\alpha}$ ——第 α 个行星排的太阳轮、齿圈和行星架传递的转矩

(2) 根据离合器动力传递特性, 接合状态下离合器主被动件的转矩关系为 $T_{l1} + T_{l2} = 0$, 分离状态下离合器主被动件的转矩关系为 $T_{l1} = T_{l2} = 0$ 。

(3) 联合建立等效拓扑模型时提出的约束条件, 并且归一化输入构件的转矩 T_1 , 即 $T_1 = 1$ 。

(4) 根据上述步骤, 自动建立行星变速机构的

完备性转矩方程组,求解得到各构件的操纵力矩和转矩。

3.2.2 实例

根据上述流程,自动建立1挡构态对应的转矩方程组,得到各构件的转矩对应关系为

$$\begin{cases} T_{s1}:T_{r1}:T_{c1}=1:k_1:-(1+k_1) \\ T_{s2}:T_{r2}:T_{c2}=1:k_2:-(1+k_2) \\ T_{s3}:T_{r3}:T_{c3}=1:k_3:-(1+k_3) \\ T_1+T_{l2}+T_{s1}+T_{s2}=0 \\ T_{l1}+T_{z1}+T_{c1}=0 \\ T_{r1}+T_{c2}+T_{l3}+T_{s3}=0 \\ T_{z2}+T_{r2}=0 \\ T_{z3}+T_{r3}=0 \end{cases} \quad (26)$$

基于行星变速机构变胞构态分析自动建立的系统转矩方程与传统分析结果一致,表明了该方法的有效性。

4 结论

(1)解析了行星变速机构的构件、运动副、关联关系等集合论的概念,定义相对转速意义下行星排构件之间的约束函数,推导的行星变速机构稳定构态下的邻接矩阵能够反映行星变速机构各构态的拓扑特征和传动特性。

(2)建立了换挡操纵元件变胞器,推导了行星变速机构构态演变的变胞方程,揭示了构态演变机理,不仅直观、准确地描述了变拓扑结构的换挡过程,而且实现特殊构态的自动识别。

(3)提出的基于构态变胞方程的传动比和转矩自动求解方法能够完成不同挡位传动比和转矩的自动求解,实现行星变速机构变胞构态属性的自动识别,通过某拖拉机行星变速器实例证明了该方法的可行性和有效性,为智能设计车辆动力传动系统提供了参考。

参 考 文 献

[1] SHANMUKHASUNDARAM V R, RAO Y V D, REGALLA S P, et al. Structural implications of the graph theory representation in epicyclic gear trains[C]//2014 IEEE International Conference on MOOC, Innovation and Technology in Education, 2014: 171 – 174.

[2] SUN Yongguo, WANG Yu, ZHANG Guanlong. Configuration analysis of RV transmission based on topology graph theory[J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 574(6): 103 – 108.

[3] YANG X, WANG H, HAN B, et al. Graph theory based gear transmission chain configuration modeling[C]//Science Conferences International. International Gear Conference, 2014: 303 – 311.

[4] XUE H L, LIU G, YANG X H. A review of graph theory application research in gears[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 230(10): 203 – 210.

[5] MU D J, WANG H Y, DING H F, et al. Multi-freedom planetary transmission scheme based on graph theory of topological synthesis[C]//ASME. ASME 2015 Power Transmission and Gearing Conference. Boston, Massachusetts, USA: ASME International Design Engineering Technical Conferences & Computers & Information in Engineering Conference, 2015: 2 – 6.

[6] 杨亚联,米娇,胡晓松,等. 混合动力汽车行星耦合传动系统的图论建模及动力学分析[J]. 汽车工程,2015,37(1): 9 – 15. YANG Yalian, MI Jiao, HU Xiaosong, et al. Graph theory modeling and dynamics analysis on the coupled planetary transmission system of HEV[J]. Automotive Engineering, 2015, 37(1): 9 – 15. (in Chinese)

[7] DOU Z C, LI Y N, DU M G, et al. Dynamics modeling and power flow analysis of the planetary gear based on the bond graph[C]//Proceedings of the International Conference on Power Transmissions, 2016: 623 – 630.

[8] IVANOVIC V, TSENG H E. Bond graph based approach for modeling of automatic transmission dynamics[J]. SAE International Journal of Engines, 2017, 126(3): 2017 – 01 – 1143.

[9] 刘升,孙冬野,秦大同. 重型车湿式桥非线性传动能量流耗分析[J]. 机械工程学报,2015,51(9):10 – 17. LIU Sheng, SUN Dongye, QIN Datong. Analyzing on nonlinear transmission energy flows and loss for the wet axle in the heavy vehicle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(9): 10 – 17. (in Chinese)

[10] 孙良,邢子勤,徐亚丹,等. 基于精确多位姿解析的水稻钵苗移栽机构研究[J/OL]. 农业机械学报,2019,50(9):78 – 86. SUN Liang, XIN Ziqin, XU Yadan, et al. Transplanting mechanism of rice seeding based on precise multi-position analysis[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(9): 78 – 86. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20190909&journal_id=jcsam. DOI:10. 6041/j. issn. 1000-1298. 2019. 09. 009. (in Chinese)

[11] 李同辉,谢斌,宋正河,等. 电动拖拉机双电机耦合驱动系统传动特性研究[J/OL]. 农业机械学报,2019,50(6):379 – 388. LI Tonghui, XIE Bin, SONG Zhenghe, et al. Transmission characteristics of dual-motor coupling system for electric tractors[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(6): 379 – 388. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20190645&journal_id=jcsam. DOI:10. 6041/j. issn. 1000-1298. 2019. 06. 045. (in Chinese)

[12] 孙良,徐亚丹,黄恒敏,等. 基于节曲线凸性判别的行星轮系移栽机构解析[J/OL]. 农业机械学报,2018,49(12):83 – 92.

- SUN Liang, XU Yadan, HUANG Hengmin, et al. Solution and analysis pf transplanting mechanism with planetary gear train based on convexity of pitch curve[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(12): 83–92. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20181210&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.12.010. (in Chinese)
- [13] 叶秉良,唐涛,俞高红,等. 组合式非圆齿轮行星轮系取苗机构动力学分析与试验[J/OL]. 农业机械学报,2018,49(12):74–82.
- YE Bingliang, TANG Tao, YU Gaohong, et al. Dynamics analysis and tests on seedling pick-up mechanism of planetary gear train of combined gear transmission with non-circular gears[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(12): 74–82. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20181209&flag=1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.12.009. (in Chinese)
- [14] 符升平,李胜波,罗宁. 基于图论的自动变速器拓扑变换和传动特性分析[J]. 上海交通大学学报,2018,52(3):348–355.
- FU Shengping, LI Shengbo, LUO Ning. Topological transformation and transmission characteristics analysis of vehicle auto transmission based on graph theory[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2018, 52(3): 348–355. (in Chinese)
- [15] 薛会玲,刘更,杨小辉. 空间复杂齿轮机构的运动学分析[J]. 机械制造,2017,55(1):28–31.
- XUE Huiling, LIU Geng, YANG Xiaohui. Kinematics analysis of space complicated gear mechanism[J]. Machinery, 2017, 55(1): 28–31. (in Chinese)
- [16] 薛会玲,刘更,杨小辉. 行星齿轮变速机构运动学分析[J]. 机械与电子, 2016, 34(9): 3–6.
- XUE Huiling, LIU Geng, YANG Xiaohui. Kinetic analysis of planetary gear transmission[J]. Machinery & Electronics, 2016, 34(9): 3–6. (in Chinese)
- [17] HAN Y, HU Jianjun, HU Zhihua, et al. Power flow and efficiency analysis of dual planetary coupling mechanism based on bond graph theory [J]. Journal of Advanced Mechanical Design Systems & Manufacturing, 2017, 12:10–13.
- [18] LIN C, HUANG C, CAI Z Q. Bond graph model and simulation of coaxial dual-output reducer[J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition), 2016, 44(34): 40–54.
- [19] 康熙,戴建生. 机构学中机构重构的理论难点与研究进展——变胞机构演变内涵、分岔机理、设计综合及其应用[J]. 中国机械工程,2020,31(1):57–71.
- KANG Xi, DAI Jiansheng. Theoretical difficulties and research progresses of mechanism reconfiguration in mechanisms-evolution connotation, furcation principle, design synthesis and application of metamorphic mechanisms[J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(1): 57–71. (in Chinese)
- [20] 符升平,李胜波,罗宁,等. 换挡工况下湿式换挡离合器变胞机理[J]. 浙江大学学报(工学版),2019,53(4):628–637.
- FU Shengping, LI Shengbo, LUO Ning, et al. Metamorphic mechanism of wet shift clutch in gear shifting process[J]. Journal of Zhejiang University(Engineering Science), 2019, 53(4): 628–637. (in Chinese)
- [21] 李树军,王洪光,李小彭,等. 面向作业任务的约束变胞机构设计方法[J]. 机械工程学报,2018,54(3):26–35.
- LI Shujun, WANG Hongguang, LI Xiaopeng, et al. Task-orientated design method of practical constraint metamorphic mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(3): 26–35. (in Chinese)
- [22] LIU Chuanhe. The configuration-function transition digraphs of metamorphic mechanisms or variable topology mechanisms[C]//ASME. ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots. London, United Kingdom: IEEE Computer Society, 2009: 110–117.
- [23] 刘川禾. 变拓扑机构结构组成理论[J]. 机械工程学报,2012,48(19):52–58.
- LIU Chuanhe. Structure composition theory of variable topology mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(19):52–58. (in Chinese)