

斜齿轮成形磨削砂轮修形与仿真^{*}

苏建新¹ 邓效忠² 任小中² 张立功²

(1. 西北工业大学机电学院, 西安 710072; 2. 河南科技大学机电工程学院, 洛阳 471003)

【摘要】 根据斜齿轮成形磨削过程中砂轮与齿轮之间的运动关系,建立了斜齿轮成形磨削的数学模型;通过推导成形砂轮与被加工齿面的接触条件方程,得出了成形砂轮的理论廓形,推导出砂轮廓型的等距曲线。设计了成形砂轮数控修形和数值模拟仿真软件,用于修整磨削任意参数斜齿轮的成形砂轮和检验砂轮的修形精度。斜齿轮磨削试验验证了修形理论的正确性和修形软件的有效性。

关键词: 斜齿轮 成形磨削 砂轮廓形 修形

中图分类号: TG61⁺6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2010)10-0219-04

Form Grinding Wheel Dressing and Simulation for Helical-gear

Su Jianxin¹ Deng Xiaozhong² Ren Xiaozhong² Zhang Ligong²

(1. School of Mechatronics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

2. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

Abstract

Based on the motion relation between grinding wheel and gear in the process of helical-gear form grinding, the mathematical model of the helical-gear form grinding was established. The theoretical profile of the grinding wheel had been obtained by deducing the contact condition equations between the grinding wheel and the tooth face to be ground. The equidistant curve of the profile of grinding wheel was deduced to meet the need for dressing the grinding wheel by means of diamond wheel. The grinding wheel dressing software and numerical simulation software were developed, which could be used to dress the form grinding wheels with arbitrary helical-gear parameters and test the wheel dressing accuracy. Helical-gear grinding experiments showed that the dressing theory was correct and the dressing software was feasible.

Key words Helical-gear, Form grinding, Wheel profile, Wheel dressing

引言

用成形法磨削斜齿轮时保证齿形精度的关键是成形砂轮的修形,成形砂轮的廓形直接决定了磨削齿轮的齿形,修形精度直接决定磨削齿轮的质量^[1]。开发可磨削任意参数斜齿轮的砂轮修形软件对成形法磨削斜齿轮至关重要。

1 成形砂轮廓形计算

成形法磨削斜齿轮时,通过接触线绕砂轮轴线

旋转得到砂轮回转面^[2]。将修整好的盘形砂轮放在斜齿轮的螺旋槽中,用垂直于砂轮旋转轴的一系列平面去剖截砂轮回转面和轮齿的螺旋面,在每一平面上都将得到砂轮的一个截圆和工件螺旋面的一条截交曲线。砂轮截圆与截交线只能相切,其切点 M 就是平面与接触线的交点,称接触点^[3]。这些平面的位置尺寸和砂轮截圆半径就是砂轮轴截面廓形坐标。由于斜齿轮的螺旋槽端面齿形是对称的,相应的成形砂轮轴截面廓形也是对称的,只需计算一侧齿形即可。

收稿日期: 2009-09-17 修回日期: 2009-10-28
^{*} 国家自然科学基金资助项目(50575068)
作者简介: 苏建新,博士生,主要从事齿轮成形磨削研究,E-mail: jianxinsu@126.com

1.1 建立斜齿圆柱齿轮的渐开螺旋面方程

渐开螺旋面的端面截形是渐开线,如图 1 所示。设其基圆半径为 r_b , 齿槽右侧渐开线 EF 的起点为 E , OE 与 x 轴的夹角为 σ_0 , 渐开线上任意一点 $M(x_M, y_M)$ 的法线与基圆的切点为 A , 取 $\angle EOA = u$ 作为参变量, 根据渐开线的性质, $l_{MA} = r_b u$, 所以渐开线方程为

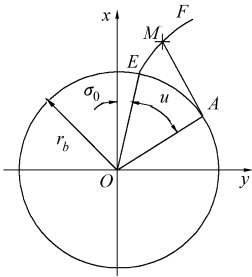


Fig.1 Tooth profile at the end face of helical-gear

$$\begin{cases} x_M = r_b \cos(\sigma_0 + u) + r_b u \sin(\sigma_0 + u) \\ y_M = r_b \sin(\sigma_0 + u) - r_b u \cos(\sigma_0 + u) \end{cases} \quad (1)$$

将渐开线 EF 绕 z 轴作螺旋运动, 形成的螺旋面相当于斜齿轮的上齿面, 所以右旋渐开螺旋面上侧齿面的方程为

$$\begin{cases} x = r_b \cos(\sigma_0 + u + \theta) + r_b u \sin(\sigma_0 + u + \theta) \\ y = r_b \sin(\sigma_0 + u + \theta) - r_b u \cos(\sigma_0 + u + \theta) \\ z = p\theta \end{cases} \quad (2)$$

其中 $p = p_z / (2\pi)$
式中 θ ——端截形上参数为 u 的点 M 绕 z 轴转过的角度
 p ——螺旋参数, 右旋为正, 左旋为负
 p_z ——导程

1.2 计算共轭接触条件

图 2 为成形砂轮加工渐开螺旋面的示意图。坐标系 $Oxyz$ 固连于齿轮上, 其轴线为坐标轴 z , 坐标轴 x 为齿轮端截面齿形对称轴。坐标系 $O_0x_0y_0z_0$ 固连于砂轮上, 其旋转轴线为坐标轴 y_0 , 它与 z 轴负方向之间的夹角为 Σ , 坐标轴 x_0 与齿轮坐标系的 x 轴重合, 两坐标系原点间的距离 OO_0 等于中心距 a 。各参数间的相互关系和砂轮廓形原理如图 3 所示。

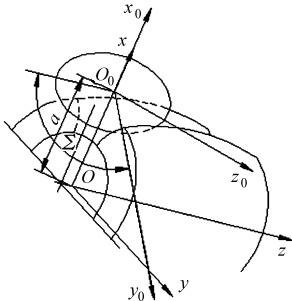


图 2 成形砂轮加工渐开螺旋面示意图
Fig.2 Helicoids machining with forming wheel

将齿轮右旋螺旋面的左侧表面在坐标系 $Oxyz$ 中的方程(2)变换到坐标系 $O_0x_0y_0z_0$ 中得

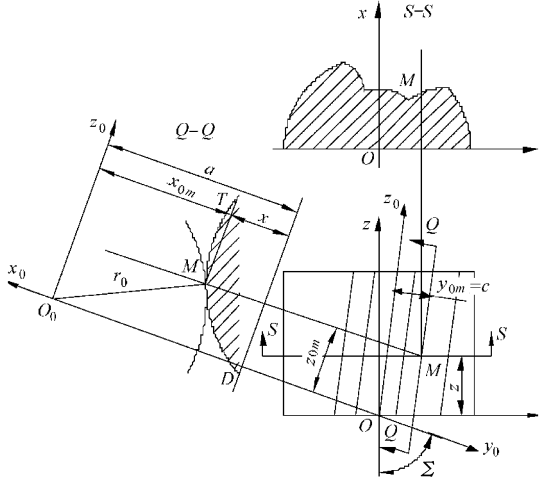


图 3 用截面法计算成形砂轮廓形示意图
Fig.3 Calculation of wheel profile with sectional method

$$\begin{cases} x_{0m} = r_b \cos(\sigma_0 + u + \theta) + r_b u \sin(\sigma_0 + u + \theta) - a \\ y_{0m} = r_b \sin(\sigma_0 + u + \theta) \sin \Sigma - r_b u \cos(\sigma_0 + u + \theta) \sin \Sigma - p \theta \cos \Sigma \\ z_{0m} = r_b \sin(\sigma_0 + u + \theta) \cos \Sigma - r_b u \cos(\sigma_0 + u + \theta) \cos \Sigma + p \theta \sin \Sigma \end{cases} \quad (3)$$

用垂直于砂轮旋转轴线(即 y_0 轴)并与原点 O 相距 c 的平面 $Q-Q$ 来剖截砂轮和齿轮螺旋面, 平面 $Q-Q$ 与砂轮相截得到半径为 r_0 的圆, 其在坐标系 $O_0x_0y_0z_0$ 中的方程为

$$r_0^2 = x_{0m}^2 + z_{0m}^2 \quad (4)$$

平面 $Q-Q$ 与齿轮螺旋面相截得到一截交曲线 DT , 由于 $r_b = p \tan \beta_b$, β_b 为基圆螺旋角, 所以砂轮和工件的共轭接触条件应满足^[1]

$$\left[\tan \beta_b \left(\frac{a}{r_b} \cot \Sigma - \tan \beta_b \right) \cos(\sigma_0 + u + \theta) - \tan \beta_b \left(\cot \Sigma + \frac{a}{r_b} \right) \right] / \sin(\sigma_0 + u + \theta) + u \tan^2 \beta_b - \theta = 0 \quad (5)$$

设

$$\begin{cases} \tau = \sigma_0 + u + \theta \\ n_1 = \tan \beta_b \left(\cot \Sigma + \frac{a}{r_b} \tan \beta_b \right) \\ n_2 = \tan \beta_b \left(\frac{a}{r_b} \cot \Sigma + \tan \beta_b \right) \\ n_3 = u \tan^2 \beta_b + \sigma_0 + u \end{cases} \quad (6)$$

式(6)代入式(5), 得

$$\frac{n_2 \cos \tau - n_1}{\sin \tau} + n_3 - \tau = 0 \quad (7)$$

这就是成形砂轮与被加工螺旋面的接触条件, 即当齿轮螺旋面上某一点成为接触线上的一点时, 该点的有关齿形参数应满足式(7)。

1.3 计算砂轮轴截面廓形

由式(7)可以看出, 当砂轮相对于齿轮的安装

参数 a 和 Σ 确定之后,利用等误差算法令参数 u 以微小间隔 Δu 为步距变化取值 $u_1, u_2, \dots$, 便可根据式(6)求出辅助参数 n_1, n_2, n_3 , 把它们代入式(7), 就得到一个含未知数 τ 的超越方程式,用牛顿迭代法解此方程可求得 τ 的值。

求出 τ 后,则该点成为接触点时的 θ 为

$$\theta = \tau - \sigma_0 - u \quad (8)$$

把求得的 θ 代入式(3)便可求得接触点的坐标 x_{0m}, y_{0m}, z_{0m} 。如图 4 所示,用坐标 X_1 和 Y_1 表示的砂轮轴截面廓形为

$$\begin{cases} X_1 = y_{0m} \\ Y_1 = \sqrt{x_{0m}^2 + z_{0m}^2} \end{cases} \quad (9)$$

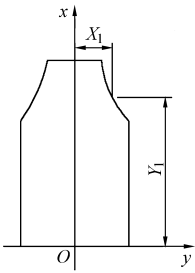


图 4 砂轮轴截面廓形
Fig. 4 Axial cross-section profile of grinding wheel

2 等距曲线推导

用金刚石滚轮的圆弧修整成形砂轮廓形,金刚石滚轮的修形轨迹是与成形砂轮廓形相距为 R 的等距曲线。因此,只有求出这条等距曲线才能正确修整出成形砂轮的廓形。

由于磨削斜齿轮的砂轮廓形凹向砂轮方向,所求等距曲线在砂轮廓形法线的负方向,所以所求等距曲线是成形砂轮廓形的外等距曲线^[4]。

由式(9)可推出砂轮廓形等距曲线的方程为

$$\begin{cases} X_{-R} = X_1 + R \frac{Y_1'}{\sqrt{X_1'^2 + Y_1'^2}} \\ Y_{-R} = Y_1 - R \frac{X_1'}{\sqrt{X_1'^2 + Y_1'^2}} \end{cases} \quad (10)$$

式中 R ——金刚石滚轮圆角半径

X_1', Y_1' ——砂轮轴截面廓形坐标 X_1 和 Y_1 导数

3 修形精度分析与数值模拟

砂轮廓形由一系列点组成,由已计算出的砂轮廓形反过来求解所加工的工件端面齿形,无法用解析法求出。只有通过数值模拟包络法在齿轮端面模拟出成形砂轮加工过程中扫描过的轨迹,该轨迹即为工件的端面齿槽。将数值模拟包络形成的端面齿廓与渐开线插补形成的理论齿廓作比较即可判断修形精度是否满足要求,以及砂轮是否对零件产生过切等。

如图 2 所示的加工坐标系,设砂轮轴截面廓形上任意点 $M(x_{0m}, y_{0m}, 0)$ 旋转 φ 后可在砂轮坐标系中用点 $N(x_{0m} \sin \varphi, y_{0m}, x_{0m} \cos \varphi)$ 表示,点 N 又可在

齿轮坐标系 $Oxyz$ 中用点 $N'(x', y', z')$ 表示,坐标变换式为

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \Sigma & \cos \Sigma \\ 0 & -\cos \Sigma & \sin \Sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{0m} \sin \varphi \\ y_{0m} \\ x_{0m} \cos \varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

式中 φ ——砂轮回转运动参数

在齿轮坐标系 $Oxyz$ 中,将 N' 点沿齿面运动到齿轮端面 P 点上,其坐标变换式为

$$\begin{cases} x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \\ y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \\ z = 0 \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$\theta = -2\pi z' / p_z$$

对砂轮廓形上的任一点,令砂轮回转运动参数 φ 在一定范围内以很小的间距改变,每次改变后用式(11)、(12)计算,便可在齿轮端面上得到一个点群,连接该点群得到一条曲线,砂轮廓形上所有点重复上述过程,便可得到一个曲线族,该曲线族的包络线就是通过数值模拟法得到的齿轮端面齿形。将模拟法得到的齿轮端面齿形与渐开线插补得到的理论齿形作比较可判断修形是否正确、参数是否选择合理,并通过试算改变加工参数以满足误差要求。

4 修形仿真软件

斜齿轮成形磨削砂轮修形仿真软件是基于 Windows 操作平台,以 Visual C++ 6.0 为开发工具,采用面向对象的设计方法开发而成。它具有 6 个功能模块:齿轮参数计算模块,用于输入待加工斜齿轮的基本参数;渐开线逼近计算模块,由齿廓允差数值求出渐开线廓形的离散点坐标值;砂轮廓形试算模块,根据模拟包络出磨削的实际齿形来选择理想的砂轮安装角 Σ 和砂轮半径 R ;砂轮廓形计算及仿真模块,计算成形砂轮廓形、仿真成形砂轮廓形、仿真金刚石滚轮运动轨迹、生成成形砂轮廓形修形指令;磨削加工指令生成模块和齿形误差分析模块,确定在磨削加工过程中存在砂轮安装角误差 $\Delta \Sigma$ 、砂轮与齿轮的中心距误差 Δa 和砂轮切向误差 Δy_0 产生的齿形误差的大小。图 5 是软件流程图。

5 仿真与试验

运行程序,输入试验工件参数如图 6 所示,可计算出齿轮的各种测量尺寸,插补生成渐开线离散点。砂轮廓形试算仿真结果如图 7 所示,通过输入不同的砂轮安装角和砂轮半径进行模拟仿真,直到砂轮不产生过切、加工廓形与理论廓形一致为止。图 8

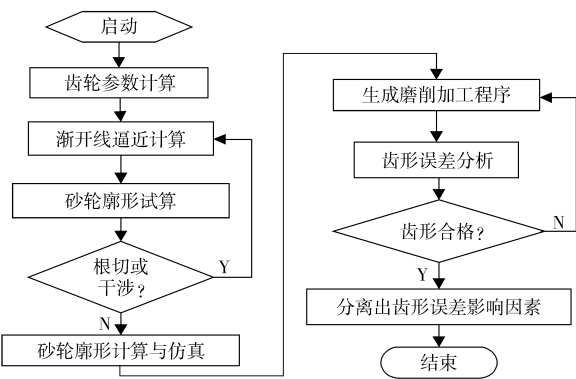


图5 软件系统操作流程

Fig.5 Flowchart of software system

所示是加工误差分析结果,图中标定误差单位是 $5\mu\text{m}$,实际修形与理论值误差在 $5\mu\text{m}$ 左右。如图9所示,在开发的成形磨齿机^[5~7]上进行修形磨削试验,经检测达到6级精度。



图6 参数计算界面

Fig.6 Interface of parameters computation

6 结论

(1)根据成形磨削原理建立了加工坐标系,求出渐开线斜齿轮的齿面方程式,用截面法求解出成形砂轮与工件螺旋面的接触条件式,求解出成形砂轮的轴截面廓形。

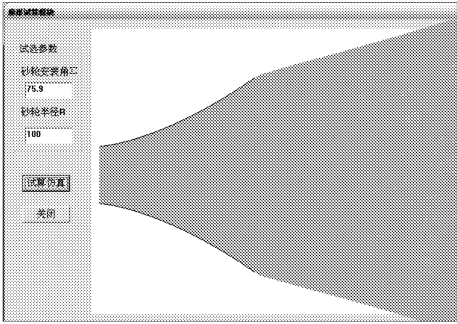


图7 砂轮廓形试算仿真界面

Fig.7 Interface of grinding wheel profile

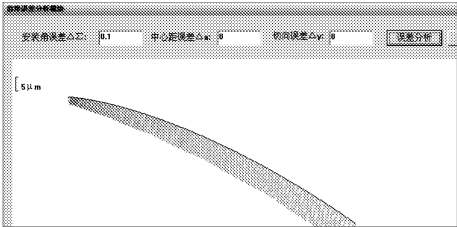


图8 齿形误差分析结果界面

Fig.8 Interface of tooth profile error analysis

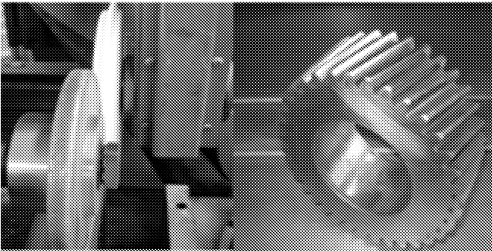


图9 砂轮修整试验设备及磨削加工后的斜齿轮图片

Fig.9 Wheel dressing equipment and ground helical-gear

- (2)基于砂轮修形原理,利用等距曲线求解出金刚滚轮修整成形砂轮的修整轨迹。
- (3)开发出砂轮修形及误差数值模拟仿真软件,可用求出的砂轮廓形反求工件齿形。

参 考 文 献

1 四川省机械工业局. 齿轮刀具设计理论基础[M]. 北京:机械工业出版社,1982.

2 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 北京:机械工业出版社,1982:114.

3 王伏林,易传云,杨叔子,等. 二维数字化齿面的插削展成加工方法[J]. 机械工程学报,2008,44(6):87~94.
Wang Fulin, Yi Chuanyun, Yang Shuzi, et al. Slotting method for two dimensional digital gear tooth surfaces[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008,44(6): 87~94. (in Chinese)

4 傅则绍. 微分几何与齿轮啮合原理[M]. 东营:石油大学出版社,1999.

5 任小中,邓效忠,苏建新. 内齿轮成形磨削及砂轮修形技术的研究[J]. 中国机械工程,2008,19(22): 2 647~2 649.
Ren Xiaozhong, Deng Xiaozhong, Su Jianxin. Study on the CNC internal gear form grinding technology[J]. China Mechanical Engineering, 2008,19(22): 2 647~2 649. (in Chinese)

6 邓效忠. 一种内齿轮成形磨齿机. 中国,ZL200520030867.8[P]. 2006-06-21.

7 任小中,邓效忠,苏建新,等. 数控成形磨齿机计算机辅助模块化设计[J]. 农业机械学报,2008,39(2):144~146.
Ren Xiaozhong, Den Xiaozhong, Su Jianxin, et al. Computer aided modularization design of CNC gear form grinding machine[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008,39(2): 144~146. (in Chinese)