

# 双差速驱动移动机器人路径跟踪混合控制律研究\*

武星 朱琳军 石陈陈 楼佩煌 钱晓明

(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

**摘要:** 针对双差速驱动移动机器人的路径跟踪问题,建立了双输入-双输出的非线性运动学模型并进行了输入-输出线性化,分析了冗余运动约束的速度协同条件,提出了一种融合偏差智能转化评价函数法和指数稳定控制的混合控制律。评价函数法可针对不同的偏差状态智能选择合适的控制量以将其转化到指数稳定控制的适用范围,再通过指数稳定控制实现姿态角偏差和距离偏差向零的同步收敛。数字仿真和实验测试结果表明,该混合控制律可平滑转化偏差状态、同步消除位姿偏差,使移动机器人精确、稳定地跟踪直线和圆弧导引路径。

**关键词:** 移动机器人 路径跟踪 双差速驱动 评价函数 指数稳定

**中图分类号:** TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2015)03-0051-08

## Hybrid Control Law for Path Tracking of Dual-differential-driven Mobile Robot

Wu Xing Zhu Linjun Shi Chenchen Lou Pei Huang Qian Xiaoming

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** A dual-differential-driven mobile robot is consisted of two differential driving modules equipped with normal-shape wheels, suffering from constraints of nonholonomic and redundancy in motion. A two-input-two-output nonlinear kinematics model was established for path tracking of the proposed mobile robot and then linearized by the approach of input-output linearization. The need for coordinating the speeds of two driving modules was analyzed when considering the redundancy in motion, and a hybrid control law combining an evaluation function method of error intelligent-transformation with an approach of exponential stability control was proposed. The evaluation function method was used to compute the suitable control output intelligently for different error states so as to convert them into the applicable range of exponential stability control. Then the latter was used to eliminate posture angle error and distance error synchronously towards zero. The results of digital simulation and experiment test showed that the hybrid control law could transform error states smoothly and eliminate two pose errors synchronously, and the mobile robot could track the linear and circular guide paths accurately and steadily.

**Key words:** Mobile robot Path tracking Dual-differential-driven Evaluation function Exponential stability

### 引言

采用两轮差速驱动的移动机器人作为一种典型

的非完整系统,具有多变量、非线性和强耦合的特点,其运动控制问题近年来受到国内外学者的广泛关注<sup>[1-5]</sup>。多轮独立驱动的移动机器人相比两轮驱

收稿日期: 2014-11-18 修回日期: 2014-12-19

\* 国家自然科学基金资助项目(61105114、51175262)、江苏省自然科学基金资助项目(BK201210111)和江苏省科技支撑计划资助项目(BE2014137)

作者简介: 武星,副教授,博士,主要从事移动机器人导航、控制、驱动研究, E-mail: wustar5353@nuaa.edu.cn

动模型更加复杂,耦合更加严重,控制律设计也更加困难。多轮驱动技术现多采用全向轮为驱动轮<sup>[6-8]</sup>,全向轮运动比较灵活,且不受非完整约束,然而摩擦因数小,易打滑,承载能力低,使用受到一定限制。虽然四轮独立驱动的电动车辆控制已有较多研究<sup>[9]</sup>,但是针对采用双差速驱动结构的四轮车辆的研究却并不多。文献[10]对前、后驱动模块分别设计了主、从控制器,并通过模糊控制进行路径跟随。四轮独立驱动引入了一个冗余约束,文献[11]为前、后驱动模块之间的距离设计一种可变结构,增加一个附加自由度,然而这种结构更加复杂,承载也受到限制。本文针对双差速驱动移动机器人的非完整约束和冗余运动约束,先建立带速度协同条件的非线性运动学模型并进行线性化,再提出一种融合偏差智能转化评价函数法和指数稳定控制的混合控制律。

## 1 移动机器人运动学模型

本文所研究的双差速驱动移动机器人的运动学简图如图1所示。前、后驱动模块可分别绕机器人平台上的A点、B点旋转,两驱动模块中心的距离为L。每个驱动模块上的2个驱动轮分别由直流伺服电动机驱动,驱动轮之间的轴向间距为W,前、后驱动模块中心的线速度分别为 $v_f$ 和 $v_r$ ,位于前左、前右、后左、后右4个位置的驱动轮速度分别为 $v_{fl}$ 、 $v_{fr}$ 、 $v_{rl}$ 、 $v_{rr}$ 。前、后驱动模块纵向与机器人平台纵向的夹角分别为 $\theta_f$ 和 $\theta_r$ ,以y轴正向到模块中心速度方向逆时针为正。前、后驱动模块的角速度分别为 $\omega_f$ 和 $\omega_r$ ,逆时针方向为正。

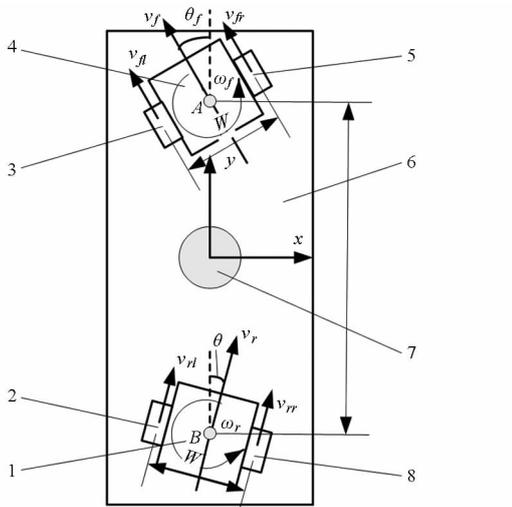


图1 双差速驱动移动机器人的运动学简图

Fig. 1 Kinematics sketch of dual-differential-driven mobile robot

1. 后驱动模块 2. 后左轮 3. 前左轮 4. 前驱动模块 5. 前右轮 6. 机器人平台 7. CCD 摄像机 8. 后右轮

CCD 摄像机安装在机器人平台的中心位置,可获取移动机器人与导引路径的姿态角偏差 $e(\theta)$ 和距离偏差 $e(d)$ 。在路径跟踪过程中,这2种位姿偏差的定义如图2所示。在图2a中, $\Sigma XOY$ 为固定于地面的世界坐标系, $\Sigma xoy$ 为移动机器人控制坐标系,原点为摄像机的中心。图2b为图2a中定义2种位姿偏差的控制坐标系的局部放大图,姿态角偏差 $e(\theta)$ 为y轴与导引路径切线的夹角,以y轴正向到导引路径切线的顺时针为正。距离偏差 $e(d)$ 为摄像机的中心到导引路径切线的距离,其正负与 $oC$ 沿x轴投影的正负相同。

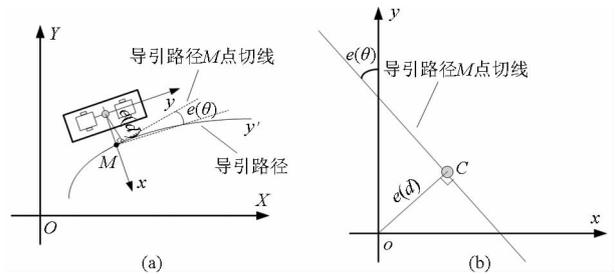


图2 移动机器人路径跟踪示意图

Fig. 2 Sketch of path tracking of mobile robot

(a) 全局视图 (b) 局部放大图

### 1.1 运动学建模

驱动模块的转向是通过左、右轮产生的速度差来实现,设前后驱动模块的2轮速度差分别为 $\Delta v_f$ 和 $\Delta v_r$ ,则4个驱动轮的速度可表示为

$$\begin{cases} v_{fl} = v_f + \Delta v_f \\ v_{fr} = v_f - \Delta v_f \\ v_{rl} = v_r + \Delta v_r \\ v_{rr} = v_r - \Delta v_r \end{cases} \quad (1)$$

前、后驱动模块的角速度 $\omega_f$ 和 $\omega_r$ 分别为

$$\begin{cases} \omega_f = \frac{v_{fr} - v_{fl}}{W} = -\frac{2\Delta v_f}{W} \\ \omega_r = \frac{v_{rr} - v_{rl}}{W} = -\frac{2\Delta v_r}{W} \end{cases} \quad (2)$$

前、后驱动模块中心(A点和B点)的速度 $v_f$ 和 $v_r$ 在x轴和y轴方向的投影分量 $v_{fx}$ 、 $v_{fy}$ 、 $v_{rx}$ 和 $v_{ry}$ 可表示为

$$\begin{cases} v_{fx} = -v_f \sin \theta_f \\ v_{fy} = v_f \cos \theta_f \\ v_{rx} = -v_r \sin \theta_r \\ v_{ry} = v_r \cos \theta_r \end{cases} \quad (3)$$

姿态角偏差的导数大小为机器人平台的角速度,得到

$$\dot{e}(\theta) = \frac{-v_{fx} + v_{rx}}{L} \quad (4)$$

将式(3)代入式(4),得

$$\dot{e}(\theta) = \frac{v_f \sin\theta_f - v_r \sin\theta_r}{L} \quad (5)$$

为满足刚体运动约束,  $A$  点和  $B$  点速度沿  $AB$  方向 ( $y$  轴方向) 速度相等, 即

$$v_{fy} = v_{ry} \quad (6)$$

将式(3)代入式(6), 得

$$v_f \cos\theta_f = v_r \cos\theta_r \quad (7)$$

式(7)是双差速驱动移动机器人的运动学约束, 也是前、后驱动模块速度协同控制的目标。由于在实际控制过程中电动机速度是通过离散方式进行采样和控制, 因此在每个控制周期的初始时刻采用此约束进行速度协同控制。

距离偏差的导数为

$$\dot{e}(d) = -\frac{v_{fx} + v_{rx}}{2} \cos(e(\theta)) + v_{fy} \sin(e(\theta)) \quad (8)$$

将式(3)代入式(8), 得

$$\dot{e}(d) = \frac{v_f \sin\theta_f + v_r \sin\theta_r}{2} \cos(e(\theta)) + v_f \cos\theta_f \sin(e(\theta)) \quad (9)$$

前、后驱动模块与机器人的夹角的导数为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_f = \omega_f - \dot{e}(\theta) \\ \dot{\theta}_r = \omega_r - \dot{e}(\theta) \end{cases} \quad (10)$$

将式(2)和式(5)代入式(10), 得

$$\begin{cases} \dot{\theta}_f = -\frac{2\Delta v_f}{W} - \frac{v_f \sin\theta_f - v_r \sin\theta_r}{L} \\ \dot{\theta}_r = -\frac{2\Delta v_r}{W} - \frac{v_f \sin\theta_f - v_r \sin\theta_r}{L} \end{cases} \quad (11)$$

定义状态变量  $\mathbf{x} = [e(\theta) \quad e(d) \quad \theta_f \quad \theta_r]^T$ , 控制变量  $\mathbf{u} = [\Delta v_f \quad \Delta v_r]^T$ , 输出变量  $\mathbf{y} = [e(\theta) \quad e(d)]^T$ , 前驱动模块中心的速度  $v_f$  定义为移动机器人的速度, 大小为给定值  $v$ , 综上可得移动机器人的运动学方程为

$$\begin{cases} \dot{e}(\theta) = \frac{v}{L} (\sin\theta_f - \cos\theta_f \tan\theta_r) \\ \dot{e}(d) = \frac{v \cos(e(\theta))}{2} (\sin\theta_f + \cos\theta_f \tan\theta_r) + v \cos\theta_f \sin(e(\theta)) \\ \dot{\theta}_f = -\frac{2\Delta v_f}{W} - \frac{v}{L} (\sin\theta_f - \cos\theta_f \tan\theta_r) \\ \dot{\theta}_r = -\frac{2\Delta v_r}{W} - \frac{v}{L} (\sin\theta_f - \cos\theta_f \tan\theta_r) \end{cases} \quad (12)$$

## 1.2 输入输出线性化

输入输出线性化是一种常用的非线性控制系统设计方法, 其核心思想是对输出变量不断求导, 直至出现控制变量。该方法多用于单输入单输出的控制系统中<sup>[12-15]</sup>, 对多输入多输出的控制系统

其应用相对较少<sup>[16-17]</sup>。文献[16]对自行车机器人的三输入三输出非线性动力学系统进行了输入输出线性化。文献[17]给出了对输出变量求导阶数的计算方法。

定理 1<sup>[17]</sup>: 考虑非线性系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, \mathbf{u} \in \mathbf{R}^m)$$

可得

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} \mathbf{h}_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m L_{g_j} L_f^{r_i-1} \mathbf{h}_i(\mathbf{x}) u_j \quad (r_i \in \mathbf{N})$$

为实现输入输出线性化,  $r_i$  是  $y_i$  最终求导的阶数的条件是: 对于所有的  $j$ , 至少有一个满足

$$L_{g_j} L_f^{r_i-1} \mathbf{h}_i(\mathbf{x}) \neq 0$$

考虑控制系统式(12), 可得

$$\begin{cases} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) = [e(\theta) \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) = [0 \quad e(d) \quad 0 \quad 0] \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{v}{L} (\sin\theta_f - \cos\theta_f \tan\theta_r) \\ \frac{v \cos(e(\theta))}{2} (\sin\theta_f + \cos\theta_f \tan\theta_r) + v \cos\theta_f \sin(e(\theta)) \\ -\frac{v}{L} (\sin\theta_f - \cos\theta_f \tan\theta_r) \\ -\frac{v}{L} (\sin\theta_f - \cos\theta_f \tan\theta_r) \end{bmatrix} \\ \mathbf{g}_1 = [0 \quad 0 \quad -\frac{2}{W} \quad 0]^T \\ \mathbf{g}_2 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{2}{W}]^T \end{cases} \quad (13)$$

由式(13), 经过计算得

$$\begin{cases} L_{g_1} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) = 0 \\ L_{g_2} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) = 0 \\ L_{g_1} L_f \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) = -\frac{2v}{WL} (\cos\theta_f + \sin\theta_f \tan\theta_r) \\ L_{g_2} L_f \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) = \frac{2v}{WL} \cos\theta_f \sec^2 \theta_r \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} L_{g_1} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) = 0 \\ L_{g_2} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) = 0 \\ L_{g_1} L_f \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) = -\frac{v}{W} \cos(e(\theta)) (\cos\theta_f - \sin\theta_f \tan\theta_r) + \frac{2v}{W} \sin\theta_f \sin(e(\theta)) \\ L_{g_2} L_f \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) = -\frac{v}{W} \cos(e(\theta)) \cos\theta_f \sec^2 \theta_r \end{cases} \quad (15)$$

因为本文中有  $-90^\circ < \theta_f < 90^\circ$ ,  $-90^\circ < \theta_r < 90^\circ$ ,  $-90^\circ < e(\theta) < 90^\circ$ , 故式(14)中  $L_{g_2} L_f \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \neq 0$ ,

式(15)中 $L_{g_2}L_f h_2(\mathbf{x}) \neq 0$ ,根据定理1,控制系统为实现输入输出线性化, $e(\theta)$ 和 $e(d)$ 的最终求导阶数为2,则 $e(\theta)$ 和 $e(d)$ 的二阶导数为

$$\ddot{e}(\theta) = -\frac{2v}{WL}(\cos\theta_f + \sin\theta_f \tan\theta_r)\Delta v_f + \frac{2v}{WL}\Delta v_r \cos\theta_f \sec^2\theta_r + \frac{v}{L}(\cos\theta_f \sec^2\theta_r - \sin\theta_f \tan\theta_r - \cos\theta_f)\dot{e}(\theta) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \ddot{e}(d) = & \frac{v}{W}[(\sin\theta_f \tan\theta_r - \cos\theta_f)\cos(e(\theta)) + \\ & 2\sin\theta_f \sin(e(\theta))] \Delta v_f - \frac{v}{W}\Delta v_r \cos\theta_f \sec^2\theta_r \cos(e(\theta)) + \\ & \frac{v}{2}(\sin\theta_f \sin(e(\theta)) + \cos\theta_f \cos(e(\theta))) + \\ & \sin\theta_f \tan\theta_r \cos(e(\theta)) - \cos\theta_f \tan\theta_r \sin(e(\theta)) - \\ & \cos\theta_f \sec^2\theta_r \cos(e(\theta))]e(\dot{\theta}) \quad (17) \end{aligned}$$

在式(16)和式(17)中,由于 $\theta_f$ 、 $\theta_r$ 、 $e(\theta)$ 和 $e(d)$ 都可由传感器测量获得,则 $e(\theta)$ 和 $e(d)$ 的二阶导数可分别建立与控制量 $\Delta v_f$ 、 $\Delta v_r$ 之间线性化的关系。式(16)和式(17)即为系统式(12)的输入输出线性化结果。

## 2 基于偏差智能转化评价函数法和指数稳定控制的混合控制律

在本文中,移动机器人路径跟踪的控制量分别为前、后驱动模块的速度差( $\Delta v_f$ 和 $\Delta v_r$ ),控制律的目的是计算合适的控制量来改变前、后驱动模块与机器人平台纵向的夹角( $\theta_f$ 和 $\theta_r$ )从而使移动机器人在跟踪导引路径时姿态角偏差 $e(\theta)$ 和距离偏差 $e(d)$ 同步地向零收敛。

考虑到电动机系统的驱动能力及控制的平稳性,本文对控制量的大小进行了约束

$$\begin{cases} |\Delta v_f| \leq \Delta v_{\max} \\ |\Delta v_r| \leq \Delta v_{\max} \end{cases} \quad (18)$$

在大偏差情况下,指数稳定控制所计算出的控制量可能不满足控制量约束式(18),仅用一个控制周期可能难以完全纠偏。因此,对于不满足条件的偏差状态,首先采用偏差智能转化评价函数法将其转化到指数稳定控制所能使用的范围,再通过指数稳定控制实现两种偏差向零偏差状态的收敛。运动控制单元首先检测角度传感器和图像处理单元输出的模块夹角和位姿偏差,通过计算判断是否满足判断条件。若满足判断条件且采用指数稳定控制计算出的控制量满足式(18),则采用指数稳定控制方法,否则采用偏差智能转化

评价函数法。

在计算出控制量后由式(1)和式(7)就可得到4个驱动轮的速度控制量为

$$\begin{cases} v_{fl} = v_f + \Delta v_f \\ v_{fr} = v_f - \Delta v_f \\ v_{rl} = \frac{v_f \cos\theta_f}{\cos\theta_r} + \Delta v_r \\ v_{rr} = \frac{v_f \cos\theta_f}{\cos\theta_r} - \Delta v_r \end{cases} \quad (19)$$

图3中的判断条件为

$$\begin{cases} |e(\theta)| \leq 10^\circ \\ |e(d)| \leq 20 \text{ mm} \\ e(\theta)\dot{e}(\theta) < 0 \\ e(d)\dot{e}(d) < 0 \\ |\theta_f| < 30^\circ \\ |\theta_r| < 30^\circ \\ 0.1 < (\dot{e}(\theta)/e(\theta))/(\dot{e}(d)/e(d)) < 10 \end{cases} \quad (20)$$

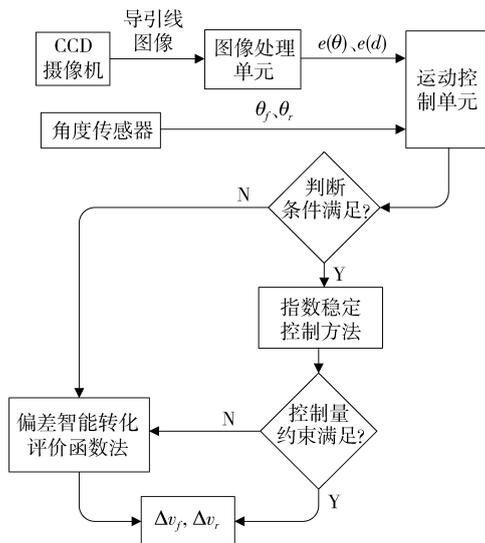


图3 混合控制律的流程图

Fig. 3 Flow chart of hybrid control law

### 2.1 偏差智能转化评价函数法

在偏差转化过程中,姿态角偏差和距离偏差都需要同时考虑,因此定义了一种综合评价函数

$$J = F_\theta R_\theta M e(\theta)\dot{e}(\theta) + F_d R_d e(d)\dot{e}(d) \quad (21)$$

式中, $M$ 表示姿态角偏差和距离偏差的权值之比,即表示姿态角偏差 $1^\circ$ 相当于距离偏差 $M$ 。 $F_\theta$ 和 $F_d$ 分别为姿态角偏差和距离偏差的纠偏急需性系数,当偏差变化率和偏差同号时此偏差更需要及时纠正,纠偏急需性系数计算式为

$$\begin{cases} F_\theta = \begin{cases} 1 & (e(\theta)\dot{e}(\theta) \leq 0) \\ T & (e(\theta)\dot{e}(\theta) > 0) \end{cases} \\ F_d = \begin{cases} 1 & (e(d)\dot{e}(d) \leq 0) \\ T & (e(d)\dot{e}(d) > 0) \end{cases} \end{cases} \quad (T > 1) \quad (22)$$

评价函数中  $R_\theta$  和  $R_d$  分别为姿态角偏差和距离偏差的纠偏正确性系数,当偏差的二阶导数和偏差异号,

则偏差就能够更快地减小,纠偏正确性系数计算式为

$$R_\theta = \begin{cases} \left| \frac{\dot{e}(\theta)}{e(\theta)} \right| & (|e(\theta)| \leq 5^\circ, e(\theta)\dot{e}(\theta) < 0, |\dot{e}(\theta)/e(\theta)| > N) \\ 0 & (|e(\theta)| > 5^\circ, e(\theta)\dot{e}(\theta) < 0, |\dot{e}(\theta)/e(\theta)| > N) \\ P & (\text{其他}) \end{cases} \quad (23)$$

$$R_d = \begin{cases} \left| \frac{\dot{e}(d)}{e(d)} \right| & (e(d) \leq 10 \text{ mm}, \dot{e}(d)e(d) < 0, |\dot{e}(d)/e(d)| > N) \\ 0 & (e(d) > 10 \text{ mm}, \dot{e}(d)e(d) < 0, |\dot{e}(d)/e(d)| > N) \\ P & (\text{其他}) \end{cases} \quad (P < 0)$$

在纠偏过程中,并非要一直增大偏差的变化率来减小偏差,大偏差的智能转化最多有4个阶段(以姿态角偏差为例):①取纠偏急需性系数  $F_\theta$  为  $T$ ,将  $\dot{e}(\theta)$  转换为与  $e(\theta)$  异号。②取纠偏正确性系数  $R_\theta$  为  $P$ ,不断增大偏差变化比值  $|\dot{e}(\theta)/e(\theta)|$ 。③当偏差变化比值增大到  $N$  但姿态角偏差还大于  $5^\circ$  时,取  $R_\theta$  为  $0$ ,保持  $|\dot{e}(\theta)|$  继续减小姿态角偏差。④当偏差变化比值增大到  $N$  且偏差不大于  $5^\circ$  时,取  $R_\theta$  为  $|\dot{e}(\theta)/e(\theta)|$ ,减小  $|\dot{e}(\theta)|$  以便进入指数稳定

控制的应用范围。

将式(12)、(16)、(17)、(22)、(23)代入评价函数式(21),并化简为

$$J = a\Delta v_f + b\Delta v_r + c \quad (24)$$

式中,  $a$ 、 $b$  和  $c$  为状态变量的函数。

对式(24),前、后驱动模块的速度差控制量  $\Delta v_f$  和  $\Delta v_r$  取相同的权重,在式(18)所示的控制量约束下最大化评价函数可得

$$\begin{cases} \Delta v_f = \frac{a\Delta v_{\max}}{\max(|a|, |b|)} & (|Ka| > \Delta v_{\max} \text{ 或 } |Kb| > \Delta v_{\max}) \\ \Delta v_r = \frac{b\Delta v_{\max}}{\max(|a|, |b|)} & (K > 0) \\ \Delta v_f = Ka \\ \Delta v_r = Kb & (\text{其他}) \end{cases} \quad (25)$$

式中  $K$ ——控制量的增益系数

### 2.2 指数稳定控制方法

考虑误差系统

$$\begin{cases} \ddot{e}(\theta) + c_2\dot{e}(\theta) + c_1e(\theta) = 0 \\ \ddot{e}(d) + c_4\dot{e}(d) + c_3e(d) = 0 \end{cases} \quad (26)$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} -\frac{2v}{WL}(\cos\theta_f + \sin\theta_f \tan\theta_r) & \frac{2v}{WL}\cos\theta_f \sec^2\theta_r \\ \frac{v}{W}[(\sin\theta_f \tan\theta_r - \cos\theta_f)\cos(e(\theta)) + 2\sin\theta_f \sin(e(\theta))] & -\frac{v}{W}\cos\theta_f \sec^2\theta_r \cos(e(\theta)) \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$l = \begin{bmatrix} -\frac{v}{L}(\cos\theta_f \sec^2\theta_r - \sin\theta_f \tan\theta_r - \cos\theta_f)\dot{e}(\theta) - c_2\dot{e}(\theta) - c_1e(\theta) \\ -\frac{v}{2}(\sin\theta_f \sin(e(\theta)) + \cos\theta_f \cos(e(\theta)) + \sin\theta_f \tan\theta_r \cos(e(\theta)) - \cos\theta_f \tan\theta_r \sin(e(\theta)) - \cos\theta_f \sec^2\theta_r \cos(e(\theta)))\dot{e}(\theta) - c_4e(d) - c_3e(d) \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$u = [\Delta v_f \quad \Delta v_r]^T \quad \tan\theta_f \tan(e(\theta)) \neq 1 \quad (30) \quad (32)$$

对式(27)求逆可得控制量为

$$u = E^{-1}l \quad (31)$$

本文取式(32)的子集为指数稳定控制的自身约束条件

$$|\tan\theta_f \tan(e(\theta))| < 1 \quad (33)$$

若矩阵  $E$  可逆,则需满足

### 3 数字仿真分析

为验证上述混合控制律的理论可行性,本文利用软件 Matlab 进行了数字仿真,移动机器人的参数如表 1 所示,偏差智能转化评价函数法中参数选取如下:姿态角偏差和距离偏差的权值之比  $M = 2$ ,纠偏急需性系数中  $T = 5$ ,纠偏正确性系数中  $N = 1$ ,控制量的增益系数  $K = 100$ ,指数稳定控制中  $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 5$ 。仿真时数值更新周期为 10 ms,控制周期为 100 ms,前、后驱动模块与机器人平台纵向的初始夹角  $\theta_f = 0^\circ, \theta_r = 0^\circ$ ,跟踪精度设置为  $|e(\theta)| < 1^\circ, |e(d)| < 1 \text{ mm}$ 。

在图 4 中,初始偏差为  $e(\theta) = -10^\circ, e(d) = 20 \text{ mm}$ ,第 1 个控制周期不满足图 3 中的判断条件式(20),使用偏差智能转化评价函数法。此时姿态

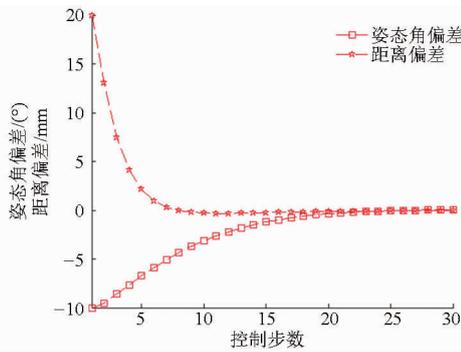


图 4 初始偏差  $e(\theta) = -10^\circ, e(d) = 20 \text{ mm}$  的仿真结果

Fig. 4 Simulation for initial error  $e(\theta) = -10^\circ$  and  $e(d) = 20 \text{ mm}$

在图 5 中,初始偏差为  $e(\theta) = 20^\circ, e(d) = 40 \text{ mm}$ ,第 1 个控制周期采用偏差智能转化评价函数法控制,此时距离偏差变化率与距离偏差同号,距离偏差急需纠偏,姿态角偏差变化率为 0,故先将距离偏差变化率减小到负值,同时增大姿态角偏差变化比值。到第 4 个控制周期时距离偏差变化率变为

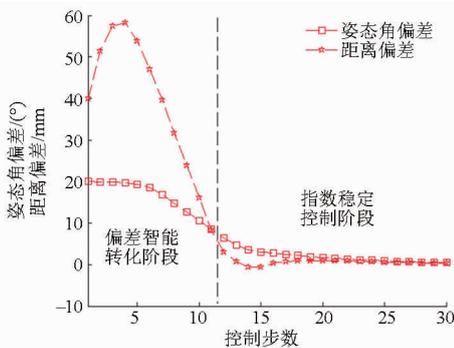


图 5 初始偏差  $e(\theta) = 20^\circ, e(d) = 40 \text{ mm}$  的仿真结果

Fig. 5 Simulation for initial error  $e(\theta) = 20^\circ$  and  $e(d) = 40 \text{ mm}$

### 4 实验验证

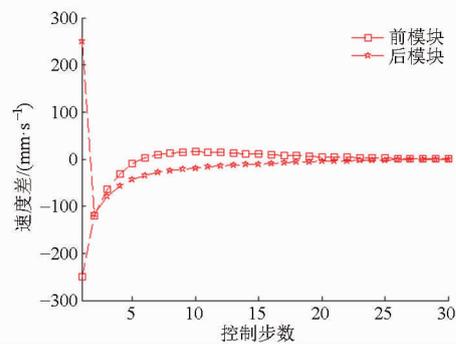
为测试上述混合控制律的实际控制效果,在自

角偏差变化比值为 0,距离偏差变化比值为 3.48,根据阈值  $N = 1$ ,需增大姿态角偏差变化比值,而由于  $e(d) > 10 \text{ mm}$ ,则保持距离偏差变化率继续减小距离偏差。第 2 个控制周期满足指数稳定控制的适用条件式(20),同时所计算出的控制量满足式(18),采用指数稳定控制,最终在第 16 个控制周期时  $e(\theta) = -0.98^\circ, e(d) = -0.23 \text{ mm}$ ,达到跟踪精度,实现同步纠偏。

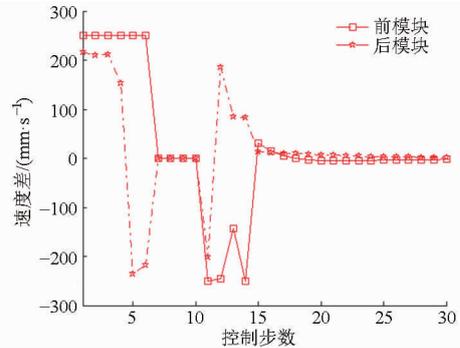
表 1 移动机器人参数

Tab. 1 Parameters of mobile robot

参数	数值
轮半径 $r/\text{mm}$	65
轮间距 $W/\text{mm}$	343
前后模块中心距离 $L/\text{mm}$	700
机器人速度 $v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	0.4
控制量最大值 $\Delta v_{\max}/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-1})$	250



负,与距离偏差异号,此时距离偏差变化比值为 1.16,姿态角偏差变化比值为 0.23,因为  $e(d) > 10 \text{ mm}$ ,此时保持距离偏差变化率且姿态角偏差变化比值继续增大。从第 12 个控制周期开始进入指数稳定控制,到第 25 个控制周期时  $e(\theta) = 0.89^\circ, e(d) = 0.59 \text{ mm}$ ,达到跟踪精度。



主开发的移动机器人原型系统上进行了路径跟踪实验,原型如图 6 所示。图像处理单元通过带有环形光源的 CCD 摄像机采集地面铺设的导引路径(蓝色

标志线)的图像,通过 DSP 图像处理板执行图像滤波、边缘提取、路径拟合等操作,检测移动机器人与导引路径的姿态角偏差  $e(\theta)$  和距离偏差  $e(d)$ ,并以 10 Hz 的频率将偏差数据发送到运动控制单元。



图6 双差速驱动移动机器人的原型系统

Fig. 6 Prototype of dual-differential-driven mobile robot

运动控制单元实时检测前、后驱动模块上角度传感器的模拟电压,通过 A/D 转换计算前、后驱动模块与机器人平台的夹角  $\theta_f$  和  $\theta_r$ ,再根据图像处理单元发送的偏差数据,采用上述路径跟踪混合控制律,分别计算 4 个驱动轮的速度控制量,再将控制量指令发送到电动机驱动器进行速度闭环控制,从而实现双差速驱动移动机器人的路径跟踪控制。在实验过程中,运动控制单元还将偏差数据以无线通信方式转发到上位机监控软件的数据库中进行保存。

本文路径跟踪实验采用的导引路径如图 7 所示,路径跟踪的偏差数据如图 8 所示。移动机器人

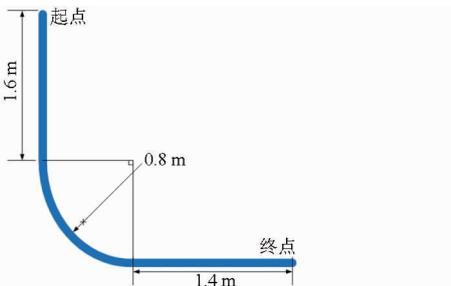


图7 路径跟踪实验的目标路径

Fig. 7 Target in path tracking experiment

从直线路径以较大的距离偏差启动,先采用偏差智能转化评价函数法将偏差状态转化为指数稳定控制的适用范围,经过多个周期的指数稳定控制,直线路径的跟踪精度达到  $|e(\theta)| < 2^\circ$ ,  $|e(d)| < 7 \text{ mm}$ 。当从直线路径向曲线路径过渡时,移动机器人的姿态角偏差和距离偏差迅速增大,运动控制单元又切换为偏差智能转化评价函数法控制,圆弧路径的跟踪精度保持在  $|e(\theta)| < 12^\circ$ ,  $|e(d)| < 20 \text{ mm}$ 。

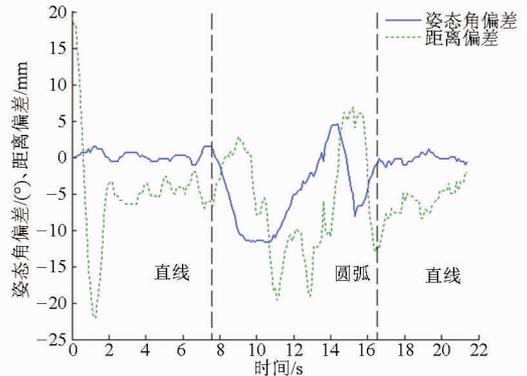


图8 直线和圆弧路径跟踪的实验结果

Fig. 8 Experiment results of path tracking of straight lines and circular lines

## 5 结束语

针对双差速驱动移动机器人的路径跟踪问题,建立了非线性运动学模型并进行输入-输出线性化,在此基础上提出了一种融合偏差智能转化评价函数法和指数稳定控制的混合控制律。评价函数法通过控制偏差的二阶导数进行纠偏,可针对不同的偏差状态智能选择合适的控制量以将其转化到指数稳定控制的适用范围;再通过指数稳定控制实现姿态角偏差和距离偏差向零的同步收敛。数字仿真和实验测试结果表明,该混合控制律可平滑转化偏差状态、同步消除位姿偏差,使移动机器人精确、稳定地跟踪直线和圆弧导引路径。

## 参考文献

- 周俊,姬长英,刘成良. 农用轮式移动机器人视觉导航系统[J]. 农业机械学报, 2005, 36(3): 90-94.  
Zhou Jun, Ji Changying, Liu Chengliang. Visual navigation system of agricultural wheeled-mobile robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2005, 36(3): 90-94. (in Chinese)
- Aguiar A P, Hespanha J P. Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(8): 1362-1379.
- 武星,楼佩煌,杨雷. 基于视野状态分析的机器人路径跟踪智能预测控制[J]. 机器人, 2009, 31(4): 357-364.  
Wu Xing, Lou Peihuang, Yang Lei. Intelligent predictive control based on state analysis of visual field for robot path tracking[J]. Robot, 2009, 31(4): 357-364. (in Chinese)
- Biröl Soysal. Real-time control of an automated guided vehicle using a continuous mode of sliding mode control[J]. Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 2014, 22: 1298-1306.
- 武星,楼佩煌,唐敦兵. 自动导引车路径跟踪和伺服控制的混合运动控制[J]. 机械工程学报, 2011, 47(3): 43-48.  
Wu Xing, Lou Peihuang, Tang Dunbing. Integrated motion control of path tracking and servo control for an automated guided vehicle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(3): 43-48. (in Chinese)
- Salih J E M, Rizon M, Yaacob S, et al. Designing omni-directional mobile robot with mecanum wheel[J]. American Journal of

- Applied Sciences, 2006, 3(5): 1831 - 1835.
- 7 Leow Y P, Low K H, Loh W K. Kinematic modeling and analysis of mobile robots with omni-directional wheels[C] //7th IEEE International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. , Marine Mandarin, 2002, 2: 820 - 825.
  - 8 Han K L, Choi O K, Kim J, et al. Design and control of mobile robot with mecanum wheel[C] //ICROS-SICE International Joint Conference, Fukuoka, 2009: 2932 - 2937.
  - 9 Wang Rongrong, Zhang Hui, Wang Junmin. Linear parameter-varying controller design for four-wheel independently actuated electric ground vehicles with active steering systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(4):1281 - 1296.
  - 10 陈平, 倪振, 马伟. 四轮差动全方位移动机器人路径跟随控制分析[J]. 重庆大学学报, 2013, 36(3): 20 - 24.  
Chen Ping, Ni Zhen, Ma Wei. The path following control analysis for 4-wheel differential omnidirectional mobile robot[J]. Journal of Chongqing University, 2013, 36(3): 20 - 24. (in Chinese)
  - 11 Borenstein J. Control and kinematic design of multi-degree-of-freedom mobile robots with compliant linkage [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1995, 11(1): 21 - 35.
  - 12 周岗, 姚琼荟, 陈永冰, 等. 基于输入输出线性化的船舶全局直线航迹控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(1): 117 - 121.  
Zhou Gang, Yao Qionghui, Chen Yongbing, et al. Global straight-line tracking control of ships based on input-output linearization [J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(1): 117 - 121. (in Chinese)
  - 13 李湘平, 吴汉松, 吴瑶. 基于输入输出线性化的神经滑模航迹控制[J]. 舰船电子工程, 2013, 33(7): 42 - 44.  
Li Xiangping, Wu Hansong, Wu Yao. Neural sliding mode controller and simulation for ship's track-keeping systems based on input-output linearization[J]. Ship Electronic Engineering, 2013, 33(7): 42 - 44. (in Chinese)
  - 14 de Luca A, Lucibello P. General algorithm for dynamic feedback linearization of robots with elastic joints[C] //IEEE International Conference on Robotics and Automation, Leuven, 1998, 1: 504 - 510.
  - 15 Mariottini G L, Oriolo G, Prattichizzo D. Image-based visual servoing for nonholonomic mobile robots using epipolar geometry [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(1): 87 - 100.
  - 16 郭磊, 廖启征, 魏世民. 自行车机器人动力学建模与 MIMO 反馈线性化[J]. 北京邮电大学学报, 2007, 30(1): 80 - 84.  
Guo Lei, Liao Qizheng, Wei Shimin. Dynamic modeling of bicycle robot and nonlinear control based on feedback linearization of MIMO systems[J]. Journal of Beijing University of posts and Telecommunications, 2007, 30(1): 80 - 84. (in Chinese)
  - 17 Kim D H, Oh J H. Tracking control of a two-wheeled mobile robot using input-output linearization [J]. Control Engineering Practice, 1999, 7(3):369 - 373.

~~~~~

(上接第 36 页)

- 9 吕文杰, 马戎, 李岁芳, 等. 基于纯追踪模型的路径跟踪改进算法[J]. 测控技术, 2011, 30(7):93 - 96.  
Lü Wenjie, Ma Rong, Li Suilao, et al. An improved algorithm based on pure pursuit model for path tracking [J]. Measurement & Control Technology, 2011, 30(7):93 - 96. (in Chinese)
- 10 张志刚, 罗锡文, 赵祚喜, 等. 基于 Kalman 滤波和纯追踪模型的农业机械导航控制[J]. 农业机械学报, 2009, 40(增刊):6 - 12.  
Zhang Zhigang, Luo Xiwen, Zhao Zuoxi, et al. Trajectory tracking control method based on Kalman filter and pure pursuit model for agricultural vehicle [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(Supp.): 6 - 12. (in Chinese)
- 11 周建军, 张漫, 汪懋华, 等. 基于模糊控制的农用车辆路线跟踪[J]. 农业机械学报, 2009, 40(4): 151 - 156.  
Zhou Jianjun, Zhang Man, Wang Maohua, et al. Path tracking for agricultural vehicle based on fuzzy control [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(4): 151 - 156. (in Chinese)
- 12 刘兆祥, 刘刚, 籍颖, 等. 基于自适应模糊控制的拖拉机自动驾驶系统[J]. 农业机械学报, 2010, 41(11):148 - 152.  
Liu Zhaoxiang, Liu Gang, Ji Ying, et al. Autonomous navigation system for agricultural tractor based on self-adapted fuzzy control [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(11):148 - 152. (in Chinese)
- 13 高振海, 吴涛, 尤洋. 基于粒子群算法的汽车自适应巡航控制器设计[J]. 农业机械学报, 2013, 42(12):11 - 16.  
Gao Zhenhai, Wu Tao, You Yang. Design of vehicle adaptive cruise controller based on PSO algorithm [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 42(12):11 - 16. (in Chinese)
- 14 Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C] //Processing of 1995 IEEE International Conference on Neural Networks. New York: IEEE Press, 1995, 4:1942 - 1948.
- 15 杜尚丰, 孙明, 董乔雪. 智能控制理论与应用[M]. 北京: 中国农业大学出版社, 2005.
- 16 李士勇. 模糊控制-神经控制和智能控制论[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1998.
- 17 姬长英, 周俊. 农业机械导航技术发展分析[J]. 农业机械学报, 2014, 45(9):44 - 54.  
Ji Changying, Zhou Jun. Current situation of navigation technologies for agricultural machinery [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(9):44 - 54. (in Chinese)