

# 冗余度双臂机器人协调避障算法\*

申浩宇 吴洪涛 陈柏 严铖 蒋延杰

(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

**摘要:** 针对冗余度双臂机器人协调操作的避障规划问题,提出了一种基于自运动特性的避障算法。引入用于描述协调操作任务的绝对位姿变量和相对位姿变量,构造出对应于协调操作任务的雅可比矩阵,在此基础上,得到了用于避障的冗余度双臂机器人运动学逆解,使得冗余度双臂机器人能够同时完成两个机械臂的避障任务和末端的协调操作任务。最后,通过对一个冗余度双臂机器人的仿真试验,对算法的正确性进行了验证。结果表明,机器人与障碍物的最近距离大于0.015 m,并且机器人可以准确地完成末端的协调操作任务,关节运动连续、平稳。

**关键词:** 冗余度双臂机器人 避障 自运动 协调操作

**中图分类号:** TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2015)09-0356-06

## Obstacle Avoidance Algorithm for Coordinated Motion of Redundant Dual-arm Robot

Shen Haoyu Wu Hongtao Chen Bai Yan Cheng Jiang Yanjie

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** To deal with the problem of obstacle avoidance for redundant dual-arm robot, an obstacle avoidance algorithm based on self-motion was presented. In order to fully describe a cooperative task for a dual-arm robot system, this allows a straightforward description of general coordinated motion in terms of meaningful absolute and relative variables. The proposed Jacobians were expressed in terms of the Jacobians of the single manipulators. Based on this, the kinematics inverse solution of redundant dual-arm robot used to avoid obstacles was obtained. Using this approach, the robot can accomplish the coordinated motion tasks while avoiding the obstacles. Finally, the validity of the algorithm was manifested by simulation of a redundant dual-arm robot. Results show that the closest distance between the manipulator and the obstacle was more than 0.015 m, while the end-effector of the robot can accomplish the coordinated motion tasks accurately and the path was smooth. As a conclusion, the redundant robot can not only realize the obstacle avoidance, but also accomplish the coordinated motion using the proposed approach.

**Key words:** Redundant dual-arm robot Obstacle avoidance Self-motion Coordinated motion

### 引言

随着机器人应用范围的不断扩大,单臂机器人在操作能力、控制等方面的局限性越来越明显,与之相比,拥有协调操作能力的双臂机器人具有优越性

和广泛的应用场合,尤其面对一些复杂的操作任务,例如搬运重物、复杂装配等,双臂机器人的优势更为明显<sup>[1-4]</sup>。通过冗余度机器人的自运动特性,可以获得良好的可靠性和灵活性,使得冗余度双臂机器人非常适合复杂任务和工作环境的要求,在处理避

收稿日期: 2014-11-26 修回日期: 2015-01-06

\* 国家自然科学基金资助项目(51375230)和江苏省科技支撑计划重点资助项目(BE2013003-1, BE2013010-2)

作者简介: 申浩宇, 博士生, 主要从事机器人动力学及控制研究, E-mail: shenhaoyu09@163.com

通讯作者: 吴洪涛, 教授, 博士生导师, 主要从事机器人学及并联机构研究, E-mail: mehtwu@126.com

关节极限、避障、获取最小力矩等问题上拥有很大的优势<sup>[5-7]</sup>。因此,关于冗余度双臂机器人协调操作的研究受到了越来越多的关注<sup>[8-12]</sup>。

避障问题是机器人在复杂的操作环境中工作的一个重大问题。冗余度机器人的避障方法分为两类:全局规划和局部控制。全局规划,类似于上层路径规划,目的是尽可能找到一条从运动起点到运动终点的无碰撞路径。而局部控制方法就是把避障问题作为一种控制问题来解决,通常是利用由传感器得到的障碍出现或移动的反馈信息,来实现实时避障<sup>[13]</sup>。近期的研究成果表明,局部控制避障方法更具有优势,也是学者们研究的重点<sup>[14-15]</sup>。到目前为止,有关利用自运动特性解决冗余度机器人避障问题的研究很多,但主要是针对单臂冗余度机器人,有关冗余度双臂机器人协调操作的避障问题的文献并不多见。

为此,本文首先对冗余度双臂机器人的协调操作问题进行研究,引入绝对位姿变量和相对位姿变量来描述协调操作任务,利用两个机械臂的雅可比矩阵构建出对应于协调操作任务的雅可比矩阵。在此基础上,提出一种新的基于冗余度机械臂自运动特性的双臂机器人避障算法,解决冗余度双臂机器人协调操作过程中的避障问题。最后通过仿真试验对该方法的有效性进行验证。

## 1 冗余度双臂机器人的协调操作问题描述

为了定义冗余度双臂机器人的协调操作任务,可以通过引入用于表示操作目标在工作空间中实际运动情况的绝对位姿变量和用于表示两个机械臂之间相对运动的相对位姿变量,来指定冗余度双臂机器人的协调运动情况<sup>[16]</sup>。

### 1.1 绝对位姿变量

操作目标在工作空间中的实际位置可以通过固连在其上的绝对坐标系的原点在基坐标系的位置坐标  $\boldsymbol{p}_a$  来表示,即

$$\boldsymbol{p}_a = \frac{1}{2}(\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2) \quad (1)$$

式中,  $\boldsymbol{p}_1$ 、 $\boldsymbol{p}_2$  分别表示两个机械臂的末端坐标系原点在基坐标系中的位置向量,如图1所示。

操作目标的绝对坐标系在工作空间中相对于基坐标系的姿态旋转矩阵为

$$\boldsymbol{R}_a = \boldsymbol{R}_1 \boldsymbol{R}_{k_{12}}^1(\boldsymbol{v}_{12}/2) \quad (2)$$

式中  $\boldsymbol{R}_1$ ——机械臂1在相对于基坐标系的姿态旋转矩阵

$\boldsymbol{R}_{k_{12}}^1$ 、 $\boldsymbol{v}_{12}$ ——对应于旋转矩阵  $\boldsymbol{R}_2^1$  的特征矢量和转角

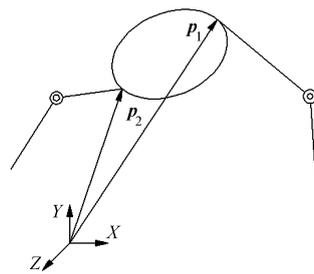


图1 双臂机器人末端简图

Fig. 1 Schematic of dual-arm cooperative system

而  $\boldsymbol{R}_2^1$  为机械臂2的末端坐标系相对于机械臂1的末端坐标系的姿态旋转矩阵。

式(1)对时间求导,可以得到绝对线速度

$$\dot{\boldsymbol{p}}_a = \frac{1}{2}(\dot{\boldsymbol{p}}_1 + \dot{\boldsymbol{p}}_2) \quad (3)$$

式(2)对时间求导,可以得到绝对角速度

$$\boldsymbol{\omega}_a = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2) \quad (4)$$

式中  $\boldsymbol{\omega}_1$ ——机械臂1的末端相对于基坐标系的角速度向量

$\boldsymbol{\omega}_2$ ——机械臂2的末端相对于基坐标系的角速度向量

### 1.2 相对位姿变量

绝对位姿变量可以通过单个机械臂的末端位姿来描述操作目标的运动情况,但是无法确定两个机械臂之间的相对位置关系,因此需要引入相对位姿变量来完整地描述两个机械臂的协调操作状况。

两个机械臂末端之间的相对位置可以表示为

$$\boldsymbol{p}_r = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 \quad (5)$$

两个机械臂末端之间的相对姿态可以表示为

$$\boldsymbol{R}_r = \boldsymbol{R}_2^1 \quad (6)$$

式(5)对时间求导,可以得到相对线速度

$$\dot{\boldsymbol{p}}_r = \dot{\boldsymbol{p}}_2 - \dot{\boldsymbol{p}}_1 \quad (7)$$

式(6)对时间求导,可以得到相对角速度

$$\boldsymbol{\omega}_r = \boldsymbol{\omega}_2 - \boldsymbol{\omega}_1 \quad (8)$$

### 1.3 冗余度双臂机器人的运动学方程

对于单个机械臂,末端速度和关节速度之间的关系为

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{p}}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}_i(\boldsymbol{q}_i) \dot{\boldsymbol{q}}_i \quad (i=1,2) \quad (9)$$

此处,  $\boldsymbol{J} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 、 $\dot{\boldsymbol{q}} \in \mathbf{R}^n$ , 分别表示机器人的雅可比矩阵和关节速度向量。

根据式(9),结合式(3)、(4)得到

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{p}}_a \\ \boldsymbol{\omega}_a \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}_a(\boldsymbol{q}_1, \boldsymbol{q}_2) \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{q}}_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中  $\boldsymbol{J}_a = \left[ \frac{1}{2} \boldsymbol{J}_1 \quad \frac{1}{2} \boldsymbol{J}_2 \right]$  (11)

$J_a \in \mathbf{R}^{m \times 2n}$ , 为相应于操作目标绝对运动的雅可比矩阵。

同理, 结合式(7)、(8)可以得到

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = J_r(q_1, q_2) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中  $J_r = [-J_1 \quad J_2]$  (13)

$J_r \in \mathbf{R}^{m \times 2n}$ , 为相应于双臂相对运动的雅可比矩阵。

结合式(10)、(12), 得到冗余度双臂机器人的运动学方程

$$\dot{x} = J(q_1, q_2) \dot{q} \quad (14)$$

其中  $J(q_1, q_2) = \begin{bmatrix} J_a(q_1, q_2) \\ J_r(q_1, q_2) \end{bmatrix}$  (15)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{p}_a \\ \omega_a \\ \dot{p}_r \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$J \in \mathbf{R}^{2m \times 2n}$ , 为用于描述双臂协调操作运动的雅可比矩阵<sup>[17]</sup>。对于冗余度机器人, 由于  $m < n$ , 当给定  $\dot{p}_a, \omega_a, \dot{p}_r, \omega_r$  时, 关节速度  $\dot{q}$  有无穷多解, 可以引入相应的约束条件, 来实现避障等二次目标。

## 2 冗余度双臂机器人的协调避障算法

对于单臂机器人而言, 冗余度机器人的避障问题可以描述为: 给定机器人末端轨迹, 已知任务空间一系列障碍和机器人初始位形时, 如何寻找能保证所有机器人的杆件不会发生碰撞的关节轨迹。对于这个问题, 常用的方法是通过实时得到的机器人杆件与障碍之间的最小距离信息, 利用冗余度机器人的自运动特性, 保证各杆件远离障碍物, 并使机器人末端沿给定的轨迹运动<sup>[5]</sup>。

利用已被广泛使用的基于最小距离的单臂冗余度机器人避障算法的基本原理<sup>[18]</sup>, 本文提出冗余度双臂机器人的协调避障算法, 使得冗余度双臂机器人能够同时完成避障任务和末端的协调操作任务。

### 2.1 避障运动操作空间

标志点是机器人各杆件上最靠近障碍的点, 避障运动仅仅需要标志点沿着连接标志点和障碍上最近点之间的直线进行运动, 因此这是个一维的约束问题, 避障运动的操作空间即为一维空间<sup>[19]</sup>。设  $d_0$  为障碍上最近点指向标志点的向量, 如图2所示。

$d_0$  对应的单位向量为

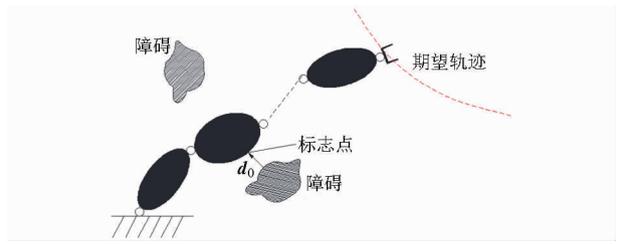


图2 避障运动示意图

Fig.2 Manipulator motion with some obstacles

$$n_0 = \frac{d_0}{\|d_0\|} \quad (18)$$

则标志点运动的雅可比矩阵为

$$J_{d_0} = n_0^T J_0 \quad (19)$$

其中,  $J_0 \in \mathbf{R}^{3 \times n}$ , 表示标志点在空间运动的雅可比矩阵。显然,  $J_{d_0} \in \mathbf{R}^{1 \times n}$ 。用  $J_{d_0}$  代替  $J_0$  作为标志点的避障运动雅可比矩阵, 可以减少对矩阵的求逆运算, 减轻了运算负担。

### 2.2 冗余度双臂机器人的协调避障算法

冗余度双臂机器人的协调避障问题, 要求在完成协调操作任务的同时, 保证两个机械臂各构件均不与障碍发生碰撞。对这个问题, 可在式(14)的基础上, 通过对单臂冗余度机器人避障算法的改进, 得到运动学逆解

$$\dot{q} = J^+ \dot{x} + (J_{1d_0} N)^+ (\dot{x}_{1d_0} - J_{1d_0} J^+ \dot{x}) + (J_{2d_0} N)^+ (\dot{x}_{2d_0} - J_{2d_0} J^+ \dot{x}) \quad (20)$$

式中,  $J_{1d_0}, \dot{x}_{1d_0}$  分别表示机械臂1上最靠近障碍的标志点运动的雅可比矩阵和标志点的运动速度向量,  $J_{2d_0}, \dot{x}_{2d_0}$  分别表示机械臂2上最靠近障碍的标志点运动的雅可比矩阵和标志点的运动速度向量, 上角标“+”表示对矩阵求 Moore-Penrose 广义逆。  $N = I - J^+ J$  为用于描述双臂协调操作运动的雅可比矩阵的零空间, 其中  $I$  为单位阵。

$$\dot{x}_{id_0} = \alpha_i v_{i0} \quad (i=1, 2) \quad (21)$$

式中  $v_{i0}$  —— 给定标志点的避碰速度初始值

$\alpha_i$  —— 引入的避障增益

$$\alpha_i = \begin{cases} \left( \frac{d_{im}}{\|d_{i0}\|} \right)^2 - 1 & (\|d_{i0}\| < d_{im}) \\ 0 & (\|d_{i0}\| \geq d_{im}) \end{cases} \quad (i=1, 2) \quad (22)$$

式中,  $\|d_{10}\|, \|d_{20}\|$  分别为通过实时计算得到的机械臂1和机械臂2的各杆件与障碍之间的最小距离,  $d_{1m}$  和  $d_{2m}$  分别为给定的用于机械臂1和机械臂2避障的距离阈值。

在式(20)中,  $J^+ \dot{x}$  提供了机械臂协调操作所需要的关节运动;  $(J_{1d_0} N)^+ (\dot{x}_{1d_0} - J_{1d_0} J^+ \dot{x}) \in \mathbf{R}^{2n \times 1}$  用于提供机械臂1上的标志点远离障碍的关节运动,

$(J_{2d_0}N)^+(\dot{x}_{2d_0} - J_{2d_0}J^+\dot{x}) \in \mathbf{R}^{2n \times 1}$  用于提供机械臂 2 上的标志点远离障碍的关节运动。第 2 项的后  $n$  个元素均为 0, 第 3 项的前  $n$  个元素均为 0, 因此, 机械臂 1 和机械臂 2 的避障运动互不影响, 可以通过该避障算法在完成冗余度双臂机器人协调操作任务的同时, 实现两个机械臂的避障运动。

### 3 仿真试验和分析

#### 3.1 冗余度双臂机器人及仿真任务

下面以一种冗余度拟人双臂机器人作为研究实例, 如图 3 所示。该双臂机器人本体由 2 个拟人单机械臂组成, 每个单臂均为 7 自由度串联机械臂, 每个关节均为旋转关节 (如图 4 所示)。在传统 6 自由度串联机械臂的基础上增加了 1 个冗余自由度, 增强了单臂和双臂系统的功能、灵活性和可靠性。



图 3 冗余度双臂机器人

Fig. 3 Redundant dual-arm robot

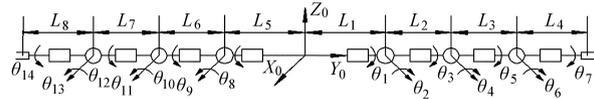


图 4 机构简图

Fig. 4 Sketch of robot mechanism

仿真试验在 RecurDyn V7R5 的软件环境下进行, 利用本文提出的避障规划方法, 验证冗余度双臂机器人在有障碍物的作业环境中能够完成避障任务和协调操作任务。协调操作任务为一项紧协调任务, 两个机械臂共同夹持一根刚性工件并将它从初始位姿移动到新的位姿<sup>[1]</sup>。

在仿真环境中, 设定机器人各构件长度为  $L_1 = L_5 = 0.49 \text{ m}$ ,  $L_2 = L_6 = 0.317 \text{ m}$ ,  $L_3 = L_7 = 0.304 \text{ m}$ ,  $L_4 = L_8 = 0.311 \text{ m}$ , 工件长度为  $0.38 \text{ m}$ , 如图 4 所示。初始关节角分别为:  $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_2 = \frac{\pi}{6}$ ,  $\theta_3 = 0$ ,  $\theta_4 = \frac{2\pi}{3}$ ,  $\theta_5 = 0$ ,  $\theta_6 = \frac{\pi}{6}$ ,  $\theta_7 = 0$ ,  $\theta_8 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_9 = -\frac{\pi}{6}$ ,  $\theta_{10} = 0$ ,  $\theta_{11} = -\frac{2\pi}{3}$ ,  $\theta_{12} = 0$ ,  $\theta_{13} = -\frac{\pi}{6}$ ,  $\theta_{14} = 0$ , 左臂、右臂的初始末端位置分别为  $(0, -0.19, 0.31)$ ,  $(0, 0.19, 0.31)$ , 左臂和右臂相对于基坐标系的初始姿态旋转矩阵分别为

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则绝对位置变量的初始值  $p_a^0 = (0, 0, 0.31)$ , 给定冗余度双臂机器人的协调操作任务为: 使工件中点位置从初始点  $(0, 0, 0.31)$  沿直线匀速移动到点  $(0, 0.033, 0.36)$ , 同时工件绕  $X$  轴旋转  $\frac{\pi}{12}$ 。根据任务的要求和特点, 通过式 (1)、(2)、(5)、(6) 的计算, 即可得到对应的绝对和相对位姿变量的目标值。

在工作空间内存在两个障碍物, 障碍物为半径是  $0.05 \text{ m}$  的球形障碍, 其球心分别位于  $(-0.021, -0.52, 0.24)$  和  $(0.047, 0.63, 0.27)$  处 (图 5 所示的绿色球体), 在运动中要避开这两个障碍, 仿真时间是  $2 \text{ s}$ 。

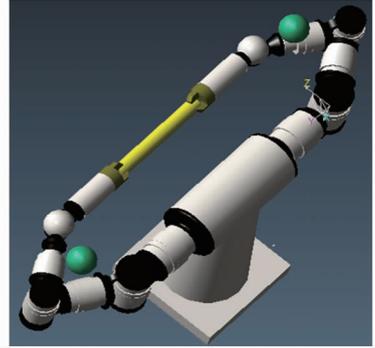


图 5 初始姿态

Fig. 5 Initial attitude

#### 3.2 结果分析

没有进行避障规划时, 机器人的运动情况和障碍之间的关系见图 6。可见冗余度双臂机器人可以完成所提出的任务, 但需要进行避障规划, 否则会与两个障碍发生碰撞。

图 7 为采用式 (20) 所描述的避障算法后, 机器

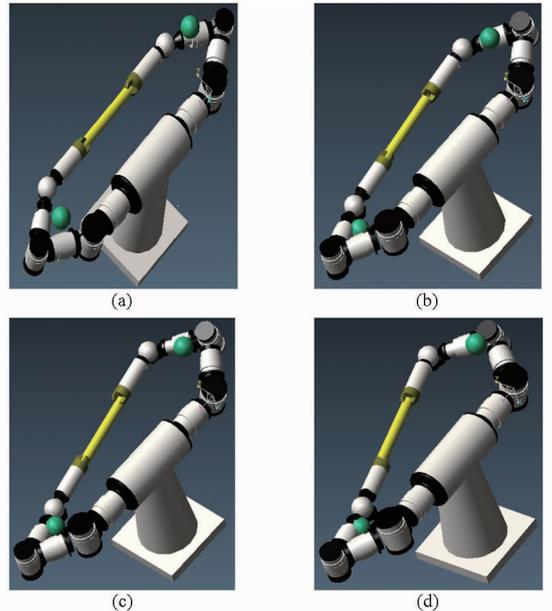


图 6 避障路径规划之前机器人的运动情况

Fig. 6 Traces of robot before obstacle avoidance path planning (a)  $t=0 \text{ s}$  (b)  $t=1 \text{ s}$  (c)  $t=1.5 \text{ s}$  (d)  $t=2 \text{ s}$

人的运动情况。可见机器人双臂在完成了提出的协调操作任务的同时,利用冗余度机器人特有的自运动特性巧妙地避免了与障碍之间的碰撞。在运动过程中,左臂、右臂与障碍之间的最小距离  $\|d_{10}\|$ 、 $\|d_{20}\|$  的变化见图 8,可见  $\|d_{10}\|$ 、 $\|d_{20}\|$  始终大于 0.015 m,从而不存在与障碍发生碰撞的可能。关节角变化曲线(如图 9 所示)连续、平滑,说明了关节运动连续、平稳。仿真验证了本文提出的冗余度双臂机器人协调避障算法的有效性。

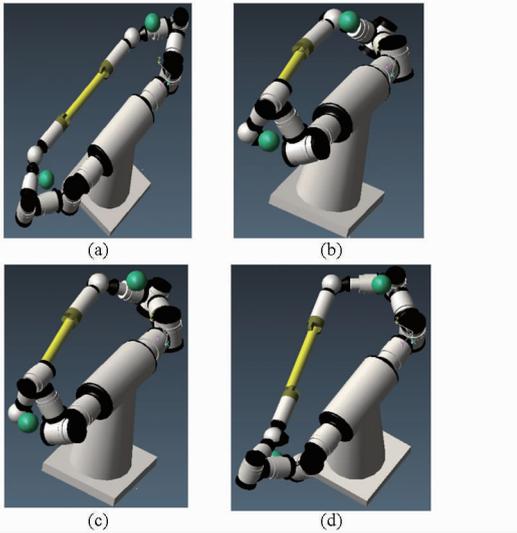


图 7 采用提出的避障算法后机器人的运动情况

Fig. 7 Traces for obstacle avoidance using the proposed method

(a)  $t=0\text{ s}$  (b)  $t=1\text{ s}$  (c)  $t=1.5\text{ s}$  (d)  $t=2\text{ s}$

## 4 结束语

针对冗余度双臂机器人协调操作的避障问题,

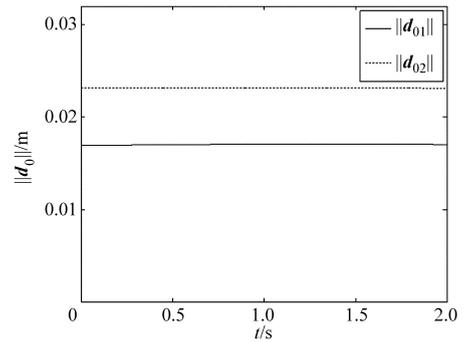


图 8 最小距离

Fig. 8 Minimum distance

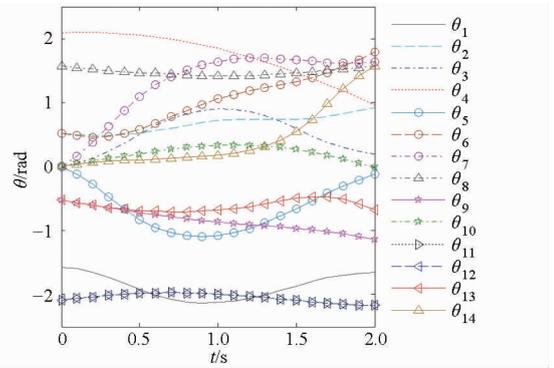


图 9 关节角变化曲线

Fig. 9 Curves of joint angles

推出了使用绝对位姿变量和相对位姿变量来描述协调操作任务的方法,根据基于最小距离的冗余度单臂机器人避障方法的原理,提出了一种利用自运动特性实现避障的冗余度双臂机器人避障算法。可以根据障碍与各杆件的实时最小距离信息,同时实现对两个机械臂的避障规划。最后,通过仿真试验证明了该方法的有效性。

## 参 考 文 献

- 1 丁希仑. 拟人双臂机器人技术[M]. 北京:科学出版社,2011:1-107.
- 2 Long P, Khalil W, Caro S. Kinematic and dynamic analysis of lower-mobility cooperative arms[J]. Robotica, 2014, 89(3): 1-22.
- 3 Krüger J, Schreck G, Surdilovic D. Dual arm robot for flexible and cooperative assembly[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2011, 60(1): 5-8.
- 4 Tonetto C P, Rocha C R, Simas H, et al. Kinematics programming for cooperating robotic systems[M] // Luis M Camarinha-Matos, Ehsan Shahamatnia, Goncalo Nunes. Technological Innovation for Value Creation, IFIP Advances in Information and Communication Technology, Berlin Heidelberg: Springer, 2012, 372: 189-198.
- 5 陆震,何广平. 冗余自由度机器人原理及应用[M]. 北京:机械工业出版社,2007:1-65.
- 6 吴洪涛,王春钢,蔡鹤皋. 冗余度机器人的运动学和动力学优化[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1994, 26(1):113-117. Wu H T, Wang C G, Cai H G. Kinematic and dynamic optimization redundant manipulators[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 1994, 26(1):113-117. (in Chinese)
- 7 续龙飞,李俊,甘亚辉,等. 作业约束下的冗余度机器人自运动避障规划方法[J]. 中南大学学报:自然科学版,2013,44(增刊2):98-103. Xu L F, Li J, Gan Y H, et al. A collision-free motion planning method for a redundant manipulator with a constrained task Principle and application of redundant robots[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2013,44(Supp. 2): 98-103. (in Chinese)
- 8 周军,丁希仑,陆震. 冗余度双臂机器人轴孔装配的三维动态仿真与实验[J]. 机器人, 2006, 28(4):422-427. Zhou J, Ding X L, Lu Z. 3-D dynamic simulation and experiment for shaft and hole mating of redundant dual-arm robot[J].

- Robot, 2006, 28(4): 422–427. (in Chinese)
- 9 贾庆轩, 战强, 孙汉旭. 双冗余度机器人的避碰运动规划方法研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2004, 30(4): 349–352.
- Jia Q X, Zhan Q, Sun H X. Research on collision-free motion planning of dual redundant manipulators[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004, 30(4): 349–352. (in Chinese)
- 10 Zhan Q, He Y, Chen M. Collision avoidance of cooperative dual redundant manipulators[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2003, 16(2): 117–122.
- 11 Smith C, Karayiannidis Y, Nalpantidis L, et al. Dual arm manipulation—a survey[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2012, 60(10): 1340–1353.
- 12 吴伟国, 吴鹏. 基于避障准则的双臂手移动机器人桁架内运动规划[J]. 机械工程学报, 2012, 48(13): 1–7.
- Wu W G, Wu P. Obstacle avoidance criteria based motion planning for dual-arm mobile robot moving within truss [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(13): 1–7. (in Chinese)
- 13 姜力, 周扬, 孙奎, 等. 七自由度冗余机械臂避障控制[J]. 光学精密工程, 2013, 21(7): 1795–1801.
- Jiang L, Zhou Y, Sun K, et al. Obstacle avoidance control for 7-DOF redundant manipulations [J]. Optics and Precision Engineering, 2013, 21(7): 1795–1801. (in Chinese)
- 14 孙立宁, 赵建文, 杜志江. 单冗余度机器人避障能力指标的建立及在7自由度冗余手臂上的实践[J]. 机械工程学报, 2007, 43(5): 223–229.
- Sun L N, Zhao J W, Du Z J. Concept and application on 7-DOF redundant manipulator of index to measure capability of collision-avoidance for single redundant manipulator [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(5): 223–229. (in Chinese)
- 15 Shukla Ashwini, Singla Ekta, Wahi Pankaj, et al. A direct variational method for planning monotonically optimal paths for redundant manipulators in constrained workspaces [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2013, 61(2): 209–220.
- 16 Bruno Siciliano, Oussama Khatib. Springer handbook of robotics[M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2008: 701–708.
- 17 Chiacchio P, Chierverini S, Siciliano B. Direct and inverse kinematics for coordinated motion tasks of a two-manipulator system [J]. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1996, 118(4): 691–697.
- 18 贾庆轩, 张倩茹, 高欣, 等. 预选择最小距离指标的冗余机器人动态避障算法[J]. 机器人, 2013, 35(1): 17–22.
- Jia Q X, Zhang Q R, Gao X, et al. Dynamic obstacle avoidance algorithm for redundant robots with pre-selected minimum distance index [J]. Robot, 2013, 35(1): 17–22. (in Chinese)
- 19 Petric Tadej, Zlajpah Leon. Smooth continuous transition between tasks on a kinematic control level; obstacle avoidance as a control problem[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2013, 61(9): 948–959.