# 天然气发动机燃烧过程非线性动力学特性

杨立平1 王立媛2 马修真1 李 君3

(1.哈尔滨工程大学动力与能源工程学院,哈尔滨 150001; 2.哈尔滨工程大学理学院,哈尔滨 150001;3.吉林大学汽车工程学院,长春 130025)

【摘要】 利用非线性动力学数据分析技术对增压中冷天然气发动机燃烧过程的动力学特性进行了研究,结果 表明:混合气浓度从当量比 φ = 1.00 降低到稀燃极限时由缸压时间序列重构的二维相空间中,系统运动轨线都是 有限范围内的非周期运动,轨线具有复杂、扭曲、重叠的几何结构;无论发动机是在当量混合气还是稀燃极限条件 下运行,嵌入维 m 大于某一值以后,吸引子的关联维 D 均能达到饱和值且为分数,随着混合气变稀,燃烧循环变动 增加,D 逐渐增加,当 φ = 1.00、0.77、0.70 和 0.63 时 D 分别为 1.27、1.33、1.58 和 1.87,最大 Lyapunov 指数(LLE) 大于零,分别为 0.008 6、0.011、0.013 和 0.015 7,因此天然气发动机燃烧系统是一个低维非线性混沌系统。

关键词:天然气发动机 燃烧 非线性动力学 混沌 中图分类号:TK46<sup>+</sup>4 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2011)01-0016-06

# Nonlinear Dynamic Characteristics Study on Combustion Process of Natural Gas Engine

Yang Liping<sup>1</sup> Wang Liyuan<sup>2</sup> Ma Xiuzhen<sup>1</sup> Li Jun<sup>3</sup>

College of Power and Energy Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China
College of Sciences, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China

3. College of Automobile Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China)

#### Abstract

Combustion process of supercharged inter-cooled natural gas engine was studied using nonlinear dynamic data analysis technology under the conditions of equivalence ratio ( $\phi$ ) from 1.00 to lean burn limit. Results showed that motion trajectories of combustion system in 2-D reconstructed state space fell into a finite range at different conditions, there were complex, twist and wrap geometric structures in reconstructed state space. Correlation dimension (D) of attractors could reach saturation value after embedding dimension m was greater than a certain value when engine worked at both conditions of equivalence ratio mixture and lean burn limit, at the same time the values were fractional, with the decrease of mixture concentration, cycle-to-cycle combustion variations increased, D increased, the D of attractors were 1.27, 1.33, 1.58 and 1.87, Largest Lyapunov Exponent (LLE) were 0.008 6, 0.011, 0.013 and 0.015 7 respectively at the conditions of equivalence ratio  $\phi = 1.00, 0.77, 0.70$  and 0.63, therefore the combustion system of natural gas engine was a low-dimension chaos system.

Key words Natural gas engine, Combustion, Nonlinear dynamics, Chaos

引言

增压稀燃技术是提高天然气发动机功率密度、 改善燃料经济性和降低 NO<sub>x</sub> 排放的有效技术措施。 但稀燃技术应用的主要障碍是燃烧的循环变动,因 此充分理解燃烧循环变动产生的机理并加以有效控 制对于提高天然气发动机的综合性能具有重要意 义<sup>[1-2]</sup>。前期研究表明,点燃式发动机燃烧循环变

收稿日期: 2009-12-09 修回日期: 2010-01-06

<sup>\*</sup> 中国博士后科学基金资助项目(20100471021)、哈尔滨市科技攻关计划资助项目(2009AA2AG060)和中央高校基本科研业务费专项资 金资助项目(HEUCFR1008)

作者简介:杨立平,讲师,博士,主要从事汽车新能源技术研究,E-mail: yangliping302@ tom. com

17

动现象具有内在的非线性特征,Daw<sup>[3]</sup>等建立简单 的低阶模型并预测当动力学出现倍周期分叉时燃烧 不稳定现象将会产生。Wagner<sup>[4]</sup>等研究指出,当混 合气浓度从当量混合气降低到稀燃极限时,发动机 燃烧循环变动经历了从随机过程向噪声确定性特征 的转换。Kaminski<sup>[5]</sup>等对点燃式发动机燃烧过程的 动力学和噪声水平进行了评价。

为了揭示天然气发动机燃烧系统动力学规律, 本文利用非线性动力学数据分析技术和混沌理论对 天然气发动机燃烧过程进行分析。

#### 1 方法及理论

非线性混沌理论提供了一种分析复杂动力学系 统特性的方法,根据 Takens<sup>[6]</sup>定理可知,混沌系统 任一分量的演化都是由与之相互作用着的其他分量 所决定,这些相关分量的信息就隐含在任一分量的 发展过程之中。即通过对天然气发动机燃烧系统内 压力构成的时间间隔为 Δt 的单变量时间序列进行 分析,就能够把蕴藏在发动机燃烧系统内部、影响燃 烧系统演化规律的信息揭示出来。

#### 1.1 试验数据测取

试验是在一台直列、四缸、水冷、进气道多点喷 射天然气发动机上进行的<sup>[7]</sup>,发动机排量 3.7 L,缸 径 101.6 mm,冲程 114.3 mm,压缩比 11,发动机运 行转速 1 200 r/min,节气门开度 100%,点火正时为 上止点前 35°CA,试验过程中除测功机在转速控制 模式下工作,确保转速恒定外,使发动机在开环模式 下运行,取消其他反馈控制,缸内压力数据由 DS9100型燃烧分析仪、电荷放大器和计算机等组成 的高速数据采集系统来获得,最高采样分辨率为 0.1°CA,在当量比为 1.00、0.77、0.70 和 0.63 四种 运行工况下分别测取 500 个循环的燃烧压力数据, 试验装置示意图如图 1 所示。



#### Fig. 1 Schematic of experimental setup

#### 1.2 状态空间重构

非线性动力学分析依赖于相空间的概念。相空间是系统的数学描述,相空间中的点代表系统的状态,在这个数学空间中,系统随着时间发展,而这种发展由相空间中的轨线来描述,轨线构成了系统的吸引子。本文采用时间延迟的方法进行相空间重构,嵌入空间中的向量可以通过标量测量的时间延迟值来形成,由 x(i)(i=1,2,…,N')产生一组 m 维向量

#### 1.2.1 延迟量

对于一个非线性动力学系统,如果延迟量取值 太小,重构相空间中坐标之间的差别极小,运动轨线 不能正确反映系统运动特征;而延迟量过大,使相空 间中前后状态变得完全无关,因此需要选择一个恰 当的延迟量,本文通过计算系统自相关函数的方法 来确定系统的延迟量。图 2 是自相关系数  $C(\tau)$ 随 延迟量  $\tau$  的变化关系, $C(\tau)$ 表示相差为  $\tau$  的两个时 刻运动的相互关联程度,通常取  $C(\tau)$ 由 C(0)降低 到 0 处所对应  $\tau$  作为最佳延迟量,由图可见,随着混 合气变稀,最佳延迟量逐渐增加,当量比  $\phi = 1.00$ 、 0.77、0.70 和 0.63 时各自最佳延迟量分别为 188、 199、209 和 226。



图 2 自相关函数  $C(\tau)$  随延迟量  $\tau$  的变化关系

Fig. 2 Autocorrelation function vs delay coordinates

### 1.2.2 最小嵌入维数

在相空间重构时,只有嵌入维数 m 足够大才能 使吸引子充分打开,去掉其中交点所引起的不确定 性,由此计算出来的物理量才能准确表征系统的特 征。因并不知道发动机燃烧系统遵循什么样的动力 学规律,不知道其吸引子的维数,只能由测得的缸压 时间序列来计算系统的重构相空间的合适维数 m, 本研究采用错误近邻法<sup>[8]</sup>对最小嵌入维数进行计 算,其主要思想是:计算距离小于某一值 R 的最近 邻点数随 m 的变化情况,当 m 增大到某一值时,随 着 m 的增加最近邻点数不再变化,这时的 m 值就作

$$f_{m}(i) = \left(\frac{R_{m+1}^{2}(i) - R_{m}^{2}(i)}{R_{m}^{2}(i)}\right)^{1/2} = \frac{|x(i+mn) - x^{NN}(i+mn)|}{R_{m}(i)} \ge 10\%$$
(2)

其中  $n = \tau / \tau$ 

R<sub>m</sub>——维数为 m 时两个近邻点之间的距离 式中  $R_{m+1}$ ——维数为m+1时两个近邻点之间的 距离

x;——离散的缸压时间序列

τ.——测量步长

图 3 是不同混合气浓度下错误近邻百分数随嵌 入维 m 的变化关系。由图可见,不同混合气浓度下 随着 m 的增加,错误近邻百分数迅速降低,说明错 误近邻点的数量减少,当错误近邻百分数降低为 10%时, $\phi$  = 1.00所对应的 *m* 为 13, 而  $\phi$  = 0.77、 0.70 和 0.63 时错误近邻百分数随嵌入维 m 的变化 曲线基本重合,对应的嵌入维 m 为 14。



Fig. 3 Percentage of false nearest neighbors vs embedding dimension

# 1.3 关联维 D

混沌系统最显著的特征就是存在奇异吸引子, 而描述奇异吸引子最有效的参数就是关联维,它是 奇异吸引子自相似特性和尺度不变特性的不变测 度。D 提供了关于模拟动力系统独立变量数的信 息<sup>[9]</sup>,要得到关联维首先要计算关联和 C(r),它表 示在重构相空间中轨线上被小于或等于 r 距离所分 离的两个任意向量点概率

$$C(r) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \Theta(r - |X_i - X_j|)$$
(3)  
= 
$$\Theta(s) = \begin{cases} 1 & (s \ge 0) \\ 0 & (s < 0) \end{cases}$$
(4)

(4)

其中

式中 r——超小球半径

N-----重构相空间中矢量数

X、X——由缸压时间序列重构相空间中的 向量点

$$\Theta$$
——海维赛德函数

因此关联维定义为

$$D = \lim_{r \to 0} \frac{\ln C(r)}{\ln r}$$
(5)

# 1.4 最大 Lyapunov 指数(LLE)

一个混沌系统具有整体稳定性和内在不稳定 性。内在不稳定性导致系统对初始条件极其敏感。 刻画混沌系统的内在不稳定性的一种方法是计算 LLE, LLE 能够充分刻画混沌系统的特征, 应用最为 广泛。对 LLE 的计算是基于 Rosenstein<sup>[10]</sup>等提出的 算法。在重构吸引子后,算法在轨道上搜索每个相 点 D<sub>i</sub> 的最临近点,并假设第 j 对最临近点按照最大 LLE 的速度分离。

$$d_j(i) = \min \| \mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i \| \approx C_j e^{\lambda_1(i\Delta t)}$$
(6)

式中 Ci——初始分离

> d<sub>i</sub>(i)——在第*i*个离散时间步之后第*j*对最 接近点之间的距离

在式(6)两边取对数可以得到

$$\ln \left( d_j(i) \right) = \ln C_j + \lambda_1(i\Delta t) \tag{7}$$

用一系列近似平行的直线 $(i=1,2,\dots,N)$ ,使 每个直线的斜率近似与 $\lambda_1$ 呈比例。最大 LLE 使用 最小二乘拟合平均直线的方法定义为

$$y_i = \frac{1}{\Delta t} < \ln d_j(i) > \tag{8}$$

符号 < > 是所有 i 值的平均。

# 2 结果与讨论

图 4 是发动在当量比为  $\phi$  = 1.00 和稀燃极限 (循环变动系数达到 10%) φ = 0.70 运行时 500 个 循环发动机缸压曲线。由图可见,当量比  $\phi = 1.00$ 时发动机运行比较稳定,各循环缸压峰值变动较小, 随着混合气逐渐变稀,不完全燃烧或者失火导致循 环变动现象逐渐增加,当量比降低到 0.70 时,混合 气浓度接近稀燃极限,此时缸内燃烧压力峰值产生 剧烈的振荡。

为了对燃烧系统的非线性动力学特性进行深入 分析,将φ=1.00、0.77、0.70和0.63时缸压数据按 照采集的先后顺序依次排列,即组成了缸压时间序 列,并进行了相空间重构。图 5 是当量比  $\phi = 1.00$ 、 0.77、0.70和0.63时由缸压时间序列重构到二维 相空间中的系统吸引子。由图可见,不同混合气浓 度下燃烧系统吸引子的运动轨线在相空间中是一种 有限范围内的非周期运动,具有复杂、扭曲、缠绕的 几何结构,当量比  $\phi$  = 1.00 时,相图中系统运动轨 迹彼此比较接近,系统运动轨线表现出准周期特性, 随着混合气变稀,系统吸引子逐渐变小,吸引子结构 逐渐变得疏松,这可能因为天然气发动机是一个多 参数耦合控制的非线性系统,由于循环之间系统输



入参数存在差异(如循环喷气量和进气压力波动过 程等),这种差异在某些情况下被放大,导致循环之 间燃烧压力峰值及其相位产生一定的不确定性,混 合气较浓时,加入到燃烧系统内的能量较高,输入差 异对燃烧压力的影响所占比例较小,因此系统吸引 子较大且运动轨线之间比较密集,系统运动轨迹具 有准周期特性,随着混合气逐渐变稀,燃烧速度逐渐 降低,缸内最高爆发压力逐渐下降,系统对初始条件 的变化变得敏感,循环变动增加,因此由缸压重构的 系统吸引子相应地减小,吸引子结构变得越来越疏 松。

图 6 是  $\phi$  = 1.00 \(\cdot 0.77 \(\cdot 0.70 \(\pm n\) 0.63, m \(\mathbf{M}\) 1 增 加到 20 时 lnC(r)随 lnr 的变化关系。由图可见, 对 于不同的嵌入维 m, 相关积分的对数 lnC(r)随超小 球半径对数 lnr 变化曲线总存在 lnC(r)和 lnr 成比 例的一段直线区,随着 m 的增加, 直线段的斜率逐 渐增加, 当 m 增加到某一值以后, 不同 m 下的 lnC(r) = lnr曲线重叠在一起, 斜率保持恒定, 计算各 直线区的斜率得到不同嵌入维 m 下的关联维 D。

图 7 为当量比  $\phi$  = 1.00、0.77、0.70 和 0.63 时 关联维 D 随嵌入维 m 的变化关系。由图可见,不同 混合气浓度下燃烧系统吸引子的关联维都为分数, 且随着 m 的增加而逐渐增加,当 m 增加到某一值 后,不同混合气浓度下吸引子的关联维先后达到饱 和,当量比  $\phi$  = 1.00、0.77、0.70 和 0.63 时吸引子的 关联维分别为 1.27、1.33、1.58 和 1.87,因为 D 可 以通过对相空间中吸引子几何特征的评价来反映非



(a)  $\phi = 1.00$  (b)  $\phi = 0.77$  (c)  $\phi = 0.70$  (d)  $\phi = 0.63$ 

线性动力学系统的特性,还可以用于量化描述非线 性动力学系统所需的独立变量数,因此,随着混合气 变稀,循环变动逐渐增加,系统吸引子结构变得越来 越疏松,关联维D增加,系统复杂度增加,说明当天 然气发动机混合气浓度逐渐接近稀燃极限时,若想 准确地反映系统动力学特征,则需要更多的独立变 量。

LLE 代表初始接近点的平均指数分离,可以用 于评价系统的混沌特性或者对初始条件的敏感性, 如果 LLE 小于零,表示初值差异随迭代步数的增加 而逐渐减小,说明系统的体积在该方向收缩,如果 LLE 大于零,表示任何初始条件微小的差异都会导 致相邻的轨迹按指数速率发散,系统呈现混沌状态。 图 8 是当量比  $\phi$  = 1.00、0.77、0.70 和 0.63 时拉伸 因子的对数随迭代步数的变化关系,由图可见,对于 不同的混合气浓度,当 m 值大于某一值后都有一段



图 6 lnC(r)随 lnr 的变化关系 Fig. 6 Plots of lnC(r) vs lnr (a) φ = 1.00 (b) φ = 0.77 (c) φ = 0.70 (d) φ = 0.63



拉伸因子的对数随迭代数线性增加的区域,计算直 线段的斜率可得到不同混合浓度下的 LLE。

图 9 是不同混合气浓度下 LLE 的对比情况,由 图可见,随着混合逐渐变稀,LLE 值逐渐增加,当量 比 φ = 1.00、0.77、0.70 和 0.63 的 LLE 逐渐增加,



(a)  $\phi = 1.00$  (b)  $\phi = 0.77$  (c)  $\phi = 0.70$  (d)  $\phi = 0.63$ 

分别为 0.008 8、0.011、0.013 和 0.015 7。当量比从  $\phi$  = 1.00 降低到  $\phi$  = 0.63 时 LLE 都为正值,说明无 论发动机是在当量比混合气条件下运行,还是稀燃 极限附近运行,天然气发动机燃烧系统都处于混沌 状态,随着混合气越稀,LLE 逐渐增加,说明系统初 始相邻轨迹按指数分离的速度加快。这是因为当混 合气变稀时,缸内的燃烧压力和温度都降低,此时需 要更高的点火能量才能保证天然气发动机可靠的着 火燃烧,当发动机点火系统固定时,即使上一循环残 留的废气和缸内新鲜充量及火花塞附近混合气浓度 分布发生很小的变化都会对初始火核的形成和发展 产生放大的影响,特别是在接近或超过天然气发动 机稀燃极限时,不稳定燃烧和失火出现的几率急剧增 加,即越接近稀燃极限,燃烧系统对初始条件越敏感。



# 3 结论

(1)在不同混合气浓度下,二维相空间中系统运动轨迹都是在有限范围内的非周期运动,吸引子

具有复杂、扭曲、重叠的几何结构, $\phi$  = 1.00 时轨线 分布较密集,燃烧过程表现出准周期特性,随着混合 气变稀,吸引子结构变得疏松。

(2)混合气浓度从当量混合气逐渐变稀过程中,燃烧系统吸引子的关联维都为分数,且随着混合 气变稀,关联维逐渐增加,混合气越稀系统吸引子结构越复杂。

(3) 混合气浓度从当量混合气逐渐变稀过程中,LLE 都大于零,且随着混合气变稀,循环变动逐渐增加,最大 Lyapunov 指数逐渐增加,燃烧系统初始轨线按指数分离的速度越快,对初始条件变化越敏感。

(4)无论发动机是在当量混合气条件下运行还 是稀混合气条件下运行,天然气发动机燃烧系统都 处于低维混沌状态。

#### 参考文献

- 1 Daniel B Olsen, Allan T Kirkpatrick. Experimental examination of prechamber heat release in a large bore natural gas engine [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2008, 130:052802 - 1 - 052802 - 7.
- 2 司鹏鹍,张惠明,杨志勇,等. 燃烧室结构对稀燃天然气发动机性能的影响[J]. 农业机械学报,2009,40(4):53~57.
- Si Pengkun, Zhang Huiming, Yang Zhiyong, et al. Influence of the combustion chamber structure on the lean burn CNG engine performance [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40 (4): 53 ~ 57. (in Chinese)
- 3 Daw C S, Kennel M B, Finney C E A, et al. Observing and modeling nonlinear dynamics in an internal combustion engine [J]. Physical Review: E, 1998,57(3): 2811 ~ 2819.
- 4 Wagner R M, Daw C S, Johney B, et al. Low-order map approximations of lean cyclic dispersion in premixed spark ignition engine [C]. SAE Paper 2001 01 3559,2001.
- 5 Kaminski T, Wender M, Urbanowicz K, et al. Combustion process in a spark ignition engine: dynamics and noise level estimation [J]. Chaos, 2004,14(2): 461 ~ 466.
- 6 Takens F. Detecting strange attractors in turbulence dynamical systems and turbulence [M]. Lecture Notes in Mathematics, 1981.
- 7 杨立平,李君,高莹,等.燃烧室形状对天然气发动机缸内流动和燃烧过程的影响[J]. 吉林大学学报:工学版,2007, 37(6):1257~1262.

Yang Liping, Li Jun, Gao Ying, et al. Effect of combustion chamber shape on CNG engine in-cylinder flow and combustion process[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2007, 37(6):1 257 ~1 262. (in Chinese)

- 8 Kennel M B, Brown R, Abarbanel H D I. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction [J]. Phys. Rev.: A ,1992,45(6):3 403 ~ 3 411.
- 9 Grassberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors [J]. Physica D, 1983, 9(1~2):189~208.
- 10 Rosenstein M T, Collins J J, Luca C J. Visualizing the effects of filtering chaotic signals [J]. Computers & Graphics, 1994, 18(4):587 ~ 592.

第1期