

# 喷涂机器人空间轨迹到关节轨迹的转换方法\*

李发忠 赵德安 姬伟 张超 朱毅

(江苏大学电气信息工程学院, 镇江 212013)

**【摘要】** 根据喷涂机器人离线编程需要和喷涂空间轨迹的特点,提出一种基于 Dijkstra 算法的喷涂机器人笛卡尔空间轨迹到关节轨迹的转换方法。通过分析工件坐标系和机器人基坐标系的关系,采用辅助特征点三点标定法将工件坐标系内的喷涂空间轨迹转换到机器人坐标系。建立了在机器人逆解中求取最短关节运动行程的优选模型,用赋权有向图表示所有机器人逆解间的行程关系,利用 Dijkstra 算法求最优的逆解组合。喷涂试验显示,所提出的轨迹转换方法能有效克服轨迹转换失真,验证了该方法的可行性和有效性。

**关键词:** 喷涂机器人 空间轨迹 关节轨迹 Dijkstra 算法

**中图分类号:** TP24 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2010)11-0198-04

## Conversion Method from Cartesian Space Trajectory to Joint Trajectory of Spray Painting Robot

Li Fazhong Zhao Dean Ji Wei Zhang Chao Zhu Yi

(School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

### Abstract

A conversion method from cartesian space trajectory to joint trajectory of spray painting robot based on Dijkstra algorithm was presented to meet the requirements of offline programming spray painting robot and characteristics of spray cartesian space trajectory. Through analyzing the relations between the part coordinates and the robot basal coordinates, the spray cartesian space trajectory was converted to the robot basal coordinates by three points calibration of auxiliary feature points. An optimized model was established to obtain the shortest joint motion distance in robot inverse kinematics solutions. The distance between all of the inverse kinematics solutions was described by a directed weighted graph, and the Dijkstra algorithm was employed to obtain the optimal combination of inverse kinematics solution. Finally, the feasibility and efficiency of the method were verified by spray experiment.

**Key words** Spray painting robot, Cartesian space trajectory, Joint trajectory, Dijkstra algorithm

### 引言

现有喷涂生产线上,机器人一般采用人工示教,这种方法使用不够灵活,耗时很长。轨迹规划过程的自动化将显著缩短喷涂专家的编程时间。针对这个问题,Sheng<sup>[1]</sup>等在复杂曲面分片的基础上开发了一种复杂曲面的覆盖算法,该算法可以保证曲面全部被漆膜覆盖,但是文中没有考虑生成漆膜厚度的一致性。Chen<sup>[2]</sup>等利用平面上的喷涂模型对

涂层重叠区域宽度进行优化,生成喷枪空间路径,并在曲率变化较小的曲面上实现了沿指定空间路径的喷涂机器人喷枪轨迹的优化。Prasad<sup>[3]</sup>等提出了一种分层次曲面分割方法,该方法能将复杂曲面分割成能用简单喷涂程序覆盖的几何和拓扑结构简单的子块,实现复杂曲面的全覆盖喷涂,然而该方法没有考虑片与片之间的影响。国内,赵德安<sup>[4-8]</sup>等率先开展了对喷涂机器人喷枪轨迹离线编程方法的研究工作,对喷漆机器人喷枪轨迹设计、影响因素和离线

编程系统物体建模方法进行了研究,提出了复杂曲面上的分片轨迹优化和基于遗传算法的轨迹优化方法。但是,以上研究仍局限于工件坐标系内喷枪空间轨迹的优化,没有提及喷涂机器人关节运动轨迹的生成问题,由喷涂空间轨迹到关节运动轨迹的自动转换是离线编程的重要组成部分,它是连续空间轨迹的实时准确跟踪问题,而非简单的求逆解。因此,还需建立喷涂空间轨迹到机器人运动轨迹的转换方法。

本文将喷涂空间轨迹转换到机器人坐标系中;然后建立位姿逆解多解的优选模型;最后采用 Dijkstra 算法求取最优的逆解组合,实现喷涂空间轨迹到机器人运动轨迹的转换。

## 1 坐标转换

工件 CAD 模型坐标系同机器人坐标系不完全重合,因此在实际应用中必须建立一个从 CAD 模型坐标系到实际机器人坐标系之间的变换关系。

如图 1 所示,选取 CAD 模型坐标系  $o_s$  中 3 个不共线的特征点  $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$ ,同时运用机器人示教的方法获得这 3 个点在实际机器人坐标系  $o_r$  下的坐标  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$ 。

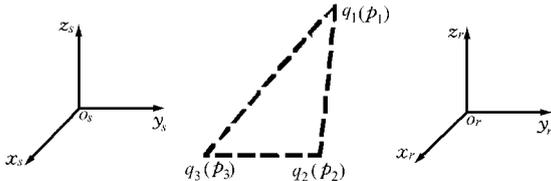


图 1 辅助特征点三点标定法

Fig. 1 Three points calibration of auxiliary feature points

坐标系  $o_s$  中的 3 点  $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$  确定一个平面,平面的单位法向量定义为坐标系  $o_s$  中工件坐标系的  $s_z$  轴矢量,可以表示为

$$s_z = a_{sz}i + b_{sz}j + c_{sz}k$$

设定工件坐标系的原点为  $q_2$ ,工件坐标系的  $s_x$  轴矢量由  $q_1$ 、 $q_2$  归一化后确定,即

$$s_x = a_{sx}i + b_{sx}j + c_{sx}k$$

因此,根据正交关系, $s_y$  轴矢量为

$$s_y = s_z \times s_x = a_{sy}i + b_{sy}j + c_{sy}k$$

得到 3 个特征点确定的坐标系到坐标系  $o_s$  的位姿转换矩阵

$$T_s^r = \begin{bmatrix} s_x & s_y & s_z & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

同理,3 个特征点确定的坐标系到坐标系  $o_r$  的位姿转换矩阵

$$T_r^r = \begin{bmatrix} r_x & r_y & r_z & p_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CAD 模型坐标系  $o_s$  到实际机器人坐标系  $o_r$  的转换矩阵为

$$T_r^s = (T_s^r)^{-1} T_r^r \quad (1)$$

## 2 位姿逆解多解的优选模型

将转换到机器人坐标系的喷涂空间轨迹曲线划分为  $n$  个目标点,设 TCP 经过第  $i$  个目标点的位姿为  $a(i)$ 。 $A = \{a(i) = [P(i), O(i)]^T; i \in [1, n]\}$  为位姿向量,其中  $P(i) = [p_x(i), p_y(i), p_z(i)]$ ,表示喷枪位置; $O(i) = [o_\varphi(i), o_\theta(i), o_\phi(i)]$ ,表示喷枪姿态。设相邻两目标点间的间距为  $d(j)$ ,则有间距向量  $D = \{d(j) = \|P(j) - P(j+1)\|; j \in [1, n-1]\}$ 。对于多关节机器人,每个可达的目标点均不少于一组逆解,用  $j_i$  表示第  $i$  个目标点逆解的组数,设  $\theta_{ifg}$  为第  $i$  个目标点取第  $f$  组逆解时第  $g$  个关节的旋转角度,则  $\theta = \{\theta_{ifg}; i \in [1, n], f \in [1, j_i], g \in [1, G]\}$  为所有解的集合,其中  $G$  为机器人的有效关节数目。

由于机器人存在多重解,所以对于同一个目标点,向量  $A$  存在多种关节运动与之匹配。在避免碰撞的前提下,通常按“最短行程”的准则来优选逆解,使每个关节移动量为最小。由于工业机器人前面三个连杆的尺寸较大,后面三个较小,故本文遵循“多移动小关节,少移动大关节”的原则,通过加权处理获得最优逆解组合<sup>[9]</sup>。

设最优逆解组合中,对应第  $i$  个目标点取其第  $f(i)$  组逆解,则最优逆解组合为

$$F = \{f(i); i \in [1, n], f(i) \in [1, j_i]\}$$

对目标点间的关节行程取加权和,然后把这段轨迹的行程累加,则总关节行程

$$S(F) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{g=1}^G w_g |\theta_{(i+1)f(i+1)g} - \theta_{if(i)g}| \quad (2)$$

式中  $w_g$ ——关节行程的加权系数

则“最短行程”优化问题表示为

$$\min_F S(F) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{g=1}^G w_g |\theta_{(i+1)f(i+1)g} - \theta_{if(i)g}| \quad (3)$$

其中  $f(i) \in [1, j_i]$ 。

## 3 基于 Dijkstra 的位姿逆解最优组合算法

式(3)所示“最短行程”的优化问题实质上是在赋权有向图中求“最短路”的问题。可把所有目标点的所有逆解用一个赋权有向图表示,采用 Dijkstra 算法求出图中的最短路即为最优的逆解组合。

### 3.1 赋权有向图的建立

按照图论理论,建立一个基于所有机器人逆解的赋权有向图如图 2 所示。

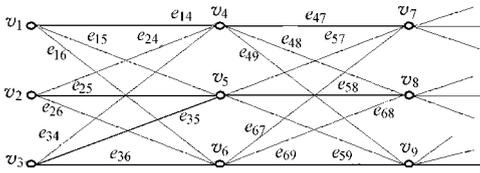


图2 赋权有向图

Fig. 2 Directed weighted graph

$$G = (V, E)$$

其中  $V$  是非空顶点集合 (一组逆解对应一个顶点  $v_i$ );  $E$  为路段集合,且

$$E = \{e_{jk}\}$$

其中  $j, k$  为路段  $e$  两端的顶点序号,  $c(e)$  为定义在集合  $E$  上的一个非负函数,表示路段  $e$  的长度为

$$c(e) = c(j, k) \quad (e \in E)$$

位姿  $a(i)$  的全部逆解在  $V$  中的顶点用集合  $V_i$  表示,则由位姿逆解优选模型得路段  $e$  的长度

$$c(j, k) =$$

$$\begin{cases} \sum_{g=1}^G w_g |v_k(g) - v_j(g)| & (v_j \in V_i \text{ 且 } v_k \in V_{i+1}) \\ \infty & (\text{其他}) \end{cases} \quad (4)$$

### 3.2 用 Dijkstra 算法求最优逆解组合

Dijkstra 算法的基本思想是:给赋权图  $G$  的每一个顶点记一个标号 (临时标号  $T$  或者永久标号  $P$ );  $T$  标号是从始顶点到该顶点的最短道路长的上界,  $P$  标号是从始点到该顶点的最短道路长;每一步把某个顶点的  $T$  标号改为  $P$  标号,这样,一旦终点得到  $P$  标号,算法终止<sup>[10]</sup>。

Dijkstra 算法步骤:

(1) 给顶点  $v_1$  标  $P$  标号  $d(v_1) = 0$ , 给其他顶点  $v_j (j = 2, 3, \dots, n)$  标  $T$  标号  $d(v_j) = l_{v_j}$ 。

(2) 在所有  $T$  标号中取最小者,譬如,  $d(v_{j_0}) = l_{v_{j_0}}$ , 则把顶点  $v_{j_0}$  的  $T$  标号改为  $P$  标号。并重新计算具有  $T$  标号的其他各顶点的  $T$  标号:选顶点  $v_j$  的  $T$  标号  $d(v_j)$  与  $d(v_{j_0}) + l_{j_0j}$  中较小者作为  $v_j$  的新的  $T$  标号,即:设  $P = \{v_j | v_j \text{ 具有 } P \text{ 标号}\}$ ,  $T = \{v_j | v_j \text{ 具有 } T \text{ 标号}\} = V \setminus P$ 。

若  $d(v_k) = \min_{v_j \in T} \{d(v_j)\}$ , 则  $d(v_k)$  改记为顶点  $v_k$  的  $P$  标号,故  $v_k \in P$ , 把  $T \setminus \{v_k\}$  中的顶点  $v_j$  的  $T$  标号修改为  $\min\{d(v_j), d(v_k) + l_{kj}\}$ , 显然,这里只需对与  $v_k$  相邻的具有  $T$  标号的顶点重新  $T$  标号即可。

(3) 重复上述步骤 (2), 直到  $v_n \in P$ 。这时  $d(v_n)$  即为  $v_1$  到  $v_n$  的最短路长。

针对喷涂空间轨迹曲线的  $n$  个目标点,共存在

$\sum_{i=1}^n j_i$  个逆解 (顶点),以喷涂起始位姿  $a(1)$  的任一

组逆解作为起始顶点,由结束位姿  $a(n)$  的任一逆解作为结束顶点,剔除首尾位姿的其余逆解,采用 Dijkstra 算法在剩余  $n - 2$  个位姿的  $\sum_{i=2}^{n-1} j_i$  个逆解 (顶点) 中找出两顶点间的最短路。显然,有  $C_{j_1}^1 C_{j_n}^1$  条这样的最短路,其中最短的一条就是本文所求的最优的逆解组合。

## 4 轨迹转换失真与对策

### 4.1 轨迹转换失真

轨迹转换失真是指所求逆解组合中存在相邻逆解的某一关节转角出现跳变,如图 3 所示,关节 4 的转角在第 38 个目标点到第 39 个目标点间出现了  $190^\circ$  的跳变。由于机器人关节运动的加速度有限,因此所得运动轨迹在目标点 38 到 39 之间需要花费较多的时间,影响了喷涂空间轨迹的速度连续性,导致轨迹转换的失真。

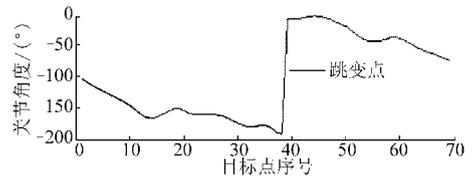


图3 有跳变点的关节轨迹

Fig. 3 Joint trajectory with jumping point

### 4.2 失真原因与对策

由于机器人的工作空间有限,在工作空间内不同位姿,逆解数目不同,因此可能存在喷涂空间轨迹的部分目标点的逆解数唯一或太少,由此造成图 3 所示的关节转角跳变。解决方法为:①对失真点附近的目标点进行位姿和速度调整,在不影响喷涂效果的前提下增加逆解数。②调整工件与机器人的相对位姿,增加机器人在目标点位姿的逆解数。③重新规划喷涂空间轨迹。

## 5 试验验证

在自主开发的喷涂机器人离线编程软件中生成一段喷涂空间轨迹如图 4 所示 (粗曲线为 TCP 在工件表面的投影路径,细短线段与粗曲线粗黑线的交点为路径上所取得喷涂目标点,细短线段的方向为喷枪喷涂到目标点时的姿态)。采用前述方法将喷涂空间轨迹转为试验平台中 FANUC\_M-6iB 型机器人的末端轨迹,求出所有目标点位姿的逆解,采用 Dijkstra 算法求出最优逆解组合,最优的逆解序列如图 5 所示,横坐标为喷涂目标点序号,纵坐标为求出的对应目标点的逆解序号;对应的机器人各关节轨迹如图 6 所示,纵坐标为 5 个关节的转动角度,横坐

标为“路径间距”,表示 TCP 运行距离。由图 6 可知,所求机器人各关节角度变化不存在突变,即所求逆解所对应的机器人末端喷枪的运动轨迹与规划的喷涂空间轨迹一致。将图 6 中关节角度数据通过离线编程软件下载到喷涂机器人控制器中,然后启动机器人实现对工件表面的自动喷涂。试验结果显示:机器人的运行轨迹符合喷涂要求,验证了本文方法的可行性和有效性。

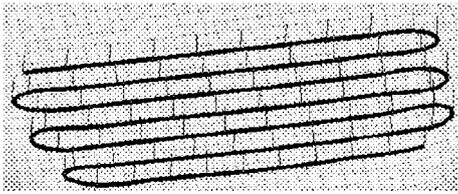


图 4 工件顶部喷涂路径

Fig. 4 Gun pass for the top of the basin

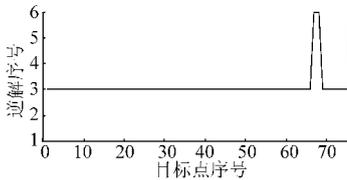


图 5 目标点逆解序号

Fig. 5 Number of inverse kinematic solution along pass

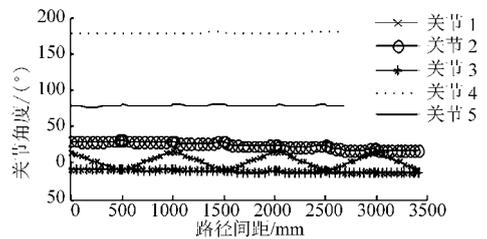


图 6 关节轨迹

Fig. 6 Joint trajectory

## 6 结论

(1)通过对喷涂机器人空间轨迹到关节轨迹的转换问题分析,采用辅助特征点三点标定法将喷涂空间轨迹转换到机器人坐标系内,建立了求取机器人关节运动最短行程的位姿逆解的优选模型。为快速有效地获取最优的逆解组合,引入赋权有向图表示逆解间的行程关系,利用解图中最短路问题的 Dijkstra 算法对既定喷枪轨迹位姿逆解多解进行了优选。

(2)分析了轨迹转换过程中关节角度跳变造成的轨迹转换失真问题,并研究了解决失真的对策。在喷涂机器人离线编程试验平台上进行了喷涂试验,验证了本文轨迹转换算法的可行性和有效性。

## 参 考 文 献

- Sheng W H, Ning Xi, Song M, et al. Automated cad-guided robot path planning for spray painting of compound surfaces[C] //IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Japan: Tankamutsa, 2000: 1 918 ~ 1 923.
- Chen H P, Sheng W H, Ning Xi, et al. Automated robot trajectory planning for spray painting of free form surfaces in automotive manufacturing [C] // Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Washington D C, 2002:450 ~ 455.
- Prasad N Atkar, Aaron Greenfield, David C Conner, et al. Hierarchical segmentation of surfaces embedded in  $R^3$  for auto-body painting[C] //Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005:574 ~ 579.
- 赵德安, 陈伟, 汤养. 面向复杂曲面的喷涂机器人喷枪轨迹优化[J]. 江苏大学学报:自然科学版, 2007, 28(5): 425 ~ 429.  
Zhao Dean, Chen Wei, Tang Yang. Trajectory optimization of robotic spray painting for complex curved surfaces[J]. Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition, 2007, 28(5): 425 ~ 429. (in Chinese)
- 赵德安, 陈伟, 汤养. 基于遗传算法的喷涂机器人喷枪路径规划[J]. 中国机械工程, 2008, 19(7): 777 ~ 779.  
Zhao Dean, Chen Wei, Tang Yang. Tool path planning of spray painting robot based on genetic algorithms [J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(7): 777 ~ 779. (in Chinese)
- 陈伟, 赵德安, 汤养. 自由曲面喷漆机器人喷枪轨迹优化[J]. 农业机械学报, 2008, 39(1): 147 ~ 150.  
Chen Wei, Zhao Dean, Tang Yang. Trajectory optimization on robotic spray painting of free-form surfaces [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(1): 147 ~ 150. (in Chinese)
- 李发忠, 赵德安, 姬伟, 等. 面向凹凸结构曲面的喷漆机器人轨迹优化研究[J]. 江苏科技大学学报:自然科学版, 2008, 22(4): 64 ~ 67.  
Li Fazhong, Zhao Dean, Ji Wei, et al. Trajectory optimization of spray painting robot for concavo-convex surfaces [J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2008, 22(4): 64 ~ 67. (in Chinese)
- 李发忠, 赵德安, 张超, 等. 基于 CAD 的喷涂机器人轨迹优化[J]. 农业机械学报, 2010, 41(5): 213 ~ 217.  
Li Fazhong, Zhao Dean, Zhang Chao, et al. Trajectory optimization of spray painting robot based on CAD [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(5): 213 ~ 217. (in Chinese)
- 熊有伦. 机器人技术基础[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 1996.
- 张福浩, 刘纪平, 李青元. 基于 Dijkstra 算法的一种最短路径优化算法[J]. 遥感信息, 2004(2): 38 ~ 41.  
Zhang Fuhao, Liu Jiping, Li Qingyuan. A new way of network analysis based on Dijkstra [J]. Remote Sensing Information, 2004(2): 38 ~ 41. (in Chinese)