DOI:10.3969/j.issn.1000-1298.2010.03.043

形态非抽样小波在主减速器振动特征提取中的应用

林勇杨友东刘健

(浙江工业大学之江学院,杭州 310014)

【摘要】 针对形态小波分解过程的抽样引起信号长度逐层递减的问题,提出一种基于多尺度形态开闭级联滤 波的形态非抽样小波构造方法。利用形态非抽样小波的一般框架,采用形态开闭级联滤波作为形态非抽样小波分 解的近似信号的分析算子,使形态小波分解过程中信号长度保持不变,从而保证了形态分析时所需的信息量。主 减速器振动信号特征提取试验验证了该方法能够有效提取非线性振动信号的特征,较原形态非抽样小波和线性小 波有更好的滤波效果,较 Hilbert 包络方法有更好的解调效果。

关键词:故障诊断 特征提取 主减速器 形态小波 非线性 Hilbert 包络 中图分类号: 0322;X839 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2010)03-0209-06

Feature Extraction Methods of Vibration Signal in Automobile Main Reducer Based on Morphological Un-decimated Wavelet

Lin Yong Yang Youdong Liu Jian

(Zhijiang College, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

Abstract

In order to explore methods that can process effectively nonlinear signals, the nonlinear wavelet, morphological wavelet (MW) was introduced into the field of vibration signal processing. Because of the decline of decomposition signal layer by layer, one kind of morphological un-decimated wavelet construction method based on the cascade of morphological opening and morphological closing was proposed. According to the general structure of morphological un-decimated wavelet (MUDW), the filtered signal, filtering by the cascade of morphological opening and morphological closing, constructed the approximate signal, and detail signal was equal to the original signal subtract the approximate signal. Obviously through the process of decomposing, the approximate signal or detailed signal of current layer and low level layer had the same data length to avoid information leaking and provide enough information for signal processing. The method was used in the feature extraction of vibration signal in automobile main reducer. Results showed that the mentioned MUDW had better filtering effect than the existing MUDW and linear wavelet (sym8 wavelet), and it also had better demodulation effect than Hilbert envelope analysis. The mentioned MUDW can extract the feature from nonlinear vibration signal effectively and have good application value.

Key words Fault diagnosis, Feature extraction, Main reducer, Morphological wavelet, Nonlinear, Hilbert envelope analysis

引言

传统的小波分析是基于频率的线性分解,对非 平稳信号易产生虚假谐波,故不适合非线性信号的 分析。

为了对具有非线性特征的信号进行更好地分 析,需要进行小波的非线性扩展。2000年, Goutsias^[1-2]提出了形态小波(morphological wavelet,

收稿日期: 2008-11-18 修回日期: 2009-04-03

作者简介:林勇,讲师,博士,主要从事智能检测系统、智能检测软硬件集成技术研究, E-mail: linyong@ zju. edu. cn

简称 MW)这一概念,成功地将大多数线性小波和非 线性小波统一起来,形成了多分辨分析的统一框架。 但是这种抽样小波在信号分解时会出现信息递减的 情况,而且本质上,这种形态小波是 Haar 小波,滤波 重构信号不够平滑。2006 年,Zhang^[3]等提出一种 形态非抽样小波(morphological un-decimated wavelet,简称 MUDW)分解方法,来解决电力传输线 路中基于行波的距离保护问题。2007 年,文献[4] 总结出利用数学形态学算子构造 MUDW 的一般框 架。文献[5]提出形态开运算、闭运算级联的组合 滤波器方法,并把该方法应用到复杂锥筒振动信号 特征提取中,取得了很好的效果。本文提出一种基 于多尺度形态开闭级联滤波的 MUDW,并把该方法 应用到主减速器振动信号的特征提取中。

1 形态非抽样小波理论

1.1 数学形态基本变换

数学形态学是以集合论为基础发展起来的有别 于时域、频域的数学方法。其常用的运算有腐蚀、膨 胀、开、闭等^[6],定义如下。

定义1 设*A*为集合,*B*为结构元素,则*A*关于 *B*的腐蚀变换定义为

$$A\Theta B = \{x: B + x \supset A\}$$
(1)

定义2 设*A*为集合,*B*为结构元素,则*A*关于 *B*的膨胀变换定义为

$$A \oplus B = \bigcup \left\{ x : A + b : b \in B \right\}$$
(2)

定义3 设*A*为集合,*B*为结构元素,则*A*关于 *B*的开变换定义为

$$A \circ B = (A \Theta \ \hat{B}) \oplus B \tag{3}$$

定义4 设 *A* 为集合,*B* 为结构元素,则 *A* 关于 *B* 的闭变换定义为

$$A \cdot B = (A \oplus \hat{B}) \Theta B \tag{4}$$

以上4种运算为形态学基本运算。从以上定义 还可以看出:形态变换的实现一般只包含布尔运算、 加减法运算而不需要做乘法,计算简单,运算速度 快。

1.2 形态非抽样小波变换

传统的形态小波^[1-2] 也是一种基于"隔 2 抽 取"分解方式的抽样小波。信号经过形态小波分解 后,每层近似信号和细节信号的长度将分别变为原 始信号长度的 1/2。因此,直接利用形态小波分解 后的近似信号和细节信号进行分析时,会造成信号 长度不一致,且较高层信号信息量不足,这会影响到 信号的特征提取。

形态非抽样小波是为了克服传统形态小波因抽 样引起的上述不足之处,结合了形态小波与非抽样 小波的一种新的基于形态学的信号多分辨率分解理 论。

1.2.1 金字塔条件和对偶小波分解

Goutsias 和 Heijmans^[1-2]提出了在金字塔条件 和对偶小波中使用数学形态学来构建形态金字塔和 形态小波,并讨论了金字塔式框架和小波框架的区 别。

小波分解中具有分析算子和合成算子,分析算 子和合成算子必须满足金字塔条件。如果在 V_{J+1} 空 间,有 $\psi_j^{\uparrow} \Psi_j^{\downarrow} = id$ 成立,其中 id 为等同算子(identity operator),即 $id(x_j) = x_j$,则称分析算子 ψ_j^{\uparrow} 和合成 算子 Ψ_j^{\downarrow} 满足金字塔条件。对偶小波分解的金字塔 条件为

$$\psi_j^{\uparrow} \left(\Psi_j^{\downarrow} \left(x, y \right) \right) = x \quad \left(x \in V_{j+1}, y \in W_{j+1} \right) \quad (5)$$

 $\boldsymbol{\omega}_{i}^{\uparrow} \left(\boldsymbol{\Psi}_{i}^{\downarrow} \left(x, y \right) \right) = y \quad \left(x \in V_{i+1}, y \in W_{i+1} \right) \quad (6)$

金字塔条件保证在分析和合成这两个连续的步骤中,没有信息的损失。这是构造金字塔和小波算 子的基本准则。

小波分解的完全重构条件为

 $\Psi_i^{\downarrow}(\psi_i^{\uparrow}(x), \omega_i^{\uparrow}(x)) = x \quad (x \in V_i)$ (7)

基于金字塔条件,可以构造对偶小波分解。图 1 表示了单层对偶小波分解框架的示意图,多层对 偶小波的分解方法与其类似。



图 1 单层对偶小波分解框架示意图

Fig. 1 Monolayer dual wavelet decomposition and synthesis

1.2.2 现有文献中的形态非抽样小波算法

设形态学膨胀算子为 δ ,腐蚀算子为 ε ,闭算子 为 φ ,开算子为 γ 。文献[3]给出了一种形态非抽样 小波算法。在这种分解中,分析算子 Ψ_j^{\uparrow} 包括信号 分析算子 ψ_j^{\uparrow} 和细节分析算子 ω_j^{\uparrow} ,分别为 $1/2(\varphi + \gamma)(\delta - \varepsilon)$;合成算子 Ψ_j^{\downarrow} 等于 $V_{j+1} + W_{j+1}$ 。因此

$$x_{j+1} = \psi_{j}^{\uparrow}(x_{j}) = \frac{1}{2} \left[(\varphi + \gamma) (\delta - \varepsilon) \right](x_{j}) \quad (8)$$
$$y_{j+1} = \omega_{j}^{\uparrow}(x_{j}) = \left[id - \frac{1}{2} (\varphi + \gamma) (\delta - \varepsilon) \right](x_{j}) \quad (9)$$

$$\psi_{j}^{\uparrow} (\Psi_{j}^{\downarrow} (x_{j+1} + y_{j+1})) = \psi_{j}^{\uparrow} (id(x_{j})) = x_{j+1}$$
(10)

当 $x_j \in V_j, x_{j+1} \in V_{j+1}, y_{j+1} \in W_{j+1}$ 时, ω_j^{\uparrow} (Ψ_j^{\downarrow} (x_{j+1}, y_{j+1})) = y_{j+1} ,因此,这种分解满足金字塔条 件。并且

$$\Psi_{j}^{\downarrow}\left(\psi_{j}^{\uparrow}\left(x_{j}\right),\omega_{j}^{\uparrow}\left(x_{j}\right)\right) = \frac{1}{2}\left[\left(\varphi+\gamma\right)\left(\delta-\varepsilon\right)\right]\left(x_{j}\right) + \frac{1}{2}\left[\left(\varphi+\gamma\right)\left(\delta-\varepsilon\right)\right]\left(x_{j}\right) + \frac{1}{2}\left[\left(\varphi+\gamma\right)\left(\delta-\varepsilon\right)\right]\left(x_{j}\right)\right]$$

$$\left[id - \frac{1}{2}(\varphi + \gamma)(\delta - \varepsilon)\right](x_j) = x_j \qquad (11)$$

式(11)表明这种分解满足完全重构条件。

1.2.3 形态非抽样小波构造方法的一般框架

文献[4]提出了形态非抽样小波构造方法的一般框架,如下

$$x_{j+1} = \psi_j^{\uparrow}(x_j) = T(x_j)$$
 (12)

$$y_{i+1} = \omega_i^{\uparrow}(x_i) = (id - T)(x_i)$$
 (13)

 $\Psi_{j}^{\downarrow}\left(\psi_{j}^{\uparrow}\left(x_{j}\right),\omega_{j}^{\uparrow}\left(x_{j}\right)\right) = \psi_{j}^{\uparrow}\left(x_{j}\right) + \omega_{j}^{\uparrow}\left(x_{j}\right) = T(x_{i}) + (id - T)(x_{i}) = id(x_{i})$ (14)

其中,*T*()为数学形态算子,可以根据信号处理的不同需求,选择基本形态算子或基本算子的某种 组合形式。

由式(12)~(14)所定义的形态非抽样小波一般框架是一种对偶小波分解方案。

1.2.4 基于多尺度形态开闭滤波的形态非抽样小 波算法

根据形态非抽样小波构造方法的一般框架及形态开闭级联滤波的基本概念,提出一种运算简单且物理意义明确的用于提取冲击信号特征的形态非抽样小波算法

$$x_{j+1} = \psi_{j}^{\uparrow} (x_{j}) = \frac{1}{2} (\varphi + \gamma) (x_{j})$$
(15)

$$y_{j+1} = \boldsymbol{\omega}_{j}^{\uparrow}(x_{j}) = \left[id - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\varphi} + \boldsymbol{\gamma}) \right](x_{j}) \quad (16)$$

 $\psi_{j}^{\uparrow} (\Psi_{j}^{\downarrow} (x_{j+1} + y_{j+1})) = \psi_{j}^{\uparrow} (id(x_{j})) = x_{j+1}$ (17)

由式(15)得到的近似信号为形态开闭级联滤 波的结果,而由式(16)得到的细节信号为原信号减 去近似信号的结果。但是,由于开运算和闭运算都 具有幂等性,即(A。B)。B=A。B,(A·B)·B=A·B, 所以由上式定义的形态非抽样小波算法,经过多层 分解后将得到相同的结果。因此,需要对尚需形态 非抽样小波算法进行改进。

利用多尺度形态开闭滤波代替上式中的单尺度 多尺度形态开闭滤波,得到基于多尺度形态开闭级 联滤波的多尺度形态非抽样小波算法

$$x_{j+1} = \psi_j^{\uparrow}(x_j) = \frac{1}{2}(\varphi + \gamma)(x_j, (j+1)g_0)$$
(18)

$$y_{j+1} = \omega_j^{\uparrow}(x_j) = id(x_j) - \frac{1}{2}(\varphi + \gamma)(x_j, (j+1)g_0)$$

$$\Psi_{j}^{\downarrow}\left(\psi_{j}^{\uparrow}\left(x_{j}\right),\omega_{j}^{\uparrow}\left(x_{j}\right)\right)=x_{j+1}+y_{j+1} \qquad (20)$$

式(18)中 $\frac{1}{2}(\varphi + \gamma)(x_j, (j+1)g_0)$ 表示对信号

x_j利用结构元素(j+1)g₀进行形态开、闭级联运算。 在多尺度形态学变换中,每个尺度λ对应的形态学 变换采用的结构元素为

$$\lambda g_0 = g_0 \bigoplus g_0 \bigoplus \cdots \bigoplus g_0 \tag{21}$$

其中, g_0 为 $\lambda = 1$ 时的结构元素。

式(18)~(20)定义的形态非抽样小波算法,每 一层小波分解对应一个尺度的结构元素。因此,每 层分解后得到的近似信号和细节信号的物理意义更 明显,即对应于利用相应尺度的结构元素进行形态 运算得到的结果。

2 主减速器振动信号的非线性检验

2.1 替代数据法原理

替代数据^[8]由如下方法产生:设原始序列为 $\{s_n^{(0)}\},$ 相应的幅度谱为 $\{S_k^{(0)}\},$ 对 $\{s_n^{(0)}\}$ 作傅里叶变 换,保持幅度谱不变,进行相位随机化,反变换后得 到序列 $\{s_n^{(i)}\},$ 然后进行如下操作:

(1) 序列 { $s_n^{(i)}$ } 与 { $s_n^{(0)}$ } 有相同的功率谱,但分 布不同,利用按秩排序(rank-order)方法修正序列 { $s_n^{(i+1)}$ } = { $s_{index(rank(s_n^{(i)}))}$ 。其中,rank($s_n^{(i)}$)为元素 $s_n^{(i)}$ 的秩,index(k)为秩为k的元素的位置指标,修 正后, $s_n^{(i+1)}$ 与 $s_n^{(0)}$ 分布相同,但功率谱改变了。

(2)将 $s_n^{(i+1)}$ 作傅里叶变换后的幅度谱以 $\{S_k^{(0)}\}$ 相应的值代替,然后作反变换,所得序列与 $s_n^{(0)}$ 有相同功率谱,而分布又改变了。

(3)重复(1)、(2)步骤,直至所得序列与原始序 列 $\{s_n^{(0)}\}$ 的分布差异和功率谱差异小于某给定阈 值,则所得序列是由原始序列 $\{s_n^{(0)}\}$ 产生的替代数 据。

根据文献[8],为了直观观察所测信号的非线性特征,引用时间反演不对称统计量作为非线性特征表征量。设有时间序列 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$,则其时间反演不对称统计量定义为

$$Z = \frac{1}{N} \sum_{j=2}^{N} (x_j - x_{j-1})^3$$
 (22)

通过计算原始信号和原始信号产生的多组替代 数据的时间反演不对称统计量,进而生成直方图。 在直方图上,如果原始信号与多组替代数据的时间 反演不对称统计量没有交叉,则表明原始信号是非 线性的,否则,是线性的。

2.2 主减速器振动信号的非线性检验

汽车主减速器性能试验机如图 2 所示,主减速 器输入端由变频电动机 1 通过传动轴 2 给试验机提 供动力,电动机转速可在 0~3 000 r/min 内无级设 定,主减速器3左右侧输出端通过两根花键轴与加 载器4相联结,可对主减速器模拟加载,加载范围在 0~100 N·m。在主减速器的桥壳的水平和垂直方向 分别布置两个振动传感器 5.振动信号经电荷放大 器处理后由高速数据卡采集到工控机。







1. 电动机 2. 传动轴 3. 主减速器 4. 加载器 5. 振动传感器

被测主减速器传动比为 4.875(39/8),运转工 况为主减速器输入转速 870 r/min, 左侧加载 50 N·m、 右侧加载 50 N·m,采样频率 8 kHz,采样点为桥壳垂 直方向。

取信号时间序列的1024个点,多次(这里取24 次)计算替代数据,分别计算原信号和24组替代数 据的时间反演不对称统计量,生成直方图,如图3所 示。图 3a、图 3b 分别为不同时段的时间序列,竖线 表示原始数据时间反演不对称统计量,条状图表示 替代数据时间反演不对称统计量。图 3a 中竖线包 含在条状图内,表示该时间序列是线性的,图 3b 中 竖线在条状图外,表示该时间序列是非线性的。这





说明,所采集的主减速器振动信号整体上来说,存在 非线性特征。需要非线性的信号处理方法进行特征 提取。事实上,在齿轮传动中,齿轮的动刚度、齿面 误差、安装误差、齿面缺陷,齿根裂纹等振源因素产 生的振动经齿轮体、齿轮轴、轴承最后传至主减速器 壳体表面。在传播过程中,传递路径的任一部件都 可能改变振源所产生振动信号的频率成分,即振动 通过某一零件时,有可能激起这一零件某一阶固有 频率从而增强和放大了这种频率成分,振动在通过 零件的接触表面时,也可能滤掉一些重要的频率成 分。总之,从振源至壳体表面的拾振点,振动信号相 当于通过一个未知参数的、非线性的机械阻尼、放 大、滤波系统。

主减速器振动特征提取 3

从主减速器振动信号中提取2048个点进行分 析,图4a、图4b所示分别为原始信号的时域信号和 频谱。图 4a 中存在明显的冲击信号,具有一定的周 期特征,同时,噪声信号也很明显。图 4b 所示频谱 图中部分分布在主减速器主从动齿轮啮合频率 (109.4 Hz)及其倍频位置(218.8、546.9 Hz),但是 部分频率成分明显不在倍频附近(如:473.5、707、 1145、2285 Hz), 但是数据又有一定的规律, 如 2285 Hz约等于1145 Hz的两倍,而且,信号有一定 的调制情况,仅仅进行简单的频谱分析,难以得出正 确而全面的结论。



利用基于多尺度形态开闭滤波的 MUDW 算法 对该信号进行分析,结构元素选为盘形,半径为7,

出,第3层分解的近似信号 x₃上低频噪声有效抑制,反应冲击信号规律的部分得以保留。重构信号幅值较原始信号稍有减小,很好地反应了冲击信号的规律和抑制噪声。图5b中,啮合频率109.4 Hz 及倍频(218.8、328.1、433.6 Hz)得到有效突出,同时54.69 Hz及倍频(164.1、269.5、707 Hz)也得以体现,说明振动信号中还存在54.69 Hz的振源成分。对图4b来说,频率成分473.5、707、1145、2285 Hz恰好是54.69 Hz 的整数倍。这些说明,基于多尺度形态开闭级联滤波的MUDW算法对调制信号和一定程度非线性的振动信号有良好的适应能力。





Fig. 5 Results of MUDW based on the cascade of morphological opening and closing
(a) 3 层分解及阈值重构信号 (b) 阈值重构信号频谱

为了将多尺度形态开闭级联滤波的 MUDW 算法与文献[3] MUDW 算法进行比较。利用文献[3] 方法对图 4a 信号进行分析,图 6 采用与图 5 相同的结构元素和滤波策略,图中 y₁、y₂、y₃、x₃ 定义与图 5 相同。图 6a 中, y₁、y₂、y₃、x₃ 及重构信号均产生超幅的负幅值,但是重构信号能反应原始信号的冲击

规律。图 6b 中,啮合频率 109.4 Hz 及倍频 (218.8 Hz等)得到有效突出,但是,幅值放大到 10⁸,产生幅值严重失真的情况。同时 164.1、707 Hz 频率成分也得以体现,但是,不能像图 5b 那样解调 出54.69 Hz的频率成分,无法得出振动信号中存在 54.69 Hz及其倍频的频率成分存在的结论。



 Fig. 6
 Results of MUDW mentioned in reference [3]

 (a) 3 层分解及阈值重构信号 (b) 阈值重构信号频谱

为将线性小波与非线性小波方法进行比较,如 图 7 所示,采用 sym8 小波对图 4 所示信号进行分 析,滤波策略与图 5、图 6 相同,根据以往的研究, sym8 小波在小波降噪中体现出优异的滤波效果。 图 7 中,啮合频率 109.4 Hz 能分辨出来,但是其他 频率成分混乱,低频噪声明显。信号特征提取效果 明显较图 5、图 6 差。

为了考查基于多尺度形态开闭级联滤波的 MUDW 算法的解调效果,将其与 Hilbert 包络分析进 行比较。从图 4b 可以看出,原始信号有明显的冲击 调制现象。图 8 为 Hilbert 包络分析的结果,图中 109.4 Hz 及倍频(218.1、437.5、543 Hz)得到突出, 但是图中其他频率成分(382.8、597.7、707 Hz)无法 解释。根据图 5b 的分析,这些频率成分是 54.69 Hz 的倍频,但是,基于 Hilbert 包络分析的解调技术无





Fig. 8 Spectrum of Hilbert envelope analysis

为了对小波分析、文献[3]算法、本文算法进行 定量比较,对3种信号处理方法进行信噪比(SNR)、 均方误差计算,结果见表1。

从表 1 中可以看出,小波分析信噪比为 -9.7782dB,信噪比最差,这与图7中低频噪声、频 谱混乱是一致的。文献[3]提出的形态非抽样小波 的均方误差最大,为178.6377,这与图6a重构信号 和图6b中频谱幅值严重失真是一致的。其中,多尺 度形态开闭滤波的 MUDW 算法信噪比最高、均方误 差最小,信号分析效果最好。 表1 3种信号分析方法定量比较

Tab. 1 Comparison of the three mentioned wavelets

参数	小波(sym8)	文献[3]算法	本文算法
信噪比/dB	- 9. 778 2	0.0292	10. 872 5
均方误差	0.9421	178.6377	0.2868

由于基于形态滤波构造的形态小波的分析效果 依赖于形态结构元素的形式和结构元素的尺寸,文 中论述时,采用的是盘形结构元素,尺寸为7,形态 小波分解3层,然后重构取得了较好的效果。实际 上,采用直线形结构元素,直线仰角为90°时,结构 元素尺寸为14,也能取得与盘形(尺寸为7)相当的 效果。究其原因,盘形尺寸7指的是半径,直径就是 14,与直线结构元素尺寸14相当。需要说明说的 是,为了提取冲击信号,可用仰角90°的直线结构元 素,如果为了除去冲击噪声,则可以使用仰角0°的 直线结构元素,而盘形结构元素对各种信号均有较 好的适应性。结构元素的尺寸越小,达到理想效果 需要分解的层数就越大。详细情况,篇幅所限,另文 讨论。

4 结束语

构造了一种基于多尺度形态开闭滤波的形态非 抽样小波算法,并把它应用到主减速器振动信号的 特征提取中。该方法与文献[3]的方法和线性小波 变换及 Hilbert 包络分析相比,能够较好地提取故障 特征频率信息,具有良好的滤波解调效果。相对于 线性小波,形态小波的理论尚不完善,值得深入研 究。同时,由于形态小波计算简单、快速,适于在线 诊断,在振动信号特征提取中,具有较好的应用价 值。

参考文献

- Goutsias J, Heijmans H J A M. Nonlinear multiresolution signal decomposition schemes, part 1: morphological pyramids[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9 (11):1862 ~1876.
- 2 Heijmans H J A M, Goutsias J. Nonlinear multiresolution signal decomposition schemes, part 2: morphological wavelets [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(11): 1 897 ~ 1 913.
- 3 Zhang J F, Smith J S, Wu Q H. Morphological undecimated wavelet decomposition for fault location on power transmission lines[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2006, 53(6):1 395 ~ 1 402.
- 4 章立军, 阳建宏, 徐金梧, 等. 形态非抽样小波及其在冲击信号特征提取中的应用[J]. 振动与冲击, 2007, 26(10): 56~59.
- 5 李春枝,何荣建,田光明,等.数学形态滤波在振动信号分析中的应用研究[J].计算机工程与科学,2008,30(9):126~ 127,131.

Li Chunzhi, He Rongjian, Tian Guangming, et al. Research on the application of the methematical morphology piltering in vibration signal analysis[J]. Computer Engineering & Science, 2008, 30(9): 126 ~ 127,131. (in Chinese)

- 6 唐常青.数学形态学方法及其应用[M].北京:科学出版社,1990.
- 7 Nason G P, Silverman B W. The stationary wavelet transform and some statistical applications in wavelet and statistics [M]// Lecture Notes in Statistics, Berlin: Springer Verlag, 1995, 103:281 ~ 300.
- 8 Schreiber T, Schmitz A. Surrogate time series [J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2000, 142(3~4): 346~382.