OSID :

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2020.09.044

四面体式折展机械臂设计与分析

郭金伟¹ 许允斗^{1,2} 张国兴¹ 姚建涛^{1,2} 赵永生^{1,2}
 (1.燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室,秦皇岛 066004;
 2.燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室,秦皇岛 066004)

摘要:为解决现有部分机械臂收拢率低、末端姿态不可调节等问题,基于四面体单元提出一种折展机械臂机构。首先,阐述了一种单自由度四面体单元机构,该机构具有高刚度和较好的折展性,基于螺旋理论分析了四面体单元的 自由度;其次,将多个四面体单元通过特定组合构造一种多自由度折展机械臂机构,以2个四面体单元组成的机构 为例,基于几何方法求解各节点的位置、姿态和速度,并得出多个单元组合机构的运动规律;通过 ADAMS 仿真分析 对运动理论分析结果进行验证,应用 Workbench 有限元仿真软件进行静力学和模态分析;最后,进行了折展实验。 研究表明,基于四面体单元的折展机械臂具有多自由度、姿态可调及大收拢率的特点。

关键词:折展机械臂;四面体单元;多自由度;多姿态

中图分类号: V243.4; TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2020)09-0384-06

Design and Analysis of Tetrahedral Deployable Mechanical Arm

GUO Jinwei¹ XU Yundou^{1,2} ZHANG Guoxing¹ YAO Jiantao^{1,2} ZHAO Yongsheng^{1,2}

(1. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. Key Laboratory of Advanced Forgingand Stamping Technology and Science, Ministry of Education,

Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: In order to meet the application requirements of deployable mechanism in agricultural machinery, aerospace and other fields, a deployable mechanism based on tetrahedral unit was proposed to solve the problems of low folding rate and unadjustable orientation of some existing mechanical arms. Firstly, a single degree of freedom (DOF) tetrahedral unit mechanism was introduced, which had good expansibility and high rigidity. Based on the screw theory, the DOF of tetrahedral unit was analyzed. Secondly, a multiple DOFs deployable mechanical arm mechanism was constructed by combining several tetrahedral units. Taking the deployable mechanical arm mechanism composed of two tetrahedral units as an example, the position, orientation and speed of each node were solved based on geometric method, and the motion law of the mechanism was obtained. Then, the theoretical analysis results were verified by ADAMS simulation analysis, and the theoretical values of the position and velocity of the end node were highly consistent with the simulation values. Furthermore, the statics and modal analysis were carried out by using Workbench simulation software to demonstrate the high rigidity and stability of the deployable mechanical arm mechanism. Finally, a prototype of machining and assembly principle was built and the deployable experiment was completed. The results showed that the deployable mechanical arm based on tetrahedral unit had the characteristics of multiple DOFs, adjustable orientation and large folding rate. Key words: deployable mechanical arm; tetrahedral unit; multiple DOFs; multi-orientation

0 引言

空间折展机械臂已广泛应用在航空航天、工业

和农业等领域,其主要作用是在有效支撑条件下实现远距离作业^[1-9]。因此,折展机械臂通常需要具有大收拢率、轻质量和高刚度的特性^[7]。

收稿日期:2020-06-07 修回日期:2020-06-30

基金项目:国家自然科学基金项目(51675458)、河北省自然科学基金重点项目(E2017203335)和河北省研究生创新项目 (CXZZBS2019050)

作者简介:郭金伟(1991一),女,博士生,主要从事并联机构学理论及空间可展天线技术研究,E-mail: 1473733099@ qq. com

通信作者:赵永生(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事并联机器人理论和传感器技术研究,E-mail: yszhao@ ysu. edu. cn

空间折展机械臂作为可展机构的一个重要分 支,其相关技术在国内外已较为成熟。国外折展机 械臂主要有薄壁管式折展机械臂^[10]、伸缩筒式折展 机械臂^[11-13]、盘绕式折展机械臂^[14-15]和铰接式折 展机械臂^[16-17]。与前几种折展机械臂相比,铰接式 折展机械臂的展开刚度大、重复展开精度高,代表了 空间折展机械臂的主流发展方向。比较典型的铰接 式折展机械臂有 AEC - Able 工程公司为国际空间 站太阳能面板开发的 FAST 折展机械臂和 ADAM 折 展机械臂^[15-17]。首尔大学^[18]根据折纸思想,设计 了一种自锁式折展机械臂机构,该机构精致小巧、质 量轻、自锁后刚度大,在无人机的运载下能够到达人 类难以到达的地方完成作业。

我国在折展机械臂的力学特性构建、制造机理 以及在太空中的应用方面也取得了较大的进展。 GUO 等^[19]研究了一种工业涂装机器人伸缩臂的拓 扑原理。杨慧等^[20]针对一种三棱柱伸展臂的超弹 性铰链进行了力学建模与分析。单明贺^[21]研制了 一种三棱柱构架式可展机械臂,利用三根丝杠驱动 收展,利用节点法推导了折展机械臂的刚度表达式, 并分析了该折展机械臂的动力学、静力学特性。邓 强^[22]提出了锥形折展机械臂,进行了构型设计和驱 动设计,分析了锥形折展机械臂的折展机理,并对其 进行优化。文献[23]提出一种三棱柱可折展单元 机构。文献[24]提出一种四棱柱型剪叉式空间折 展机械臂,在分析折展机械臂工作原理的基础上,确 定了剪叉折展单元的构型特征,基于螺旋理论求解了 折展机械臂折展单元的自由度。文献[25]提出一种基 于豆荚杆的三棱柱式可展开薄膜支撑臂形式,并进行 了豆荚杆支撑臂建模和基于动力学模型的优化研究。

现有折展机械臂机构大多为一维折展机械臂, 其末端姿态通常不能任意改变,在一定程度上限制 了折展机械臂的空间作业范围。为了满足各类复杂 空间作业的需求,实现一物多用,探索多维度、姿态 可调和高刚度的空间折展机械臂机构成为一项重要 研究议题。本文提出一种基于高刚度四面体单元机 构的折展机械臂,对其构造方式和运动特性进行分 析,对机构的折展特性和运动特性进行验证。

1 四面体单元及其组成的折展机构

1.1 单自由度四面体单元

一种 R - RRR 四面体折展机构的三维模型和 机构简图如图 1 所示。该机构包括:2 个完全相同 的等边三角形折叠板 ACD、BCD 和 1 根同步折叠杆 AB,同步折叠杆包括 2 根等长连杆和 1 个转动副。 2 个三角形折叠板由转动副连接,共用三角形折叠 板的棱边 CD,该转动副的转动轴线沿 CD 方向;同 步折叠杆通过2个转动副分别与2个三角形折叠板 连接,3个转动副的转动轴线均与 CD 方向平行。当 同步折叠杆处于伸直状态,机构为完全展开状态,此 时该单元机构为四面体结构。



如图 1 所示四面体机构可视为两分支并联机构,定平台 BCD、动平台 ACD 和分支 1(R)、分支 2(RRR),在分支 1 的转动副中心建立坐标系 OXYZ,X 轴沿 CD 方向,Z 轴垂直定平台 BCD 向上 方向。根据螺旋理论,两分支的运动螺旋表示为

$$\boldsymbol{s}_{1} = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^{\mathrm{T}}$$
(1)
$$\hat{\boldsymbol{s}}_{2} = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ z_{B} \ -y_{B})^{\mathrm{T}}$$
$$\hat{\boldsymbol{s}}_{3} = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{z_{A} + z_{B}}{2} \ -\frac{y_{A} + y_{B}}{2})^{\mathrm{T}}$$
(2)
$$\hat{\boldsymbol{s}}_{4} = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ z_{A} \ -y_{A})^{\mathrm{T}}$$
$$\text{式 } \mathbf{t} \ y_{A} \longrightarrow \text{T} \text{ is } A \text{ is } Y \text{ for } \Psi \text{ for$$

分别对式(1)和式(2)中的运动螺旋求反螺旋, 得到两分支的约束螺旋表示为

$\int \mathbf{s}_{1}^{r} = (1)$	0	0	0	0	$0)^{T}$	
$\hat{\boldsymbol{s}}_{2}^{r} = (0$	1	0	0	0	0) ^T	
$\hat{\boldsymbol{s}}_{3}^{r} = (0)$	0	1	0	0	0) ^T	(3)
$\hat{\boldsymbol{s}}_{4}^{r} = (0$	0	0	0	1	0) ^T	
$\hat{\boldsymbol{s}}_{5}^{r} = (0)$	0	0	0	0	1) ^T	
$\hat{s}_{6}^{r} = (0$	0	0	0	1	0) ^T	
$\hat{\boldsymbol{s}}_{7}^{r} = (0)$	0	0	0	0	1) ^T	(4)
$\hat{\boldsymbol{s}}_{8}^{r} = (1$	0	0	0	0	0) ^T	

因此, R-RRR 四面体机构中存在3个过约束,

中
定

分别为沿 Y、Z 轴的约束力偶和沿 X 轴的约束力,不 存在冗余约束和局部自由度,根据 G - K 公式可计 算该机构的自由度数为

式中 *m*——自由度数 *d*——阶数 *n*——

d——阶数 n——构件数

g——运动副数

fi——第i个运动副具有的单自由度数

1.2 基于四面体单元构造的两种折展机构

利用 R - RRR 四面体单元机构可拓展形成多 种大型折展机构,如图 2 所示。图 2a 为基于四面体 单元的折展机械臂机构,该机构整体呈螺旋状,是由 多个四面体单元按照螺旋线方向依次拓展形成。 图 2b为基于四面体单元的桁架机构,该机构呈口径 为六边形的柱状,是由多个四面体单元按照圆周方 向依次拓展形成。这两种折展机构均可通过改变四 面体单元大小及个数拓展形成不同尺寸的大型折展 机构。



2 折展机械臂机构运动特性分析

基于四面体单元的折展机械臂机构由多个四面 体单元按照一定排列方式连接而成,以图 3 所示 2 个四面体机构为例,该机构中包括四面体单元 ABCD和四面体单元 EACD,在四面体单元 ABCD 中,其自由度为1,选择同步折叠杆中间转动副为驱 动副,折叠过程中机构始终满足

$$\begin{cases} l_{AB} = 2b\sin(\theta/2) \\ l_{0_{1}A} = l_{0_{1}B} = \sqrt{3}a/2 \\ \cos\alpha = (l_{0_{1}A}^2 + l_{0_{1}B}^2 - l_{AB}^2)/(2l_{0_{1}A}l_{0_{1}B}) \end{cases}$$
(6)

*l*₀₁*A*、*l*₀₁*B*、*l*_{AB}——对应下标节点之间的长度

α——三角形折叠板 ACD 和 BCD 间的角度 将式(6)代入式(7),得到四面体单元折叠过程 中末端节点 A 的位置随时间变化关系为

$${}^{O_1}\boldsymbol{P}_A = \begin{bmatrix} 0 & M/(3a) & N/2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
 (8)

其中
$$M = 2\sqrt{3}(3a^2/4 - 2b^2\sin^2(\theta/2))$$

$$N = \sqrt{3}a \sqrt{1 - 16(3a^2/4 - 2b^2\sin^2(\theta/2))^2/(9a^4)}$$

K \(\tilde{\text{start}}, 6)\) A \(\text{t}(8)\) O \(\text{F}\) T \(\text{start}, a\) O \(\text{b}\) B \(\text{start}, b\) O \(\text{start}, b\) D \(\text{start}, b

$${}^{\boldsymbol{\theta}_1}\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{A}} = \dot{\boldsymbol{\alpha}}{}^{\boldsymbol{\theta}_1}\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{A}} \tag{9}$$

动平台 ACD 姿态表示为

$${}^{o_1}\boldsymbol{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$
(10)



图 3 2 个四面体单元组合机构简图

Fig. 3 Schematic of combined mechanism based on two tetrahedral units

同理,在第 2 个四面体单元 *EACD* 中,可得到其 末端节点 *E* 的位置^{o_2} P_E 和速度^{o_2} V_E 在坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$ 下的表示。坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$ 和坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$ 之间的位置和姿态矩阵可表示为

$$\begin{cases} {}^{o_1} \boldsymbol{P}_{o_2} = \left[a/4 \quad \sqrt{3}a\cos\alpha/4 \quad \sqrt{3}a\sin\alpha/4 \right]^{\mathrm{T}} \\ {}^{o_1}_{o_2} \boldsymbol{R} = \operatorname{Rot}(X_1, \alpha) \operatorname{Rot}(Z_1, 2\pi/3) \end{cases}$$
(11)

因此,末端节点 *E* 的位置和动平台 *AED* 的姿态 在坐标系 *O*₁*X*₁*Y*₁*Z*₁表示为

$$\begin{cases} {}^{o_1} \boldsymbol{P}_E = {}^{o_1}_{o_2} \boldsymbol{R}^{o_2} \boldsymbol{P}_E + {}^{o_1} \boldsymbol{P}_{o_2} \\ {}^{o_1} \boldsymbol{R}_2 = {}^{o_1}_{o_2} \boldsymbol{R}^{o_2} \boldsymbol{R}_2 \end{cases}$$
(12)

基于上述分析,基于四面体单元构造的折展机 械臂机构具有多自由度姿态可调性,根据四面体单 元及其连接方式,折展机械臂机构自由度数 M_a、各 节点的位置^{o_1} P_n 、各折叠板姿态^{o_1} R_n 和速度^{o_1} V_n 可以表示为

$$\begin{cases} M_{n} = N_{1} \\ {}^{o_{1}}\boldsymbol{P}_{n} = {}^{o_{1}}_{o_{2}}\boldsymbol{R}^{o_{2}}_{o_{3}}\boldsymbol{R} \cdots {}^{o_{n-2}}_{o_{n-1}}\boldsymbol{R}^{o_{n}}_{o_{n}}\boldsymbol{R}^{o_{n}}\boldsymbol{R}_{n}\boldsymbol{P}_{n} + \\ {}^{o_{1}}\boldsymbol{P}_{o_{2}} + {}^{o_{2}}\boldsymbol{P}_{o_{3}} + \cdots + {}^{o_{n-2}}\boldsymbol{P}_{o_{n-1}} + {}^{o_{n-1}}\boldsymbol{P}_{o_{n}} \\ {}^{o_{1}}\boldsymbol{R}_{n} = {}^{o_{1}}_{o_{2}}\boldsymbol{R}^{o_{2}}_{o_{3}}\boldsymbol{R} \cdots {}^{o_{n-2}}_{o_{n-1}}\boldsymbol{R}^{o_{n}}_{o_{n}}\boldsymbol{R}^{o_{n}}\boldsymbol{R}_{n} \\ {}^{o_{1}}\boldsymbol{V}_{n} = {}^{o_{1}}\boldsymbol{P}_{n} \end{cases}$$
(13)

式中 N_1 ——四面体个数, $N_1 \ge 1$

3 折展机械臂机构仿真分析

3.1 运动仿真校验

基于 ADAMS 仿真分析软件建立 1.1 m 四面体 折展机械臂机构的仿真模型,图 4a 为完全展开状态 模型,该机构由 7 个四面体单元组成,因此该机构具 有 7 个自由度。仿真分析时,将 7 个驱动添加到位 于同步折叠杆中间的同步铰链处。在该机构中,通 过控制驱动可实现同步折叠杆的折叠角变化,进而 实现折展机械臂末端的姿态调节如图 4b、4c 所示。 仿真得折展机械臂机构最终收拢状态如图 4d所示。



如图 4 所示, r₀ 表示最底层三角形折叠板的外

接圆半径, $r_0 = 0.21 \text{ m}$,l表示三角形折叠板棱边的 长度,l = 0.2 m, r_1 表示三角形折叠板中垂线长度, $r_1 = 0.35 \text{ m}$, h_0 表示折展机械臂完全展开时的高度, $h_0 = 0.55 \text{ m}$, h_1 表示折展机械臂完全收拢后的高度, $h_1 = 0.064 \text{ m}$,计算长度为 1.1 m 四面体折展机械臂 的收拢率为

$$\lambda = \frac{V_0}{V_1} = \frac{\pi r_0^2 h_0}{\frac{lr_1 h_1}{2}} = 34.02$$
(14)

将折展机械臂机构的各驱动设置为 18(°)/s, 实现折展机械臂机构在5s时收拢,测量末端节点 P 的位移和速度随时间变化曲线,其理论值和仿真值 分别如图5所示。



由图 5 可知,折展机械臂机构末端节点在收拢 过程中向固定机架靠拢,位移由初始的 0.94 m 逐渐 减小到 0.35 m,速度由初始的 0.013 m/s 逐渐增大 到 0.32 m/s。由于仿真模型为各构件的实体尺寸, 理论值与仿真值存在一定误差,仿真结果验证了理 论分析的正确性。

3.2 静力学分析

为了保证折展机械臂实现支撑及远距离作业 等任务,折展机械臂应具有足够高的刚度及结构 稳定性,选取4个四面体单元组合机构对其进行 静力学分析。应用 SolidWorks 绘制机构的三维模 型,导入到 Workbench 有限元仿真分析软件中,并 进行材料属性、接触、网格划分及边界条件等设 置,固定一端三角形折叠板,在末端三角形折叠板 端面分别施加 X、Y、Z 方向的外力,大小为 100 N。 求解得到 3 个方向作用力下组合机构的变形量, 如图 6 所示。

由图 6 可知,机构在外力作用下 X、Y、Z 方向的 最大变形分别为 5.973 3 × 10⁻⁵、1.007 7 × 10⁻⁴、 4.026 8 × 10⁻⁵ m,变形满足要求,机构具有较大 刚度。

3.3 模态分析

折展机械臂机构的振动模态是机构设计的重要 指标之一,选取4个四面体单元组合机构对其进行 模态特性分析。当机构处于完全展开状态时,机构 呈现结构态,因而分析完全展开状态时机构的模态。 在 Workbench 中进行机构的模态分析,得到前6阶 模态,其振型如图7所示。





模态仿真分析表明,低阶模态下机构振型表现 为整体振动,整体变形明显;随着模态增大,机构振 型表现为局部振动,局部变形明显。

4 实验

加工和装配折展机械臂原理样机一台,并进行 折展实验研究,如图8所示。

机构完全折叠状态如图 8a 所示。通过施加外 力使第1个四面体单元展开,如图 8b 所示,同理,其 他单元也能够逐级展开,通过控制同步折叠杆的折 叠角度实现末端姿态调整。最后,采用悬挂法使样 机在重力作用下完全展开,如图 8c 所示。实验结果 验证了折展机械臂机构的折展性。

5 结论

(1)基于四面体单元采用不同的构造方式提出两种折展机构,基于螺旋理论分析了四面体单元机构的自由度,由多个四面体单元构造的折展机械臂的自由度数与单元数相同。

(2)分析得到由多个四面体单元组合的折展机







(c) 完全展开

图 8 原理样机 Fig. 8 Principle prototype

完全展开

构的自由度、各节点位置、速度及姿态的分布规律, 并进行了仿真验证。

(3)通过实验验证了机构的折展性。与单一方向视为折展机械臂相比,本文提出的多自由度、大收拢率及姿态可调的折展机械臂具有明显优势。

参考文献

- XU Y, GUAN F L. Structure-electronic synthesis design of deployable truss antenna [J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 26(1): 259 - 267.
- [2] XU Y D, GUO J W, GUO L Y, et al. Design and analysis of a truss deployable antenna mechanism based on a 3UU-3URU unit [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2019, 32(12): 2743 - 2754.
- [3] 彭麒安,王三民,智常建,等. 剪式单元阵列可展结构的动力学分析方法[J]. 振动与冲击, 2018, 37(9): 56-60. PENG Qi'an, WANG Sanmin, ZHI Changjian, et al. Dynamic analysis method for a planar linear array deployable structure with
- scissor-like elements [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(9): 56-60. (in Chinese) [4] 胡飞,宋燕平,郑士昆,等. 空间构架式可展天线研究进展与展望[J]. 宇航学报, 2018, 39(2): 111-120.
- HU Fei, SONG Yanping, ZHENG Shikun, et al. Advances and trends in space truss deployable antennae [J]. Journal of Astronautics, 2018, 39(2): 111 120. (in Chinese)
- [5] 刘文兰,马鹏飞,闵为,等. 六面体可展机构自由度与运动特性分析[J/OL]. 农业机械学报,2019,50(8):410-417. LIU Wenlan, MA Pengfei, MIN Wei, et al. Analysis of DOF and kinematic characteristics of hexahedral deployable mechanism[J/ OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(8):410-417. https://www.j-csam.org/jcsam/ch/ reader/view_abstract.aspx? file_no = 20190846&flag = 1. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2019.08.046. (in Chinese)
- [6] 刘明治,高桂芳. 空间可展开天线结构研究进展[J]. 宇航学报, 2003, 24(1): 82-87. LIU Mingzhi, GAO Guifang. Advances in the study on structure for space deployable antenna [J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(1): 82-87. (in Chinese)
- [7] 王思聪,商红军,郭宏伟,等. 薄壁圆管开口式伸展臂卷绕过程力学特性分析[J]. 载人航天,2020,26(2):159-165.
 WANG Sicong, SHANG Hongjun, GUO Hongwei, et al. Mechanical feature analysis of a deployable thin-walled open cylindrical boom[J]. Manned Spaceflight, 2020, 26(2): 159-165. (in Chinese)
- [8] 高慧芳,刘婧芳,余跃庆.向心运动耦合机构设计与分析[J/OL].农业机械学报,2016,47(6):373-380,356.
 GAO Huifang, LIU Jingfang, YU Yueqing. Design and analysis of coupled radial mechanism[J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(6):373-380, 356. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20160649&journal_id = jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2016.06.049. (in Chinese)
- [9] 刘婧芳,曹亚柯,丁华锋.二十面体机构构型设计与分析[J/OL]. 农业机械学报,2017,48(10):370-379. LIU Jingfang, CAO Yake, DING Huafeng. Configuration design and analysis of novel icosahedron mechanism [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017,48(10):370-379. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/ reader/view_abstract.aspx? flag = 1&file_no = 20171048&journal_id = jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.10.048. (in Chinese)
- [10] RIMROTT F P J, FRITZSCHE G. Fundamentals of STEM mechanics[M]. Netherlands: Springer, 2000.
- [11] CHRISTIAN J, JAYARAM S, SWAETWOUT M. Feasibility of a deployable boom aboard picosatellites for instrumentation and control purposes [C] // IEEE Aerospace Conference Proceedings, March, 2012.
- [12] WALLER D, CAMPBELL L, DOMBER J L, et al. MOIRE primary diffractive optical element structure deployment testing [C]//AIAA Spacecraft Structures Conference, 2015.
- [13] 杨钊,肖勇,陈国辉,等. 空间套筒式伸展臂综述及新型伸展臂设计[J]. 机械工程与自动化, 2019(1): 128-130.
 YANG Zhao, XIAO Yong, CHEN Guohui, et al. Review of space telescopic masts and design of a new-type mast [J].
 Mechanical Engineering & Automation, 2019(1): 128-130. (in Chinese)
- [14] MA H, HUANG H, HAN J, et al. Study on the criterion to determine the bottom deployment modes of a coilable mast [J]. Acta Astronautica, 2017, 141: 89 - 97.
- [15] SHI C, GUO H, LI M, et al. Conceptual configuration synthesis of line-foldable type quadrangular prismatic deployable unit based on graph theory [J]. Mechanism & Machine Theory, 2018, 121: 563 - 582.
- [16] BOWDEN M L, WOOLERY B K. Space station solar array deployment mast[C] // DC International Astronautical Federation Congress, Washington, 1992.
- [17] VEUVE N, SYCHTERZ A C, SMITH I F C. Adaptive control of a deployable tensegrity structure [J]. Engineering Structures, 2017, 152(12):14-23.
- [18] KIM S J, LEE D Y, JUNG G P, et al. An origami-inspired, self-locking robotic arm that can be folded flat [J]. Science Robotics, 2018, 3(16): 1-10.
- [19] GUO R J, ZHAO J S. Topological principle of strengthened connecting frames in the stretchable arm of an industry coating robot [J]. Mechanism & Machine Theory, 2017, 114: 38 - 59.
- [20] 杨慧,郭宏伟,王岩,等. 三棱柱伸展臂超弹性铰链的力学建模与分析[J]. 宇航学报, 2016, 37(3): 275 281.
 YANG Hui, GUO Hongwei, WANG Yan, et al. Mechanical modeling and analysis for hyperelastic hinge in a triangular prism deployable mast [J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(3): 275 281. (in Chinese)
- [21] 单明贺. 三棱柱单元构架式可展开支撑臂结构设计与分析[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2013.
 SHAN Minghe. Mechanical design and analysis of a triangular prism modular deployable mast [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese)
- [22] 邓强. 锥形可展桁架的设计与分析[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010. DENG Qiang. Design and analysis of tapered deployable truss [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)
- [23] 郭金伟, 许允斗, 郭路瑶, 等. 一种三棱柱可展单元机构及其自由度分析[J]. 燕山大学学报, 2020, 44(1): 18-24,31.
 GUO Jinwei, XU Yundou, GUO Luyao, et al. A new type of triangular prism deployable unit mechanism and its DOF analysis
 [J]. Journal of Yanshan University, 2020, 44(1): 18-24,31. (in Chinese)
- [24] 冯军,胡明,陈文华,等. 空间伸展臂折展单元展开运动特性分析[J]. 机械设计与制造, 2017(8): 175 178.
 FENG Jun, HU Ming, CHEN Wenhua, et al. Deployable kinematic characteristics analysis on fold-unfolded units of space deployable mast [J]. Machinery Design & Manufacture, 2017(8): 175 178. (in Chinese)
- [25] 李冰岩,刘荣强,从强,等. 基于豆荚杆的三棱柱式可展开薄膜支撑臂设计与优化[J]. 机械工程学报, 2020, 56(7): 35-43.

LI Bingyan, LIU Rongqiang, CONG Qiang, et al. Design and optimization of a tri-prism deployable membrane support arm using lenticular collapsible composite tubes [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(7): 35-43. (in Chinese)