DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2012.12.047

立式加工中心静刚度细化试验与有限元分析^{*}

李殿新 赵沿民 张建富 冯平法 (清华大学精密仪器与机械学系,北京100084)

【摘要】 采用细化试验和有限元方法对某立式加工中心静刚度进行了研究。通过细化试验不仅测得了机床 的三向静刚度,而且测量了主要零件的变形;对主轴箱的变形进行了细化试验,对结果进行了详细分析;测量了主 轴箱滑块与立柱导轨结合面的变形,结果表明该结合面 y 向是薄弱环节。在 Workbench 中建立了机床静刚度有限 元模型,通过与试验数据的对比验证了有限元模型的准确性。

关键词: 立式加工中心 静刚度 性能分析 有限元分析 试验 中图分类号: TG502 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2012)12-0262-06

Fine Experiment and Finite Element Analysis for Static Stiffness of Vertical Machining Center

Li Dianxin Zhao Yanmin Zhang Jianfu Feng Pingfa

(Department of Precision Instruments and Mechanology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract

Static stiffness of a vertical machining center was researched based on fine experiment and finite element method. Static stiffness of three directions and deformation of the main parts were measured. Deformation of the spindle box was measured and detailed analysis was taken. Deformation of the joint between spindle box and column was measured. The results showed that weak leak of the joint is y direction. Finite element model of the machining center was established in Workbench and accuracy of the model was verified compared with experiments.

Key words Vertical machining center, Static stiffness, Performance analysis, Finite element analysis, Experiment

引言

机床的静刚度对机床的加工精度和加工表面质 量有很大影响^[1]。目前,对机床静刚度进行研究的 方法主要有试验分析法和有限元法^[2]。国内学者 虽然对机床的静刚度进行了大量试验和有限元研 究,但试验只对3个方向的静刚度进行了测量,无法 准确识别机床的薄弱环节^[3];有研究虽对机床的静 刚度进行了有限元分析,但没有与试验值对比验证 有限元分析的准确性^[4];还有研究忽略了结合面对 机床静刚度有限元分析的影响^[5]。 本文以某立式加工中心为例,首先对机床的静 刚度进行细化试验,测量各主要零件的变形,并以主 轴箱为例,对其变形进行细化试验,并且以主轴箱滑 块和立柱导轨结合面为例,测量该结合面的变形;然 后在 Workbench 中建立含有结合面参数的机床有限 元模型。

1 机床静刚度细化试验

1.1 试验仪器及方法

试验利用碟簧加载器施加载荷,载荷通过数 显控制仪读数,机床各零件的变形位移通过千分

*国家科技重大专项资助项目(2012ZX04010-011)

收稿日期: 2012-01-10 修回日期: 2012-02-11

作者简介:李殿新,博士生,主要从事机床性能分析与优化研究, E-mail: lidx11@ mails. tsinghua. edu. cn

通讯作者: 冯平法,教授,博士生导师,主要从事高效精密制造工艺与装备研究, E-mail: fengpf@ tsinghua.edu.cn

表测量。试验时将主轴箱移动到常用加工位置, 将主轴锁紧。加载从 0 N 开始,以 100 N 递增,最 大加载1 500 N。该立式加工中心的 z 向为主轴轴 线方向,x 向为工作台长度方向,y 向为工作台宽度 方向。

1.2 试验过程

1.2.1 x 向细化试验

x向共进行4组试验,试验方案如表1所示。 载荷施加在刀柄侧面,载荷的作用线与刀柄轴心垂 直相交,试验测量过程如图1所示。以第I组试验 为例说明测量过程:在床身上放置一块垫铁,第1个 磁力表座放置在垫铁上,千分表测量工作台的变形; 另外3个磁力表座放置在工作台上,千分表分别测 量了主轴、主轴箱前端和主轴箱丝杠卡爪的变形,如 图1a所示。

表 1 x 向试验方案 Tab.1 Experiment plan of x direction

x 向	磁力表座位置	千分表测量位置	分组
1	床身	工作台	Ι
2	工作台	主轴	Ι
3	工作台	主轴箱前端	Ι
4	工作台	主轴箱丝杠卡爪	Ι
5	工作台	主轴箱下端凸台	II
6	工作台	主轴箱下滑块	П
7	工作台	立柱导轨底部	II
8	工作台	立柱丝杠	П
9	工作台	主轴箱右侧4个点	Ш
10	工作台	床身丝杠	IV
11	工作台	床鞍丝杠	IV
12	工作台	床鞍	IV

每组试验测量 3 次,3 次测量得的变形算术平 均值 D 与加载力 F 对应关系如图 2 所示。图 2c 中 4 个点对应图 1c 中的 4 个测点。

1.2.2 y 向细化试验

y向试验方案如表2所示,载荷施加在刀柄侧面,载荷的作用线与刀柄轴心垂直相交,测量过程如图3所示。

每组试验测量 3 次,3 次测量得到的变形算术 平均值 D 与加载力 F 关系曲线如图 4 所示。

1.2.3 z 向细化试验

z向试验方案如表3所示,载荷施加在刀柄底面,载荷的作用线与刀柄轴心重合,测量过程如图5 所示。

每组试验测量 3 次,3 次测量得到的变形算术 平均值 D 与加载力 F 对应关系如图 6 所示。



图 1 x 向试验测量过程

Fig. 1 Experiment process of x direction

(a)第Ⅰ组(b)第Ⅱ组(c)第Ⅲ组(d)第Ⅳ组
1. 垫铁 2. 主轴箱前端测点 3. 主轴测点 4. 磁力表座 5. 工作台测点 6. 主轴箱下端凸台测点 7. 主轴箱下滑块测点
8. 立柱导轨底部测点 9. 主轴箱右侧测点1 10. 主轴箱右侧测点2 11. 主轴箱右侧测点3 12. 主轴箱右侧测点4 13. 床身丝 杠测点



(a) 第Ⅰ组 (b) 第Ⅱ组 (c) 第Ⅲ组 (d) 第Ⅳ组

1.3 机床3个方向的静刚度

采用最小二乘法对加载力 F 和主轴测点的变形 D 进行线性拟合,如图 7 所示。图 7 中直线斜率 倒数为 3 个方向的静刚度,刚度 k 如表 4 所示。由表 4 可以看出,该机床 x 向刚度最差, z 向刚度最好。

1.4

	表 2 y 向试验方案
Tab. 2	Experiment plan of γ direction

y 向	磁力表座位置	千分表测量位置	分组
1	床身	工作台	Ι
2	工作台	主轴	Ι
3	工作台	主轴箱前端	Ι
4	工作台	主轴箱丝杠卡爪	Ι
5	工作台	主轴箱下端凸台	П
6	工作台	主轴箱下滑块	П
7	工作台	立柱导轨底部	П
8	工作台	立柱丝杠	П
9	工作台	床身丝杠	Ш
10	工作台	床鞍丝杠	Ш
11	工作台	床鞍	Ш



(a)

(b)

6

8



静刚度细化试验分析与薄弱环节识别

分表读数与工作台测点变形量之差。

高该向静刚度,从而减小变形量。

1.4.1 各零件变形分析

加载1500N时各零件测点的变形量D如表5 所示。表5中第二行是工作台测点相对于床身的变 形量,其余数据都是各测点相对于工作台的变形量。 测量时假定床身没有变形,因此工作台测点变形量 为其绝对变形量,而其他测点的绝对变形量应为千

由表5中数据可以看出,工作台、主轴和主轴箱 的 3 向变形量都比较大: $立柱导轨底部 \gamma$ 向、 立柱丝杠的 y、z 向以及床鞍丝杠的 y 向变形量也比较大。 因此,机床结构优化时应重点减小这些零件和方向 的变形量。以立柱导轨底部 γ 向为例,可以通过加 大立柱 y 向尺寸、改变立柱内部筋板布置等方式提

图 3 y 向试验测量过程

Fig. 3 Experiment process of y direction

(a) 第Ⅰ组 (b) 第Ⅱ组 (c) 第Ⅲ组

1. 主轴箱丝杠卡爪测点 2. 主轴箱前端测点 3. 主轴测点 4. 工作台测点 5. 主轴箱下滑块测点 6. 主轴箱下端凸台测点 7. 立柱丝杠测点 8. 立柱导轨底部测点 9. 床鞍丝杠测点 10. 床身丝杠测点





Fig. 4 Experiment results of y direction

(a) 第Ⅰ组 (b) 第Ⅱ组 (c) 第Ⅲ组

T

I

Π

I

П

Ш

Ш

表 4 机床静刚度

N/µm

z

37.74

Tab.	3	Exne	riment	t nlan	of	7 1	direction
1 a.v.	J .	LAPC	men	i pian	UL /	61	unection

表 3

磁力表座位置

床身

工作台

工作台

工作台

工作台

工作台

工作台

工作台

工作台

z向

1

2

3

4

5

6

7

8

9

z 向试验方案

千分表测量位置

工作台

主轴

主轴箱丝杠卡爪

立柱丝杠

主轴箱前端

主轴箱下端凸台

主轴箱下滑块

立柱导轨底部

主轴箱右侧4个测点

	Tab. 4	Static stiff	fness of machine	e tool
分组	方向	x	у	
Ι		30.40	32.68	3
Ι				

1.4.2 主轴箱变形分析

(1) x 向变形分析

细化主轴箱试验时,测量了主轴箱前端、右侧 4个点和下端凸台的变形,各测点近似在同一 xoy 面内,将各点投影在 yoz 面,以前端测点为原点,各 测点间距 L 及 x 向变形 D 如图 8 所示。

264

	表 5 各测点变形	
Tab. 5	Deformation of measuring points	s ստ

		~ -	•
测点位置	x 向	y 向	z 向
工作台	14.5	19.7	5.0
主轴	47.8	41.2	38.5
主轴箱前端	43.7	38.8	41.7
主轴箱丝杠卡爪	22.5	29.8	13.5
主轴箱右侧测点1	38.8		33.8
主轴箱右侧测点2	34.7		30.3
主轴箱右侧测点 3	29.2		26.7
主轴箱右侧测点4	20.7		17.5
主轴箱下端凸台	16.2	40.2	13.5
主轴箱下滑块	16.2	48.5	13.3
立柱导轨底部	14.7	30.3	3.5
立柱丝杠	16.0	27.7	14.0
床身丝杠	12.3	19.5	
床鞍丝杠	13.8	3.2	
床鞍	11.2	16.1	

由图 8 可以看出,各点的间距 L 和变形 D 可用 相关系数为0.991 的直线拟合,说明加载时主轴箱 整体绕立柱丝杠扭转;丝杠卡爪和下端凸台近似在 同一 xoz 面内,两测点变形相差 6.3 μm,这可能是由 于丝杠卡爪绕立柱丝杠旋转所致。

(2) y 向变形分析

由于主轴箱的结构原因,y向没有测量右侧4 个 点,但由表5 中前端测点和下端凸台测点的变形量 可以看出,加载时主轴箱整体沿 y向平移;丝杠卡爪 测点和下端凸台测点变形相差 10.4 μm,这都是由 于主轴箱滑块和立柱导轨结合面 y 向刚度较差所 致,说明该结合面 y 向是刚度薄弱环节。

(3) z 向变形分析

表 5 中 z 向各点的变形量与 x 向类似,各点的 间距和变形可以用相关系数为 0.998 的直线拟合, 这是由于加载后主轴箱的整体翻转所致;丝杠卡爪 和下端凸台测点变形相同,说明加载后主轴箱随丝 杠卡爪沿 z 向平移,这是由于立柱丝杠轴向间隙所 致。





图 5 z向试验测量过程 Fig. 5 Experiment process of z direction (a) 第Ⅰ组 (b) 第Ⅱ组 (c) 第Ⅲ组

1. 主轴测点 2. 主轴箱丝杠卡爪测点 3. 立柱丝杠测点 4. 主轴箱前端测点 5. 立柱导轨底部测点 6. 主轴箱下端凸台测点 7. 主轴箱下滑块测点 8. 主轴箱右侧测点1 9. 主轴箱右侧测点2 10. 主轴箱右侧测点3 11. 主轴箱右侧测点4

1.4.3 主轴箱滑块与立柱导轨结合面变形分析

对比主轴箱下端凸台、主轴箱下滑块和立柱 导轨底部测点的变形量,发现 x 向变形基本相同, 说明该结合面 x 向刚度较好;3 个测点 y 向测量值 相差较大,验证了该结合面 y 向刚度较差;主轴箱 下端凸台和下滑块 z 向变形基本相同,但与立柱导 轨底部变形相差较大,验证了立柱丝杠轴向存在 间隙。

1.5 试验法存在的缺点

通过细化试验,虽然可以准确分析机床的静刚 度,但试验主要存在以下缺点:①千分表只能测量两 个零件的相对变形值,难以测量单个零件的绝对变 形值。②试验存在误差,如磁力座放在床身上测量 工作台的变形时,由于床身存在变形,导致工作台测 量结果会产生误差。③试验繁琐且某些零件的变形 不便测量。④试验只能在样机制造完成后才能进 行。

2 机床静刚度有限元分析

2.1 有限元模型建立

机床的结构非常复杂,建立实体模型时只考虑 了床身、立柱、主轴箱、主轴、床鞍、工作台和导轨,忽 略掉其他零部件。建模时简化掉小孔、圆角等结构 细节,在 SolidWorks 中建立机床整机的实体模型,然 后导入 Workbench 中进行有限元分析。

机床中床身、立柱、主轴箱、工作台和床鞍的材料为HT300,主轴和导轨的材料为40Cr,材料属性如表6所示。划分网格时选择四面体单元、自由划分的方法,整机有限元模型如图9所示,模型中共有节点156351个,单元79912个。



2.2 结合面参数对有限元分析影响

机床实际工作时通过螺栓固定在地面上,有限 元分析时将床身底面固定。在主轴处施加1500 N 的作用力,在工作台上施加1500 N 的反向作用力,

表6 材料属性

Tab. 6	Material	properties
--------	----------	------------

材料	杨氏模量 E/GPa	泊松比μ	密度 p/kg·m⁻³
HT300	130	0.24	7 250
40Cr	200	0.3	7 850



图 9 整机有限元模型 Fig. 9 Finite element model of machine tool

施加载荷的位置与试验对应。有限元分析得到3个 方向静刚度 k₂与试验值 k₁对比如表7所示。

表 7 有限元静刚度与试验值对比 Tab.7 Comparison of analysis results and

experiment results

参数	x 向	y 向	z 向
试验值 k ₁ /N・µm ⁻¹	30.40	32.68	37.74
有限元值 k ₂ /N・μm ⁻¹	51.49	55.04	69.52
相对误差 δ/%	69.38	68.42	84.21

由表 7 可以看出,有限元计算结果与试验值相 比误差非常大,原因是忽略了零件间结合面对有限 元分析的影响。国内外学者对结合面参数识别进行 了大量研究,也取得了一系列成果^[6-10]。本文采用 清华大学精仪系制造所《机床结合面静动态分析》 软件添加结合面参数。

该机床主要有4种结合面:螺栓固定结合面、轴 承结合面、导轨滑块结合面和丝杠结合面,其中螺栓 固定结合面存在于立柱与床身之间;轴承结合面存 在于主轴与主轴箱之间;导轨滑块结合面和丝杠结 合面存在于床身与床鞍、床鞍与工作台以及立柱与 主轴箱之间。查机床丝杠刚度为1.06×10°N/m; 轴承轴向刚度为2.46×10°N/m,径向刚度为1.91× 10⁵N/m;其他结合面参数如表8所示。

表 8 结合面参数					
	Tab. 8	Joint para	meters	N/m	
结合面	螺栓固定	导	轨滑块结合	面	
类型	结合面	工作台床鞍	床鞍床身	主轴箱立柱	
法向刚度 k_n	8.84 × 10^{10}	8.95 × 10^8	1.55×10^{9}	1.41×10^{9}	
切向刚度 k_t	1.34×10^{10}	3.36 × 10^{8}	5.98×10^8	5.58 × 10^{8}	

添加结合面参数后对机床静刚度进行了有限元 分析,得3个方向静刚度 k₂与试验值 k₁对比如表9 所示。由表9可以看出,有限元计算误差δ在9% 以内,可以比较准确地反映机床的静刚度。

2.3 有限元法优点

试验时千分表只能测量2个零件的相对变形, 而在 Workbench 中可以测量零件上各点的绝对变形。

表 9 有限元静刚度与试验值对比 Tab. 9 Comparison of analysis results and experiment results

experiment results					
参数	x [古]	y 向	z 向		
试验值 k₁/N・µm ⁻¹	30.40	32.68	37.74		
有限元值 k ₂ /N・μm ⁻¹	32.72	35.41	40. 70		
相对误差 δ/%	7.63	8.35	7.84		

有限元分析得到机床 z 向变形如图 10 所示,以试 验时主轴箱前端测点和主轴箱右侧测点 1 为例: 试验时千分表测量的这两点对应图 10 中点 A 和 点 B,测量这两点变形时磁力表座分别放置在点 C 和点 D,有限元分析得到 A、C 和 B、D 间相对变形 D_2 和试验值 D_1 对比如表 10 所示。由表 10 可以看 出,有限元计算误差 δ 的绝对值在 10% 以内。因 此,建立准确的有限元模型,可以在图纸阶段预测 机床的静刚度,提高机床的设计效率,降低生产成 本。

表	10	有限元	直ら	う试验值:	对比	
Гаb. 10	Com	parison	of	analysis	results	and

experiment	results
------------	---------

参数	主轴箱前端测点	主轴箱右侧测点1
试验值 $D_1/\mu m$	41.70	33.80
有限元值 $D_2/\mu m$	40. 88	30. 53
相对误差 δ/%	- 1. 97	- 9. 67



Fig. 10 Deformation of z direction

3 结论

(1)对机床的静刚度进行了细化试验,结果表明该机床z向刚度最好,x向刚度最差;找到了变形较大的零件和零件方向;通过对主轴箱和主轴箱滑块与立柱导轨结合面变形的分析,发现该结合面y向是刚度薄弱环节,立柱丝杠轴向存在间隙。

(2)在 Workbench 中建立了机床有限元模型, 通过与试验值对比,x、y、z3个方向静刚度计算误差 在9%以内;主轴箱前端测点和主轴箱右侧测点1 相对变形计算误差绝对值在10%以内,证明有限元 的方法和结果是可信的。

(3)结合面对机床整机有限元分析影响较大, 为了提高机床静刚度的计算精度,应该正确识别结 合面间参数。

参考文献

- 1 Zhang B. An investigation of the effect of machine loop stiffness on grinding of ceramics [J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2001, 50(1):209 ~ 212.
- 2 尹宜勇,祝莉平,贾志新,等.双丝杠与直线导轨结合部静刚度分析[J].农业机械学报,2012,43(6):202~206. Yin Yiyong, Zhu Liping, Jia Zhixin, et al. Static stiffness analysis of joint of double screw and linear guides[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2012,43(6):202~206. (in Chinese)
- 3 刘悦,汪劲松.基于轴承及导轨接触刚度的混联机床静刚度研究及优化[J]. 机械工程学报,2007,43(9):151~155. Liu Yue, Wang Jinsong. Static stiffness research and optimization on a hybrid machine tool considering the stiffness of bearings and guideways[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2007,43(9):151~155. (in Chinese)
- 4 刘悦,汪劲松,王立平.重型混联机床 XNZH2430 的静刚度优化[J].清华大学学报:自然科学版,2006,46(8):1418~1421.

Liu Yue, Wang Jinsong, Wang Liping. Stiffness optimization of a heavy hybrid machine tool named XNZH2430[J]. Journal of Tsinghua University: Sci. and Tech., 2006, 46(8):1418 ~ 1421. (in Chinese)

5 杨晓京,陈子辰,刘剑雄,等. 基于 ANSYS 静刚度分析的 XK640 数控铣床关键零部件优化设计[J]. 机床与液压,2007, 35(9):42~45.

Yang Xiaojing, Chen Zichen, Liu Jianxiong, et al. Optimization design of key parts of XK640 CNC milling machine based on rigidity analysis of ANSYS[J]. Machine Tool & Hydraulics,2007,35(9):42~45. (in Chinese)

6 Szwengier G, Goduński T, Berczyński S. Identification of physical parameters in contact joints models of machines supporting systems [J]. Advances in Engineering Software, 2000, 31(2):149 ~ 155. 参考文献

- 1 Xu Daochun, Feng Pingfa, Wu Zhijun, et al. Research on warpage deformation of machining cantilever sheet part with combined saw milling tool[J]. Key Engineering Materials, 2009, 407 ~ 408: 528 ~ 532.
- 2 李玉龙, 索涛, 郭伟国, 等. 确定材料在高温高应变率下动态性能的 Hopkinson 杆系统[J]. 爆炸与冲击, 2005, 25(6): 487~492.

Li Yulong, Suo Tao, Guo Weiguo, et al. Determination of dynamic behavior of materials at elevated temperatures and high strain rates using Hopkinson bar[J]. Explosion and Shock Waves, 2005, 25(6): 487 ~ 492. (in Chinese)

- 3 付秀丽,艾兴,万熠,等. 铝合金 7050 高温流变应力特征及本构方程[J]. 武汉理工大学学报, 2006, 28(12): 113~116. Fu Xiuli, Ai Xing, Wan Yi, et al. Flow stress characteristics and constitutive equation at high temperature for 7050 aluminum alloy [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2006, 28(12): 113~116. (in Chinese)
- 4 鲁世红,何宁.高应变速率下 Al-Mg-Sc 合金压缩变形的流变方程[J].中国有色金属学报,2008,18(5):897~902. Lu Shihong, He Ning. Constitutive equation of flow for Al-Mg-Sc alloy under high strain rate [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2008, 18(5): 897~902. (in Chinese)
- 5 赵寿根,何著,杨嘉陵,等.几种航空铝材动态力学性能实验[J].北京航空航天大学学报,2007,33(8):982~985. Zhao Shougen, He Zhu, Yang Jialing, et al. Experiment investigation of dynamic material property of aluminium alloy [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(8):982~985. (in Chinese)
- 6 杨奇彪,刘战强,曹成铭,等.高温合金高速切削锯齿形切屑应变与应变率研究[J].农业机械学报,2011,42(2): 225~228.

Yang Qibiao, Liu Zhanqiang, Cao Chengming, et al. Strain and strain rate of serrated chip generated by high speed cutting of superalloys[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(2):225 ~ 228. (in Chinese)

- 7 Bonder S R. Constitutive equations for dynamic material behavior in mechanical behavior of materials under dynamic loads [M]. New York: Springer-Verlag, 1968: 176 ~ 190.
- 8 Follansbee P S, Kocks U F. A constitutive description of the deformation of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an internal state variable [J]. Acta Metallurgica, 1988, 36(1): 81~93.
- 9 Zerilli F J, Armstrong R W. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations [J]. Journal of Applied Physics, 1987, 61(5): 1816~1825.
- 10 Johnson G R, Cook W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high rates and high temperatures [C]//Proc. of the 7th International Symposium on Ballistics, the Netherlands, the Hague, 1983: 541 ~ 547.
- 11 鲁世红,何宁. H13 淬硬钢高应变速率动态性能的实验与本构方程研究[J].中国机械工程,2008,19(19):2383~2385.

Lu Shihong, He Ning. Experimental investigation of the dynamic behavior of hardened steel in high strain rate and parameter fitting of constitutive equation [J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(19): 2 383 ~ 2 385. (in Chinese)

12 张京京,冯平法,吴志军,等.一种借助有限元传热仿真的刀尖点切削温度精确测量方法[J].工具技术,2010, 44(1):85~87.

Zhang Jingjing, Feng Pingfa, Wu Zhijun, et al. Method of precisely measuring tool nose temperature in machining with help of FEM heat transfer analysis [J]. Tool Engineering, 2010, 44(1):85 ~ 87. (in Chinese)

(上接第267页)

- 7 兰国生,张学良,丁红软,等. 基于分形理论的结合面改进接触模型[J]. 农业机械学报,2011,42(10):217~223,229.
 Lan Guosheng, Zhang Xueliang, Ding Hongqin, et al. Modified contact model of joint interfaces based on fractal theory[J].
 Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2011,42(10):217~223,229. (in Chinese)
- 8 杨红平,傅卫平,师彪,等.基于改进粒子群与神经网络的机械结合面法向刚度建模[J].农业机械学报,2011,42(3): 219~223,233.

Yang Hongping, Fu Weiping, Shi Biao, et al. Modeling of machined joints normal stiffness using modified PSO – BP neural network algorithm [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(3):219 ~ 223, 233. (in Chinese)

- 9 Mao Kuanmin, Li Bin, Wu Jun, et al. Stiffness influential factors-based dynamic modeling and its parameter identification method of fixed joints in machine tools[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2010,50(2):156~164.
- 10 Ahmadian H, Nourmohammadi M. Tool point dynamics prediction by a three-component model utilizing distributed joint interfaces [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2010, 50(11):998 ~ 1005.