追踪不可压缩两相流相界面的 CLSVOF 方法*

宋云超 王春海 宁 智

(北京交通大学机电工程学院,北京 100044)

【摘要】 根据 CLSVOF 方法的基本思想,将 VOF 和 Level Set 两种方法结合起来,用于追踪不可压缩两相流相 界面的计算。通过对经典的两相流流动问题的计算,研究了 CLSVOF 方法对对流输运方程和动量输运方程计算精 度的影响,并与 VOF 方法和 Level Set 方法进行了对比。研究结果表明:求解对流输运方程时,CLSVOF 方法的计算 精度明显高于 Level Set 方法;求解动量输运方程时,CLSVOF 方法产生的虚假速度接近于 0,基本克服了利用 VOF 方法求解动量输运方程时的虚假速度势问题。

关键词:相界面 气液两相流 CLSVOF 方法 Level Set 方法 VOF 方法 中图分类号: 0359⁺.1 文献标识码:A 文章编号: 1000-1298(2011)07-0026-06

Computation of Incompressible Two-phase Flows by Using CLSVOF Method

Song Yunchao Wang Chunhai Ning Zhi

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract

The CLSVOF method which combined the VOF method and Level Set method was put forward to compute the flow of incompressible two-phase. The precision of the CLSVOF method for computing the convection transport and momentum transport equation was studied and the comparison was made between the VOF method and Level Set method by using some classical two-phase flows. The results show when computing the convection transport equation, the CLSVOF method has much better precision than the Level Set method; and when computing the momentum transport equation, the CLSVOF method can avoid the problem of spurious velocity current which can not be avoided by using the VOF method.

Key words Interface, Incompressible two-phase flows, CLSVOF method, Level Set method, VOF method

引言

在高速直喷式柴油机中,喷雾液滴碰壁几乎不 可避免。喷雾液滴与气缸壁面的相互作用是复杂的 两相流现象,气液两相交界面与空间流场之间的相 互作用非常复杂^[1~4]。由于喷雾液滴撞击壁面时气 液相界面运动的时间尺度和空间尺度非常微小,采 用可视化的实验方法很难准确捕捉到两相流界面的 形态、运动情况以及速度、压力等参数;数值模拟成 为解决该问题的有效途径。

表面张力对气液相界面运动的影响非常大。相 界面几何参数,如曲率和法向方向等,对表面张力的 计算具有非常重要的影响;气液交界面的几何参数 直接决定了数值模拟的精度。目前,追踪气液两相 流相界面运动的方法主要有 VOF (volume-of-fluid) 方法和 Level Set (水平集)方法。已有的研究表 明,由于气液两相流中液体与气体密度比很大,应用 VOF 方法或 Level Set 方法构建的相界面形状和表 面张力模型,数值计算的稳定性、收敛性以及精确性 较差^[5]。

本文根据 CLSVOF 方法的基本思想,结合 VOF 方法和 Level Set 方法的优点,实现用于追踪不可压 缩两相流相界面计算的 CLSVOF 方法,并通过两相 流经典算例对 CLSVOF 方法捕捉两相流相界面的优

收稿日期:2010-08-25 修回日期:2010-12-09

^{*} 国家自然科学基金资助项目(50876007)和北京市自然科学基金资助项目(3102024)

作者简介: 宋云超,博士生,主要从事内燃机喷雾混合、燃烧和排放研究,E-mail: 08116310@ bjtu. edu. cn

越性和精确性进行验证。

VOF 和 Level Set 方法 1

1.1 VOF 方法

在 VOF 方法中,用 F 函数表示计算单元中液态 流体占据单元空间的体积分数,通过 F 函数计算相 界面的位置和方向。F 函数定义为

$$F(\bar{x},t) = \begin{cases} 1 & (\bar{x} \land \bar{\Sigma}) \\ 0 \sim 1 & (\bar{R} \land \bar{\Sigma}) \\ 0 & (\bar{\Sigma}) \end{cases}$$
(1)

F 函数的对流输运方程可以表示为

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (V \cdot \nabla) F = 0$$

式中 V----速度

在二维情况下,采用交替方式算法,将式(1)在 x, y方向的两步离散,在时间 δt 和计算单元(i, j)空 间上积分得

$$\begin{split} \widetilde{F}_{i,j} &= \frac{F_{i,j}^{n} \delta x_{i} \delta y_{j} - \delta t \delta y_{j} (flux_{i+1/2,j} - flux_{i-1/2,j})}{\delta x_{i} \delta y_{j} - \delta t \delta y_{j} (u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j})} \\ F_{i,j}^{n+1} &= \frac{\widetilde{F}_{i,j} \delta x_{i} \delta y_{j} - \delta t \delta x_{i} (flux_{i,j+1/2} - flux_{i,j-1/2})}{\delta x_{i} \delta y_{j} - \delta t \delta x_{i} (u_{i,j+1/2} - u_{i,j-1/2})} \\ \xi \oplus & flux_{i\pm 1/2,j} = (uF^{n})_{i\pm 1/2,j} \end{split}$$

剘

$$flux_{i,j\pm 1/2} = (vF)_{i,j\pm 1/2}$$

式中 \tilde{F} ——F 函数在 x 方向一步离散后的中间值 *flux*_{i+1/2,i}、*flux*_{i,i+1/2}——单元边界上 F 函数 通量

 $F_{i+1/2,i}$ 和 $F_{i,i+1/2}$ 为相邻计算单元边界线上的 F 函数,只能通过相邻单元的 F 函数计算得到。因 此,F函数的不连续性会导致数值计算的误差,这与 文献[6]中的分析结果一致。

1.2 Level Set 方法

Level Set 方法的基本思想是将气液界面的运动 用一个高阶函数 (Level Set 函数 ϕ) 的零值点表示, 由 φ 的代数值来区分计算区域中的各相。

Level Set 函数 φ 的定义为

$$\phi(\hat{x},t) \begin{cases} >0 & (相界面外部区域) \\ =0 & (两相交界面区域) \\ <0 & (相界面内部区域) \end{cases}$$
 (2)

其中,函数 ϕ 为0时代表相界面。

Φ函数的对流输运方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (V \cdot \nabla) \phi = 0$$

已有的研究表明^[7], Level Set 方法便于相界面 曲率、法向向量等几何参数的计算。但是在 φ 函数 输运和重新初始化过程中,方程并不能保持质量守 恒,这是该方法存在的最大问题。

求解不可压缩两相流运动的 CLSVOF 方法 2

由于 VOF 方法具有表示复杂的锐利程度高的 界面形状的特点以及 Level Set 方法具有便于计算 相界面曲率、法向向量等几何参数的优点,近年来一 些学者提出了 CLSVOF 方法^[8~11]。其基本思想是 将 VOF 和 Level Set 两种方法的优点相结合,从而克 服 Level Set 方法输运过程中质量不守恒和 VOF 方 法相函数 F 在相界面处不连续等问题。

CLSVOF 方法计算流程如图 1 所示, 虚线框内 部分为 VOF 方法和 Level Set 方法耦合的部分。



图 1 CLSVOF 方法追踪相界面的流程图 Fig. 1 Flow chart of CLSVOF method

CLSVOF 方法追踪两相流相界面的主要过程包 括相函数初始化、流动控制方程求解、相函数对流输 运方程求解、相界面重构以及 φ 函数再次重新初始 化等。

2.1 相函数的初始化

F函数和 ϕ 函数是 CLSVOF 方法追踪相界面运 动的基本函数,其初始化的方法分别与 VOF 方法和 Level Set 方法相同。

2.2 流动控制方程及其求解

气液两相流流动的控制方程主要包括连续性方 程和动量方程。将两相流流动的单相和混合相的控 制方程写成统一形式

$$\nabla \cdot V = 0$$

 $(\phi > h)$

$$\begin{split} \rho(\phi) \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V \right) = \\ - \nabla p + \rho(\phi) g - \sigma \kappa(\phi) \nabla H(\phi) + \nabla \cdot \tau \end{split}$$

$$0 \qquad \qquad (\phi < -h)$$

 $H(\phi) =$

$$[0.5 + \phi/(3h) + \sin(2\pi\phi/3h)/(2\pi) \quad (|\phi| \le h)]$$

$$\kappa(\phi) = -\nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} = \frac{\phi_y^2 \phi_{xx} + \phi_x^2 \phi_{yy} - 2\phi_x \phi_y \phi_{xy}}{(\phi_x^2 + \phi_y^2)^{3/2}}$$

$$\rho(\phi) = \rho_l (1 - H(\phi)) + \rho_g H(\phi)$$

$$\mu(\phi) = \mu_l (1 - H(\phi)) + \mu_g H(\phi)$$

$$\tau = 2\mu(\phi) S$$

$$S = \frac{1}{2} [(\nabla V) + (\nabla V)^T]$$

式中
$$g$$
 — 重力加速度 p — 压力
 $\rho(\phi)$ — 密度 $\mu(\phi)$ — 粘度
 h — 网格大小 σ — 表面张力系数
 τ — 粘性应力张量 $\kappa(\phi)$ — 曲率
 S — 应变率张量
 $H(\phi)$ — Heaviside 函数

 $\sigma\kappa(\phi) \nabla H(\phi)$ —表面张力项

Heaviside 函数的作用为将单相和混合相流动 的控制方程形式统一化:表面张力项的处理借鉴 Brackbill 的思想^[12],将表面张力作为体积力耦合到 动量方程中。

动量方程离散时,空间离散使用有限体积法,对 流项离散使用高阶 ENO 迎风差分格式,粘性项和表 面张力项离散采用中心差分格式,时间项离散采用 二阶 TVD 龙格-库塔法。

离散动量输运方程,速度的中间值表示为

$$V^{n+1/2} = V^n + \left(-V^n \cdot \nabla V^n + g + \frac{-\nabla p^n + \nabla 2\mu(\phi^n) S + \sigma \kappa(\phi^n) \nabla H(\phi^n)}{\rho(\phi^n)} \right) \delta t$$

以上方程的解需要满足连续性方程。压力修正 方程可以表达为

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(\phi^n)} \nabla p'\right) = \delta t \ \nabla \cdot V^{n+1/2}$$

文献[13~14]的研究表明, Bi-CGSTAB 法具有 较好健壮性和高效性,因此本文采用 Bi-CGSTAB 方 法对压力修正方程进行求解。

修正后的速度和压力为

$$\boldsymbol{V}^{n+1} = \boldsymbol{V}^{n+1/2} - \frac{\delta t}{\rho(\phi^n)} \nabla p'$$
$$p^{n+1} = p^n + p'$$

2.3 相函数对流输运方程求解

F函数输运方程的离散如前所述,计算时需求 得相邻单元边界上 F 函数的通量。图 2 给出的是 F 函数通量计算示意图。以速度方向为 x 轴正方向为 例说明通量的计算方法。



Fig. 2 Computation schematic of the flux of the function F

在图2中,单元(i,i)和单元(i+1,i)存在相界 面。在 δt 时间内由单元(*i*, *j*)进入(*i*+1, *j*)的 F 函 数通量为虚线内的交叉区域。该通量可以根据交叉 区域面积与虚线所夹区域面积之比得到。

Φ 函数的离散输运方程为

$$\frac{\widetilde{\phi} - \phi^n}{\delta t} + u \frac{\partial \phi^n}{\partial x} = 0$$
$$\frac{\phi^{n+1} - \widetilde{\phi}}{\delta t} + v \frac{\partial \widetilde{\phi}}{\partial y} = 0$$

由于 ϕ 函数连续光滑,因此 ϕ 函数对流输运方 程中对流项的离散可直接使用二阶 ENO 格式。设 u 为单元中心速度,有

$$\frac{\partial \phi^{n}}{\partial x} = \begin{cases} \frac{1}{\Delta x} \left[\phi_{i} - \phi_{i-1} + 0.5m(\phi_{i+1} + \phi_{i-1} - 2\phi_{i}, \phi_{i} + \phi_{i-2} - 2\phi_{i-1}) \right] & (u > 0) \\ \frac{1}{\Delta x} \left[\phi_{i+1} - \phi_{i} + 0.5m(\phi_{i+1} + \phi_{i-1} - 2\phi_{i}, \phi_{i} + \phi_{i+2} - 2\phi_{i+1}) \right] & (u < 0) \end{cases}$$

其中

$$m(a,b) = \begin{cases} \operatorname{sign}(a) \min(|a|,|b|) & (ab > 0) \\ 0 & (\sharp \mathfrak{U}) \end{cases}$$

由于求解得到的 φ 函数值并不一定满足质量 守恒,本文通过相界面重构重新初始化 ϕ 函数,使 其满足质量守恒特性。

2.4 相界面重构

相界面重构通过离散的 F 函数和连续的 o 函 数二者结合完成。通过相界面重构,可以计算两个 相邻单元之间的 F 函数通量,并利用重新构造的相 界面将 φ 函数再次重新初始化为距离函数。

构造相界面方法很多,本文采用 Rudman 提出 的分段线性界面重构(PLIC)方法^[15~16]进行界面重 构。基本思想是:在法向方向上移动界面使得单元 液态区域面积比率和 F 函数值相匹配:单元中心到 相界面的垂直距离由割线法迭代求解得到。

界面的法向方向表示为

$$\boldsymbol{n} = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} = \nabla \phi = \frac{\phi_x \boldsymbol{i} + \phi_y \boldsymbol{j}}{\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}}$$

界面法向向量与 x 轴正向之间的夹角为

$$\alpha = \arctan\left(\frac{n_y}{n_x}\right) \quad (0 \le \alpha \le 2\pi)$$

通过旋转计算单元,以满足 0 ≤ α ≤ π/2,则气液 两相界面的形状仅有 4 种,如图 3 所示。





2.5 ϕ 函数再次重新初始化

相界面重构后, φ 函数必须通过再次重新初始 化以保证对流输运过程中的质量守恒。主要包括 φ 函数符号的确定以及 φ 函数值即单元中心到相界 面距离的确定。

φ函数符号由相标志函数决定,函数为

 $S^{\phi} = \operatorname{sign}(0.5 - F)$

当 *F* > 0.5 时,单元中心在液态区域,符号为 负;当 *F* < 0.5 时,单元中心在气态区域,符号为正; 当 *F* = 0.5 时,表示相界面。

 φ函数值指网格单元中心到相界面的最小距 离。φ函数值的计算分为单相单元和混合相单元 2
 种情况,如图4所示。

在图 4a 中,单元(*i*, *j*)为单相单元;对于相标志 函数与单元(*i*, *j*)不同的单元,φ函数值等于单元中 心到该单相单元边或者顶点的最小值。



算单元的 φ 函数值为单元中心到边的距离、单元中 心到单元顶点的距离、单元中心到相界面与网格边 线交点的距离以及单元中心到相界面投影点(该点 必须在相界面实线上)的距离中的最小值。

3 对流过程求解时的算例与比较

对流情形下 CLSVOF 方法的计算是指在给定速 度场的前提下,不考虑相函数(F函数和φ函数) 对流输运方程求解与动量输运方程求解的耦合作 用,从而将 CLSVOF 方法对动量输运方程求解精度 的影响分离出去,仅仅研究利用 CLSVOF 方法构造 相界面时对对流输运方程求解精度的影响。

在给定初始速度分布的前提下,研究了 VOF、 Level Set 和 CLSVOF 3 种不同构造相界面的方法对 对流输运过程计算精度的影响。

数值计算每一时刻的计算误差为

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i,j} | C_{i,j}^n - C_{i,j}^e|}{\sum C_{i,j}^0}$$

式中 C——相函数,包括 φ 函数和 F 函数 C⁰_{i,j}——单元(i, j) 初始时刻相函数值 Cⁿ_{i,j}——n 时刻相函数计算值 C^e_{i,j}——n 时刻相函数精确解

3.1 稳定旋转速度场的 Zalesak 问题

Zalesak问题^[17]是研究各种构造相界面运动方 法在求解对流输运过程中精确性高低的经典问题, 是指不考虑重力、在以空间某点为中心的稳定旋转速 度场下,带缺槽的圆形液体的旋转运动,如图5所示。

设置的旋转速度场为

$$\begin{cases} u(x,y) = 2.0 - y \\ v(x,y) = x - 2.0 \end{cases}$$

通过对速度场的分析可知,带缺槽的盘形液体 将绕点(2.0,2.0)做周期为2π的旋转运动。在旋 转运动过程中,液体区域的形状应保持不变。





数值计算时,设置均匀网格 200 × 200;网格间 距 $\Delta x = \Delta y = 0.02 \text{ m}$,圆心坐标(2.0 m, 2.75 m),半 径 R = 0.5 m,缺槽宽度 0.14 m;缺槽上方直线过圆 心;时间步长 $\delta t = \pi/500 \text{ s}_{\circ}$ 图 6 给出的是稳定旋转速度场下,采用 VOF、 Level Set 和 CLSVOF 方法计算 Zalesak 问题 5 000 个 时间步长(10π s)后的液相分布。



图 6 3 种方法 5 000 时间步长后液相的分布 Fig. 6 Distribution of the liquid phase after 5 000 time steps (a) VOF (b) Level Set (c) CLSVOF

从图 6 中可以看到,曲率梯度较大处是计算误 差产生的主要区域。5 000 个计算时间步长后, CLSVOF 和 VOF 方法的计算结果,液态区域的形状 保持较好;而采用 Level Set 方法时,缺槽几乎消失, 液态区域面积增大。其原因是,采用 Level Set 方法 求解对流输运方程时质量不再守恒,导致液态区域 形状严重失真。

使用 3 种方法经过 5 000 个计算时间步长后, VOF 方法与 CLSVOF 方法的计算误差均在 0.4% 以 内, CLSVOF 方法的计算误差略小于 VOF 方法; Level Set 方法的计算误差远大于 VOF 和 CLSVOF 方法,为 6.5%。

3.2 剪切流速度场

旋转速度场相对简单,其不仅满足 $\nabla \cdot V = 0$,而 且满足 $\partial u/\partial x = 0$ 和 $\partial v/\partial y = 0$;而实际流场要复杂得 多,如存在剪切、拉伸、分裂等。因此,在进行计算方 法精度验证时需选用更加复杂的流场。

剪切流速度场不仅流场相对复杂,广泛存在于 各种流动中,并且通过设定一定的物理过程,可以得 到其精确解。因此,本文在给定的剪切流速度场下, 研究了 VOF、Level Set 和 CLSVOF 3 种方法在求解 对流输运过程中的精确性。

剪切速度场设定为

 $\begin{cases} u(x,y) = \sin x \cos y \\ v(x,y) = -\cos x \sin y \end{cases} (t \le 7.5\pi) \\ \begin{cases} u(x,y) = -\sin x \cos y \\ v(x,y) = \cos x \sin y \end{cases} (t > 7.5\pi) \end{cases}$

在该速度场下,流体的运动形态以 15π s 为周 期发生周期性的变化。可以求得流场在 15π n s(n 为整数)时刻的精确解。

数值计算时,设置均匀网格 200 × 200,网格间 距 $\Delta x = \Delta y = 0.02 \text{ m}$;初始液态区域为圆形,圆心坐 标 ($\pi/2$, $\pi/4$),半径 $R = \pi/5 \text{ m}$;时间步长 $\delta t = \pi/400 \text{ s}$ 。初始情况如表 1 中的 0 时刻图形所示。

表1给出的是采用 VOF、Level Set 和 CLSVOF

方法计算得到的圆形液体在剪切流流场中运动时初 始时刻、7.5πs时刻和15πs时刻的液体分布。

表1 不同方法计算时液相的分布

 Tab. 1 Distribution of the liquid phase with different methods



从表 1 中可以看到,在 15π s 时刻,CLSVOF 和 VOF 方法计算的结果,液滴基本保持了初始的形 状,仅仅在左下角出现类似于"尾巴"的突出;而采 用 Level Set 方法时,液体占据的区域明显小于初始 时液体的区域,有较大的失真。Level Set 方法对流 输运中的质量不守恒性在剪切速度场下表现得十分 明显;从 7.5π s 时刻的计算结果中可以看到,Level Set 方法之所以出现质量不守恒特性,主要是在剪切 流速度场作用下,计算过程中出现了宽度很窄的微 小的液体区域,这些区域曲率相差很大,在计算过程 中存在较大的计算误差。

在上述剪切流速度场下经过 15π s 的计算后, Level Set 方法的计算误差约为 64%,远高于 VOF 和 CLSVOF 方法(两者的计算误差均在 5% 以下); CLSVOF 方法的计算误差比 VOF 方法略小。

4 动量输运过程求解时的算例与比较

上述分析没有涉及到求解动量输运方程时的情况。由于 Level Set 方法在处理对流输运方程时出现严重的质量不守恒现象,误差较大,因此这里仅讨论 VOF 和 CLSVOF 方法在求解动量输运方程时的精度问题。

在忽略重力的前提下,悬浮在空气中的静止球 形液体团在没有任何外力和初始速度时,空间的速 度场应始终保持为0。但已有的研究表明^[5],在进 行数值模拟时,不同的处理方法会使相界面附近出 现虚假的速度势,从而影响到动量输运方程计算的 精度。本文通过悬浮在空气中球形静止液体团的问 题,研究 VOF 和 CLSVOF 两种方法在求解动量输运 方程时的精确性问题。

这里仅对二维情况进行计算。设初始速度为 0,均匀网格200×200,网格间距 $\Delta x = \Delta y = 0.002$ m; 初始液态区域为圆形,圆心坐标(0.20 m, 0.20 m),半径R = 0.15 m;时间步长 $\delta t = 0.0125$ s。

图 7 给出的是 500 个时间步长后, VOF 和 CLSVOF 方法计算得出的速度场。图 8 给出在计算 过程中, VOF 和 CLSVOF 方法计算得出的速度场中 速度最大值和平均值随计算时间的变化。





从图 7 中可以看到,相界面附近出现涡状速度 场;采用 CLSVOF 方法计算时,相界面附近产生的虚 假速度明显弱于 VOF 方法,且虚假速度场的影响区 域更小。

从图 8 中可以看到, CLSVOF 方法计算所得的 速度最大值和平均值均远小于 VOF 方法。计算结 果表明, 与VOF方法相比, 由于CLSVOF方法能够



Fig. 8 Change of the maximal velocity and average velocity with the compute time

更加精确地构造相界面,并且在曲率计算时使用连 续的φ函数,而不是 VOF 方法中阶跃的 F 函数,因 此可以较好地克服动量方程求解时出现的虚假速度 势问题。

5 结束语

根据 CLSVOF 方法的基本思想,提出了结合了 VOF 方法和 Level Set 方法优点的用于追踪不可压 缩两相流相界面计算的 CLSVOF 方法,并通过经典 算例对 CLSVOF 方法捕捉两相流相界面的优越性和 精确性进行了验证。研究结果表明,气液相界面曲 率突变处是 3 种计算方法产生误差的主要区域;应 用 VOF、Level Set 和 CLSVOF 方法计算对流输运方 程时,CLSVOF 和 VOF 方法的精度远高于 Level Set 方法;CLSVOF 方法产生的虚假速度远小于 VOF 方 法,基本克服了动量输运方程计算过程中的虚假速 度势问题,可以更加精确地追踪两相流气液相界面 的运动。

参考文献

- 成传松,李云清,黎一锴,等. 燃油粘度与环境压力对喷雾碰撞过程的影响[J]. 农业机械学报, 2010, 41(11):1~7.
 Cheng Chuansong, Li Yunqing, Li Yikai, et al. Investigation of the influences of droplet viscosity and environmental pressure on the spray collision[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(11):1~7. (in Chinese)
- 2 胡怀礼,张武高,金永星,等.斯特林发动机喷雾特性试验研究[J]. 农业机械学报,2010,41(2):10~16.
 Hu Huaili, Zhang Wugao, Jin Yongxing, et al. Experimental study on fuel spray characteristics of stirling engine[J].
 Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010,41(2):10~16. (in Chinese)
- 3 Wang Wei, Ho Ngan Kwun, Gong Jing, et al. Observations on single drop formation from a capillary tube at low flow rates [J]. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, 2009, 334(1~3): 197~202.
- 4 万吉安, 黄荣华, 成晓北. 喷雾撞壁模型的发展[J]. 柴油机设计与制造, 2004(2): 28~34.
- 5 Scardovelli R, Zaleski S. Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1999, 31: 567~603. (下转第60页)

参考文献

- 1 Abramian M, Howard J H G. Experimental investigation of the steady and unsteady relative flow in a model centrifugal impeller passage[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1994,116(2):269 ~279.
- 2 Liu C H, Vafidis C, Whitelaw J H. Flow characteristics of a centrifugal pump [J]. ASME Journal of Fluid Engineering, 1994,116(2):303 ~ 309.
- 3 刘超, Deotte R E, Rashid K M. 离心泵叶轮内旋转流场激光测量研究[J]. 江苏农学院学报, 1994, 15(4):64~71. Liu Chao, Deotte R E, Rashid K M. Study on laser velocimeter measurements of rotational flow field in a centrifugal pump [J]. Journal of Jiangsu Agricultural College, 1994, 15(4): 64~71. (in Chinese)
- 4 李文广. 离心油泵蜗壳与叶轮内部流动 LDV 测量与数值计算[D]. 北京:中国石油大学,1996.
 Li Wenguang. LDV measurements and calculations of internal flows in the volute and impellers of a centrifugal oil pump[D].
 Beijing: China University of Petroleum, 1996. (in Chinese)
- 5 Akin O, Rockwell D. Flow structure in a radial flow pumping system using high-image-density particle image velocimetry [J]. ASME Journal of Fluids Engineering, 1994, 116:538 ~ 544.
- 6 Sheperd I C, La Fontaine R F, Welch L W, et al. Velocity measurement in fan rotors using particle imaging velocimetry [C] // Proceedings of the 1994 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, Part 9, 1994:179 ~ 183.
- 7 Wuibaut G, Bois G, Dupont P, et al. PIV measurements in the impeller and the vaneless diffuser of a radial flow pump in design and off-design operating conditions [J]. ASME Journal of Fluids Engineering, 2002, 124(3):791 ~797.
- 8 杨华,刘超,汤方平. 离心泵有盖板叶轮内部流场的 PIV 测量[J]. 农业机械学报,2003,34(2):27~29. Yang Hua, Liu Chao, Tang Fangping. PIV measurement of flow fields inside a shrouded impeller[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2003, 34(2):27~29. (in Chinese)
- 9 杨华. 基于整机率流模拟的离心泵叶型优化方法与实验研究[D]. 上海:上海交通大学,2005. Yang Hua. A new method of blade profile optimization for centrifugal pump based on numerical simulation and experimental study[D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2005. (in Chinese)

(上接第31页)

- 6 车得福,李会雄,解茂昭.多相流及其应用 [M].西安:西安交通大学出版社,2007.
- 7 赵亚丽. 高速撞击过程的液滴数值模拟 [D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2002.
- 8 Bourlioux A. A coupled level-set volume-of-fluid algorithm for tracking material interfaces [C] // Proceedings of Sixth International Symposium on Computational Fluid Dynamics, Lake Tahoe, USA, 1995: 15 ~ 22.
- 9 Sussman M, Puckett E G. A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3D axisymmetric incompressible twophase flows [J]. Journal of Computational Physics, 2000, 162(2): 335 ~ 354.
- 10 Son G, Hur N. A Coupled level set and volume-of-fluid method for the buoyancy-driven motion of fluid particles [J]. Numerical Heat Transfer, Part B, 2002, 42(6): 523 ~ 542.
- 11 Son G. Efficient implementation of a coupled level-set and volume-of-fluid method for three-dimensional incompressible twophase flows[J]. Numerical Heat Transfer, Part B, 2003, 43(6): 549 ~ 565.
- 12 Brackbill J U, Kothe D B, Zemach C. A continuum method for modeling surface tension [J]. Journal of Computational Physics, 1992, 100(2): 335 ~ 354.
- 13 Van Der Vorst H A. BI-CGSTAB: a fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of non-symmetric linear systems [J]. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 1992, 13(2): 631 ~ 644.
- 14 Van Der Vorst H A. Efficient and reliable iterative methods for linear systems [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2002, 149(1): 251 ~ 265.
- 15 Rudman M. Volume-tracking methods for interfacial flow calculations [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1997, 24(7): 671 ~ 691.
- 16 Rudman M. A volume-tracking method for incompressible multi-fluid flows with large density variations [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1998, 28(2): 357 ~ 378.
- 17 Zalesak S T. Fully multi-dimensional flux corrected transport algorithms for fluid flow [J]. Journal of Computational Physics, 1979, 31(3): 335 ~ 362.