

6-UPU 电动平台动力学完整模型与简化模型仿真分析*

武光华¹ 龚烈航¹ 卢颖² 盖永军² 潘春萍²

(1. 解放军理工大学工程兵工程学院, 南京 210007; 2. 空军航空大学军事仿真技术研究所, 长春 130022)

【摘要】 以6-UPU电动平台为研究对象,分析其构型不同点,在考虑电动缸质心偏离轴线位置与丝杠装置绕自身转动的基础上,基于运动学分析建立了完整的动力学模型并写成一般形式。以工程实际中的低速大负载电动平台为例,对完整与简化两种动力学模型进行了仿真分析,其误差度在1%~2.2%的范围内,验证了动力学模型简化条件的合理性。实例表明,所建模型对类似构型的运动平台有一定的通用性。

关键词: 电动平台 运动学分析 动力学模型 仿真

中图分类号: TP242.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)04-0195-06

Integrated and Simplified Dynamics Modeling Simulation Analysis of 6-UPU Electric Platform

Wu Guanghua¹ Gong Liehang¹ Lu Ying² Gai Yongjun² Pan Chunping²

(1. Engineering Institute of Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China

2. Military Simulation Technology Research Institute, Aviation University of Air Force, Changchun 130022, China)

Abstract

6-UPU electric platform was analyzed considering of the different points of the structural type. An integrated dynamic model of 6-UPU electric platform was built and written to general form based on kinematics analysis, considering of centroids of electric actuator deviating the axes of themselves and snail-mechanism going around the axes of themselves. Taking the heavy load electric platform with low speed as example, both integrated and simplified dynamics model were emulated and analyzed. The reasonability of the simplified condition of dynamics model was verified. The error tolerance was within 1% to 2.2%. A numerical example showed that this model had universality for the move platform of the similar mechanisms.

Key words Electric platform, Kinematics analysis, Dynamics modeling, Simulation

引言

与早期串联机构相比,六自由度(6-DOF)并联机构具有刚度大、承载力强、定位精度高、结构稳定、动力性能好、能很好地复现物体的空间运动等诸多优点^[1],所以在工程领域广泛应用于需要提供有动感的各类模拟器,可以为受试设备和参训人员提供需要的位姿和过载^[2]。

目前,6-DOF并联机构的运动学、动力学及控制方法研究较多,研究对象大部分集中在以液压系

统为驱动源,以6-SPS、6-UPS或6-SPU等铰接副为连接形式的6-DOF并联机构,而针对本文所研究的大负载6-UPU电动平台动力学分析并不多见,其主要不同点在于:采用双端虎克铰,提高了平台的承载能力;由于采用双端虎克铰,所以电动缸的传动丝杠装置在与电动缸筒(下部构件)一起转动的同时,还绕丝杠装置轴线自转^[3];以交流伺服电动机作为大负载驱动源;驱动电动机整体捆绑于电动缸筒上,致使电动缸筒质心偏离轴线较大。而在一些实际工程分析中往往都忽略这些不同点,把很

多问题简单化,造成动力学分析存在较大误差。国外已有学者对此展开研究^[4~7]。动力学建模方法主要有:Newton-Euler 法、Lagrange 法、Kane 法、Huston 法、虚功原理法、旋量法等,其中 Newton-Euler 法为递推算法,优点是全局有效、概念清晰直观,计算速度快,且很容易求解各运动副约束反力,这些约束反力是机械部分设计的理论依据。综合上述诸因素,本文采用 Newton-Euler 法并结合 D'Alembert 原理,进行 6-UPU 电动平台完整动力学分析^[8~9]。

1 6-UPU 电动平台运动学分析

6-UPU 电动平台主要由上平台、下平台、6 套并联安装的伺服电动缸(主要由电动缸传送装置和丝杠装置等组成)和上、下各 6 个虎克铰等组成,其中下平台为静平台,上平台为动平台,上、下平台均为六边形,6-UPU 电动平台结构原理图如图 1 所示。

以下铰点分布圆的圆心 O 和上平台及负载的综合质心 O_1 分别建立惯性坐标系 $Oxyz$ 和连体坐标系 $O_1x_1y_1z_1$,其坐标系方位如图 2 所示。上平台位姿广义坐标用 $\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \theta \ \phi \ \varphi]^T$ 表示,其中, $\mathbf{t} = [x \ y \ z]^T$ 、 $\mathbf{p} = [\theta \ \phi \ \varphi]^T$ 和 $\mathbf{R}$ 分别为连体坐标系相对于惯性坐标系的位置坐标、姿态角和方向余弦矩阵。

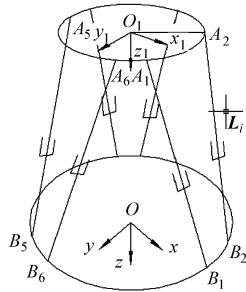
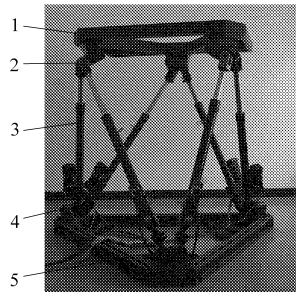


图 1 6-UPU 电动平台结构图

Fig.1 Structural principle graph of 6-UPU electric platform

1. 动平台 2. 上虎克铰 3. 电动缸 4. 下虎克铰 5. 静平台

图 2 系统坐标系示意图

Fig.2 Diagram of system coordinates

1.1 动平台速度和加速度

动平台 $O_1x_1y_1z_1$ 原点在 $Oxyz$ 中的速度和加速度分别为

$$\mathbf{v}_p = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\theta} \ \dot{\phi} \ \dot{\varphi}]^T$$
$$\mathbf{a}_p = [\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z} \ \ddot{\theta} \ \ddot{\phi} \ \ddot{\varphi}]^T$$

动平台角速度 $\boldsymbol{\omega}_p$ 、角加速度 $\boldsymbol{\varepsilon}_p$ 与欧拉角 $\mathbf{p} = [\theta \ \phi \ \varphi]^T$ 的关系为

$$\boldsymbol{\omega}_p = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\phi \\ 0 & \cos\theta & \cos\phi\sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\dot{\phi}\cos\phi \\ 0 & -\dot{\theta}\sin\theta & -\dot{\phi}\sin\phi\sin\theta + \dot{\theta}\cos\phi\cos\theta \\ 0 & -\dot{\theta}\cos\theta & \dot{\phi}\sin\phi\cos\theta - \dot{\theta}\cos\phi\sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\phi \\ 0 & \cos\theta & \cos\phi\sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix}$$

1.2 电动缸速度、加速度和伸缩速度、加速度

采用矢量分析法对 6-UPU 电动缸的运动进行分析,矢量关系如图 2 所示,即

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{t} + \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i \tag{1}$$

式中 $\mathbf{t}$ —— O 点指向 O_1 点的矢量
 $\mathbf{a}_i$ —— O_1 点指向上铰点矢量
 $\mathbf{b}_i$ —— O 点指向下铰点矢量
 $\mathbf{L}_i$ ——下铰点指向上铰点矢量
在 $Oxyz$ 中对式(1)进行求导,得

$$\dot{\mathbf{L}}_i = \dot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{R}\mathbf{a}_i \tag{2}$$

6-UPU 电动缸的伸缩速度

$$\dot{l}_i = \dot{\mathbf{L}}_i \mathbf{n}_i = \dot{\mathbf{t}} \mathbf{n}_i + \boldsymbol{\omega}_p (\mathbf{R}\mathbf{a}_i \times \mathbf{n}_i) =$$
$$[\mathbf{n}_i^T \ (\mathbf{R}\mathbf{a}_i \times \mathbf{n}_i)^T] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{t}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_p \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{t}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_p \end{bmatrix} \tag{3}$$

其中 $\mathbf{J} = [\mathbf{n}_i^T \ (\mathbf{R}\mathbf{a}_i \times \mathbf{n}_i)^T]$ $\mathbf{n}_i = \frac{\mathbf{L}_i}{\|\mathbf{L}_i\|} = \frac{\mathbf{L}_i}{l_i}$

式中 $\mathbf{n}_i$ ——电动缸单位矢量

在式(3)中通过 $\mathbf{J}$ 把电动缸的伸缩速度与动平台的速度联系起来,并称为雅可比矩阵。

$$\ddot{\mathbf{L}}_i = \ddot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\varepsilon}_p \times \mathbf{R}\mathbf{a}_i + \boldsymbol{\omega}_p \times (\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{R}\mathbf{a}_i) \tag{4}$$

6-UPU 电动缸的伸缩加速度

$$\ddot{l}_i = \ddot{\mathbf{L}}_i \mathbf{n}_i + \dot{\mathbf{L}}_i (\boldsymbol{\omega}_L \times \mathbf{n}_i) =$$
$$\ddot{\mathbf{L}}_i \mathbf{n}_i + \dot{\mathbf{L}}_i \frac{\dot{\mathbf{L}}_i - \dot{l}_i \mathbf{n}_i}{l_i} \tag{5}$$

在与电动缸下铰点固连的坐标系中电动缸速度、加速度分别为

$$\dot{\mathbf{L}}_{bi} = \dot{l}_i \mathbf{n}_i + \boldsymbol{\omega}_L \times \mathbf{L}_i \tag{6}$$

$$\ddot{\mathbf{L}}_{bi} = \ddot{l}_i \mathbf{n}_i + \dot{l}_i (\boldsymbol{\omega}_L \times \mathbf{n}_i) + \boldsymbol{\varepsilon}_L \times \mathbf{L}_i + \boldsymbol{\omega}_L \times \dot{\mathbf{L}}_i \tag{7}$$

式中 $\boldsymbol{\omega}_L$ ——电动缸角速度

$\boldsymbol{\varepsilon}_L$ ——电动缸角加速度

1.3 电动缸角速度和角加速度

为了提高平台的承载能力,6-UPU 电动缸上、

下铰点均采用虎克铰,因此需要建立上、下铰点的坐标系,分别为 $A_i u'v'w'$ 和 $B_i uvw$, 相对应的 3 个轴向单位矢量分别为 u', v', w' 和 u, v, w , 如图 3 所示。因 w 垂直 ω_L 所在的平面, 所以 $\omega_L w = 0$, 则电动缸的角速度 ω_L 、角加速度 ε_L 可分别通过 w 又乘 $\dot{L}_{bi}$ 、 $\ddot{L}_{bi}$ 两式并化简得

$$\omega_L = \frac{w \times \dot{L}_{bi} - w \times \dot{L}_i n_i}{w L_i} \quad (8)$$

$$\varepsilon_L =$$

$$\frac{w \times \ddot{L}_{bi} + [w(\omega_L \times (\omega_L v))] \dot{L}_i - w \times (\ddot{L}_i n_i + \dot{L}_i (\omega_L \times n_i) + \omega_L \times \dot{L}_i)}{w L_i} \quad (9)$$

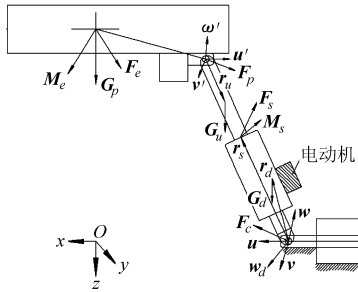


图 3 单缸受力分析图

Fig. 3 Diagram of forces analysis on an actuator

2 6-UPU 电动平台动力学分析

2.1 电动平台动力学完整分析

以 6-UPU 电动平台为研究对象,忽略摩擦力的影响,不失一般性对动平台及任意一个电动缸进行受力分析(图 3),其中电动缸筒和丝杠装置的重力分别为 G_d 和 G_u , 矢径分别为 r_d 和 $L + r_u$; 电动缸筒对丝杠装置的作用力和力矩分别为 F_s 和 M_s ; 电动缸筒受到虎克铰的约束力、约束力矩分别为 F_c 、 $M_c w$; 上铰点对丝杠装置的约束力为 F_p 。

以第 i 根电动缸筒和丝杠装置为研究对象建立 Newton 方程

$$m_d a_d = G_d + F_s - F_c \quad (10)$$

$$m_u a_u = F_p + G_u - F_s \quad (11)$$

式中 m_d, a_d ——电动缸筒质量与加速度

m_u, a_u ——丝杠装置质量与加速度

将式(11)中的各矢量向丝杠装置轴线方向投影得丝杠装置的轴向驱动力

$$n F_s = n F_p + n G_u - n m_u a_u \quad (12)$$

$$f_s = f_p + n G_u - n m_u a_u \quad (13)$$

式中, 电动缸轴向驱动力为 $f_s = n F_s = [f_{s1} \ f_{s2} \ f_{s3} \ f_{s4} \ f_{s5} \ f_{s6}]^T$; 上铰点轴向约束力为 $f_p = n F_p = [f_{p1} \ f_{p2} \ f_{p3} \ f_{p4} \ f_{p5} \ f_{p6}]^T$ 。

在下铰点 B_i 对第 i 根电动缸筒和丝杠装置建立

Euler 方程

$$M_d = I_d \varepsilon_L + \omega_L \times (I_d \omega_L) = r_d \times G_d + r_s \times F_s + M_s - M_c w \quad (14)$$

$$M_u = I_u \varepsilon_u + \omega_u \times (I_u \omega_u) = (L + r_u) \times G_u - r_s \times F_s - M_s - L \times F_p \quad (15)$$

式中 I_d, I_u ——电动缸筒与丝杠装置的惯量张量
 ω_u, ε_u ——丝杠装置的角速度及角加速度
 r_s ——电动缸筒对丝杠装置力作用点距下铰点矢径

M_d, M_u ——电动缸筒与丝杠装置的力矩

将式(14)、(15)相加得

$$L \times F_p + M_c w = (L + r_u) \times G_u + r_d \times G_d - M_d - M_u \quad (16)$$

用 n 点乘式(16)两边并整理得

$$L \times F_p = K_2 - \frac{n K_2}{n w} w \quad (17)$$

再用 n 又乘式(17)两边并化简得

$$F_p = (F_p n) n + \frac{\left(K_2 - \frac{n K_2}{n w} w \right) \times n}{l} = (F_p n) n + K_1 \quad (18)$$

其中 $K_2 = (L + r_u) \times G_u + r_d \times G_d - M_d - M_u$

$$K_1 = -\frac{\hat{n}}{l} \left(I - \frac{\hat{w} n^T}{n^T w} \right) K_2$$

式中 l ——上、下铰点间长度

根据角速度合成定理,丝杠装置的角速度、角加速度及速度 v_u 、加速度 a_u 分别为

$$\omega_u = \omega_L + (\omega_p n) n = \omega_L + n n^T \omega_p \quad (19)$$

$$\varepsilon_u = \varepsilon_L + n n^T \varepsilon_p - n n^T \tilde{\omega}_L \omega_p \quad (20)$$

$$v_u = \omega_u \times (L + r_u) + (n \dot{L}) n \quad (21)$$

$$a_u = \dot{L} + \ddot{r}_u = \ddot{L} + \varepsilon_u \times r_u + \omega_u \times (\omega_u \times r_u) \quad (22)$$

在 $Oxyz$ 中建立动平台 Newton-Euler 方程, 由图 3 受力分析可知

$$m_p a_p = G_p + F_e - F_p \quad (23)$$

$$M_p = I_p \varepsilon_p + \omega_p \times (I_p \omega_p) = M_e - p \times F_p \quad (24)$$

式中 F_e, M_e ——动平台上所受外力与外力矩

m_p, a_p ——动平台质量与加速度

M_p, I_p ——动平台所受力矩与惯量张量

将式(18)代入式(23)、(24)得

$$(F_p n) n = G_p + F_e - m_p a_p - K_1 \quad (25)$$

$$p \times (F_p n) n = -M_p + M_e - p \times K_1 \quad (26)$$

将式(25)、(26)写成矩阵形式得

$$J_F [F_p n] = H \quad (27)$$

其中

$$J_F = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & n_3 & n_4 & n_5 & n_6 \\ p_1 \times n_1 & p_2 \times n_2 & p_3 \times n_3 & p_4 \times n_4 & p_5 \times n_5 & p_6 \times n_6 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}=\left[\begin{array}{c} \boldsymbol{G}_p+\boldsymbol{F}_e-\boldsymbol{K}_1 \\ -\boldsymbol{M}_p+\boldsymbol{M}_e-\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{K}_1 \end{array}\right]$$

由式(3)、(5)、(8)、(9)、(19)、(20)整理得

$$\boldsymbol{\omega}_L=\boldsymbol{R}_\omega \dot{\boldsymbol{L}} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_L=\boldsymbol{R}_{\varepsilon 1} \dot{\boldsymbol{L}}+\boldsymbol{R}_{\varepsilon 2} \dot{\boldsymbol{L}} \tag{29}$$

$$\boldsymbol{\omega}_u=\boldsymbol{R}_\omega \dot{\boldsymbol{L}}+\boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_p \tag{30}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_u=\boldsymbol{R}_{\varepsilon 1} \dot{\boldsymbol{L}}+\boldsymbol{R}_{\varepsilon 2} \dot{\boldsymbol{L}}+\boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}_p-\boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_L \boldsymbol{\omega}_p \tag{31}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_u=\dot{\boldsymbol{L}}-\tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{\varepsilon}_L-\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_u \tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{\omega}_L-\tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}_p+ \\ \tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_L \boldsymbol{\omega}_p-\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_u \tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_p \end{aligned} \tag{32}$$

其中 $\boldsymbol{R}_\omega=\frac{\widetilde{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}})}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{L}} \quad \boldsymbol{R}_{\varepsilon 1}=\frac{\widetilde{\boldsymbol{w}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}})}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{L}}$

$$\boldsymbol{R}_{\varepsilon 2}=\frac{\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_L \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_\omega-\widetilde{\boldsymbol{w}} \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_L-\widetilde{\boldsymbol{w}} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_L-\widetilde{\boldsymbol{w}} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_L \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{L}}$$

将式(20)、(21)、(26)、(27)代入上式整理得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K}_2=\tilde{\boldsymbol{r}}_{Lu} \boldsymbol{G}_u+\tilde{\boldsymbol{r}}_d \boldsymbol{G}_d-(\boldsymbol{I}_d+\boldsymbol{I}_u) \boldsymbol{\varepsilon}_L+(\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{Ld}+\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{uu}) \boldsymbol{\omega}_L- \\ \boldsymbol{I}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}_p+\boldsymbol{I}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_L \boldsymbol{\omega}_p+\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{uu} \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_p \end{aligned} \tag{33}$$

其中 $\boldsymbol{\omega}_{Ld}=\boldsymbol{I}_d \boldsymbol{\omega}_L \quad \boldsymbol{\omega}_{uu}=\boldsymbol{I}_u \boldsymbol{\omega}_u$

由式(2)、(4)整理得

$$\dot{\boldsymbol{L}}=[\boldsymbol{I} \quad-\widetilde{\boldsymbol{R}}_i] \dot{\boldsymbol{q}} \tag{34}$$

$$\ddot{\boldsymbol{L}}=[\boldsymbol{I} \quad-\widetilde{\boldsymbol{R}}_i] \ddot{\boldsymbol{q}}+[0 \quad-\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_p \widetilde{\boldsymbol{R}}_i] \dot{\boldsymbol{q}} \tag{35}$$

其中
$$\boldsymbol{M}_p(\boldsymbol{q})=\left[\begin{array}{c} -\sum_{i=1}^6 \boldsymbol{n}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} m_u \boldsymbol{U}_{q1 i}-\sum_{i=1}^6 \frac{\tilde{\boldsymbol{n}}_i}{l_i}\left(\boldsymbol{I}_3-\frac{\widetilde{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_i}\right) \boldsymbol{K}_{q1 i}+\left[-m_p \boldsymbol{I}_3 \quad 0\right] \\ -\sum_{i=1}^6 \tilde{\boldsymbol{p}}_i \boldsymbol{n}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} m_u \boldsymbol{U}_{q1 i}-\sum_{i=1}^6 \tilde{\boldsymbol{p}}_i \frac{\tilde{\boldsymbol{n}}_i}{l_i}\left(\boldsymbol{I}_3-\frac{\widetilde{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_i}\right) \boldsymbol{K}_{q1 i}+\left[0 \quad-\boldsymbol{I}_p\right] \end{array}\right]$$

$$\boldsymbol{C}_p(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})=\left[\begin{array}{c} -\sum_{i=1}^6 \boldsymbol{n}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} m_u \boldsymbol{U}_{q2 i}-\sum_{i=1}^6 \frac{\tilde{\boldsymbol{n}}_i}{l_i}\left(\boldsymbol{I}_3-\frac{\widetilde{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_i}\right) \boldsymbol{K}_{q2 i} \\ -\sum_{i=1}^6 \tilde{\boldsymbol{p}}_i \boldsymbol{n}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} m_u \boldsymbol{U}_{q2 i}-\sum_{i=1}^6 \tilde{\boldsymbol{p}}_i \frac{\tilde{\boldsymbol{n}}_i}{l_i}\left(\boldsymbol{I}_3-\frac{\widetilde{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_i}\right) \boldsymbol{K}_{q2 i}+\left[0 \quad-\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_p \boldsymbol{I}_p\right] \end{array}\right]$$
$$\boldsymbol{G}_p(\boldsymbol{q})=\left[\begin{array}{c} \sum_{i=1}^6 \boldsymbol{n}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G}_u-\sum_{i=1}^6 \frac{\tilde{\boldsymbol{n}}_i}{l_i}\left(\boldsymbol{I}_3-\frac{\widetilde{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_i}\right) \boldsymbol{K}_{q3 i}+\boldsymbol{G}_p+\boldsymbol{F}_e \\ \sum_{i=1}^6 \tilde{\boldsymbol{p}}_i \boldsymbol{n}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G}_u-\sum_{i=1}^6 \tilde{\boldsymbol{p}}_i \frac{\tilde{\boldsymbol{n}}_i}{l_i}\left(\boldsymbol{I}_3-\frac{\widetilde{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{n}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_i}\right) \boldsymbol{K}_{q3 i}+\boldsymbol{M}_e \end{array}\right]$$

式中 $\boldsymbol{M}_p(\boldsymbol{q})$ ——平台惯量矩阵

$\boldsymbol{C}_p(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$ ——平台向心力和科氏力矩的系数矩阵

$\boldsymbol{G}_p(\boldsymbol{q})$ ——平台重力和力矩矩阵

2.2 电动平台动力学简化分析

在工程实际中,当上平台和负载质量较大(6 t 以上),运动速度又较低,即低速大负载 6-UPU 电

其中 $\boldsymbol{R}_i=\boldsymbol{R} \boldsymbol{a}_i \quad \dot{\boldsymbol{q}}=\left[\dot{\boldsymbol{i}}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\omega}_p^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} \quad \ddot{\boldsymbol{q}}=\left[\ddot{\boldsymbol{i}}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_p^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$

将式(28)、(29)、(34)、(35)代入式(33),整理并化简成矩阵形式

$$\boldsymbol{K}_2=\boldsymbol{K}_{q1} \ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{K}_{q2} \dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{K}_{q3} \tag{36}$$

其中

$$\boldsymbol{K}_{q1}=\left[\begin{array}{cc} -\left(\boldsymbol{I}_d+\boldsymbol{I}_u\right) \boldsymbol{R}_{\varepsilon 1} & \left(\boldsymbol{I}_d+\boldsymbol{I}_u\right) \boldsymbol{R}_{\varepsilon 1} \widetilde{\boldsymbol{R}}_i-\boldsymbol{I}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \end{array}\right]$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K}_{q2}=\left[\left(\boldsymbol{I}_d+\boldsymbol{I}_u\right) \boldsymbol{R}_{\varepsilon 2}-\left(\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{Ld}+\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{uu}\right) \boldsymbol{R}_\omega \quad \boldsymbol{I}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_L+\right. \\ \left.\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{uu} \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}-\left(\boldsymbol{I}_d+\boldsymbol{I}_u\right)\left(\boldsymbol{R}_{\varepsilon 1} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_p \widetilde{\boldsymbol{R}}_i+\boldsymbol{R}_{\varepsilon 2} \widetilde{\boldsymbol{R}}_i\right)-\left(\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{Ld}+\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{uu}\right) \boldsymbol{R}_\omega \widetilde{\boldsymbol{R}}\right] \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{K}_{q3}=\tilde{\boldsymbol{r}}_{Lu} \boldsymbol{G}_u+\boldsymbol{r}_d \boldsymbol{G}_d$$

将式(28)、(29)、(34)、(35)代入式(32),整理并化简成矩阵形式

$$\boldsymbol{a}_u=\boldsymbol{U}_{q1} \ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{U}_{q2} \dot{\boldsymbol{q}} \tag{37}$$

其中 $\boldsymbol{U}_{q1}=\left[\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{R}_{\varepsilon 1} \quad \tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{R}_{\varepsilon 1} \widetilde{\boldsymbol{R}}_i-\widetilde{\boldsymbol{R}}_i-\tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\right]$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{U}_{q2}=\left[\left(\tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{R}_{\varepsilon 2}+\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_u \tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{R}_\omega\right) \widetilde{\boldsymbol{R}}_i \quad \tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{R}_{\varepsilon 1} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_p \widetilde{\boldsymbol{R}}_i-\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_p \widetilde{\boldsymbol{R}}_i-\right. \\ \left.\tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{R}_{\varepsilon 2}-\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_u \tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{R}_\omega+\tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_L-\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_u \tilde{\boldsymbol{r}}_u \boldsymbol{n} \boldsymbol{n}^{\mathrm{T}}\right] \end{aligned}$$

将式(12)中的各项乘上矩阵 $\boldsymbol{J}_F$ 得

$$\boldsymbol{J}_F\left[\boldsymbol{F}_s \boldsymbol{n}\right]=\boldsymbol{H}+\boldsymbol{J}_F\left[\boldsymbol{n} \boldsymbol{G}_u-\boldsymbol{n} m_u \boldsymbol{a}_u\right] \tag{38}$$

将式(18)、(27)、(36)、(37)代入式(38),并根据矩阵、矢量、并矢运算规则整理成动力学模型的紧凑形式,即可求出电动缸的驱动力 $\boldsymbol{f}_s$

$$\boldsymbol{J}_K \boldsymbol{f}_s=\boldsymbol{M}_p(\boldsymbol{q}) \ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{C}_p(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{G}_p(\boldsymbol{q}) \tag{39}$$

动平台系统时,电动缸的惯性力、力矩与动平台相比对整体动力学影响较小,为了追求控制的实时性、解算的快速性,可以不必基于完整的动力学模型,把电动缸系统看成无质量的二力杆,较大地简化了动力学模型,也符合工程实际中的研究意义。由式(23)、(24)即可求出电动缸的驱动力,这时上述的完整动力学模型将退化成

$$\mathbf{J}_p \mathbf{F}_p = \begin{bmatrix} -m_p \mathbf{I}_3 & 0 \\ 0 & -\mathbf{I}_p \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_p + \mathbf{F}_e \\ -\boldsymbol{\omega}_p \times (\mathbf{I}_p \boldsymbol{\omega}_p) + \mathbf{M}_e \end{bmatrix}$$

(40)

也可以写成动力学的一般形式

$$\mathbf{J}_k \mathbf{f}_s = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}$$

(41)

式中 $\mathbf{M}$ ——电动平台广义质量矩阵

$\mathbf{C}$ ——科氏力项系数矩阵

$\mathbf{G}$ ——重力项

3 6-UPU 电动平台动力学仿真分析

以工程实际中的飞机模拟器 6-UPU 电动平台为例,进行动力学仿真分析。其参数如下:下平台半径 2 910 mm;上平台半径 2 250 mm;底位缸杆长 2 928 mm;中位缸杆长 4 033.703 mm;底位高 1 622.378 mm;中位高 2 673.930 8 mm;最大行程 1 524 mm;上平台及总载荷 10 000 kg;电动缸筒半径 80 mm,质量 37.5 kg,质心距下铰点距离 1 022.1 mm;丝杠装置半径 40 mm,质量 15.3 kg,质心距上铰点距离 876.8 mm;相邻上铰点间距离 240 mm,相邻下铰点间距离 280 mm;动平台、电动缸筒及丝杠装置相对自身惯性主轴的惯量矩分别为 $\text{diag}[1.62 \times 10^5 \quad 1.98 \times 10^5 \quad 3.36 \times 10^5]$ 、 $\text{diag}[0.142 \quad 17.5 \quad 17.5]$ 、 $\text{diag}[0.025 \quad 7 \quad 19.04 \quad 9.04]$ 。

由于篇幅所限,只给出沿 Z 轴升降运动和绕 X 轴横滚运动时两种动力学模型的仿真曲线,运动函数分别为: $990\sin(0.129t)$ 、 $26.6\sin(0.143 \ 7t)$,如图 4~7 所示。

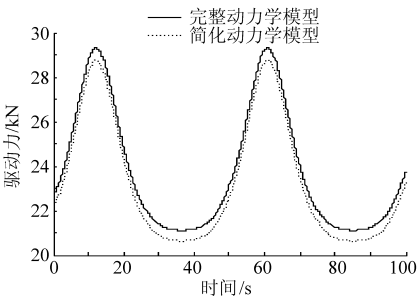


图 4 升降运动 1~6 号电动缸驱动力仿真曲线
Fig.4 Heave simulation curves of 1~6 electric actuator driving force

从图中可以看出,本文所分析的 6-UPU 电动平台具有结构的对称性。升降运动时,各个电动缸所输出的驱动力相同;横滚运动时,电动缸所输出的驱动力两两相同,其余自由度的运动也会出现类似情况,这是构型设计的结果。

从图中还可以看出,两种动力学模型驱动力最大差值都出现在曲线的拐点处,也就是在 6-UPU

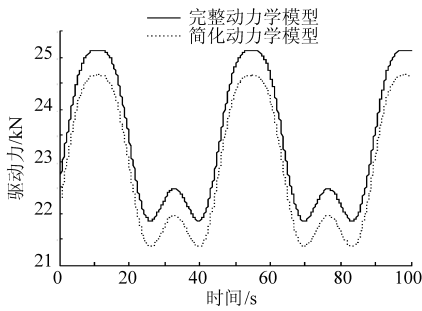


图 5 横滚运动 1、2 号电动缸驱动力仿真曲线
Fig.5 Roll simulation curves of 1,2 electric actuator driving force

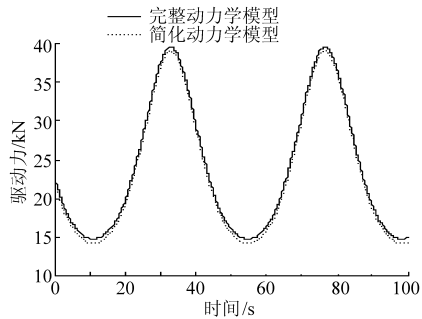


图 6 横滚运动 3、6 号电动缸驱动力仿真曲线
Fig.6 Roll simulation curves of 3,6 electric actuator driving force

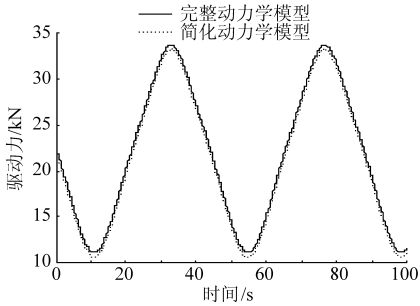


图 7 横滚运动 4、5 号电动缸驱动力仿真曲线
Fig.7 Roll simulation curves of 4,5 electric actuator driving force

电动平台运动换向时,这种现象主要由动平台及其电动缸运动时惯性力所导致,与其相关的主要因素是动平台综合质量、电动缸质量及运动加速度,因此只有在低速、大负载、轻质电动缸时,才可以忽略电动缸的影响进行动力学模型的简化处理,否则误差将会很大。

图 8 对两种动力学模型的差值进行了分析,其误差度在 1%~2.2% 的范围内,误差值较小,原因是本文所分析的实例是工程实际中的大负载(10 t)并赋予低速运动的结果,这也充分证明了 6-UPU 电动平台动力学模型简化条件的合理性,因此,在满足工程实际精度要求的前提下,一定程度的简化动力学模型,可以较大地提高解算效率、降低成本、提高控制的实时性,进一步综合平衡与改善其在各类

应用中的逼真度,同时也通过两种动力学模型的对比,为简化动力学模型进行力及力矩补偿控制提供了理论依据。

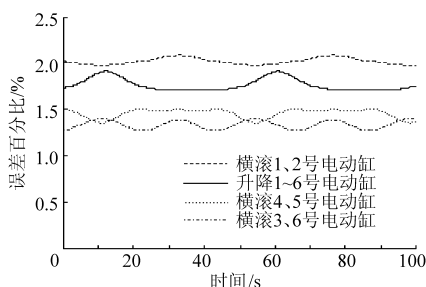


图8 两种动力学模型误差曲线

Fig.8 Tolerance curves of different dynamic models

4 结束语

6-UPU 电动平台动力学建模不仅是构型设计与优化的理论依据,更是控制等研究的基础。本文对6-UPU 电动平台进行了运动学分析;考虑了电动缸质心偏离轴线位置与丝杠装置绕自身转动的条件,利用 Newton-Euler 法结合 D'Alembert 原理,进行了完整动力学建模;结合工程实际,通过对完整与简化两种动力学模型进行仿真,验证了6-UPU 电动平台动力学模型简化条件的合理性;所建立的完整动力学模型对类似构型的运动平台具有一定的通用性,并为进一步实现控制策略提供了理论依据。

参考文献

- Stewart D. A platform with six degrees of freedom[J]. Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, 1965, 180(15): 371 ~ 386.
- 段广洪,李铁民. 并联机器人的起源和发展[J]. 世界制造技术与装备市场,2006(1):41 ~ 48.
Duan Guanghong, Li Tiemin. Origin and development of parallel kinematic machines[J]. World Manufacturing Engineering & Market, 2006(1): 41 ~ 48. (in Chinese)
- 赵强,阎绍泽. 双端虎克铰型六自由度并联机构的动力学模型[J]. 清华大学学报:自然科学版,2005,45(5): 610 ~ 613.
Zhao Qiang, Yan Shaoze. Dynamic model of a 6-DOF parallel mechanism with Hookes joints at both chain ends[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2005, 45(5):610 ~ 613. (in Chinese)
- Fichter E F. A Stewart platform-based manipulator: general theory and practical construction[J]. The International Journal of Robot Research, 1986, 5(2): 157 ~ 182.
- Merlet J P. Parallel manipulators part 1: theory design, kinematics, dynamics and control[R]. France: INRIA Research Report No. 646, 1987: 1 ~ 10.
- Do W Q D, Yang D C H. Inverse dynamic analysis and simulation of a platform type of robot[J]. Journal of Robot Systems, 1988, 5(3): 209 ~ 227.
- Dasgupta B, Mruthyunjaya T S. Closed-form dynamic equations of the general Stewart platform through Newton-Euler approach [J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(7): 993 ~ 1 012.
- Liu M J, Li C X, Li C N. Dynamics analysis of the gough-stewart platform manipulator[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2000, 16(1):94 ~ 98.
- Wang J G, Gosselin C M. A new approach for the dynamic analysis of parallel manipulators[J]. Multibody System Dynamics, 1998,2(3):317 ~ 334.

(上接第 205 页)

- Zhou Yi, Liang Xichang, Wang Guangjian. Design of electrode gear for machining internal helical gears by EDM [C] // Proceedings of the International Conference on Mechanical Transmissions (ICMT 2001), 2001: 128 ~ 130.
- Kleiss R, Kleiss J, Hoffmann S. Generating precision spur gears by wire EDM[J]. Gear Technology, 1996,13(3): 36 ~ 40.
- 王光建,褚志刚. 变齿厚齿轮少齿差传动变位系数计算研究[J]. 中国机械工程, 2009, 20(4): 481 ~ 484.
Wang Guangjian, Chu Zhigang. Research on the modification coefficient calculation of conical involute planetary gear with few tooth difference[J]. China Mechanical Engineering, 2009, 20(4): 481 ~ 484. (in Chinese)
- Jesper B. Analytical geometry of straight conical involute gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(1): 127 ~ 141.
- Wu S H, Tsai S J. Geometrical design of skew conical involute gear drives in approximate line contact[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2009, 223(9): 2 201 ~ 2 211.