

# 不同入渗水头条件下土壤水分运动数值模拟\*

王锐 孙西欢 郭向红 马娟娟

(太原理工大学水利科学与工程学院, 太原 030024)

**【摘要】** 在分析入渗水头对土壤水分入渗影响的基础上,提出了分层计算假定,建立了不同入渗水头作用下土壤水分运动数学模型,并采用差分法进行求解。在室内进行了不同入渗水头土壤水分入渗验证试验,结果表明,模型计算土壤含水率与试验实测值具有较高一致性,最大相对误差为4.8%,表明所建立的不同入渗水头作用下土壤水分运动数学模型是正确的,求解方法是可行的。

**关键词:** 入渗水头 土壤水分运动 数值模拟

**中图分类号:** S152.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)09-0045-05

## Numerical Simulation for Soil Water Movement at Different Infiltration Heads

Wang Rui Sun Xihuan Guo Xianghong Ma Juanjuan

(College of Water Resource Science and Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

### Abstract

Based on the effect of infiltration head on soil water movement, the assumption of layered calculation was put forward. The model of soil water movement at different infiltration heads was established, and the finite difference method was used to solve it. A series of soil column infiltration experiments at different infiltration heads were conducted to verify the model. The computational soil water contents derived from the model was in accordance with the experimental results, the maximum relative error was 4.8%. It indicates that the mathematic model of soil water movement at different infiltration heads is correct and solving of the model with the finite difference method is feasible.

**Key words** Infiltration head, Soil water movement, Numerical simulation

### 引言

积水入渗是最常见的一种土壤水分入渗形式。影响积水入渗的因素很多,如土壤容积密度、土壤质地、土壤含盐量、入渗水头等。其中入渗水头特别是大入渗水头是影响积水入渗的主要因素之一。目前,针对入渗水头对积水入渗的影响已进行大量研究<sup>[1-4]</sup>,这些研究主要从试验的角度分析了入渗水头对入渗参数的影响,为了更方便地将入渗水头对积水入渗的影响推广应用,建立不同入渗水头条件

下土壤水分运动数学模型,采用数值模拟的方法研究不同入渗水头作用下土壤水分运动是十分必要的。目前,土壤水分运动数值模拟的方法主要有两类,即有限单元法和有限差分法<sup>[5]</sup>,其中有限差分法的原理及方法相对简单,在土壤水分运动计算中较为通用。对土壤水分运动的数值模拟,国内外许多学者作了大量的研究<sup>[6-13]</sup>,然而对不同入渗水头条件下土壤水分运动目前还未见报道。本文根据这一情况,设计不同入渗水头垂直土柱入渗试验,建立数学模型并求解,旨在为研究不同水头作用下土壤

收稿日期: 2010-08-16 修回日期: 2010-11-29

\* 国家自然科学基金资助项目(50979065)、山西省科技攻关资助项目(2007031069)、山西省高等学校优秀青年学术带头人支持计划资助项目和太原市大学生创新创业项目(100115109)

作者简介: 王锐,讲师,博士生,主要从事土壤水动力学研究,E-mail: wangrui800505@163.com

通讯作者: 孙西欢,教授,博士生导师,主要从事节水灌溉以及土壤水动力学研究,E-mail: sunxihuan@tyut.edu.cn

水分运动提供新方法。

## 1 数学模型

### 1.1 控制方程

在考虑土壤均质且各向同性,入渗水流为连续介质且不可压缩,在土壤水分运动过程中,土壤骨架不变形的情况下,一维垂向土壤水分运动基本方程为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K(h) \frac{\partial h}{\partial z} \right) + \frac{\partial K(h)}{\partial z} \quad (1)$$

式中  $h$ ——负压水头, cm

$\theta$ ——土壤体积含水率,  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$

$K(h)$ ——非饱和导水率,  $\text{cm}/\text{min}$

$z$ ——空间坐标, cm  $t$ ——时间, min

### 1.2 定解条件

初始条件

$$\begin{cases} h_0 = h_{st} \\ t = 0 \\ 0 \leq z \leq L \end{cases} \quad (2)$$

式中  $h_0$ ——土壤的初始负压水头, cm

$h_{st}$ ——土壤初始含水率  $\theta_0$  对应负压水头, cm

$L$ ——最大计算深度, cm

上边界条件

$$\begin{cases} h = h_i \\ z = 0 \\ t > 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中  $h_i$ ——入渗界面上的作用水头, cm

下边界条件

$$\begin{cases} h = h_{st} \\ z = L \\ t > 0 \end{cases} \quad (4)$$

$L$  理论上为无穷远,而在实际计算中其确定的原则为全部计算过程中下边界以上的一定范围内的含水率无变化,  $L$  取 100 cm。

## 2 方程求解

### 2.1 基本方程的离散

将式(1)用隐式差分格式进行离散,差分方程为

$$\frac{\theta_i^{j+1,k+1} - \theta_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta z} \left( K_{i+\frac{1}{2}}^{j+1,k} \frac{h_{i+1}^{j+1,k+1} - h_i^{j+1,k+1}}{\Delta z_i} - K_{i-\frac{1}{2}}^{j+1,k} \frac{h_i^{j+1,k+1} - h_{i-1}^{j+1,k+1}}{\Delta z_{i-1}} \right) + \frac{K_{i+\frac{1}{2}}^{j+1,k} - K_{i-\frac{1}{2}}^{j+1,k}}{\Delta z} \quad (5)$$

其中  $\Delta t = t^{j+1} - t^j$   $\Delta z = \frac{z_{i+1} - z_{i-1}}{2}$

$\Delta z_i = z_{i+1} - z_i$   $\Delta z_{i-1} = z_i - z_{i-1}$

$$K_{i+\frac{1}{2}}^{j+1,k} = \frac{K_{i+1}^{j+1,k} + K_i^{j+1,k}}{2}$$

$$K_{i-\frac{1}{2}}^{j+1,k} = \frac{K_i^{j+1,k} + K_{i-1}^{j+1,k}}{2}$$

式中  $i$ ——距离节点编号

$j$ ——时间节点编号

$j, j+1$ ——前一计算时刻和当前计算时刻

$k$ ——在某一时刻,计算的迭代次数

对式(5)左端项采用 Celia 等<sup>[12]</sup>提出的质量守恒方法进行处理,即

$$\frac{\theta_i^{j+1,k+1} - \theta_i^{j,k+1}}{\Delta t} = C_{i+1,k}^{j+1,k} \frac{h_i^{j+1,k+1} - h_i^{j+1,k}}{\Delta t} + \frac{\theta_i^{j+1,k} - \theta_i^j}{\Delta t} \quad (6)$$

式中  $C$ ——节点的土壤比水容量,  $\text{cm}^{-1}$

将式(6)代入式(5),整理化简得

$$a_i h_{i-1}^{j+1,k+1} + b_i h_i^{j+1,k+1} + c_i h_{i+1}^{j+1,k+1} = d_i \quad (i=2,3,\dots,n-1) \quad (7)$$

其中  $a_i = -\frac{K_i^{j+1,k} + K_{i-1}^{j+1,k}}{2\Delta z_{i-1}}$

$$b_i = \frac{K_i^{j+1,k} + K_{i+1}^{j+1,k}}{2\Delta z_i} + \frac{K_{i-1}^{j+1,k} + K_i^{j+1,k}}{2\Delta z_{i-1}} + \frac{\Delta z}{\Delta t} C_i^{j+1,k}$$

$$c_i = -\frac{K_i^{j+1,k} + K_{i+1}^{j+1,k}}{2\Delta z_i}$$

$$d_i = \frac{\Delta z}{\Delta t} C_i^{j+1,k} h_i^{j+1,k} - \frac{\Delta z}{\Delta t} (\theta_i^{j+1,k} - \theta_i^j) + \frac{K_{i+1}^{j+1,k} - K_{i-1}^{j+1,k}}{2}$$

### 2.2 边界条件的处理

上边界为第一类边界条件,这样上边界的第一内节点( $i=1$ )的差分方程式(7)为

$$\begin{cases} b_1 h_1^{j+1,k+1} + c_1 h_2^{j+1,k+1} = d_1 \\ b_1 = 1 \\ c_1 = 0 \\ d_1 = h_i \end{cases} \quad (8)$$

下边界为第一类边界条件,因此  $i=n$  时,差分方程式(7)为

$$\begin{cases} a_n h_{n-1}^{j+1,k+1} + b_n h_n^{j+1,k+1} = d_n \\ a_n = 0 \\ b_n = 1 \\ d_n = h_{st} \end{cases} \quad (9)$$

### 2.3 入渗水头对土壤水分入渗影响的机理分析与模拟

根据文献[1~2,4]研究可知,入渗水头对土壤水分入渗的影响主要表现在两个方面:一方面,随着入渗水头的增大入渗界面的压力势增大,入渗速率也随之增大;另一方面,随着入渗水头的增大,土壤入渗界面承受的压力增大,从而导致入渗界面土壤结构发生变化,土壤表层孔隙变小,土壤容积密度变

大,饱和导水率减小,入渗速率减小。不同入渗水头作用下入渗速率的大小取决于入渗界面的压力势和表层土壤结构的改变,视哪一项影响大而定。因此,要模拟不同入渗水头作用下土壤水分运动,就需要所建模型能全部反映入渗水头对入渗的两种影响。对于入渗界面上压力势对土壤水分运动的影响,可通过模型上边界条件反映。即上边界条件式(3)中,由  $h_i$  取不同数值反映。

由于入渗水头增大,土壤入渗界面承受的压力增大,从而导致入渗界面土壤结构发生变化,土壤表层孔隙变小,容积密度变大,饱和导水率减小。表层土壤结构的变化实质上原来均质土改变为层状土,因此土壤结构的变化可通过层状土反映。马娟娟<sup>[15]</sup>研究表明在表层 0~0.5 cm 范围内的土壤孔隙度最小,容积密度变大,因此可将计算土体分为 0~0.5 cm 和 0.5~100 cm 两层来计算土壤水分运动。

### 3 试验验证与分析

#### 3.1 试验材料与方法

试验的土样为山西省太谷县三台村梨园的扰动黄土。土壤经风干、碾碎、过筛(2 mm)后备用。土壤质地为砂壤土,饱和体积含水率为 0.468,风干土壤初始体积含水率  $\theta_0$  为 0.028 cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>。

不同入渗水头作用下土壤水分入渗试验装置如图 1 所示。试验装置主要设备有自制的土筒及自动供水装置——马里奥特筒。试验土筒为内径 14 cm、高 50 cm 的有机玻璃圆筒,其边侧开有供水口。试验时将土壤按试验要求的干容积密度分层称量装入土筒,装土至供水口以下 1 cm 处。为了提高入渗量的测量精度,在土筒密封盖上连接一内径为 2 cm 的有机玻璃细管,即水位观测管,这样可将入渗量的计算精度提高 49 倍。土壤含水率采用  $\gamma$  射线仪实时在线测定。试验以入渗水头为控制因素,将入渗水头分为:10、30、50 cm,并对每个入渗水头作用下的土壤水分入渗试验至少做 3 次。试验历时 100 min。

土壤水分特征曲线采用负压计法测定,土壤水动力学参数用 van Genuchten<sup>[16]</sup>模型表示

$$\theta(h) = \begin{cases} \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha h|)^m} & (h < 0) \\ \theta_s & (h \geq 0) \end{cases} \quad (10)$$

$$K(h) = \begin{cases} K_s S_e^{1/2} (1 - S_e^{1/m})^2 & (h < 0) \\ K_s & (h \geq 0) \end{cases} \quad (11)$$

其中  $S_e = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$   
式中  $\theta_r$ 、 $\theta_s$ ——土壤残余含水率和饱和含水率

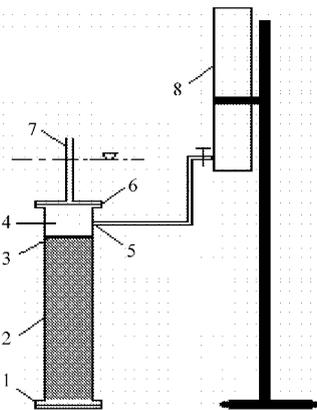


图1 一维垂直入渗试验装置示意图

Fig. 1 Equipment drawing of verticality column experiment

1. 法兰式透气底板 2. 土体 3. 滤纸 4. 水室 5. 进水口  
6. 法兰式密封盖 7. 水位观测管 8. 马氏筒

$K_s$ ——土壤饱和导水率

$\alpha$ 、 $n$ 、 $m$ ——经验参数

为了减少未知变量的个数,常采用简化关系  $m = 1 - 1/n$  ( $n > 1$ )。  $\theta_r$ 、 $\alpha$ 、 $n$  采用混合遗传算法拟合<sup>[17]</sup>求得,分别为 0.018、0.009 39、1.603 2。

从前文分析可知,模拟不同入渗水头作用下土壤水分运动的关键是将均质土体视作层状土处理,然而,表层土壤容积密度变大的密实层非常薄,其土壤水分运动参数不容易采用试验方法测定。考虑层状土的土壤质地一致,仅容积密度发生变化,并且在不同入渗水头入渗过程中,表层土处于饱和状态。因此,本文假定表层密实层的土壤水分特征曲线方程式(10)的参数与底层参数一致,仅非饱和导水率方程式(11)中的饱和导水率发生变化,即饱和导水率  $K_s$  为不同入渗水头作用下对应的饱和导水率。其余土层土壤水分运动参数方程中的饱和导水率采用压力水头为 5 cm 下的饱和导水率。不同入渗水头作用下的饱和导水率采用南京土壤仪器厂有限公司生产的 TST-55A 型渗透仪,按常水头方法测定土壤饱和导水率(试验中水头分别控制为 5、10、30、50 cm),供水装置采用马里奥特筒,量水装置采用碱式滴定管(精确到 0.1 mL)。入渗水头为 5、10、30、50 cm 的土壤饱和导水率分别为 0.005 9、0.005 8、0.005 3、0.004 7 cm/min。

#### 3.2 试验结果与对比分析

##### 3.2.1 含水率对比分析

图 2 为在入渗水头分别为 10、30、50 cm 条件下入渗 100 min 时土壤含水率对比图。由图 2 可知,模型计算含水率与试验实测含水率之间有较好的一致性,最大相对误差为 4.8%,这说明数值模拟具有较高的精度,建立的不同入渗水头条件下土壤水分运动数学模型具有良好的模拟计算性能。

### 3.2.2 湿润锋对比分析

图3为模型计算湿润锋与试验实测湿润锋推进距离对比图,由图3可知,入渗水头分别为10、30、

50 cm条件下模型计算湿润锋推进距离与试验实测值吻合较好,这说明所建立的不同入渗水头作用下土壤水分运动模型是正确的。

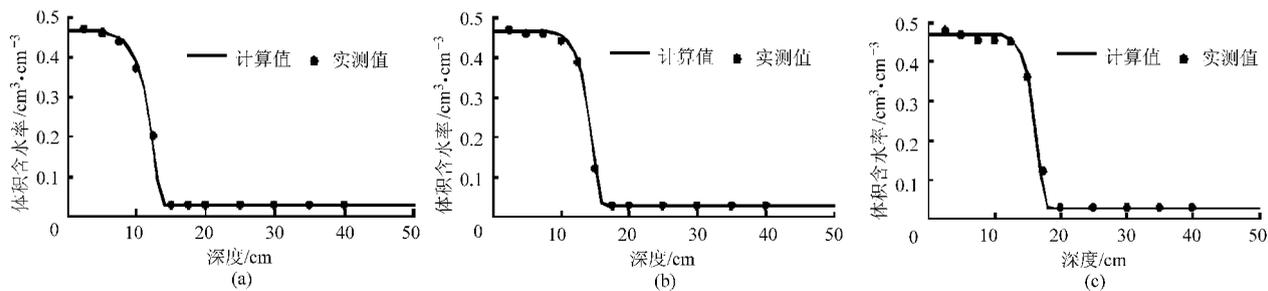


图2 100 min时土壤含水率对比

Fig. 2 Comparison of moisture contents at different time

(a) 入渗水头 10 cm (b) 入渗水头 30 cm (c) 入渗水头 50 cm

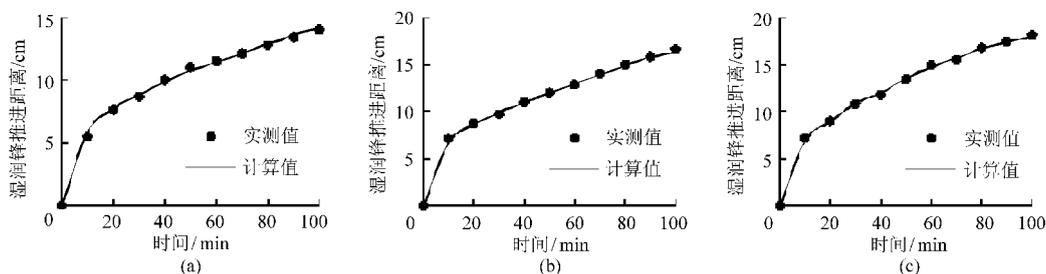


图3 湿润锋推进距离对比

Fig. 3 Comparison of wetting fronts at different time

(a) 入渗水头 10 cm (b) 入渗水头 30 cm (c) 入渗水头 50 cm

### 3.2.3 入渗水头对土壤水分运动影响分析

图4为入渗水头对湿润锋推进距离影响对比。图中考虑压力势增大和表层容积密度减小的情况为本文所建模型计算在入渗100 min时湿润锋的推进距离;仅考虑压力势增大的情况为考虑入渗水头增大作用于入渗界面上压力势增大,但没有考虑入渗水头对土壤入渗界面的压实作用条件下,入渗100 min时湿润锋的推进距离;不考虑入渗水头影响的情况为在计算过程中既不考虑入渗水头增大压力势,也不考虑土壤入渗界面的压实作用。由图可知,

在入渗水头10 cm时,3种情况下的湿润锋计算值相差不大,即在入渗水头比较小时入渗水头对土壤水分运动影响较小;在入渗水头30 cm和50 cm时,3种条件下的湿润锋计算值相差较大,其中在入渗水头30 cm和50 cm时,不考虑入渗水头影响的湿润锋比本文所建模型分别小16%和23%,仅考虑压力势增大的湿润锋比本文所建模型分别大3%和5%。由此可见,本文所建立的模型能正确反映入渗水头对入渗的影响,模型可以用于不同入渗水头作用下土壤水分运动。

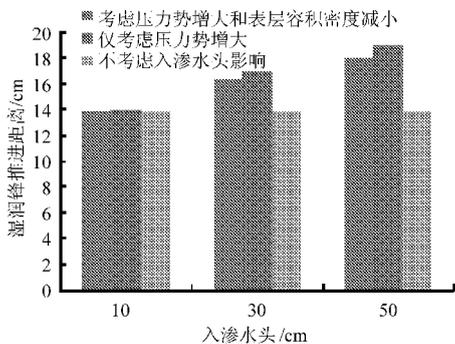


图4 入渗水头对湿润锋推进距离影响对比

Fig. 4 Comparison of wetting fronts at different infiltration heads

## 4 结束语

针对入渗水头对入渗的影响,提出了分层计算的假定,并在此基础上建立不同入渗水头作用下土壤水分运动模型,采用差分法进行数值求解,并在室内进行了入渗水头为10、30、50 cm的验证试验,结果表明本文建立的不同入渗水头作用下土壤含水率和湿润锋的模型计算值和实测值吻合较好,模型计算含水率与实测含水率之间的最大相对误差为4.8%,说明所建模型是正确的,求解方法是可行的,模型可以用于不同入渗水头作用下土壤水分运动。

## 参 考 文 献

- 1 马娟娟,孙西欢,李占斌. 入渗水头对土壤入渗参数的影响[J]. 灌溉排水学报,2004,23(5):53~55.  
Ma Juanjuan, Sun Xihuan, Li Zhanbin. Effect on soil infiltration parameters of infiltration head [J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2004, 23(5): 53~55. (in Chinese)
- 2 马娟娟,孙西欢,李占斌. 蓄水坑灌条件下变水头作用的垂直一维土壤入渗参数试验研究[J]. 农业工程学报,2005,21(增刊):89~91.  
Ma Juanjuan, Sun Xihuan, Li Zhanbin. Experiment on vertical one-dimensional infiltration parameters under different head conditions [J]. Transactions of the CSAE, 2005, 21(Supp.): 89~91. (in Chinese)
- 3 郭向红,孙西欢,马娟娟,等. 不同入渗水头条件下的 Green-Ampt 模型[J]. 农业工程学报,2010,26(3):64~68.  
Guo Xianghong, Sun Xihuan, Ma Juanjuan, et al. Green-Ampt model of different infiltration heads [J]. Transactions of the CSAE, 2010, 26(3): 64~68. (in Chinese)
- 4 毕远杰. 蓄水坑灌条件下土壤饱和导水率的试验研究[D]. 太原:太原理工大学,2006:15~29.  
Bi Yuanjie. The experimental investigation of saturated hydraulic conductivity on the condition of water storage pit irrigation [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2006: 15~29. (in Chinese)
- 5 雷志栋,杨诗秀,谢森传. 土壤水动力学[M]. 北京:清华大学出版社,1988:276.
- 6 Elmaloglou S, Malamos N. A method to estimate soil-water movement under a trickle surface line source, with water extraction by roots [J]. Irrigation and Drainage, 2003, 52(3): 273~284.
- 7 Mmolawa K, Or D. Experimental and numerical evaluation of analytical volume balance model for soil water dynamics under drip irrigation [J]. Soil Science Society of America Journal, 2003, 67(6): 1657~1671.
- 8 康银红,马孝义,李娟,等. 黄土高原重力式地下滴灌水分运动模型与分区参数研究[J]. 农业机械学报,2008,39(3):90~95.
- 9 陆垂裕,裴源生. 适应复杂上表面边界条件的一维土壤水运动数值模拟[J]. 水利学报,2007,38(2):136~142.  
Lu Chuiyu, Pei Yuansheng. Simulation of 1-D vertical movement of soil adapting complicated upper surface boundary conditions [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007, 38(2): 136~142. (in Chinese)
- 10 郭向红,孙西欢,马娟娟. 蓄水坑灌单坑土壤水分运动有限元模拟[J]. 农业工程学报,2007,23(10):1~5.  
Guo Xianghong, Sun Xihuan, Ma Juanjuan. Finite element method for single pit soil water movement simulation under water storage pit irrigation [J]. Transactions of the CSAE, 2007, 23(10): 1~5. (in Chinese)
- 11 马娟娟,孙西欢,郭向红,等. 蓄水多坑入渗条件下土壤水分运动建模与试验[J]. 农业机械学报,2010,41(3):46~51.  
Ma Juanjuan, Sun Xihuan, Guo Xianghong, et al. Numerical simulation on soil water movement under water storage pits irrigation [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(3): 46~51. (in Chinese)
- 12 郭向红,孙西欢,马娟娟. 降雨灌溉蒸发条件下苹果园土壤水分运动数值模拟[J]. 农业机械学报,2009,40(11):68~73.  
Guo Xianghong, Sun Xihuan, Ma Juanjuan. Numerical simulation for root zone soil moisture movement of apple orchard under rainfall-irrigation-evaporation [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(11): 68~73. (in Chinese)
- 13 郭向红,孙西欢,马娟娟. 乔灌篱沟蓄沟道土壤水分运动数值模拟[J]. 农业机械学报,2009,40(7):93~97.  
Guo Xianghong, Sun Xihuan, Ma Juanjuan. Numerical simulation for soil water movement of gutter under water conservation in arbor-shrub-hedge-gutter [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(7): 93~97. (in Chinese)
- 14 Celia M A, Bouloutas E T, Zarba R L. A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation [J]. Water Resource Researcher, 1990, 26(7): 1483~1496.
- 15 马娟娟. 蓄水坑灌条件下土壤水分运动特性的试验研究[D]. 西安:西安理工大学,2005:42~54.  
Ma Juanjuan. Experimental studies on the characteristics of soil moisture movement under water storage pit irrigation [D]. Xi'an: Xian University of Technology, 2005: 42~54. (in Chinese)
- 16 van Genuchten M Th. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soil [J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, 44(5): 892~898.
- 17 郭向红,孙西欢,马娟娟. 基于混合遗传算法估计 van Genuchten 方程参数[J]. 水科学进展,2009,20(5):677~682.  
Guo Xianghong, Sun Xihuan, Ma Juanjuan. Parametric estimation of the van Genuchten's equation based on hybrid genetic algorithm [J]. Advances in Water Science, 2009, 20(5): 677~682. (in Chinese)