

# 基于微分平坦与自抗扰控制的伸缩臂抖动抑制研究

姜海勇<sup>1,2</sup> 邢雅周<sup>2</sup> 李娜<sup>2</sup> 姜文光<sup>1</sup>

(1. 燕山大学机械工程学院, 秦皇岛 066004; 2. 河北农业大学机电工程学院, 保定 071001)

**摘要:** 采用主动抑振系统快速抑制冲击作用下的套叠结构臂体振动。考虑到臂体末端变形量不易测量的问题, 将伸缩臂模型等效为由扭簧连接的两刚性杆系统, 以变幅力矩为输入、两杆仰角为输出, 建立拉格朗日动力学模型。将第1杆仰角与第2杆末端加速度合成微分平坦输出, 构建单输入、单输出的二阶系统。采用线性自抗扰控制器, 根据杆长变化实时更新扩张状态观测器和控制回路参数, 使系统参数的物理意义明确, 简化了整定过程。仿真和实验结果表明, 在不同臂长条件下, 均能实现2 s内消除抖动并保持仰角设定值稳定的效果。该方法整定过程直观、简便, 在简化模型条件下, 根据外伸长度调整控制系统参数, 保证了系统的抗扰能力持续有效。

**关键词:** 伸缩臂; 抑振; 自抗扰控制; 微分平坦

中图分类号: S24; TP29

文献标识码: A

文章编号: 1000-1298(2020)03-0394-08

OSID:



## Vibration Suppression of Telescopic Arm Based on Differential Flatness and Active Disturbance Rejection Control

JIANG Haiyong<sup>1,2</sup> XING Yazhou<sup>2</sup> LI Na<sup>2</sup> JIANG Wenguang<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. College of Electrical and Mechanical, Hebei Agricultural University, Baoding 071001, China)

**Abstract:** The manned aerial vehicle with the telescopic arm is full of danger in the parameter tuning process. It is necessary to construct a vibration suppression controller which is effective and easy to tune. The telescopic arm was theoretically divided into two rigid bodies. The dynamics of the equivalent second-order underactuated system was established based on the Lagrange equation. The model adopted the combination of elevation increment of the first link and tip acceleration of the second link to flatten the system, and made it into a second-order single input single output model. The input gain and coefficient of zero-order term were automatically updated along with the elevation or length change of the arm and substituted them into the active disturbance rejection control (ADRC) system. Application of the proposed algorithm was shown on the simulation and experiment platform. The favorable results of arm stability was achieved under the controlling of flatness-ADRC in the case of changing in length and angle. Under the two working conditions of extension and shortening, the balance can all be restored within 2 s. It was an innovation to design differential flat system with two different physical quantities, in addition the clear physical meaning of parameters in tuning process was very important in this life-related system. Under the condition of simplified model, the parameters of the control system were adjusted according to the extension length and attitude, which ensured the system's disturbance rejection ability to be continuous and effective.

**Key words:** telescopic arm; vibration suppression; active disturbance rejection control; differential flatness

收稿日期: 2019-11-25 修回日期: 2019-12-23

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFD0700600)和河北省自然科学基金项目(E2017204037)

作者简介: 姜海勇(1978—),男,博士生,河北农业大学副教授,主要从事农业装备动力学稳定性研究, E-mail: Jiang\_Haiyong1@126.com

通信作者: 姜文光(1966—),男,教授,博士生导师,主要从事机械工程与力学研究, E-mail: wgj@ysu.edu.cn

## 0 引言

近年来,在农业装备和工程装备中减重设计为产业升级带来了巨大效益,随着产品性能的不不断提升,结构刚度下降带来的诸多问题引起了广泛关注。高空作业平台比较典型,特别是伸缩臂结构高空作业车,其操作方便、工作空间大、应用领域广泛。然而在用于授粉、修枝、嫁接、定点取样等农林业生产精细操作时,臂体抖动成为难题,特别对于农林业轻型装备,由于抖动的不可控甚至会影响到人身安全,严重制约着该类设备的推广与应用。

针对臂体稳定问题,许多学者从动力学建模入手,采用多种主动或者被动控制的方法进行抑制振动研究<sup>[1-5]</sup>。ALEXANDER等<sup>[1]</sup>基于哈密尔顿原理,在忽略臂体之间套叠结构的前提下,建立了多节高空作业臂的动力学模型,动力学模型为截面递减的多段伯努利均质梁;基于Lyapunov第二法验证了采用各段臂体的挠度和转角作为反馈量进行控制的可行性,并进行了模拟仿真。ALEXANDER等<sup>[2]</sup>对55 m高空救援车伸缩臂架在变幅及调姿过程突然停止情况下的动力学模型进行分析,同样也忽略套叠结构而简化为阶梯梁,给出了动力学模型的简化表达,并通过检测末端转角与臂体应力验证了耦合模型的准确性。李山虎等<sup>[3]</sup>研究了轴向运动与侧向抖动的关联,并阐述了伸缩臂不同伸出量下抖动运动的不同表现。王亮<sup>[4]</sup>采用修正的伽辽金法得到变长度等截面悬臂梁的近似动力学模型,采用线性二次型调节器,对比了主动力与主动振子控制方法,进行悬臂梁横向振动的抑制,认为主动振子方案更易实现。张晓宇等<sup>[5]</sup>采用H-∞方法构建了抗扰控制系统,对多关节机械臂作为柔性体机构进行振动抑制研究。

在柔性梁结构抖动抑制领域,采用压电材料检测与控制悬臂梁抖动抑制的研究被广泛应用于多种控制算法的效能验证中<sup>[6-9]</sup>。WELDEGIORGIS等<sup>[6]</sup>以应变率作为梁变形系统的输出,进行反馈控制,实现均质梁在高频振动下的有效抑制。ZHENG等<sup>[7-8]</sup>研究了自抗扰控制方法(ADRC)在压电梁摆动和双惯性圆盘扭振抑制中的应用,采用光学传感器对梁侧向振动的信号进行反馈,由压电元件作为执行元件进行振动控制;基于频域分析给出了合适的控制参数,得到了有效实验结果。ZHANG等<sup>[9]</sup>研究了直线双振子弹簧系统的运动控制,构建四阶ADRC系统,以被动振子的位置作为输出量,实现被动振子的位置稳定控制。

HAN<sup>[10]</sup>提出了完整的自抗扰系统框架,对于模

型不确定或难于准确把握的控制对象,将系统的不确定看作内部扰动,并将其与外来扰动合并,一同视为系统总扰动,利用观测器估计总扰动,并生成控制量以抵消扰动。GAO<sup>[11-12]</sup>建立了自抗扰控制系统的线性结构,提出时间尺度概念,将整定参数赋予观测器带宽与控制器带宽的工程语义,使得整定过程大为简化,自抗扰控制思想得以在各工程领域迅速实施。丁力等<sup>[13]</sup>采用线性自抗扰方法设计了直升机航向控制器。李杰等<sup>[14]</sup>阐述了自抗扰控制思想的发展过程,提出在特定任务下可将扩张状态观测方法与其他观测器或估计器相结合。JIN等<sup>[15-16]</sup>阐述了相同穿越频率和相位裕度不足条件下,自抗扰控制器抵御噪声与减轻过冲结构性能优异的原因,认为外扰进入系统后、到达输出前,相当于经过了一个带通滤波器。CHEN等<sup>[17]</sup>通过对总扰动的概念进行深入分析提出,总扰动呼应着积分串联标准型与现实系统之间的差异,而ADRC的优势在于这种差异不但可观,而且一定可匹配。在自抗扰控制器设计方面有众多学者给出自己的方法,ZHANG等<sup>[18]</sup>提出从系统波特图中的相位补偿需求入手确定系统相对阶的方法,并以频域特性确定带宽,以达到简化整定过程的目的。

近年来微分平坦方法在复杂约束与路径规划问题中的运用发展迅速。蔡伟伟等<sup>[19]</sup>在空间飞行器轨迹规划问题中,运用微分平坦方法降低了系统设计维度,将问题映射到平坦输出空间。机械系统中的欠驱动问题与之有类同关系,HEBERTT等<sup>[20-22]</sup>将微分平坦方法用于欠驱动机械系统,并结合ADRC控制系统解决了旋转倒立摆、轮摆系统等的欠驱动问题,充分显示出微分平坦方法降维处理与自抗扰补偿内外扰动相结合的优势。

综上,有关套叠结构伸缩臂的抖动抑制研究处于起步阶段,鲜见对参数变化的套叠结构详细建模,有关该结构主动抑振自动控制系统的研究尚未见报道。本文针对臂体抖动抑制构建基于角位移与加速度的微分平坦处理方法,建立基于微分平坦输出的二阶线性ADRC系统。通过仿真确定控制器参数,并给出有效的仿真结果,通过模型实验验证控制算法优异的抗扰能力。

## 1 套叠梁臂架等效模型

高空作业设备的核心部件是套叠梁结构的伸缩臂,臂架整体仰角通常由液压缸或电推杆驱动,为了不增改系统机械结构,以变幅作用的液压缸或电推杆为驱动元件。

### 1.1 臂体等效刚体动力学模型

将套叠结构的臂体以驱动铰接点为参考分为两段,分别作为刚体杆进行动力学分析<sup>[23]</sup>,如图1所示。

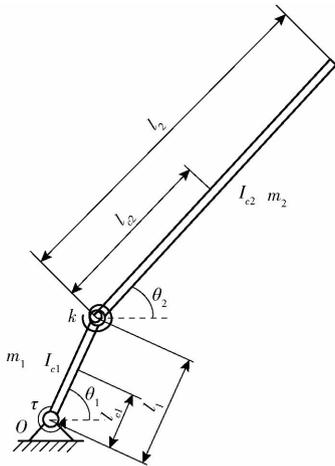


图1 垂直平面内伸缩臂等效模型

Fig.1 Model of telescopic arm in vertical plane

图中第1杆的质量、长度、铰接点到质心位置距离、相对于水平面的仰角、绕质心的转动惯量分别为  $m_1$ 、 $l_1$ 、 $l_{c1}$ 、 $\theta_1$ 、 $I_{c1}$ ,第2杆的质量、长度、质心位置、相对于水平面的仰角、绕质心的转动惯量分别为  $m_2$ 、 $l_2$ 、 $l_{c2}$ 、 $\theta_2$ 、 $I_{c2}$ ,以过O点的水平面为零势能面,利用拉格朗日方程建立系统动力学模型为

$$\begin{cases} (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_{c1}) \ddot{\theta}_1 + k(\theta_1 - \theta_2) + \\ m_2 l_1 l_{c2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_2 + (m_1 l_{c1} + \\ m_2 l_1) g \cos \theta_1 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 = \tau \\ m_2 l_1 l_{c2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 - m_2 l_1 l_{c2} \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 + \\ (m_2 l_{c2} + I_{c2}) \ddot{\theta}_2 + m_2 l_{c2} g \cos \theta_2 - k(\theta_1 - \theta_2) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

本文研究的抖动是指发生在臂体平衡位置附近的小范围抖动,设两杆平衡位置仰角为  $\theta_{10}$ 、 $\theta_{20}$ ,两杆之间扭簧刚度为  $k$ ,则有

$$m_2 l_{c2} g \cos \theta_{20} = k(\theta_{10} - \theta_{20})$$

基于小变形假设,取

$$\begin{cases} \theta_1 - \theta_2 \approx 0 \\ \cos(\theta_1 - \theta_2) \approx 1 \\ \dot{\theta}_1^2 \approx 0 \\ \dot{\theta}_2^2 \approx 0 \\ \sin(\theta_1 - \theta_2) \approx \theta_1 - \theta_2 \end{cases} \quad (2)$$

在平衡位置作用于第1杆的静态力矩为

$$\tau_0 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos \theta_{10} + m_2 l_{c2} g \cos \theta_{20}$$

两杆仰角增量为  $\theta_{\delta 1}$ 、 $\theta_{\delta 2}$ ,采用增量形式控制系统输出力矩为:  $\tau_{\delta} = \tau - \tau_0$ 。

则臂体动力学模型可以表示为

$$\begin{cases} a \ddot{\theta}_{\delta 1} + d \theta_{\delta 1} + b \ddot{\theta}_{\delta 2} - k \theta_{\delta 2} = \tau_{\delta} \\ b \ddot{\theta}_{\delta 1} - k \theta_{\delta 1} + c \ddot{\theta}_{\delta 2} + e \theta_{\delta 2} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{其中} \quad a &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_{c1} & b &= m_2 l_1 l_{c2} \\ c &= m_2 l_{c2}^2 + I_{c2} & d &= k - (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) l_{c2} g \sin \theta_{10} \\ e &= k - m_2 l_{c2} g \sin \theta_{20} \end{aligned}$$

### 1.2 套叠部分的等效

图1中第2杆对应着实际中两根空心管状梁构成的滑动副结构,几何结构如图2所示。截面较大的梁段其线密度、弹性模量、长度为  $\rho_a$ 、 $E_a$ 、 $l_a$ ,截面较小的梁段其线密度、弹性模量、长度为  $\rho_b$ 、 $E_b$ 、 $l_b$ ,最右端质量块质量为  $m$ 。按照几何关系可确定整个套叠段的质心位置为

$$l_{c2} = \frac{2ml_2 + \rho_a l_a^2 - \rho_b l_b^2 + 2\rho_b l_b l_2}{2(m + \rho_a l_a + \rho_b l_b)} \quad (4)$$

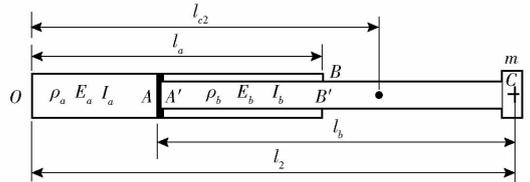


图2 套叠部分的等效结构

Fig.2 Equivalent mechanism of telescopic part

整段梁等效为由刚度为  $k$  的扭簧与刚性第2杆(图1)构成,图2中套叠段按照材料力学中有关梁的挠度计算公式, $k$ 近似为

$$k = \frac{3E_a I_a E_b I_b l_2^2}{E_b I_b l_2^3 + E_a I_a l_2^2 l_b - 2E_a I_a l_a l_b l_2 - E_b I_b l_b^2 l_2 + E_a I_a l_a^2 l_b + E_b I_b l_a l_b^2} \quad (5)$$

### 1.3 推力与等效力矩换算

由于动力学模型中以第1杆所受力矩为输入,实验装置与实际运用的变幅机构对应采用电推杆驱动方式,如图3所示。其中第1杆铰接点与电推杆固定铰接点距离为  $l_0$ ,实验中以电推杆推力换算为电机输入量,因此由图3几何关系可换算电推杆推力  $F$  与控制系计算输出量  $\tau$  的关系为

$$F = \frac{\sqrt{l_0^2 + l_1^2 - 2l_0 l_1 \cos \theta_1}}{l_0 l_1 \sin \theta_1} \tau \quad (6)$$

## 2 微分平坦

本文研究臂体抖动抑制是在保证臂体仰角稳定的同时消除抖动,由于臂体的柔性导致了在外界干扰力作用下臂体末端抖动。变幅推力作用于等效模型的第1杆末端,则第1杆仰角由变幅推杆的长度直接确定,但套叠部分的末端运动不能直接确定,为

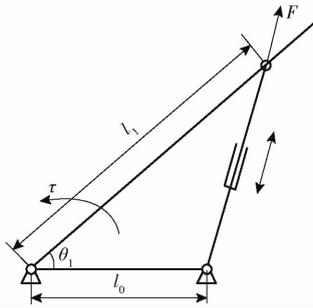


图3 电推杆推力与控制力矩几何关系

Fig. 3 Relationship between torque and force

此该模型可看作是输入为推力  $F$ 、输出为仰角  $\theta_1$  和  $\theta_2$  的欠驱动系统。

为了获得等效模型中第2杆的仰角变化量,应变片方法无法消除未知末端荷载变化带来的稳定点偏移,而一般角度传感器则无法获得参考零点,光学传感器<sup>[7]</sup>方案在野外作业装备中也无法实施。为此采用倾角传感器最为有效,倾角传感器的输出值是相对于水平面作为绝对零点,这对于高空目标的角度变化最为合理,并且目前在高空作业设备中已得到普及。然而前期实验中发现,臂体振动频率一般在3 Hz左右,目前多数倾角传感器的输出频率为20 Hz,最大不超过50 Hz,限制了倾角传感器在振动抑制中的应用。陀螺仪和加速度计成为替代倾角传感器进行  $\theta_2$  测量的可能选择。虽然臂体较长,但末端变形仍然较小,实验中发现电子陀螺仪测试臂体末端运动时,性价比远不及加速度计。为此最终方案为在末端安装加速度计,而根部安装倾角传感器。相应动力学模型中的末端加速度可以由仰角的二阶导数换算。

## 2.1 微分平坦输出量的构建

将式(3)整理为

$$\begin{bmatrix} \theta_{\delta 1} \\ \ddot{\theta}_{\delta 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -b \\ k & d \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} \tau_{\delta} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \ddot{\theta}_{\delta 1} - k\theta_{\delta 2} \\ b \ddot{\theta}_{\delta 1} + e\theta_{\delta 2} \end{bmatrix} \right) \quad (7)$$

设  $y = \theta_{\delta 1} + \alpha \ddot{\theta}_{\delta 2}$ , 则式(7)写为

$$y = \frac{[c + \alpha k \quad -b + \alpha d]}{cd + bk} \left( \begin{bmatrix} \tau_{\delta} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \ddot{\theta}_{\delta 1} - k\theta_{\delta 2} \\ b \ddot{\theta}_{\delta 1} + e\theta_{\delta 2} \end{bmatrix} \right) \quad (8)$$

输出  $y$  是臂体根部仰角增量与末端加速度的线性组合,两组成项的控制目标均为零。在动力学模型结构中,输入力矩将作用于第1杆的角加速度,同时作用于第2杆的痉挛度,即输入力矩将直接作用于输出  $y$  的二阶导数,故令  $c + \alpha k = 0$ , 由此可得微分平坦输出为

$$y = \theta_{\delta 1} - \frac{c}{k} \ddot{\theta}_{\delta 2} \quad (9)$$

将其代入式(3)可得

$$y = \frac{e}{k} \theta_{\delta 2} - \frac{b}{k} \ddot{\theta}_{\delta 1} \quad (10)$$

对式(9)、(10)取时间的二阶导数可得

$$\begin{cases} \ddot{y} = \ddot{\theta}_{\delta 1} - \frac{c}{k} \theta_{\delta 2}^{(4)} \\ \ddot{y} = \frac{e}{k} \ddot{\theta}_{\delta 2} - \frac{b}{k} \theta_{\delta 1}^{(4)} \end{cases} \quad (11)$$

## 2.2 平坦输出量的动力学模型重建

将式(3)的上式及其对时间二阶导数式与式(9)~(11)组合构成微分方程组为

$$\begin{bmatrix} k & 0 & 0 & 0 & -c & 0 \\ 0 & b & 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 & 0 & -c \\ 0 & 0 & b & 0 & e & 0 \\ d & a & 0 & -k & b & 0 \\ 0 & d & a & 0 & -k & b \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} ky \\ ky \\ k\ddot{y} \\ k\ddot{y} \\ \tau_{\delta} \\ \ddot{\tau}_{\delta} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中  $\mathbf{X} = [\theta_{\delta 1} \quad \ddot{\theta}_{\delta 1} \quad \theta_{\delta 2}^{(4)} \quad \theta_{\delta 2} \quad \ddot{\theta}_{\delta 2} \quad \theta_{\delta 2}^{(4)}]$

式(12)消除  $\mathbf{X}$  得到  $y$  的二阶动力学模型为

$$\ddot{y} = b_0 \tau_{\delta} + \alpha y + \beta \ddot{\tau}_{\delta} \quad (13)$$

其中

$$b_0 = \frac{abce + b^2 ck^2 - cde^2 - be^2 k}{(bk + cd)(abc - 2bek - b^3) - aek(be + ck) - bck^3 - c^2 d^2 e}$$

$$\alpha = \frac{cde(de - k^2 - ab) + dek(be - ck) - bk^2(b^2 + ek + ac) - bcd(cd + 3bk)}{(bk + cd)(abc - 2bek - b^3) - aek(be + ck) - bck^3 - c^2 d^2 e}$$

$$\beta = \frac{(ae^2 k + bek^2 + b^3 k + b^2 cd) \frac{c}{k}}{(bk + cd)(abc - 2bek - b^3) - aek(be + ck) - bck^3 - c^2 d^2 e}$$

## 3 线性自抗扰控制器

式(13)中  $b_0$  作为输入增益,根据前文所述的已知条件与几何关系、可实际测量的臂体前段实时长度  $l_2$ , 以及设定的目标仰角  $\theta_{20}$  能够进行更新,  $\alpha$  也同样可计算获取。采用线性自抗扰控制系统的经典结构<sup>[10-12]</sup>, 将模型中获取的这两项信息代入扩张状态观测器中,有效简化了整定过程,在设备设计阶段有利于结构设计与控制系统的匹配,在生产中简化调试过程,在使用中利于安全。

### 3.1 扩张状态观测器

式(13)中力矩增量二次导数项看作内部扰动,之外考虑其他忽略的未建模不确定项  $\psi$  以及未知外扰  $D$ , 视为综合扰动  $f$ , 则动力学模型为

$$\ddot{y} = b_0 \tau_{\delta} + \alpha y + f \quad (14)$$

其中

$$f = \beta \ddot{\tau}_{\delta} + D + \psi$$

则定义状态向量为

$$\mathbf{x} = [y \quad \dot{y} \quad f]^T \quad (15)$$

基于此臂体微分平坦输出的动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\tau_\delta + \mathbf{E}\dot{f} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0] \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

扩张状态观测器为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\tau_\delta + \mathbf{L}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = \mathbf{C}\mathbf{z} \end{cases} \quad (17)$$

其中  $\mathbf{z} = [z_1 \quad z_2 \quad z_3]^T$   $\mathbf{L} = [l_1 \quad l_2 \quad l_3]$

为保证特征方程  $(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{L}\mathbf{C}) = 0$  的根均在  $-\omega_o$  上,  $\omega_o$  为观测器带宽<sup>[11]</sup>, 可得

$$l_1 = 3\omega_o \quad l_2 = 3\omega_o^2 + \alpha \quad l_3 = \omega_o^3 + 3\alpha\omega_o$$

### 3.2 控制器

利用引入的扩张状态观测器对  $f$  进行跟踪, 使系统得以实现式(14)所述的模型结构。二阶系统下的控制器为

$$u_o = k_1(r - z_1) - k_2 z_2 \quad (18)$$

$r$  为仰角设定值, 为保证闭环系统极点均在  $-\omega_c$  (即控制器带宽) 上<sup>[11]</sup>, 控制器参数设为

$$k_1 = \omega_c^2 \quad k_2 = 2\omega_c$$

扩张状态观测器能够成功跟踪  $f$ , 则控制器输出力矩增量为

$$\tau_\delta = \frac{u_o - z_3}{b_0} \quad (19)$$

利用式(6)将  $\tau_\delta$  变换为对应电推杆推力  $F_\delta$ 。

## 4 仿真验证

在 Matlab Simulink 环境下, 将臂体动力学模型分别与 ADRC 控制器及 PID 控制器结合构成闭环控制系统进行仿真对比。由于臂体套叠部分长度的变化会造成臂体外伸部分刚度、重心、转动惯量的变化。为此, 对比分析套叠部分长度变化情况下的抑振效果。

### 4.1 仿真参数设置

仿真参数与实验参数一致, 臂体由 2 根矩形截面铝管构成, 其结构参数为:  $m_1 = 0.3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2.7 \text{ kg}$ ,  $m = 1.53 \text{ kg}$ ,  $l_1 = 0.4 \text{ m}$ ,  $l_a = 0.8 \text{ m}$ ,  $l_b = 1.2 \text{ m}$ , 弹性模量  $E = 70 \text{ GPa}$ 。固定铰接段铝管宽 40 mm、高 30 mm, 上段可伸缩部分铝管宽 30 mm、高 20 mm, 臂体外伸段长度调节范围为 1.46 ~ 1.96 m, 两段铝管的壁厚均为 1.5 mm。仿真载荷为在 0.5 s 时对第 2 杆施加单位脉冲力矩冲击, 并在平坦输出  $y$  中加入

白噪声后再反馈至控制器以模拟系统的不确定项。

### 4.2 ADRC 系统仿真

首先取外伸段最短状态即  $l_2 = 1.46 \text{ m}$ , 根据臂体抖振在仰角  $66^\circ$  左右较为严重, 为此设定仰角目标值为  $66^\circ$ 。根据以上模型信息计算观测器参数可得:  $b_0 = 0.1195$ ,  $\alpha = 5.1176$ 。设定  $\omega_o = 12$ ,  $\omega_c = 7$ , 仿真结果如图 4 所示, 观测器准确跟踪了微分平坦输出, 总扰动值迅速回零, 微分平坦输出量能够在 1.5 s 内回零, 两个仰角同时回到各自平衡位置, 两个刚性杆的仰角差值由等效扭簧刚度  $k$  决定, 末端加速度曲线表明抖动被迅速抑制。改变臂体外伸段长度取:  $l_2 = 1.96 \text{ m}$ ,  $\theta_{20} = 66^\circ$ , 可得:  $b_0 = 0.0778$ ,  $\alpha = 4.0985$ , 设定  $\omega_o = 12$ ,  $\omega_c = 4$ 。仿真结果如图 5 所示, 仿真结果与  $l_2 = 1.46 \text{ m}$  时结果类似, 虽稳定时间稍微有所增长, 两个仰角在 1.5 s 内仍回到平衡位置。

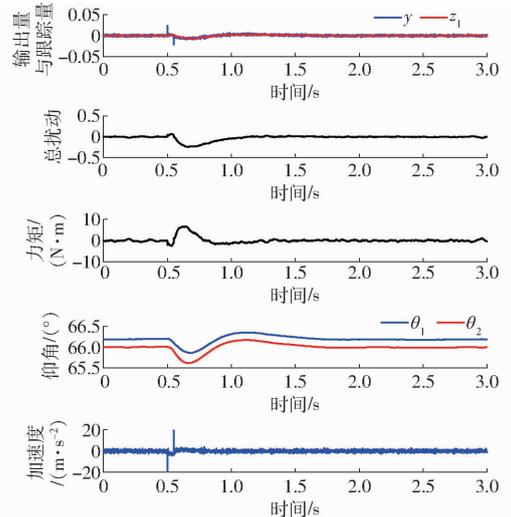


图 4  $l_2 = 1.46 \text{ m}$  时 ADRC 抑振仿真结果

Fig. 4 ADRC result when  $l_2 = 1.46 \text{ m}$

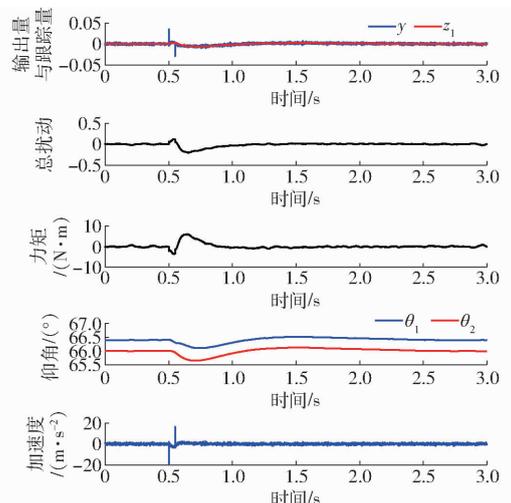


图 5  $l_2 = 1.96 \text{ m}$  时 ADRC 抑振仿真结果

Fig. 5 ADRC result when  $l_2 = 1.96 \text{ m}$

通过仿真实验确定观测器带宽为 12, 在臂长变

化时不再调整,只需按照臂长调整控制器带宽。线性关系为

$$\omega_c = 15.76 - 6l_2 \quad (20)$$

仿真结果表明,随着外伸部分变短而刚度上升,本振频率上升,相应控制器所需带宽对应提高,即控制能力相应提高。

### 4.3 PID 系统仿真

由于柔性臂体末端加速度计会输出高频振荡信号,为此采用不完整积分 PID 系统。对应外伸段长度  $l_2 = 1.96 \text{ m}$ ,采用 Simulink 调参工具整定比例积分微分系数为:  $K_{p1} = 521.9$ ,  $K_{i1} = 467.2$ ,  $K_{d1} = 92.3$ ,微分器低通滤波系数为 17.3,与前文相同载荷与噪声条件下,仿真结果如图 6 所示。外伸段长度  $l_2 = 1.46 \text{ m}$  时, PID 参数为:  $K_{p2} = 608.4$ ,  $K_{i2} = 359.6$ ,  $K_{d2} = 129.1$ ,微分器低通滤波系数为 15.9,仿真结果如图 7 所示。从图 4~7 可以看出, PID 方法下调节时间与 ADRC 系统相近,但是控制力矩曲线不如 ADRC 系统平滑,并且末端加速度响应对噪声敏感,末端加速度响应幅值明显高于 ADRC 系统。

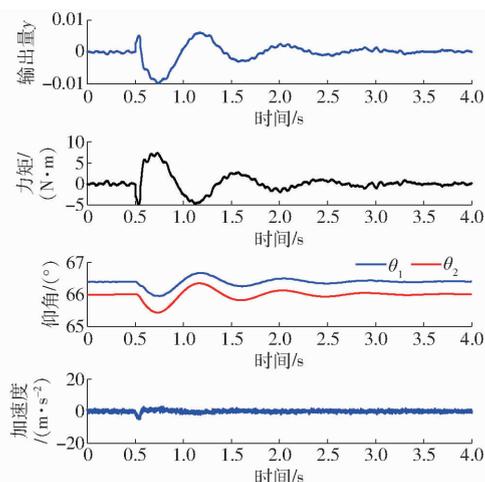


图 6  $l_2 = 1.96 \text{ m}$  时 PID 抑振仿真结果

Fig. 6 PID result when  $l_2 = 1.96 \text{ m}$

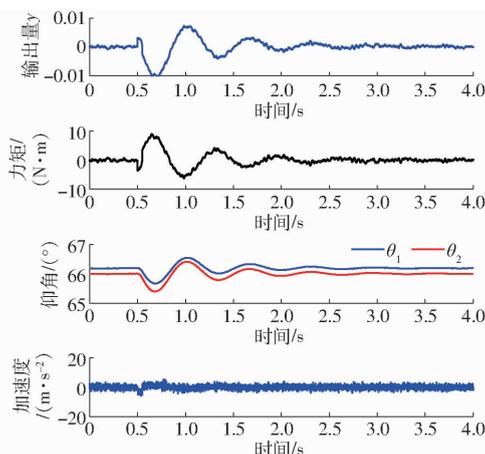


图 7  $l_2 = 1.46 \text{ m}$  时 PID 抑振仿真结果

Fig. 7 PID result when  $l_2 = 1.46 \text{ m}$

仿真实验结果表明,ADRC 系统在观测器和部分模型信息的辅助下,针对臂体结构的参数变化可以自动更新系统参数,保证了控制作用的持续有效。而 PID 系统虽然能基本保证抖动抑制的有效,然而臂体末端的高频抖动是不易消除的弊端。另外 PID 系统的参数难以给出规律性的表达,为此在参数整定中须对应不同外伸长度多次调谐,这给整定过程带来更多的工作量,也带来了更多的不稳定因素。

## 5 实验验证

### 5.1 实验装置

为了验证控制方法的有效性,搭建实验装置如图 8 所示,其中臂体结构尺寸如 4.1 节仿真设置。在固高 GE400-SG 型运动控制卡中实现控制算法,采用 LCA331A-P900 型瑞芬振动性角度传感器,采用 AKE392B 型瑞芬数字加速度传感器。电推杆为 24 V 直流电机驱动, PWM 值与推力比值约为 1.35,最大推力为 1 000 N,电推杆最大推进速度为 12 mm/s。实验采用约 50 N 力冲击臂体末端的方式施加扰动,记录系统响应过程中的倾角传感器、加速度传感器读数和 ADRC 控制器输出给 PWM 调速器输入端的读数。



图 8 实验装置组成

Fig. 8 Photo of experiment devices

扰动冲击由气动射钉枪实现,钉质量为 0.047 g,射速约为 8 m/s,钢钉与板的接触时间理论值为  $7.2 \mu\text{s}$ ,按冲量定理计算等效冲击力约为 50 N。每次实验均保持码钉枪与末端质量块垂直距离为 1 cm。

臂体系统属于自平衡结构,由于内部存在阻尼,在受到有限的冲击后,如没有其他扰动加入,臂体最终将回到平衡位置。在无控制条件下,外伸部分长度为 1.96 m 时,臂体末端受冲击后,末端加速度响应曲线如图 9 所示,冲击后大约经过 13 s 加速度回

到零点,期间臂体抖动约 30 个周期,后续小幅度摆动需要更长时间缓慢稳定。臂体缩短情况下由于自身阻尼效应稍弱,故相同冲击条件下稳定时间稍长。

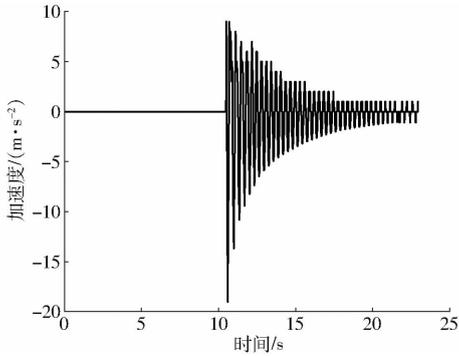


图 9  $l_2 = 1.96$  m 冲击扰动无控制下末端加速度曲线

Fig. 9 Terminal acceleration curves under impact with  $l_2 = 1.96$  m and non-control

## 5.2 ADRC 控制实验

当外伸部分长度为 1.46 m 时,臂体末端受冲击力作用,自动抑制振动的截取结果如图 10 所示。当外伸部分长度为 1.96 m 时,自动抑制振动的截取结果如图 11 所示。

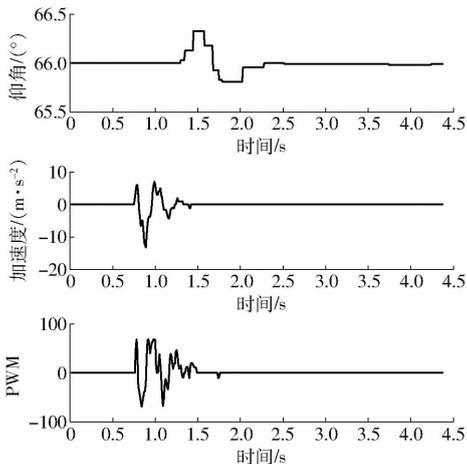


图 10  $l_2 = 1.46$  m 时抗冲击扰动实验结果

Fig. 10 Experimental result of anti impact disturbance with  $l_2 = 1.46$  m

从图 10 可看出,仰角的输出滞后于其他两个读数的变化,这种滞后有倾角传感器本身输出滞后的原因,也有机构中多处阻尼作用的原因。但不妨碍振动抑制与位置跟踪的有效作用,外伸长度 1.46 m 的实验中,在冲击发生后的 1 s 内振动被消除,在 1.5 s 后臂体仰角恢复到设定值。

当外伸长度 1.96 m 时由于臂体刚度下降,相似的冲击作用下,末端加速度显著增大,导致出现输出饱和,但控制作用依然有效,在冲击作用结束后 1 s

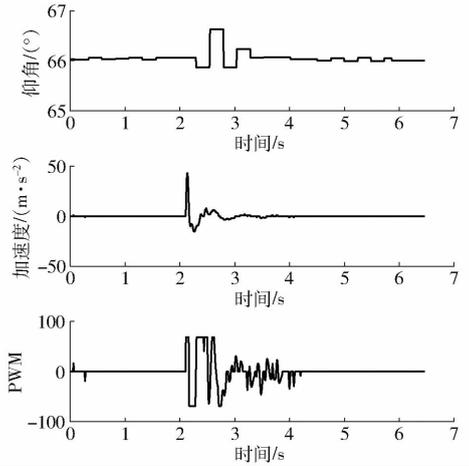


图 11  $l_2 = 1.96$  m 时抗冲击扰动实验结果

Fig. 11 Experimental result of anti impact disturbance with  $l_2 = 1.96$  m

内,大幅的振动被抑制,小幅的振动在冲击结束后的 2 s 完全消除。在这种低刚度的条件下,振动抑制过程与位置跟踪过程几乎同时结束。而缩短状态即较高刚度时仰角调整值则明显较小。外伸段最长和最短两种极端情况下末端的振动均能在 2 个往复摆动周期内被有效抑制。

## 6 结论

(1) 将臂体等效为两段刚性杆,在等效扭簧刚度计算中考虑套叠结构。将外伸部分臂体的质量和质心等效到第 2 杆中,基于此的动力学模型简洁直观,可准确表达套叠臂体结构。

(2) 基于等效结构及工程推广可行性,选择倾角传感器与加速度传感器组合方案,构建单输入、双输出的欠驱动形式的动力学模型,直观表达了柔性臂体的运动特性。

(3) 采用平坦技术处理欠驱动模型,将两个不同量纲输出量合成为一个输出量,构建了单输入、单输出结构的二阶控制对象系统模型。结合 ADRC 系统抗扰优点,把非线性项简化等处理过程带来的模型误差和外来冲击扰动一并看作综合扰动,由三阶扩张状态观测器进行观测后,生成控制量进行补偿,获得了较为理想的抑振效果。

(4) 实验表明,在臂体伸长和缩短工况下,相同冲击载荷下均能在 2 s 内抑制抖动,往复运动不超过两个周期。控制器带宽以伸缩臂外伸段长度为变量即可自动更新,整定参数物理意义明确直观,不需要做类似 PID 方法的大范围试凑。

## 参 考 文 献

- Volumes, 2005, 38(1): 784 – 789.
- [2] ALEXANDER P, SAWODNY O. Modeling of coupled bending and torsional oscillations of an inclined aerial ladder[C] // 2013 American Control Conference. IEEE, 2013.
- [3] 李山虎, 杨靖波, 黄清华, 等. 简谐及随机激励下柔性悬臂梁振动主动控制的实验研究[J]. 振动与冲击, 2001(3): 3 – 6.  
LI Shanhu, YANG Jingbo, HUANG Qinghua, et al. Experimental research on active vibration control of flexible cantilever beam under harmonic and stochastic excitation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2001(3): 3 – 6. (in Chinese)
- [4] 王亮. 轴向运动梁动力学及控制研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.  
WANG Liang. Study on the dynamics and control of axially moving beams[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011. (in Chinese)
- [5] 张晓宇, 王润孝, 王战玺, 等. 基于  $H - \infty$  优化抗扰控制的柔性机械臂振动抑制[J]. 西北工业大学学报, 2017, 35(4): 661 – 668.  
ZHANG Xiaoyu, WANG Runxiao, WANG Zhanxi, et al. Vibration suppression of piezoelectric integrated flexible manipulators using  $H - \infty$  optimized disturbance rejection control[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2017, 35(4): 661 – 668. (in Chinese)
- [6] WELDEGIORGIS R, KRISHNA P, GANGADHARAN K V. Vibration control of smart cantilever beam using strain rate feedback[J]. Procedia Materials Science, 2014, 5: 113 – 122.
- [7] ZHENG Qingling, RICHTER H, GAO Zhiqiang. On active vibration suppression of a piezoelectric beam [C] // American Control Conference (ACC) Washington, DC, USA, 2013: 6628 – 6633.
- [8] ZHENG Qinling, GAO Zhiqiang. On observer-based active vibration control of two-inertia systems [C] // American Control Conference (ACC) Washington, DC, USA, 2013: 6634 – 6639.
- [9] ZHANG Han, ZHAO Shen, GAO Zhiqiang. An active disturbance rejection control solution for the two-mass-spring benchmark problem [C] // American Control Conference (ACC) Boston Marriott Copley Place Boston, MA, USA, 2016: 1566 – 1571.
- [10] HAN Jingqing. From pid to active disturbance rejection control [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [11] GAO Zhiqiang. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C] // Proceedings of the American Control Conference, 2003: 4989 – 4996.
- [12] GAO Zhiqiang. Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design [C] // Proceedings of the American Control Conference, 2006: 2399 – 2405.
- [13] 丁力, 马瑞, 单文桃, 等. 小型无人直升机航向线性自抗扰控制 [J/OL]. 农业机械学报, 2017, 48(5): 22 – 27.  
DING Li, MA Rui, SHAN Wentao, et al. Linear active disturbance rejection control for yaw channel of small-scale unmanned helicopter [J/OL]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(5): 22 – 27. [http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view\\_abstract.aspx?file\\_no=20170502&flag=1](http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?file_no=20170502&flag=1). DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.05.002. (in Chinese)
- [14] 李杰, 齐晓慧, 万慧, 等. 自抗扰控制: 研究成果总结与展望 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(3): 281 – 295.  
LI Jie, QI Xiaohui, WAN Hui, et al. Active disturbance rejection control: theoretical results summary and future researches [J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(3): 281 – 295. (in Chinese)
- [15] JIN Huiyu, CHEN Yang, LAN Weiyao. Replacing PI control with first-order linear ADRC [C] // IEEE 8th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS), 2019: 1097 – 1101.
- [16] JIN Huiyu, CHEN Yang, LAN Weiyao. On external disturbance rejection of linear ADRC [C] // Proceedings of the ASME 2019 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference. Anaheim, CA, USA, 2019.
- [17] CHEN S, BAI W Y, HU Y, et al. On the conceptualization of total disturbance and its profound implications [J]. Sci. China Inf. Sci., 2020, 63(2): 129201.
- [18] ZHANG Chao, ZHU Jihong, GAO Yakui. Order and parameter selections for active disturbance rejection controller [J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(11): 1480 – 1485.
- [19] 蔡伟伟, 朱彦伟, 曾璞. 多约束条件下空间飞行器姿态机动规划的微分平坦方法 [J]. 动力学与控制学报, 2018, 16(2): 115 – 120.  
CAI Weiwei, ZHU Yanwei, ZENG Pu. Differentially flat method of attitude maneuver trajectory planning for space vehicles under multiple constraints [J]. Journal of Dynamics and Control, 2018, 16(2): 115 – 120. (in Chinese)
- [20] HEBERTT S R, MARIO R N, ANGELES R. On the linear control of nonlinear mechanical systems [C] // 49th IEEE Conference on Decision & Control, 2010: 1999 – 2004.
- [21] MARIO R N, HEBERTT S R, GARRIDO-MOCTEZUMA R, et al. Linear active disturbance rejection control of underactuated systems: the case of the Furuta pendulum [J]. ISA Transactions, 2014, 53(4): 920 – 928.
- [22] HEBERTT S R. From flatness, GPI observers, GPI control and flat filters to observer-based ADRC [J]. Control Theory and Technology, 2018, 16(4): 249 – 260.
- [23] 李娜, 姜海勇, 张先鹏, 等. 扇贝脏器气吸分离装置柔顺臂动力学特性分析 [J]. 农业工程学报, 2016, 32(2): 244 – 251.  
LI Na, JIANG Haiyong, ZHANG Xianpeng, et al. Dynamic characteristic analysis of distributed-compliant arm in vacuum suction device for scallop viscera separation [J]. Transactions of the CSAE, 2016, 32(2): 244 – 251. (in Chinese)