

# 乏信息材料布氏硬度测量不确定度蒙特卡罗评定\*

黄松岭 葛乐矣 王中宇 赵伟

(清华大学电机工程与应用电子技术系, 北京 100084)

**【摘要】** 应用蒙特卡罗方法实现小样本材料布氏硬度测量不确定度的评定。依据测量误差源标定数据或布氏硬度测量结果两种数据处理途径,分析已知数据的概率分布特性,通过产生大样本量的随机数进行仿真,拓宽数据样本空间,进而分别依据不确定度合成和贝塞尔公式计算出乏信息材料布氏硬度测量不确定度。通过具体的测量实例验证了本方法的可行性。

**关键词:** 布氏硬度测量 不确定度 乏信息 蒙特卡罗方法

**中图分类号:** TB9; C8 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)09-0225-05

## Poor Information Material Brinell Hardness Measurement Uncertainty Evaluation Based on Monte Carlo Method

Huang Songling Ge Leyi Wang Zhongyu Zhao Wei

(Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

### Abstract

Based on poor Brinell hardness measurement information, a novel uncertainty evaluation method was described. According to analyzing the data of all error sources or the limited measurement results, characteristics of these data were gained. And then, by big sample random simulations, sample space of these data can be expanded. Finally, in terms of the Bessel formula and the uncertainty synthesis principle, poor information Brinell hardness measurement uncertainty can be evaluated rightfully. By a practical Brinell hardness measurement, the validity of proposed method was proved.

**Key words** Brinell hardness measurement, Uncertainty, Poor information, Monte Carlo method

### 引言

乏信息(贫信息),是指信息严重缺失,即只有小样本量的数据可以进行分析处理<sup>[1]</sup>。在信息科学与系统科学研究中,乏信息系统被描述为信息不完备的不确定性系统。不确定度是评价硬度测量结果的关键指标,对于实际的材料布氏硬度测量不确定度的评定,由于测得值序列的概率分布常常未知或很复杂,同时仅有小样本的测量数据可供参考和分析,这就属于乏信息问题<sup>[2]</sup>。对于这种测量数据很少且测量数据总体概率分布很复杂或未知的不确定度参数计算问题,属于乏信息数据处理问题,很难用经典的统计学方法解决<sup>[3]</sup>。而灰色系统方法、极

差法、最大残差法等常常被应用于这类乏信息测量数据处理问题<sup>[1,4~5]</sup>。GUM<sup>[6]</sup>可以评定材料硬度测量不确定度,即按照不确定度传播法则,分析布氏硬度机测量过程中各不确定度源信息(B类评定方法),并将其应用到不确定度合成计算中,从而得到布氏硬度机材料硬度测量不确定度<sup>[1]</sup>。这种基于GUM方法的评定常常需要大样本的测量数据并且可定量计算误差源之间相关关系,而这正是乏信息系统所不具备的条件。

蒙特卡罗方法亦称统计模拟方法,是以概率统计理论为基础的利用随机数进行数值模拟的一种方法<sup>[7]</sup>,国内外工程技术人员都有采用蒙特卡罗方法解决一系列工程技术问题的实例<sup>[8]</sup>。

收稿日期: 2010-08-23 修回日期: 2010-10-09

\* 中国博士后科学基金资助项目(023240008)

作者简介: 黄松岭,教授,主要从事电工新技术和无损检测研究, E-mail: huangsling@tsinghua.edu.cn

本文提出一种乏信息材料布氏硬度测量不确定度评定方法,其核心思想是应用蒙特卡罗方法,采用合适的随机数扩充现有的数据样本空间,然后再以大样本空间的测量数据处理问题来评定不确定度。

## 1 材料布氏硬度测量不确定度评定原理

### 1.1 材料布氏硬度测量原理

对于未经淬火的钢、铸铁、有色金属及质地较软的轴承合金等材料,可采用布氏硬度机测量硬度,即在一定试验条件下,经规定的试验力保持时间后卸除试验力,以试样压痕球形表面积的平均压力来表示金属的硬度值,原理如图1所示<sup>[9~10]</sup>。

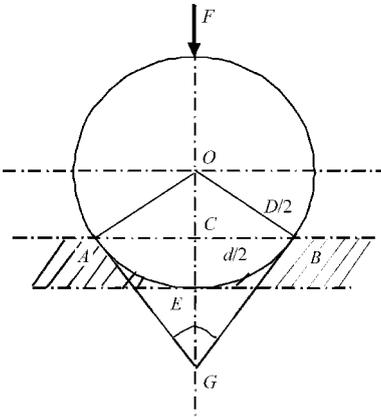


图1 布氏硬度测量原理

Fig.1 Principle of ideal Brinell hardness measurement

以  $H$  表示布氏测得值,即

$$H = \frac{0.204F}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad (1)$$

式中  $F$ ——试验力  $d$ ——压痕直径  
 $\phi$ ——压入角  $D$ ——钢球直径

如果以  $H_0$  表示布氏硬度真值,则布氏硬度试验测量结果误差为

$$\Delta H = H - H_0 \quad (2)$$

### 1.2 布氏硬度测量误差分析

布氏硬度测量误差分析就是确定各种因素对硬度测量结果的影响。实际硬度测量中,由于各种原因,压痕直径测量不可能绝对精确,试验力、钢球以及试样等因素与标准试验条件也不可能完全一致,因此给布氏硬度测量结果带来误差。误差源分析如表1所示<sup>[11~20]</sup>。

(1) 压痕直径测量引起的硬度测量误差  $e_1$

令  $F$ 、 $D$  等为常量,对式(1)中  $d$  微分可得

$$\Delta_d H \approx \alpha_1 \bar{H} \Delta d \quad (3)$$

其中 
$$\alpha_1 = -\frac{1 + \sin \frac{\phi}{2}}{d \sin \frac{\phi}{2}} \bar{H}$$

式中  $\Delta_d H$ ——压痕直径测量不精确引起的硬度测量误差  $e_1$  的实际大小

$\Delta d$ ——压痕直径测量误差

$\alpha_1$ ——灵敏度系数  $\bar{H}$ ——布氏硬度估计值

表1 布氏硬度测量误差源分析

Tab.1 Error analysis of Brinell hardness measurement for material

序号	误差源	大小	名称	决定因素		
				灵敏度系数	概率分布区间	概率分布类型
1	$e_1$	$\Delta_d H$	$\Delta d$	$\alpha_1$	$(\Delta d_{\min}, \Delta d_{\max})$	均匀
2	$e_2$	$\Delta_F H$	$\Delta F$	$\alpha_2$	$(\Delta F_{\min}, \Delta F_{\max})$	正态
3	$e_3$	$\Delta_D H$	$\Delta D$	$\alpha_3$	$(\Delta D_{\min}, \Delta D_{\max})$	正态
4	$e_4$	$\Delta_T H$	$\Delta T$	$\alpha_4$	$(\Delta T_{\min}, \Delta T_{\max})$	均匀

压痕直径测量误差主要由直径测量重复性误差、测量显微镜示值误差和测量人员彼此差异引起。

(2) 试验力偏离标准值引起的测量误差  $e_2$

令  $d$ 、 $D$  等为常量,对式(1)中  $F$  微分可得

$$\Delta_F H \approx \alpha_2 \bar{H} \Delta F \quad (4)$$

其中 
$$\alpha_2 = -\frac{1 + \sin \frac{\phi}{2}}{n F \sin \frac{\phi}{2}} \bar{H}$$

式中  $\Delta_F H$ ——试验力偏离标准值引起的硬度测量误差  $e_2$  的实际大小

$n$ ——梅涅耳指数  $\alpha_2$ ——灵敏度系数

$\Delta F$ ——试验力加载误差

(3) 钢球直径偏离标准值引起的硬度测量误差  $e_3$

令  $d$ 、 $F$  等为常量,对式(1)中  $D$  微分可得

$$\Delta_D H \approx \alpha_3 \bar{H} \Delta D \quad (5)$$

其中 
$$\alpha_3 = -\left(1 - \frac{2}{n}\right) \frac{1 + \sin \frac{\phi}{2}}{D \sin \frac{\phi}{2}} \bar{H}$$

式中  $\Delta_D H$ ——钢球直径偏离标准值引起的硬度测量误差  $e_3$  的实际大小

$\Delta D$ ——钢球直径测量误差

$\alpha_3$ ——灵敏度系数

(4) 试样温度偏离标准值引起的硬度测量误差  $e_4$

随着试样温度的升高,布氏硬度值降低,反之升高。根据公式

$$H^T = H^0 + K_T H^0 (T - 20) \quad (6)$$

式中  $H^0$ ——试样温度 20℃ 时的布氏硬度值

$H^T$ ——试样实际温度  $T$  时的布氏硬度值

其中温度系数  $K_T$  约为  $-0.052\%/^{\circ}\text{C}$ 。

则 
$$\Delta_T H = \alpha_4 \Delta T \quad (7)$$

其中  $\alpha_4 = -0.00052H^0$

式中  $\Delta_T H$ ——试样温度偏离标准值引起的硬度测量误差  $e_4$  的实际大小

$\Delta T$ ——试样温度的偏差

$\alpha_4$ ——灵敏度系数

### 1.3 材料布氏硬度测量不确定度评定原理

#### 1.3.1 依据误差源标定数据进行评定

依据误差源标定数据,进行基于蒙特卡罗方法的材料硬度测量不确定度评定,原理如图2所示。

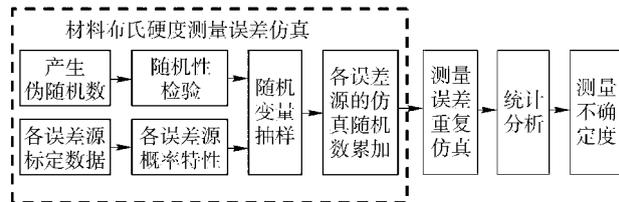


图2 基于蒙特卡罗方法材料布氏硬度测量不确定度原理(依据误差源标定数据)

Fig.2 Uncertainty evaluation principle by using error sources calibration data

根据蒙特卡罗方法,由随机数发生器产生区间  $[0,1]$  内服从均匀分布的且通过必需检验的伪随机数;根据材料布氏硬度测量过程中各误差源决定因素的概率分布信息(分布区间、分布类型),分别对所有决定因素在它们的概率分布区间里进行随机变量抽样,产生随机数  $\Delta x_{di}, \Delta x_{Fi}, \Delta x_{Di}, \Delta x_{Ti} (i = 1, 2, \dots, m)$ ;仿真所有的误差源,即将这一系列伪随机数分别乘以它们的灵敏度系数  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ ;将全部误差源的仿真数据累加,得到单次硬度测量总误差  $y_i$ ;执行  $m$  次的模拟试验,获得了  $m$  个输出累加数据,即  $m$  个硬度测量总误差,进行统计分析,这一系列总误差的标准差则代表了材料布氏硬度测量标准不确定度。基于蒙特卡罗仿真方法的材料布氏硬度测量不确定度评定的精度依赖于性能良好的随机数发生器。

#### 1.3.2 依据测量结果进行评定

依据测量结果,进行基于蒙特卡罗方法的材料硬度测量不确定度评定,原理如图3所示。

同样根据蒙特卡罗方法产生区间  $[0,1]$  内服从

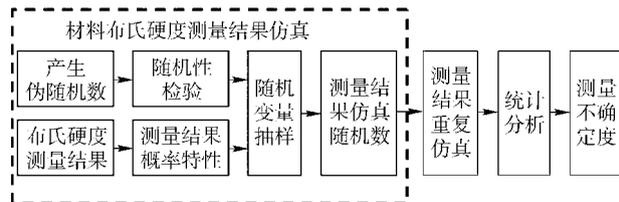


图3 基于蒙特卡罗方法材料布氏硬度测量不确定度原理(依据测量结果)

Fig.3 Uncertainty evaluation principle by using Brinell hardness measurement results

均匀分布的且通过必需随机性检验的伪随机数;再根据小样本量材料布氏硬度测量结果,确定它们的概率分布信息(分布区间、分布类型),在此概率分布区间里进行随机变量抽样,产生随机数仿真材料硬度测量结果,执行  $m$  次的蒙特卡罗仿真,获得了  $m$  个测量结果仿真数据,进行统计分析,所得标准差则代表了材料硬度测量标准不确定度。

#### 1.3.3 测量不确定度评定程序

布氏硬度测量不确定度评定程序如图4所示,可进行上述两类不确定度评定。

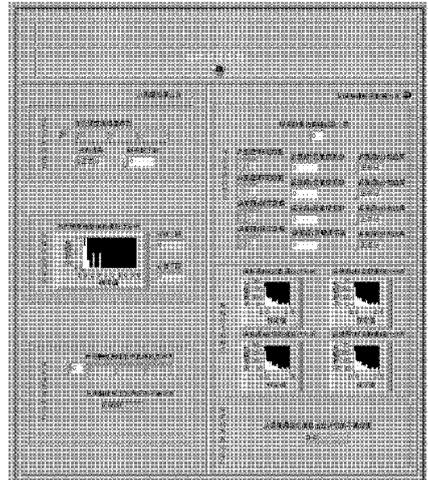


图4 乏信息材料布氏硬度测量不确定度的评定软件界面

Fig.4 Front panel of uncertainty evaluation software

## 2 实例分析

用布氏硬度试验机对发动机某部件进行硬度测量,布氏硬度测量试验力为  $F = 29421\text{ N}$ ,压头使用不锈钢0Cr18Ni9,钢球压头直径为  $10\text{ mm}$ ,钢球球体公差要求为  $\pm 0.005\text{ mm}$ ,用最小刻度为  $0.01\text{ mm}$  的读数显微镜进行压痕直径测量,压入角  $\phi = 136^\circ$ ,取梅涅耳指数  $n = 2.1$ 。压痕直径误差标定数据和钢球直径误差标定数据如图5所示;小样本布氏硬度测量结果、试验力误差标定数据和试样温度测量误差标定数据如表2所示。

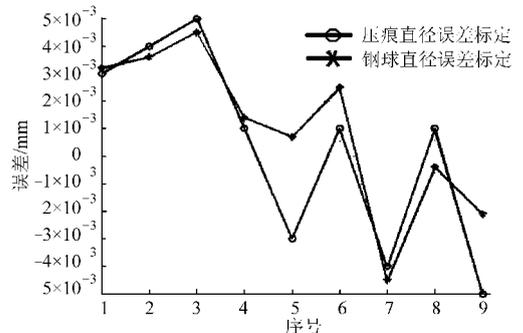


图5 压痕直径误差标定和钢球直径误差标定结果

Fig.5 Calibration data of indentation diameter measurement error and indenter diameter error

表2 布氏硬度测量误差源分析

Tab.2 Brinell hardness measurement results, calibration data of the force load error and sample temperature error

	序号									区间分析
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
测得值/HBS (5 mm/7 355.25 N)	200	201	202	199	199	200	198	200	199	[198,202]
$\Delta F/N$	21.324	29.421	18.534	2.568	-29.421	4.695	-12.368	-6.359	7.562	[-29.421,29.421]
$\Delta T/^\circ\text{C}$	20.05	21.54	19.98	19.96	20.13	21.56	20.68	22.13	22.01	[19.96,22.13]

## 2.1 依据误差源标定数据进行评定

### (1) 压痕直径测量误差仿真

根据蒙特卡罗方法,首先按乘同余法产生 $[-1,1]$ 区间内的均匀分布伪随机数 $\xi_i (i=1,2,\dots,m)$ ,并对它们进行随机性检验。对 $\xi_i$ 进行随机变量抽样,产生在区间 $[-0.0045, 0.0045]$ 范围内均匀分布随机数,乘以灵敏度系数 $\alpha_1$ ,用以仿真压痕直径测量引起的布氏硬度误差。

### (2) 试验力偏离引起的误差仿真

由表2知, $\Delta F_{\min} = -29.421 \text{ N}$ ,  $\Delta F_{\max} = 29.421 \text{ N}$ 。

灵敏度系数为 $\alpha_2 \approx -\frac{1}{29.421} \bar{H}$ 。同理产生伪随机数,并乘以灵敏度系数 $\alpha_2$ ,用以仿真试验力偏离标准值引起的布氏硬度误差。

### (3) 钢球直径偏离引起的误差仿真

由图5知, $\Delta D_{\min} \approx -0.004 \text{ mm}$ ,  $\Delta D_{\max} \approx 0.004 \text{ mm}$ 。

灵敏度系数为 $\alpha_3 \approx -\frac{1}{100} \bar{H}$ 。产生伪随机数,并乘以灵敏度系数 $\alpha_3$ ,用以仿真钢球直径偏离标准值引起的布氏硬度误差。

### (4) 试样温度偏离引起的误差仿真

根据试样温度重复标定数据, $\Delta T_{\min} = 19.96^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T_{\max} = 22.13^\circ\text{C}$ 。同理产生伪随机数,并乘以灵敏度系数 $\alpha_4 = -0.00052 \bar{H}$ ,用以仿真温度偏离标准值引起的布氏硬度误差。

### (5) 布氏硬度测量不确定度评定

综合前四步的仿真结果,进行累加。依此重复进行大量的蒙特卡罗仿真,获得大样本的布氏硬度测量误差序列。统计分析计算标准差后获得布氏硬度测量不确定度。

## 2.2 依据测量结果进行评定

根据蒙特卡罗方法,首先按乘同余法产生

$[-1,1]$ 区间内的均匀分布伪随机数 $\xi_i (i=1,2,\dots,m)$ ,并对它们进行随机性检验。进行随机变量抽样,产生在区间 $[198,202]$ 范围内大样本量的随机数,用以仿真布氏硬度测量结果。统计分析计算标准差后获得布氏硬度测量不确定度。

使用1.3.3节的程序,可获得本文方法的不确定度评定结果,另外笔者采用了其他有效传统方法如灰色系统方法、极差法、最大残差法进行小样本测量数据不确定度的评定,如表3所示。可见本文提出的按两种途径进行的评定方法都能很好地进行材料布氏硬度测量不确定度的正确评定,并在一定程度上优于极差法和最大残差法。

表3 布氏硬度测量不确定度评定结果比较

Tab.3 Uncertainty evaluation comparison

评定方法	灰色系统方法	极差法	最大残差法	本文方法	
				依据误差源标定数据	依据测量结果数据
不确定度/HBS	1.202	1.347	1.310	1.225	1.287

## 3 结论

(1) 依据小样本的测量误差源标定数据,分析它们的概率分布特征,产生相应大样本量的伪随机数进行仿真,拓宽了数据样本空间,进而依据不确定度合成法则实现评定。

(2) 依据小样本的布氏硬度测量结果,分析测量结果的概率分布特性,并采用蒙特卡罗方法实现仿真扩充测量结果样本,最后通过贝塞尔公式计算标准差获得乏信息布氏硬度测量不确定度。

(3) 通过大量测量试验和数据处理表明,采用本文方法可实现较精确的乏信息材料布氏测量不确定度评定。

## 参 考 文 献

- 费业泰. 动态测量误差修正原理与技术[M]. 北京:中国计量出版社, 2001.
- Wang Zhongyu. Estimation of non-statistical uncertainty in precision measurement using grey system theory [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2003, 22(3): 271~277.
- Wang Zhongyu, Ge Leyi. Novel method of evaluating dynamic repeated measurement uncertainty[J]. Journal of Testing and

- Evaluation, 2008, 36(5): 101 742 ~ 101 749.
- 4 王中宇, 张海滨, 刘智敏. 测量不确定度最大残差系数的一种新算法[J]. 计量学报, 2006, 27(3): 201 ~ 205.  
Wang Zhongyu, Zhang Haibin, Liu Zhimin. A novel method for calculating the coefficient of maximum residual in measurement uncertainty[J]. Acta Metrologica Sinica, 2006, 27(3): 201 ~ 205. (in Chinese)
  - 5 刘智敏. 测量不确定度的应用[J]. 宇航计测技术, 1997, 16(5): 17 ~ 23.  
Liu Zhimin. Application of measurement uncertainty[J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 1997, 16(5): 17 ~ 23. (in Chinese)
  - 6 BIPM-IEC-IFCC-ISO-IUPAC-IUPAP-OIML. Guide to expression of uncertainty in measurement [S]. ISO, 1995.
  - 7 Ghiani E. Evaluation of uncertainty in measurements based on digitized data[J]. Meas, 2002, 32(4): 265 ~ 272.
  - 8 Locci N. A numerical approach to the evaluation of uncertainty in nonconventional measurements on power systems [C] // IMTC/2001 Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, Hungary Budapest: IEEE Press, 2001: 698 ~ 703.
  - 9 ISO/TR 10108 Steel-conversion of hardness values to tensile strength values [S]. ISO, 1989.
  - 10 GB/T 1172—1999 黑色金属硬度及强度换算值[S].  
GB/T 1172—1999 Black steel hardness and tensile strength [S]. (in Chinese)
  - 11 Rosenberger M R. Modeling the micro-indentation of metal matrix composites [J]. Mater. Sci. Engin. : A, 2007, 463(2): 275 ~ 283.
  - 12 Burcher M R. A system for simultaneously measuring contact force, ultrasound, and position information for use in force-based correction of freehand scanning[J]. IEEE Trans. Ultr., Ferr. Freq. Cont., 2005, 52(8): 1 330 ~ 1 342.
  - 13 Otero J, Saiz A, Brufau J, et al. Reduced dimensions autonomous AFM system for working in microbiorobotics [C] // The First IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, 2006: 1 200 ~ 1 205.
  - 14 Hu T, Desai J P. Soft-tissue material properties under large deformation: strain rate effect [C] // Proceedings of the 26th Annual International Conference of the IEEE EMBS, 2004: 2 758 ~ 2 761.
  - 15 Albrecht. Interface reactions in microelectronic solder joints and associated intermetallic compounds: an investigation of their mechanical properties using nanoindentation [C] // Proceedings of the 5th Conf. on EPT, 2003: 726 ~ 731.
  - 16 Janosec M, Schindler I, Vodarek V. Microstructure and mechanical properties of cold rolled, annealed HSLA strip steels [J]. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2007, 7(2): 29 ~ 38.
  - 17 Wang Zhongyu. Novel uncertainty-evaluation method of virtual instrument small sample size [J]. Journal of Testing and Evaluation, 2008, 36(3): 101 454 ~ 101 461.
  - 18 Konrad Herrmann, Thomas Polzin. New guidelines to the determination of the uncertainty of hardness measurements [J]. tm-Technisches Messen, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2005, 72(5): 325 ~ 333.
  - 19 Roberts S M, Kusiak J, Withers D J, et al. Numerical prediction of the development of particle stress in the forging of aluminum metal matrix composites [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1996, 60(1 ~ 4): 711 ~ 718.
  - 20 Sonmez Fazil O, Demir Ahmet. Analytical relations between hardness and strain for cold formed parts [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2007, 186(1 ~ 3): 163 ~ 173.