

DOI:10.3969/j.issn.1000-1298.2010.07.045

# 三角网格曲面高精度刀轨快速生成算法\*

孙殿柱 李心成 李延瑞 刘健

(山东理工大学机械工程学院, 淄博 255091)

**【摘要】** 提出一种三角网格曲面刀轨生成算法,该算法引入  $R^*$ -tree 索引结构并对其进行改进,建立三角网格曲面的三维空间索引结构,快速获取局部型面参考数据并分析其微分几何性质,基于局部型面 1 阶连续约束条件,采用抛物线逼近网格边界,实现三角网格曲面精度补偿,对网格边界曲线与刀轨截面求交获取刀位数据,对其进行排序生成刀轨,实例表明该算法数据适应性强,生成数控加工刀轨精度高,算法运行速度快。

**关键词:** 三角网格曲面 刀轨生成 曲线逼近

**中图分类号:** TP391.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2010)07-0223-04

## Research on High Precision and Fast Generation Algorithm of NC Tool Path for Triangular Mesh Surface

Sun Dianzhu Li Xincheng Li Yanrui Liu Jian

(School of Mechanical Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255091, China)

### Abstract

A new high precision and fast generation algorithm of NC tool path for triangular mesh surface was proposed, which included four steps: the first, the topological structure of the triangular mesh surface was organized by improving the  $R^*$ -tree spacial index structure; the second, triangular patches were obtained based on  $R^*$ -tree spacial index structure and their geometric characteristics were analyzed; the third, parabola was adopted to approximate grid borders based on the first-order continuous; the fourth, the numerical control tool path was obtained through offsetting and sorting the cutter-contact points which were calculated by intersecting between the parabola and tool section. The experimental result proves that the algorithm data have strong adaptability with high precision numerical control tool path.

**Key words** Triangular mesh surface, Tool path generation, Curve approximation

### 引言

三角网格曲面可实现基于产品外形采样数据点云的曲面模型快速精确重构,目前已在产品逆向工程领域获得广泛应用。对逆向工程系统输出的三角网格曲面模型直接生成数控加工刀轨,可有效缩短复杂外形产品开发周期,降低产品成本,但由于三角网格曲面是对原始模型的线性逼近,存在模型精度损失问题,其数控加工刀轨求解精度与效率是制约逆向工程与现行 CAM 技术无缝集成的关键问题。

目前提出的三角网格曲面刀轨生成算法主要有:网格直接求交法、边界插值求交法和曲面插值求交法。网格直接求交法<sup>[1]</sup>遍历查找三角网格曲面与刀轨截面相交的三角面片,通过计算与刀轨截面交点获取刀触点,该算法对数据量少且曲率变化小的曲面模型比较实用,而对海量数据点的复杂曲面模型,其三角网格处理效率低,求交速度慢;边界插值求交法<sup>[2]</sup>通过创建三角面片邻接表,查找与刀轨截面相交的三角面片,根据网格顶点法矢插值边界曲线与刀轨截面的交点计算刀位点,该算法生成的

收稿日期: 2009-03-09 修回日期: 2009-05-15

\* 国家“863”高技术研究发展计划资助项目(2006AA04Z105)

作者简介: 孙殿柱,教授,博士,主要从事 CAD/CAM 一体化、逆向工程研究, E-mail: dianzhus@sdut.edu.cn

刀轨精度较高,但三角面片邻接链表的建立及维护过程过于繁琐,链表中存在大量的面片冗余信息,严重影响三角网格曲面与刀轨截面求交速度;曲面插值求交法<sup>[3]</sup>采用三角 Bézier 曲面插值三角网格曲面提高刀轨生成精度,但三角 Bézier 曲面插值运算量大,曲面与刀轨截面求交过程复杂,算法运行速度慢。

本文针对以上算法存在的不足,引入  $R^*$ -tree 索引结构并对其进行改进,建立三角网格曲面的三维空间索引结构,基于该结构快速获取局部型面参考数据,分析局部型面微分几何性质,深度优先遍历与刀轨截面相交的三角面片,基于局部型面 1 阶连续约束条件,采用抛物线逼近网格边界,对三角网格曲面精度补偿,通过网格边界曲线与刀轨截面求交获取刀触点,将刀触点沿法向矢量偏置确定刀位点,对散乱刀位点排序生成刀轨。

## 1 三角网格曲面空间索引结构的建立

为精确表示复杂拓扑曲面,三角网格曲面模型通常由大规模密集三角面片组成,为其建立合理的数据结构是高效实现各种几何运算的先决条件。本文引入  $R^*$ -tree<sup>[4]</sup> 索引结构并对其进行改进,建立三角网格曲面的三维空间索引结构<sup>[5]</sup>,有效解决三角网格模型数据结构的创建及动态维护等问题。

### 1.1 索引结点规范化表示

$R^*$ -tree 结点插入算法采用结点 MBR (minimum bounding rectangle) 增量作为结点聚类分簇的判定条件<sup>[6]</sup>,该算法应用于三角面片集合的空间聚类分簇时,若三角面片平行于坐标平面,结点 MBR 将会由三维退化为二维,导致  $R^*$ -tree 结点插入失效,破坏了  $R^*$ -tree 结点的聚合性。为解决该问题,将三角面片及索引结点 MBR 统一表示为四维点对象  $(x, y, z, r)$ ,其中  $x, y, z$  为 MBR 中心坐标,  $r$  为 MBR 外接球半径值。

### 1.2 三角面片集合的 k-means 聚类分簇

采用 k-means 算法<sup>[7]</sup>实现三角面片集合的空间聚类分簇。在选取初始分簇中心时,为减少 k-means 迭代次数,将结点中心距离最远的一对结点 MBR 中心作为初始分簇中心。

确定初始分簇中心后,将数据对象添加到中心距其最近的分簇中。为使结点 MBR 均匀,避免出现结点 MBR 奇异,根据  $R^*$ -tree 定义,当分裂所得结点的子结点数  $k$  小于  $R^*$ -tree 最小子结点数  $m$  时,则将另一簇中距离当前簇较近的  $m - k$  个结点插入到当前簇中,并调整分裂结果。

采用 k-means 对  $R^*$ -tree 索引结点进行聚类分

簇时,需要迭代定位最终的分簇中心。对于同簇结点中的  $N$  个索引结点,其四维标准化坐标为  $p_i(x_i, y_i, z_i, r_i), i = 1, 2, \dots, N$ ,分簇中心坐标  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{r})$  为

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^N x_i r_i}{\sum_{i=1}^N r_i} & \bar{y} &= \frac{\sum_{i=1}^N y_i r_i}{\sum_{i=1}^N r_i} \\ \bar{z} &= \frac{\sum_{i=1}^N z_i r_i}{\sum_{i=1}^N r_i} & \bar{r} &= \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{N} \end{aligned}$$

各索引结点至聚类分簇中心的距离  $d$  为

$$d = [(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2 + (z_i - \bar{z})^2 + (r_i - \bar{r})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

基于四维点表示的三角网格曲面空间聚类分簇效果如图 1 所示。

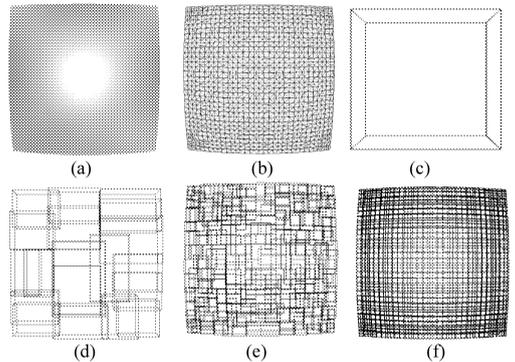


图 1 球面模型空间聚类分簇效果图

Fig. 1 Result of establishing  $R^*$ -tree for sphere mesh model

(a) 球面模型渲染图 (b) 三角网格模型 (c) 第 1 层结点  
(d) 第 2 层结点 (e) 叶结点 (f) 数据结点

## 2 三角网格曲面刀轨生成

### 2.1 网格顶点法矢计算

由于  $R^*$ -tree 范围查询算法<sup>[4]</sup>的数据查询效率优于文献[1~3]中的数据结构,采用该算法快速获取共顶点三角面片集,以其顶点作为局部型面参考数据,基于该参考数据求解网格顶点法矢,为三角网格曲面精度补偿及刀位数据求解提供局部型面几何特征参数。

如图 2 所示,设以网格顶点  $P_0$  为公共顶点的三角面片数为  $m$ ,各面片法矢与面积分别为  $\mathbf{n}_k, s_k$ ,其中  $1 \leq k \leq m, P_0$  处法矢  $\mathbf{n}$  为

$$\mathbf{n} = \frac{\sum_{k=1}^m s_k \mathbf{n}_k}{\sum_{k=1}^m s_k} \quad (2)$$

### 2.2 三角网格曲面与刀轨截面求交

根据三角网格曲面索引结构各层结点 MBR 与

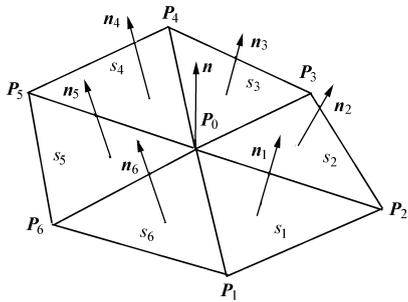


图 2 网格顶点  $P_0$  局部型面参考数据

Fig. 2 Triangular patches of  $P_0$

刀轨截面的相离、相切和相交 3 种位置关系,采用深度优先遍历算法<sup>[8]</sup>获取三角网格曲面索引结构中  
与刀轨截面相交的各层结点。如图 3 所示,对图 1  
中球面模型与刀轨截面求交,三角网格曲面索引结  
构第 1 层结点与刀轨截面相交子结点如图 3a 所示,  
细框代表结点 MBR,粗框代表与刀轨截面相交子结  
点 MBR,遍历查找下层结点如图 3b 所示,最终获取  
叶结点中与刀轨截面相交的数据结点如图 3c 所示,  
所获取数据结点中的三角面片即为三角网格曲面与  
刀轨截面相交的三角面片。

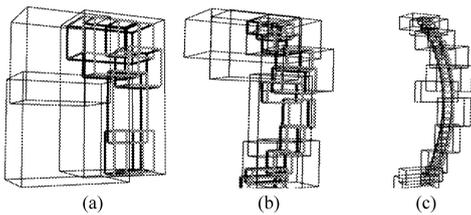


图 3 相交数据结点获取过程

Fig. 3 Process of obtaining intersectant data nodes

(a) 第 1 层结点 (b) 中间结点 (c) 数据结点

### 2.3 刀位点求解

基于与刀轨截面相交的网格边端点法矢,过网  
格边两端点分别作三角网格曲面局部型面的微切平  
面。当两微切平面共面时,刀轨截面与网格边的交  
点即为刀触点;否则计算网格边在两微切平面上投  
影线的交点,采用抛物线逼近网格边生成网格边界  
曲线,实现网格模型误差补偿。

如图 4 所示,设  $P_0P_1$  为与刀轨截面相交的网  
格边,过网格顶点  $P_0$ 、 $P_1$  分别作垂直于法矢  $n_0$  和  
 $n_1$  的三角网格曲面微切平面, $P_0P_1$  在两微切平面上投  
影线的交点为  $P$ ,以  $P_0$ 、 $P_1$  和  $P$  为控制点,采用  
式(3)所表示的抛物线方程逼近网格边  $P_0P_1$ 。由于  
共享同一顶点的网格边界曲线具有相同的切平面约  
束,可保证曲线 1 阶连续。通过迭代计算网格边界  
曲线与刀轨截面的交点获取刀触点。

$$C(u) = (1 - u)^2 P_0 + 2u(1 - u)P + u^2 P_1 \quad (3)$$

复杂曲面模型加工时一般采用球头铣刀,在计  
算刀位点时,采用构造曲线跨界切矢算法<sup>[2]</sup>计算刀

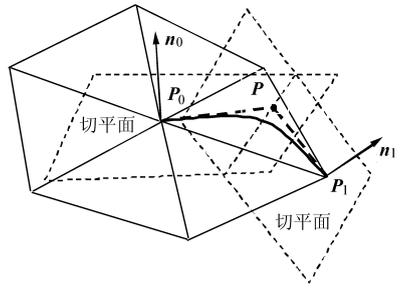


图 4 网格边界曲线逼近

Fig. 4 Approximate grid borders with parabolics

触点处的曲面法矢,将刀触点沿曲面法矢偏置刀  
具半径获取刀位点。

### 2.4 刀轨生成与优化

刀轨行距为

$$D = 2 \sqrt{(2r_1 - H)H} \quad (4)$$

式中  $H$ ——残留高度

$r_1$ ——刀具半径

根据刀轨行距调整刀轨截面计算所有的刀位  
点,采用最近点排序算法<sup>[9]</sup>对每行刀位点集排序获  
取刀轨。

### 3 应用实例

选用球头铣刀,设定残留高度为 0.01 mm,采用  
文献[1]、文献[2]及本文算法,对图 5a 所示的地貌  
模型与图 5c 所示的引擎盖模型生成刀轨并进行实  
际加工,实验分析结果如表 1、表 2 所示。图 5b 与  
图 5d 分别为本文算法生成的刀轨效果。分析表 1  
与表 2,本文算法的刀位误差与文献[1]算法相比降  
低约 62%,与文献[2]相比降低约 5%;刀轨生成效  
率比文献[1]算法提高约 70%,比文献[2]算法相  
比提高约 50%。

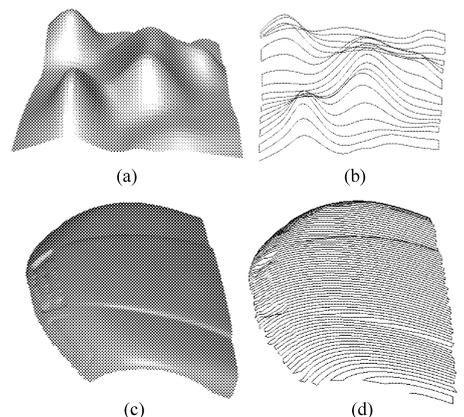


图 5 网格模型及其数控加工刀轨

Fig. 5 Triangular mesh surfaces and their NC tool paths

(a) 地貌模型(面片数:4 802) (b) 地貌模型加工刀轨  
(c) 引擎盖模型(面片数:109 156) (d) 引擎盖模型加工刀轨

表1 地貌模型

表2 引擎盖模型

Tab.1 Triangular mesh surface of landforms

Tab.2 Triangular mesh surface of bonnet

算法	最大误差 $E_{\max}/\text{mm}$	平均误差 $E_{\text{av}}/\text{mm}$	刀轨生成 时间/s
文献[1]算法	0.063 25	0.008 845	1.905 45
文献[2]算法	0.031 15	0.003 562	1.036 68
本文算法	0.030 76	0.003 384	0.520 59

算法	最大误差 $E_{\max}/\text{mm}$	平均误差 $E_{\text{av}}/\text{mm}$	刀轨生成 时间/s
文献[1]算法	0.058 62	0.007 214	84.106 17
文献[2]算法	0.023 00	0.002 498	56.070 78
本文算法	0.022 28	0.002 376	25.486 72

## 4 结论

(1) 采用  $R^*$ -tree 建立三角网格曲面的空间索引结构,数据适应性强,可计算生成各种复杂型面三角网格曲面模型的加工刀轨。

(2) 采用  $R^*$ -tree 快速查询三角网格曲面与刀轨截面相交的三角面片,有效提高了刀轨生成效率。

(3) 采用抛物线逼近网格边界对三角网格曲面进行精度补偿,有效提高刀轨求解效率的同时,保证了刀轨生成精度。

## 参 考 文 献

- 王蔚空,黄雪梅. 基于曲面三角形网格模型的数控编程技术[J]. 计算机辅助设计与制造,1999(6):38~40.  
Wang Weikong, Huang Xuemei. The technology of NC programming based on triangular surface[J]. Computer Aided Design & Computer Aided Manufacturing, 1999(6):38~40. (in Chinese)
- 孙玉文,刘伟军,王越超. 基于三角网格曲面模型的刀位轨迹计算方法[J]. 机械工程学报,2002,38(10):50~53.  
Sun Yuwen, Liu Weijun, Wang Yuechao. Research on the algorithm of NC tool path calculation for triangular surface machining[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(10):50~53. (in Chinese)
- 肖尧先,柯映林,吕震. 基于三角 Bèzier 曲面的粗加工数控编程[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2001,13(7):631~635.  
Xiao Yaoxian, Ke Yinglin, Lü Zhen. Rough NC machining programming based on triangular Bèzier surface[J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2001, 13(7):631~635. (in Chinese)
- Beckmann N, Begel H P, Schneider R. The  $R^*$ -tree: an efficient and robust access method for points and rectangles[J]. ACM, 1990, 19(2):322~331.
- 孙殿柱,范述鑫,李延瑞,等. 三角网格细分曲面数控加工刀轨快速生成算法[J]. 农业机械学报,2009,40(3):218~221.  
Sun Dianzhu, Fan Shuxin, Li Yanrui, et al. Algorithm of NC tool path generation for triangular meshing subdivision surface [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(3):218~221. (in Chinese)
- 黄继先,鲍光淑,夏斌. 基于混合聚类算法的动态 R-树[J]. 中南大学学报:自然科学版,2006,37(12):366~370.  
Huang Jixian, Bao Guangshu, Xia Bin. A dynamic R-tree index based on hybrid clustering algorithm[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2006, 37(12):366~370. (in Chinese)
- Brakastsoulas S, Pfoser D, Theodoridis Y. Revisiting R-tree construction principles [C] // Proceedings 6th ADBIS. Bratislava, Slovakia, 2002:149~162.
- 黄国瑜,叶乃菁. 数据结构[M]. 北京:清华大学出版社,2001.
- Dey T K, Mehlhorn K, Ramos E A. Curve reconstruction: connecting dots with good reason[J]. Computational Geometry, 2000, 15(4):229~244.
- 孙殿柱,田中朝,李延瑞,等. 三角网格模型变形设计[J]. 农业机械学报,2010,41(3):223~226.  
Sun Dianzhu, Tian Zhongchao, Li Yanrui, et al. Innovative deformation design of triangular mesh model[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2010, 41(3):223~226. (in Chinese)