

3-(PRRPR)RC 调姿隔振平台机构学建模与 振动特性研究

耿明超¹ 崔铁征¹ 周敬钧¹ 李二伟² 李润涛³ 赵铁石²

(1. 河北建筑工程学院机械工程学院, 张家口 075000;

2. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室, 秦皇岛 066004;

3. 中国兵器工业集团内蒙古第一机械集团有限公司, 包头 014000)

摘要: 针对载体仪器设备调姿隔振的双重需求, 提出了一种 3-(PRRPR)RC 调姿隔振平台新构型。机构主要由 3 个分支组成, 分支中大行程作动器和被动隔振单元以闭环子链的形式存在。被动隔振时, 假定作动器瞬时锁定, 采用等效运动旋量描述闭环子链, 将调姿隔振平台瞬时等效为 3- $\widehat{RRC}$ 并联机构。基于旋量代数及 QR 分解, 推导了调姿隔振平台被动隔振模式下动平台及分支杆件的一、二阶影响系数。基于动力学模型推导了基础受到简谐运动激励时调姿隔振平台运动微分方程, 采用振型叠加法对其振动响应进行求解, 并给出了相应的数值算例。设计了调姿隔振平台原理样机, 搭建了实验系统, 并进行了 x 、 y 、 z 轴方向的隔振实验。数值算例与实验结果表明, 3 个方向原理样机振动传递率均低于 55%, 即隔离 45% 以上的振动, 验证了所设计的并联平台被动隔振的有效性。

关键词: 调姿隔振平台; 并联机构; 运动学; 动力学; 振动特性

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1000-1298(2024)11-0492-12

OSID:



Mechanism Modeling and Vibration Characteristics Analysis of 3-(PRRPR)RC Orientation Adjustment and Vibration Isolation Platform

GENG Mingchao¹ CUI Tiezheng¹ ZHOU Jingjun¹ LI Erwei² LI Runtao³ ZHAO Tieshi²

(1. School of Mechanical Engineering, Hebei University of Architecture, Zhangjiakou 075000, China

2. Hebei Provincial Key Laboratory of Parallel Robot and Mechatronic System, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

3. China North Industries Group Corporation Inner Mongolia First Machinery Group Co., Ltd., Baotou 014000, China)

Abstract: A configuration of 3-(PRRPR)RC parallel platform was proposed to meet the dual requirements of orientation adjustment and vibration isolation. The mechanism consisted of three limbs, in which the large-stroke actuator and the passive vibration isolation unit existed in the form of closed-loop sub-chain. In the case of passive vibration isolation, it was assumed that the actuator was instantaneously locked, and the equivalent motion screw was used to describe the closed-loop sub-chain and the orientation adjustment and vibration isolation platform was instantaneously equivalent to a 3- $\widehat{RRC}$ parallel mechanism. Based on the screw algebra and QR decomposition, the first and second order influence coefficients of the mobile platform and the limb links in the passive vibration isolation mode of the orientation adjustment and vibration isolation platform were derived. Based on the dynamic model, the vibration differential equation of the platform was derived when the foundation was excited by simple harmonic motion. The vibration response was solved by the superposition method of vibration mode, and the corresponding numerical examples were given. The prototype of the orientation adjustment and vibration isolation platform was designed, the experimental system was built, and the passive vibration isolation experiments in x , y and z directions were carried out. Numerical examples and experimental results showed that the vibration transmissibility of the prototype in three directions was less than 55%,

收稿日期: 2024-07-07 修回日期: 2024-07-29

基金项目: 国家自然科学基金联合基金重点项目(U21A20123)、河北省“三三三人才工程”项目(C20221029)和河北省高校基本科研业务经费项目(2023JCTD03)

作者简介: 耿明超(1984—),男,副教授,博士,主要从事并联机器人技术研究,E-mail: gmingchao@163.com

通信作者: 赵铁石(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事并联机器人和多维力传感器研究,E-mail: tszhao@ysu.edu.cn

that was, more than 45% of the vibration was isolated, which verified the effectiveness of the passive vibration isolation of the designed parallel platform.

Key words: orientation adjustment and vibration isolation platform; parallel mechanism; kinematics; dynamics; vibration characteristic

0 引言

受到外界环境影响,舰船、车辆和飞机等载体在行驶过程中会产生大幅度的位姿变化,同时伴随有中高频振动,严重影响载体仪器设备的使用性能及寿命^[1-5]。对两种不同类型的扰动进行补偿,为载体仪器设备提供稳定的工作环境成为当前研究热点。

针对大幅度的位姿扰动,荷兰 Barge Master 公司设计了一种基于 3SS-3SPS 机构的海上接货稳定平台^[6]。邱建超等^[7]设计了一种基于 3-UPU/PU 和 RRP 串并混联机构的海上稳定廊桥。仇伟晗等^[8]提出了一种六自由度并联平台隔离舰船运动方案。李二伟等^[9]设计了一种具有 3 个变形剪叉分支的海上并联稳定接货平台。王力航等^[10]采用 3UPS/S 稳定平台补偿船体纵摇与横摇运动。田文杰等^[11]设计了结构形式不同的 3UPS/S 船载稳定平台。

针对多维振动的隔离,高翔等^[12-13]提出了基于 4-PUU 并联机构的被动隔振系统和半主动隔振系统。ZHAO 等^[14]设计了三平移的被动隔振并联平台。王兵^[15]通过控制音圈电机实现了并联平台的指向和隔振功能,实际上属于使用单一作动器主动隔振范畴。KONG 等^[16]将音圈电机和压电陶瓷作动器串联构成双驱动,实现 Stewart 机构精确指向和隔振功能。赵星宇等^[17]研制了一种高低频复合驱动、混合输出的三平移调姿隔振平台。张兵等^[18]提出了一种六自由度并联隔振平台,液压作动器与弹簧阻尼系统并联,实现了主被动混合隔振。张英等^[19]以 4-UPS/CPC 并联机构为基础,在分支中串联弹簧阻尼模块,将调姿与隔振功能相结合。耿明超等^[20]将作动器和被动隔振单元融合于一个闭环子链中,有效减少支链传动长度,但其原理样机横向尺寸较大,刚度较差。

在前期研究基础上,本文优化分支中闭环子链的运动副布置形式,分支中上、下连杆采用截面更加开展的格构式结构,形成空间布局紧凑、刚度性能良好的 3-(PRRPR)RC 调姿隔振平台。被动隔振时,假定电动缸瞬时锁定,采用等效运动旋量描述闭环子链运动特性,将调姿隔振平台瞬时等效为 3- $\widehat{\text{RRC}}$ 并联机构,基于旋量代数建立其运动学、动力学模型,并以此为基础对其振动特性进行分析。

1 调姿隔振平台构型描述与位置解

1.1 构型描述

如图 1 所示,调姿隔振平台由动平台、定平台和 3 个相同的 (PRRPR) RC 分支组成,3 个分支对称分布。R、P、C 表示转动副、移动副和圆柱副。作动器和被动隔振单元存在于 1 个闭环子链 (PRRPR) 中,能有效减少分支传动长度,增加分支刚度。在第 1 个移动副上设置弹簧阻尼单元,形成多自由度被动隔振系统,结构简单,易于实现,对中高频振动具有良好的隔振效果。第 2 个移动副的作动器一般为电动缸或液压缸,其低频跟随能力强,通过主动控制能够对低频大幅值的位姿扰动进行补偿,与被动隔振形成互补关系。

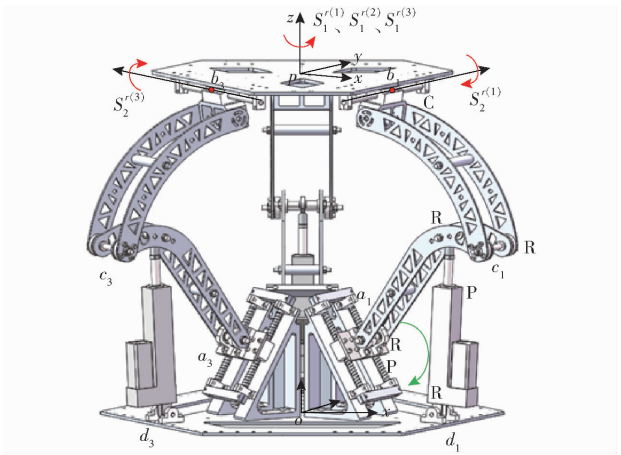


图 1 调姿隔振平台机构简图

Fig. 1 Schematics of orientation adjustment and vibration isolation platform

根据螺旋理论,每个分支分别提供给动平台 2 个约束力偶 $S_1^{(i)}$ 和 $S_2^{(i)}$,如图 1 所示。其中,约束力偶 $S_1^{(i)}$ 为公共约束。3 个约束力偶 $S_2^{(i)}$ 的轴线分别平行于各分支转动副轴线,其中任意 2 个是线性无关的,形成 1 个虚约束。3 个分支,6 个约束力偶,动平台绕 x 、 y 、 z 轴的转动均受到约束,只具有沿 x 、 y 、 z 轴平移的 3 个自由度,但每个自由度有 2 个可动度^[21]。

对于调姿隔振平台整体而言,调姿隔振一体化的设计主要体现在闭环子链 (PRRPR) 中,而机构自由度特性和闭环子链与分支中其他杆件的连接关系直接相关。将图 1 所示机构圆柱副替换为球副,则机构将具有两转一移的自由度。同理,基于该类闭

环子链,合理布置分支,可以构型得到其他自由度类型的调姿隔振平台。

在定平台建立定坐标系,其原点 o 为 3 个铰链点 d_i 确定的三角形中心, x 轴沿着 od_1 的方向, z 轴垂直于该三角形平面。在动平台建立与其固联的动坐标系,坐标系原点 p 位于 3 个圆柱副轴线围成的三角形中心, x 轴在该三角形平面内,且垂直于第 1 个分支的圆柱副, z 轴垂直于该三角形平面。初始位姿时,动坐标系和定坐标系方位重合。

为了便于分析,将调姿隔振平台分解为主动调姿、被动隔振 2 种工作模式。被动隔振时,中高频振动频率远高于电动缸工作频率,可以假定电动缸瞬时锁定,将其视为一个刚体,此时调姿隔振平台等效为一个 3 自由度的振动系统。

1.2 位置正、反解

被动隔振时,假定电动缸瞬时锁定,调姿隔振平台分支演变为 (PRRR) RC,分支机构简图如图 2 所示。为了便于建模,假定 P 副为驱动副,实际上其驱动力始终为零。令 $\varphi_j^{(i)}$ 表示第 i 个开链分支中第 j 个运动副的关节变量,则机构广义坐标定义为 $\boldsymbol{q} = (\varphi_1^{(1)}, \varphi_1^{(2)}, \varphi_1^{(3)})^T$ 。

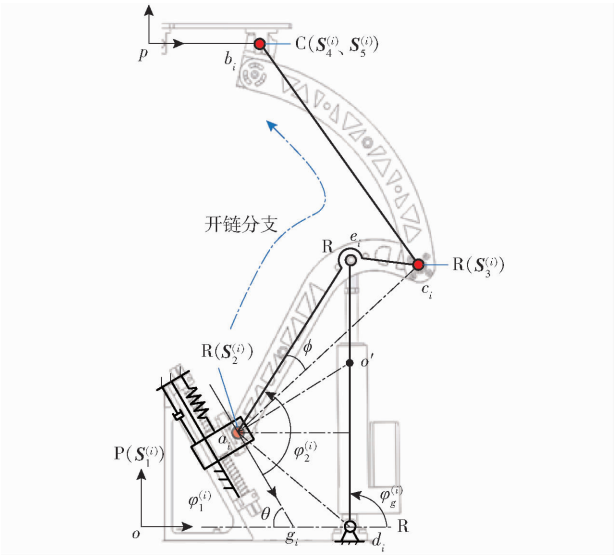


图 2 调姿隔振平台分支机构简图
Fig. 2 Schematics of limb of orientation adjustment and vibration isolation platform

由图 2 可知,利用余弦定理可以得到 $\varphi_2^{(i)}$ 与 $\varphi_1^{(i)}$ 的关系为

$$\varphi_2^{(i)} = \arccos \frac{\varphi_1^{(i)2} + l_{ad}^{(i)2} - l_{gd}^2}{2\varphi_1^{(i)} l_{ad}^{(i)}} + \arccos \frac{l_{ad}^{(i)2} + l_{ae}^2 - l_{de}^2}{2l_{ad}^{(i)} l_{ae}} \tag{1}$$

式中 $\varphi_1^{(i)}$ ——开链分支中第 1 个运动副的关节变量,即铰链点 a_i 、 g_i 之间的距离

$\varphi_2^{(i)}$ ——开链分支中第 2 个运动副的关节变量,即向量 $\boldsymbol{l}_{ae}^{(i)}$ 与移动副方向向量 $\boldsymbol{l}_{ag}^{(i)}$ 的夹角

$l_{ad}^{(i)}$ ——铰链点 a_i 、 d_i 之间的距离

由图 2 可知, $l_{ad}^{(i)}$ 为 $\varphi_1^{(i)}$ 的函数;而 l_{gd} 、 l_{ae} 、 l_{de} 为结构参数,均为常量。即 $\varphi_2^{(i)}$ 为 $\varphi_1^{(i)}$ 的单变量函数。

给定 $\varphi_1^{(i)}$ 可得铰链点 c_i 坐标。坐标中只有 1 个未知变量 $\varphi_1^{(i)}$,其余均为结构参数,为常数。以第 1 分支为例,铰链点 c_1 坐标为

$$\begin{cases} c_{1x} = r_g - \varphi_1^{(1)} \cos \theta + \cos (\varphi_2^{(1)} - \theta - \phi) l_{ac} \\ c_{1y} = 0 \\ c_{1z} = \varphi_1^{(1)} \sin \theta + \sin (\varphi_2^{(1)} - \theta - \phi) l_{ac} \end{cases}$$

式中 r_g ——点 g_i 到原点 o 的距离

θ ——移动副与水平面夹角

ϕ ——向量 $\boldsymbol{l}_{ae}^{(i)}$ 与 $\boldsymbol{l}_{ac}^{(i)}$ 的夹角

根据机构布置特点,当给定动平台相对于初始位姿位移 $\boldsymbol{p}_{op} = (x_{op}, y_{op}, z_{op})^T$ 时,铰链点 b_i 在定坐标系 o 中的坐标可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{b}_1 = (b_{1x} + x_{op}, b_{1y}, b_{1z} + z_{op})^T \\ \boldsymbol{b}_2 = (b_{2x} + x_{op} s_\psi^2 - y_{op} c_\psi s_\psi, b_{2y} - x_{op} s_\psi c_\psi + y_{op} c_\psi^2, b_{2z} + z_{op})^T \\ \boldsymbol{b}_3 = (b_{3x} + x_{op} s_\psi^2 - y_{op} c_\psi s_\psi, b_{3y} + x_{op} s_\psi c_\psi + y_{op} c_\psi^2, b_{3z} + z_{op})^T \end{cases}$$

其中 $s_\psi = \sin \psi$ $c_\psi = \cos \psi$ $\psi = 30^\circ$

式中 b_{ix} 、 b_{iy} 、 b_{iz} ——铰链点 b_i 在初始位姿的坐标分量
上连杆满足约束方程

$$|\boldsymbol{b}_i - \boldsymbol{c}_i| = l_{bc} \tag{2}$$

当给定动平台的位移 $\boldsymbol{p}_{op} = (x_{op}, y_{op}, z_{op})^T$ 时,通过求解方程组 (2) 可得到分支中驱动副位移 $\varphi_1^{(i)}$,为机构位置反解。同样,当给定位移 $\varphi_1^{(i)}$ 时,通过求解方程组 (2) 可得动平台位移 $\boldsymbol{p}_{op} = (x_{op}, y_{op}, z_{op})^T$,为机构位置正解。

2 运动学建模

2.1 闭环子链等效运动旋量

如图 2 所示,机构开链分支为 PRRC,其中 C 副等效为 1 个转动副和 1 个移动副。开链分支运动旋量在定坐标系中表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{S}_1^{(i)} = ((0, 0, 0)^T; \boldsymbol{l}_{ag}^{(i)} / |\boldsymbol{l}_{ag}^{(i)}|) \\ \boldsymbol{S}_2^{(i)} = (s_2^{(i)}; \boldsymbol{a}_i \times s_2^{(i)}) \\ \boldsymbol{S}_3^{(i)} = (s_2^{(i)}; \boldsymbol{c}_i \times s_2^{(i)}) \\ \boldsymbol{S}_4^{(i)} = (s_2^{(i)}; \boldsymbol{b}_i \times s_2^{(i)}) \\ \boldsymbol{S}_5^{(i)} = ((0, 0, 0)^T; s_2^{(i)}) \end{cases}$$

式中 $s_2^{(i)}$ ——分支所在平面的单位法向量

开链分支 PRRC 的前两个运动副存在于闭环

子链中。杆件 ac 作为分支第 2 个杆件,其旋量速度为

$$\mathbf{V}_2^{(i)} = \dot{\varphi}_1^{(i)} \mathbf{S}_1^{(i)} + \dot{\varphi}_2^{(i)} \mathbf{S}_2^{(i)} \tag{3}$$

由式(1)可知 $\varphi_2^{(i)} = f(\varphi_1^{(i)})$,通过求导可以得到其速度、加速度之间映射关系分别为

$$\dot{\varphi}_2^{(i)} = \frac{df^{(i)}}{d\varphi_1^{(i)}} \dot{\varphi}_1^{(i)} \tag{4}$$

$$\ddot{\varphi}_2^{(i)} = \frac{d^2f^{(i)}}{d\varphi_1^{(i)2}} \ddot{\varphi}_1^{(i)} + \frac{d^2f^{(i)}}{d\varphi_1^{(i)2}} (\dot{\varphi}_1^{(i)})^2 \tag{5}$$

将式(4)代入式(3)进一步整理为

$$\mathbf{V}_2^{(i)} = \dot{\varphi}_1^{(i)} \mathbf{S}_u^{(i)} \tag{6}$$

其中 $\mathbf{S}_u^{(i)} = \mathbf{S}_1^{(i)} + \frac{df^{(i)}}{d\varphi_1^{(i)}} \mathbf{S}_2^{(i)}$

式中 $\mathbf{S}_u^{(i)}$ ——杆件 ac 的等效运动旋量

如图 2 所示,等效运动旋量 $\mathbf{S}_u^{(i)}$ 在初始位姿轴线位置位于 o' ,正是输出杆件 ac 在初始位姿瞬心^[22]。

结合式(5),等效运动旋量 $\mathbf{S}_u^{(i)}$ 相对于 φ_1 的导数可以表示为

$$\frac{d\mathbf{S}_u^{(i)}}{d\varphi_1^{(i)}} = \frac{d^2f^{(i)}}{d\varphi_1^{(i)2}} \mathbf{S}_2^{(i)} + \frac{df^{(i)}}{d\varphi_1^{(i)}} [\mathbf{S}_1^{(i)}, \mathbf{S}_2^{(i)}] \tag{7}$$

式中 $[\mathbf{S}_i, \mathbf{S}_j]$ ——李代数中的李括弧运算,表示旋量 $\mathbf{S}_j$ 相对于 φ_i 的偏导数

借助等效运动旋量,机构分支 (PRR)RC 可以等效为串联分支 $\widehat{\text{RRC}}$,如图 3 所示。其中, $\widehat{\text{R}}$ 表示闭环子链 (PRR) 瞬时等效运动副,其关节变量为 $\varphi_1^{(i)}$ 、运动旋量为 $\mathbf{S}_u^{(i)}$ 。被动隔振模式下调姿隔振平台机构瞬时等效为 3- $\widehat{\text{RRC}}$ 并联机构。

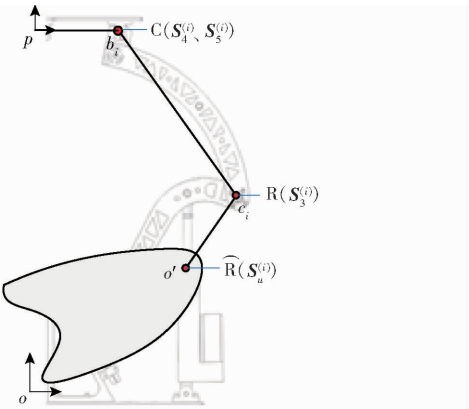


图 3 分支等效图

Fig. 3 Equivalent diagram of limb

2.2 机构一阶影响系数

调姿隔振平台为三平移并联机构,但其分支杆件速度、加速度仍为 6 维,为了格式统一,动平台速度、加速度也表示为 6×1 的形式。由图 3 可知,动平台旋量速度在定坐标系 o 中表示为

$$\mathbf{V}_{op} = \mathbf{G}_\varphi^{p(i)} \dot{\varphi}^{(i)} \tag{8}$$

其中 $\mathbf{G}_\varphi^{p(i)} = [\mathbf{S}_u^{(i)} \quad \mathbf{S}_3^{(i)} \quad \mathbf{S}_4^{(i)} \quad \mathbf{S}_5^{(i)}]$

式中 $\mathbf{G}_\varphi^{p(i)}$ ——分支一阶影响系数矩阵

$\mathbf{G}_\varphi^{p(i)}$ 为 6×4 长方形,无法直接求逆,采用 QR 分解,对其求逆。通过 QR 分解,一阶影响系数 $\mathbf{G}_\varphi^{p(i)}$ 表示为

$$\mathbf{G}_\varphi^{p(i)} = \mathbf{G}_Q^{(i)} \mathbf{G}_R^{(i)} \tag{9}$$

其中, $\mathbf{G}_Q^{(i)}$ 为 6×6 正交矩阵, $\mathbf{G}_R^{(i)}$ 为 6×4 上三角矩阵,将 $\mathbf{G}_R^{(i)}$ 前 4 行组成 4×4 的矩阵 $\widetilde{\mathbf{G}}_R^{(i)}$ 。将式(9)代入式(8),同时等号左右两侧左乘 $(\mathbf{G}_Q^{(i)})^{-1}$ 可得

$$(\mathbf{G}_Q^{(i)})^{-1} \mathbf{V}_{op} = \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{G}}_R^{(i)} \\ \mathbf{O}_{2 \times 4} \end{bmatrix} \dot{\varphi}^{(i)} \tag{10}$$

式中 $\mathbf{O}$ ——零矩阵

将 $(\mathbf{G}_Q^{(i)})^{-1}$ 的前 4 行组成 $\mathbf{G}_X^{(i)}$,后 2 行组成 $\mathbf{G}_Y^{(i)}$,则式(10)可表示为

$$\dot{\varphi}^{(i)} = \mathbf{G}_p^{\varphi(i)} \mathbf{V}_{op} \tag{11}$$

$$\mathbf{G}_Y^{(i)} \mathbf{V}_{op} = \mathbf{O}_{2 \times 1} \tag{12}$$

其中 $\mathbf{G}_p^\varphi = (\widetilde{\mathbf{G}}_R^{(i)})^{-1} \mathbf{G}_X^{(i)}$

式中 $\mathbf{G}_p^\varphi$ ——动平台旋量速度到第 i 个分支关节速度映射矩阵

式(12)为机构速度约束方程,包含第 i 个少自由度分支对动平台速度约束信息。

调姿隔振平台分支第 1 个运动副为驱动副,其速度为

$$\begin{cases} \varphi_1^{(1)} = (\mathbf{G}_p^{\varphi(1)})_1; \mathbf{V}_{op} \\ \varphi_1^{(2)} = (\mathbf{G}_p^{\varphi(2)})_1; \mathbf{V}_{op} \\ \varphi_1^{(3)} = (\mathbf{G}_p^{\varphi(3)})_1; \mathbf{V}_{op} \end{cases}$$

调姿隔振平台广义速度与动平台旋量速度映射可以表示为

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{G}_p^q \mathbf{V}_{op} \tag{13}$$

其中 $\mathbf{G}_p^q = [(\mathbf{G}_p^{\varphi(1)})_1; (\mathbf{G}_p^{\varphi(2)})_1; (\mathbf{G}_p^{\varphi(3)})_1;]$

式中 $\mathbf{G}_p^q$ ——动平台旋量速度到广义速度映射矩阵,为 3×6 长方形,不可逆

机构 3 个分支对动平台约束方程可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{G}_Y^{(1)} \mathbf{V}_{op} = \mathbf{O}_{2 \times 1} \\ \mathbf{G}_Y^{(2)} \mathbf{V}_{op} = \mathbf{O}_{2 \times 1} \\ \mathbf{G}_Y^{(3)} \mathbf{V}_{op} = \mathbf{O}_{2 \times 1} \end{cases} \tag{14}$$

式(14)可整体表示为

$$\mathbf{G}_Y \mathbf{V}_{op} = \mathbf{O}_{6 \times 1} \tag{15}$$

机构约束方程有 6 个,但由于公共约束及虚约束的存在,只有 3 个是线性无关的。采用 QR 分解,将约束分离为线性相关部分和线性无关部分

$$\mathbf{G}_Y = \mathbf{G}_{YQ} \mathbf{G}_{YR} \tag{16}$$

矩阵 $\mathbf{G}_{\text{YR}}$ 的秩为线性无关约束方程数量, 将其非零行组成矩阵 $\tilde{\mathbf{G}}_{\text{YR}}$, 代入式(15)可得

$$\tilde{\mathbf{G}}_{\text{YR}} \mathbf{V}_{op} = \mathbf{O}_{3 \times 1} \quad (17)$$

式(17)为机构速度约束方程, 包含分支对动平台约束信息。

结合式(13)、(17)得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_p^q \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\text{YR}} \end{bmatrix} \mathbf{V}_{op} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{O}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

当机构位姿不奇异时, $\begin{bmatrix} \mathbf{G}_p^q \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\text{YR}} \end{bmatrix}$ 可逆, 则动平台旋

量速度与广义速度映射关系可表示为

$$\mathbf{V}_{op} = \mathbf{G}_q^p \dot{\mathbf{q}} \quad (19)$$

式中 $\mathbf{G}_q^p$ 为机构一阶影响系数矩阵, 6×3 矩阵, 由

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_p^q \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\text{YR}} \end{bmatrix}^{-1} \text{逆矩阵的前 3 列组成。}$$

结合式(11)、(19), 得到等效分支关节速度与广义速度映射关系为

$$\dot{\varphi}^{(i)} = \mathbf{g}_q^{\varphi(i)} \dot{\mathbf{q}} \quad (20)$$

其中, $\mathbf{g}_q^{\varphi(i)} = \mathbf{G}_p^{\varphi(i)} \mathbf{G}_q^p$, 为 4×3 的矩阵。

2.3 机构二阶影响系数

对式(8)求导, 可得动平台旋量加速度与等效分支 RRC 的关节速度、加速度之间的关系为

$$\mathbf{A}_{op} = \mathbf{G}_\varphi^{p(i)} \ddot{\varphi}^{(i)} + \dot{\varphi}^{(i)\text{T}} \mathbf{H}_\varphi^{p(i)} \dot{\varphi}^{(i)} \quad (21)$$

其中

$$\mathbf{H}_\varphi^{p(i)} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{S}_u^{(i)}}{d\varphi_1^{(i)}} & [\mathbf{S}_u^{(i)}, \mathbf{S}_3^{(i)}] & [\mathbf{S}_u^{(i)}, \mathbf{S}_4^{(i)}] & [\mathbf{S}_u^{(i)}, \mathbf{S}_5^{(i)}] \\ \mathbf{O}_{6 \times 1} & \mathbf{O}_{6 \times 1} & [\mathbf{S}_3^{(i)}, \mathbf{S}_4^{(i)}] & [\mathbf{S}_3^{(i)}, \mathbf{S}_5^{(i)}] \\ \mathbf{O}_{6 \times 1} & \mathbf{O}_{6 \times 1} & \mathbf{O}_{6 \times 1} & [\mathbf{S}_4^{(i)}, \mathbf{S}_5^{(i)}] \\ \mathbf{O}_{6 \times 1} & \mathbf{O}_{6 \times 1} & \mathbf{O}_{6 \times 1} & \mathbf{O}_{6 \times 1} \end{bmatrix}$$

式中 $\mathbf{H}_\varphi^{p(i)}$ ——分支二阶影响系数矩阵, 为 4×4 矩阵, 每个元素是一个 6×1 的旋量

$\mathbf{O}$ ——零矩阵

由文献[23]可知, 动平台旋量加速度可表示为

$$\mathbf{A}_{op} = \mathbf{G}_q^p \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^{\text{T}} \mathbf{H}_q^p \dot{\mathbf{q}} \quad (22)$$

式中 $\mathbf{H}_q^p$ 为动平台的二阶影响系数矩阵, 为 3×3 的矩阵, 每个元素为 6×1 的列矢量。

结合式(21)、(22)可得分支关节加速度与广义速度、加速度映射关系为

$$\ddot{\varphi}^{(i)} = \mathbf{g}_q^{\varphi(i)} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^{\text{T}} \mathbf{h}_q^{\varphi(i)} \dot{\mathbf{q}} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{h}_q^{\varphi(i)}$ 为 3×3 的立方阵, 每个元素为 4×1 的列矢量。

同理, 可得分支中各个杆件对广义坐标的加速

度映射关系, 表示为

$$\mathbf{A}_k^{(i)} = \mathbf{G}_q^{k(i)} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^{\text{T}} \mathbf{H}_q^{k(i)} \dot{\mathbf{q}} \quad (24)$$

式中 $\mathbf{G}_q^{k(i)}$ 、 $\mathbf{H}_q^{k(i)}$ 为杆件的一、二阶影响系数矩阵。 $\mathbf{G}_q^{k(i)}$ 为 6×3 的矩阵, $\mathbf{H}_q^{k(i)}$ 为 3×3 的立方阵, 每个元素为 6×1 的列矢量。

2.4 闭环子链内杆件一、二阶影响系数

对等效分支 RRC 而言, 当 $k=1$ 时, 表示分支中闭环子链输出杆件 ac , 闭环子链内其他杆件速度、加速度映射关系并没有体现。对整个机构而言, 闭环子链中滑块、电动缸质量及转动惯量较大, 与系统动力学特性、固有频率等有直接关系, 一般不能忽略。

闭环子链中滑块旋量速度、加速度为

$$\begin{cases} \mathbf{V}_h^{(i)} = \mathbf{S}_1^{(i)} \dot{\varphi}_1^{(i)} \\ \mathbf{A}_h^{(i)} = \mathbf{S}_1^{(i)} \ddot{\varphi}_1^{(i)} \end{cases} \quad (25)$$

结合式(20)、(23), 式(25)可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{V}_h^{(i)} = \mathbf{G}_q^{h(i)} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{A}_h^{(i)} = \mathbf{G}_q^{h(i)} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^{\text{T}} \mathbf{H}_q^{h(i)} \dot{\mathbf{q}} \end{cases} \quad (26)$$

其中 $\mathbf{G}_q^{h(i)} = \mathbf{S}_1^{(i)} \mathbf{g}_{q(1,:)}^{\varphi(i)}$ $\mathbf{H}_q^{h(i)} = \mathbf{S}_1^{(i)} \mathbf{h}_{q(:,1)}^{\varphi(i)}$

分析被动隔振时, 已假定将电动缸瞬时锁定, 电动缸与水平面夹角为 $\varphi_g^{(i)}$, 如图 2 所示。利用余弦定理, 参考式(1)得到 $\varphi_g^{(i)}$ 与 $\varphi_1^{(i)}$ 的关系为 $\varphi_g^{(i)} = f'(\varphi_1^{(i)})$, 对其求导得到其速度、加速度之间映射关系为

$$\dot{\varphi}_g^{(i)} = \frac{df'(\varphi_1^{(i)})}{d\varphi_1^{(i)}} \dot{\varphi}_1^{(i)} \quad (27)$$

$$\ddot{\varphi}_g^{(i)} = \frac{df'(\varphi_1^{(i)})}{d\varphi_1^{(i)}} \ddot{\varphi}_1^{(i)} + \frac{d^2 f'(\varphi_1^{(i)})}{d\varphi_1^{(i)2}} (\dot{\varphi}_1^{(i)})^2 \quad (28)$$

闭环子链中电动缸杆件旋量速度、加速度为

$$\begin{cases} \mathbf{V}_g^{(i)} = \mathbf{S}_g^{(i)} \dot{\varphi}_g^{(i)} \\ \mathbf{A}_g^{(i)} = \mathbf{S}_g^{(i)} \ddot{\varphi}_g^{(i)} \end{cases} \quad (29)$$

其中

$$\mathbf{S}_g^{(i)} = (\mathbf{s}_2^{(i)}; \mathbf{d}_i \times \mathbf{s}_2^{(i)})$$

将式(27)、(28)代入式(29)整理得

$$\begin{cases} \mathbf{V}_g^{(i)} = \mathbf{G}_\varphi^{g(i)} \dot{\varphi}_1^{(i)} \\ \mathbf{A}_g^{(i)} = \mathbf{G}_\varphi^{g(i)} \ddot{\varphi}_1^{(i)} + \dot{\varphi}_1^{(i)} \mathbf{H}_\varphi^{g(i)} \dot{\varphi}_1^{(i)} \end{cases} \quad (30)$$

其中

$$\mathbf{G}_\varphi^g = \frac{df'(\varphi_1^{(i)})}{d\varphi_1^{(i)}} \mathbf{S}_g^{(i)}$$

$$\mathbf{H}_\varphi^g = \frac{d^2 f'(\varphi_1^{(i)})}{d\varphi_1^{(i)2}} \mathbf{S}_g^{(i)}$$

结合式(20)、(23), 式(30)可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{V}_g^{(i)} = \mathbf{G}_q^{g(i)} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{A}_g^{(i)} = \mathbf{G}_q^{g(i)} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^{\text{T}} \mathbf{H}_q^{g(i)} \dot{\mathbf{q}} \end{cases} \quad (31)$$

其中

$$\mathbf{G}_q^{g(i)} = \mathbf{G}_\varphi^{g(i)} \mathbf{g}_{q(1,:)}^{\varphi(i)}$$

$$\mathbf{H}_q^{g(i)} = \mathbf{G}_\varphi^{g(i)} \mathbf{h}_{q(:,1)}^{\varphi(i)} + (\mathbf{g}_{q(1,:)}^{\varphi(i)})^{\text{T}} \mathbf{H}_\varphi^{g(i)} \mathbf{g}_{q(1,:)}^{\varphi(i)}$$

3 动力学模型与振动特性

3.1 动力学模型

忽略摩擦,根据虚功原理,机构所有的外力处于平衡状态,在关节空间动力学平衡方程为

$$\tau_I + \tau_G + \tau_E + \tau_F + \tau_A = 0 \tag{32}$$

式中 τ_I ——机构惯性力产生的广义驱动力
 τ_G ——机构重力产生的广义驱动力
 τ_E ——作用在驱动副 P 上的弹性力
 τ_F ——动平台外力产生的广义驱动力
 τ_A ——机构广义驱动力

并联机构杆件惯性力以旋量形式表示为

$$\mathbf{W}_k^I = -\mathbf{N}_k \mathbf{A}_k + \hat{\mathbf{V}}_k^T \mathbf{N}_k \mathbf{V}_k$$

式中 $\mathbf{W}_k^I$ ——杆件惯性力旋量

$\mathbf{N}_k$ ——杆件六维惯性矩阵

杆件惯性力引起的关节驱动力 τ_k^I 为

$$\tau_k^I = (\mathbf{G}_q^k)^T \mathbf{W}_k^I \tag{33}$$

根据文献[23],式(33)可表示为

$$\tau_k^I = -\mathbf{M}_k^T \ddot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{H}_k^T \dot{\mathbf{q}} \tag{34}$$

其中 $\mathbf{M}_k^T$ 为 3×3 的矩阵, $\mathbf{H}_k^T$ 为 3×3 的立方阵,每个元素为 3×1 。同理,动平台、闭环子链中滑块及电动缸惯性力引起的关节驱动力可表示为相同形式。

并联机构杆件重力产生的广义驱动力为

$$\tau_G = (\mathbf{G}_q^{k(i)})^T \mathbf{W}_k^{G(i)} \tag{35}$$

并联机构动平台所受外力产生的广义驱动力可表示为

$$\tau_F = (\mathbf{G}_q^p)^T \mathbf{W}_p^F \tag{36}$$

作用在驱动副 P 上的弹性力为

$$\tau_E = -\mathbf{K} \mathbf{q} \tag{37}$$

其中 $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, k_2, k_3)$

式中 $\mathbf{K}$ ——刚度矩阵

k_i ——第 i 个分支中弹簧刚度

将式(34)~(37)代入式(32)可得机构在关节空间中动力学模型为

$$\begin{aligned} \tau_A = & \sum \mathbf{M}_k^T \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^T \sum \mathbf{H}_k^T \dot{\mathbf{q}} - (\mathbf{G}_q^p)^T \mathbf{W}_p^F - \\ & \sum (\mathbf{G}_q^{k(i)})^T \mathbf{W}_k^{G(i)} - \tau_E \end{aligned} \tag{38}$$

式(38)中的 k 不仅表示第 k 个杆件,还表示机构动平台、闭环子链中滑块及电动缸。

3.2 固有频率求解

动力学模型中重力项是常数项,对系统固有频率没有影响,可以忽略。同时,科氏力项对固有频率影响较小,计算时同样可忽略^[24]。在自由模态分析时,作用在动平台上外力为零。被动隔振时,机构广义驱动力 $\tau_A = 0$,则动力学模型(38)可以简化表示为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = 0 \tag{39}$$

式中 $\mathbf{M}$ ——系统质量矩阵

无阻尼系统振动固有频率与刚度矩阵和质量矩阵存在关系

$$|\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}| = 0 \tag{40}$$

其中

$$\lambda = \omega_n^2$$

式中 λ ——特征值

ω_n ——系统固有圆频率

求方程(40)可得到系统特征值 λ_i 和固有圆频率 $\omega_{ni} (i = 1, 2, 3)$,进而可求得各特征值对应的主振型 $\mathbf{u}^{(i)}$ 。

给定弹簧刚度 $k_1 = k_2 = k_3 = 4\,000\text{ N/m}$,得到机构在初始位姿下固有频率如表 1 所示。使用 ADAMS 中的振动模块,仿真得到的 1、2、3 阶固有频率分别为 5.57、5.57、6.40 Hz,与理论计算结果基本一致,说明简化后微分方程可作为后续分析理论依据。

表 1 机构初始位姿对应的固有频率及主振型

Tab.1 Natural frequency and main vibration mode at initial pose of mechanism

模态	固有频率/Hz	关节空间主振型	操作空间主振型
1	5.58	$(1.00, -0.50, -0.50)^T$	$(1.08, 0, 0)^T$
2	5.58	$(0, 1.00, -1.00)^T$	$(0, 1.24, 0)^T$
3	6.41	$(1.00, 1.00, 1.00)^T$	$(0, 0, -1.03)^T$

不同特征值对应的特征向量正交,二重根对应两个特征向量一般不正交,但线性无关,施密特正交化后关节空间主振型 $\mathbf{u}^{(i)}$ 如表 1 所示。图 4 为关节空间各阶主振型对应的 3 个滑块运动关系。

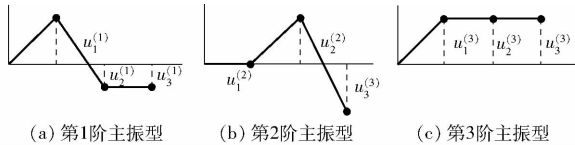


图 4 机构关节空间主振型

Fig.4 Main vibration mode of joint space of mechanism

3.3 基础简谐运动激励下运动微分方程

如图 5 所示,在调姿隔振应用中,机构定平台会受到一个用位移、速度或者加速度描述的运动激励。惯性坐标系 e 的方位和定坐标系 o 始终相同。令 $\mathbf{p}_{eo} = (x_{eo}, y_{eo}, z_{eo})^T$ 表示定平台激励位移, x_{eo} 、 y_{eo} 、 z_{eo} 分别为运动激励沿 x 、 y 、 z 轴位移。

运动激励施加在定平台,响应表现在动平台,即振动激励与响应均在操作空间,而方程(39)表示在关节空间。振动在关节空间与操作空间之间的映射基于机构位置正、反解。在中高频振动场合,振动幅值较小时,振动由关节空间向操作空间映射可近似

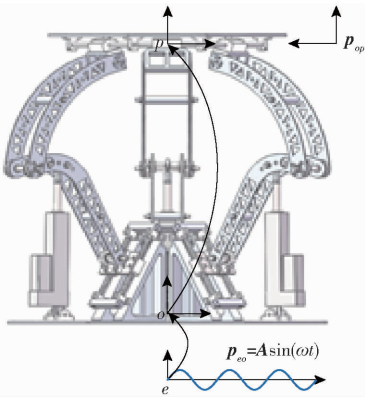


图 5 基础的简谐运动激励示意图
Fig.5 Harmonic motion excitation diagram of foundation

表示为

$$\boldsymbol{p}_{op} = \boldsymbol{g}_p^p \boldsymbol{q} \tag{41}$$

其中

$$\boldsymbol{g}_p^p = \boldsymbol{G}_{q(4;6,:)}^p$$

同理可以得到振动由操作空间向关节空间的反向映射矩阵 $\boldsymbol{g}_p^q$ 。关节空间主振型 $\boldsymbol{u}^{(i)}$ 到操作空间主振型 $\boldsymbol{u}_p^{(i)}$ 的映射关系也可近似表示为

$$\boldsymbol{u}_p^{(i)} = \boldsymbol{g}_p^p \boldsymbol{u}^{(i)} \tag{42}$$

映射得到的操作空间主振型如表 1 所示。1、2、3 阶分别对应动平台沿 x 、 y 、 z 轴的移动自由度,与所分析的机构自由度特性相符。

只考虑分支中被动隔振单元阻尼情况下,调姿隔振平台振动微分方程表示为

$$\boldsymbol{M} \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C} \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K} \boldsymbol{q} = \boldsymbol{0} \tag{43}$$

其中

$$\boldsymbol{C} = \text{diag}(c_{v1}, c_{v2}, c_{v3})$$

式中 $\boldsymbol{C}$ ——关节空间阻尼矩阵

c_{vi} ——第 i 个分支被动隔振单元粘性阻尼

如图 5 所示,给定基础激励时,动平台位移变化为 $\boldsymbol{p}_{op} - \boldsymbol{p}_{eo}$,速度变化为 $\dot{\boldsymbol{p}}_{op} - \dot{\boldsymbol{p}}_{eo}$,将位移及速度变化映射到关节空间,代入式(43)得

$$\boldsymbol{M} \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C} \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K} \boldsymbol{q} = \boldsymbol{C} \boldsymbol{g}_p^q \dot{\boldsymbol{p}}_{eo} + \boldsymbol{K} \boldsymbol{g}_p^q \boldsymbol{p}_{eo} \tag{44}$$

由于阻尼矩阵与刚度矩阵均为等值对角矩阵,令 $c_{vi} = \gamma k_i$,则 $\boldsymbol{C} = \gamma \boldsymbol{K}$ 。

定平台受到的位移激励可视为多个简谐激励叠加,在分析其振动响应时,将定平台受到的激励等效为简谐激励。假定定平台 3 个方向激励频率相同,记为

$$\boldsymbol{p}_{eo} = \boldsymbol{A} \sin(\omega t) \tag{45}$$

其中

$$\boldsymbol{A} = (A_x, A_y, A_z)^T$$

式中 A_x, A_y, A_z ——沿 x 、 y 、 z 轴 3 个方向位移激励幅值

将式(45)及其导数代入式(44)整理可得

$$\boldsymbol{M} \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C} \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K} \boldsymbol{q} = \boldsymbol{K} \boldsymbol{g}_p^q \boldsymbol{A} \sqrt{1 + (\gamma \omega)^2} \sin(\omega t - \alpha) \tag{46}$$

其中

$$\alpha = \arctan(-\gamma \omega)$$

式(46)表明定平台的运动激励等效于动平台受到一个简谐力的作用。

3.4 基础简谐运动激励下振动响应

应用正则化的固有振型矩阵对式(46)进行坐标变换,使方程组解耦,采用振型叠加法对其进行求解^[25]。

系统主振型关于质量矩阵和刚度矩阵都是正交的。正则主振型 $\boldsymbol{u}_N^{(i)}$ 存在关系

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}_N^{(i)T} \boldsymbol{M} \boldsymbol{u}_N^{(i)} = 1 \\ \boldsymbol{u}_N^{(i)T} \boldsymbol{K} \boldsymbol{u}_N^{(i)} = \omega_{ni}^2 \end{cases} \tag{47}$$

根据式(40)、(47)正则主振型可表示为

$$\boldsymbol{u}_N^{(i)} = \frac{\boldsymbol{u}^{(i)}}{\sqrt{\boldsymbol{u}^{(i)T} \boldsymbol{M} \boldsymbol{u}^{(i)}}}$$

进一步,可得正则振型矩阵为

$$\boldsymbol{U}_N = [\boldsymbol{u}_N^{(1)} \quad \boldsymbol{u}_N^{(2)} \quad \boldsymbol{u}_N^{(3)}]$$

引入新的广义坐标 $\boldsymbol{\eta}$,满足关系

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{\eta} \tag{48}$$

由于振型矩阵 $\boldsymbol{U}_N$ 不是时间函数,由式(48)可得

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{U}_N \ddot{\boldsymbol{\eta}} \\ \dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{U}_N \dot{\boldsymbol{\eta}} \end{cases} \tag{49}$$

结合式(47),将式(48)、(49)代入式(46),并两边左乘 $\boldsymbol{U}_N^T$ 整理得

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \gamma \omega^2 \dot{\boldsymbol{\eta}} + \omega^2 \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{Q} \sin(\omega t - \alpha) \tag{50}$$

其中

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{U}_N^T \boldsymbol{K} \boldsymbol{g}_p^q \boldsymbol{A} \sqrt{1 + (\gamma \omega)^2}$$

令存在关系, $\gamma \omega^2 = 2 \zeta_i \omega_{ni}$,可得

$$\zeta_i = \gamma \omega_{ni} / 2 \tag{51}$$

式中 ζ_i ——第 i 阶固有振型模态阻尼比

式(50)可重写为

$$\eta_i^2 + 2 \zeta_i \omega_{ni} \dot{\eta}_i + \omega_{ni}^2 \eta_i = Q_i \sin(\omega t - \alpha) \tag{52}$$

式中 Q_i ——幅值向量 $\boldsymbol{Q}$ 的第 i 行

式(52)表示 3 个解耦方程,振动响应求解和单自由度阻尼系统相同。式(52)全解表示为

$$\eta_i = e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} (C_1 \cos(\omega_{di} t) + C_2 \sin(\omega_{di} t)) + \frac{Q_i}{\sqrt{(\omega_{ni}^2 - \omega^2)^2 + (2 \zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}} \sin(\omega t - \alpha - \beta) \tag{53}$$

其中 $\omega_{di} = \sqrt{1 - \zeta_i^2} \omega_{ni}$ $\beta = \arctan \frac{2 \zeta_i \omega_{ni} \omega}{\omega_{ni}^2 - \omega^2}$

式中 ω_{di} ——阻尼振动频率 β ——相角

式(53)第 1 项为瞬态响应,第 2 项为稳态响应。

应用初始条件 $\boldsymbol{\eta}(t=0) = \boldsymbol{\eta}_0$ 和 $\dot{\boldsymbol{\eta}}(t=0) = \dot{\boldsymbol{\eta}}_0$ 可以求得瞬态响应中系数 C_1 和 C_2 。初始位移 $\boldsymbol{\eta}_0$ 和初

始速度 $\dot{\eta}_0$ 可根据动平台初始位置和初始速度确定

$$\begin{cases} \eta_0 = U_N^T M g_p^q p_{op} \\ \dot{\eta}_0 = U_N^T M g_p^q \dot{p}_{op} \end{cases} \quad (54)$$

根据式(41)、(48)动平台在操作空间的振动响应表示为

$$p_{op} = g_p^p U_N \eta \quad (55)$$

对于有阻尼系统,经过一段时间后,瞬态振动会逐渐消失,衰减速度主要取决于系统质量、刚度和阻尼。只要有外部激励,系统稳态响应一直存在。定义动平台稳态响应幅值与定平台位移激励幅值之比为振动传递率 T_d 。图 6 给出了调姿隔振平台受到垂向激励时,不同阻尼比下振动传递率曲线。当频率比 $r > \sqrt{2}$ 时,对于任意阻尼,振动传递率 $T_d < 1$,阻尼比越小 T_d 也越小。

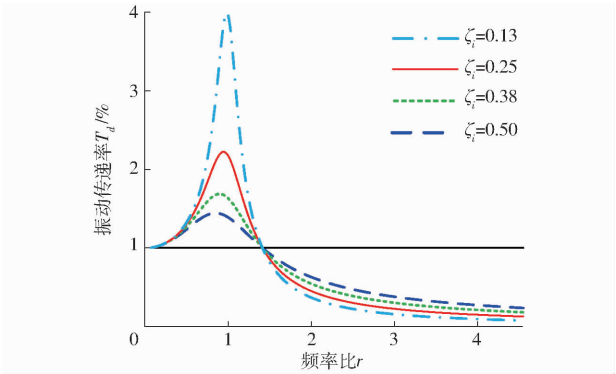


图 6 垂向激励时振动传递率曲线

Fig. 6 Vibration transmissibility under vertical excitation

4 数值算例

4.1 机构学建模数值算例

调姿隔振平台运动学相关结构参数如表 2 所示,动力学相关结构参数如表 3 所示。给定动平台运动规律

$$\begin{cases} x_{op} = 0.01 \sin(2t) \\ y_{op} = 0.01 \sin t \\ z_{op} = 0.01 \sin t \end{cases} \quad (56)$$

表 2 运动学相关结构参数

Tab.2 Structural parameters related to kinematics

参数	数值
机构初始工作高度 h_0/m	0.56
铰链点 b_i 初始位姿外接圆半径/m	0.18
铰链点 d_i 外接圆半径/m	0.29
点 g_i 外接圆半径/m	0.22
上连杆长度 l_{bc}/m	0.33
下连杆长度 l_{ac}/m	0.32
移动副与水平面夹角 $\theta/(\text{°})$	60

表 3 动力学相关结构参数

Tab.3 Structural parameters related to dynamics

参数	数值
动平台质量/kg	0.56
滑块质量/kg	0.34
上连杆质量/kg	1.41
上连杆惯量/ $(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	diag(0.004,0.018,0.020)
下连杆质量/kg	1.42
下连杆惯量/ $(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	diag(0.003,0.015,0.015)
电动缸质量/kg	2.70
电动缸惯量/ $(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	diag(0.002,0.016,0.017)

通过式(13)、(22)可得广义速度、加速度曲线如图 7、8 所示,通过式(38)得到的驱动副的广义驱动力如图 9 所示。在 ADAMS 软件中给定调姿隔振平台相同的运动规律,使用软件的测量功能可以得到驱动副速度、加速度及驱动力,由于篇幅原因,只给出广义驱动力曲线,如图 10 所示。通过比较可知,驱动力理论计算值和软件仿真值基本一致,说明了上述运动学及动力学模型正确性。

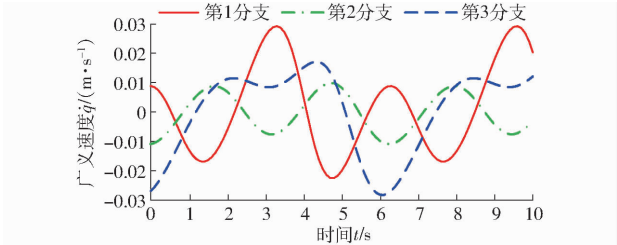


图 7 广义速度 (理论计算)

Fig. 7 Theoretical calculation value of generalized velocity

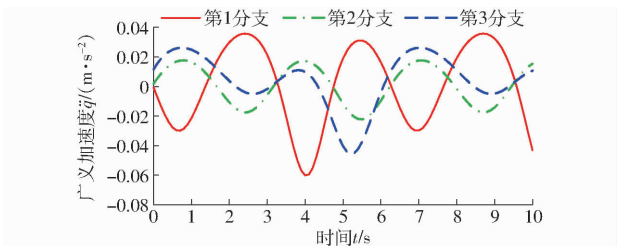


图 8 广义加速度 (理论计算)

Fig. 8 Theoretical calculation value of generalized acceleration

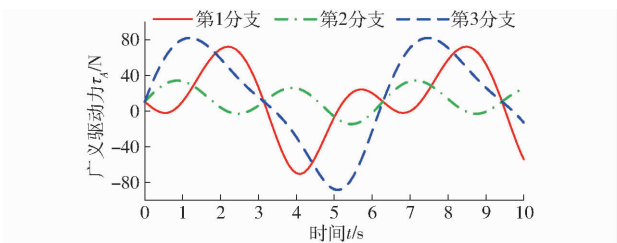


图 9 广义驱动力 (理论计算)

Fig. 9 Theoretical calculation value of generalized driving force

4.2 被动隔振数值算例

给定弹簧刚度 $k_1 = k_2 = k_3 = 4\,000\text{ N/m}$, 阻尼系

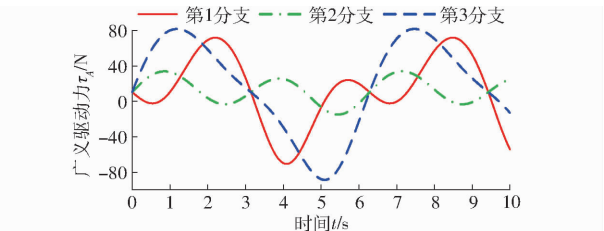


图 10 广义驱动力(仿真)

Fig. 10 Software simulation value of generalized driving force

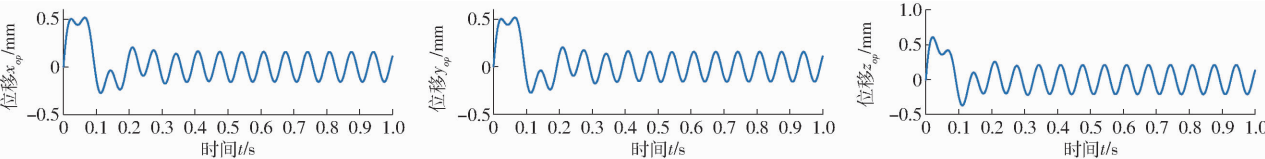


图 11 动平台振动响应(理论计算)

Fig. 11 Theoretical calculation value of vibration response of mobile platform

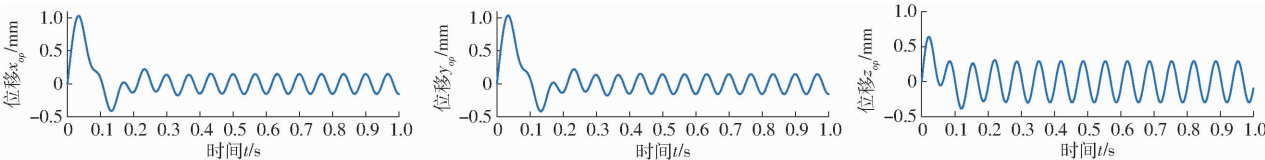


图 12 动平台振动响应(仿真)

Fig. 12 Software simulation value of vibration response of mobile platform

振动传递率理论计算值和仿真值如表 4 所示。从表 4 可看出,振动传递率理论计算和软件仿真在 z 轴方向存在一定偏差,这是模型简化造成的,但理论模型基本能够反映出调姿隔振平台隔振特性。调姿隔振平台在 x 、 y 、 z 轴 3 个方向均实现了较好的隔振。

表 4 振动传递率			
Tab. 4 Vibration transmissibility			%
项目	x 轴方向	y 轴方向	z 轴方向
理论值	30	30	42
仿真值	32	32	54
实验值	45	53	48

5 实验

5.1 实验系统

如图 13 所示,实验系统由 PC 机、振动信号采集器、功率放大器、加速度计、调姿隔振平台原理样机、激振台和控制柜等组成。

对于中高频振动,振动幅值较小,不便测量,因此在实验中激励和响应均以加速度表示,并以加速度幅值比表征隔振效果。加速度计为 IEPE 压电式,安装于激振台与原理样机动平台两个不同的位置,分别测量原理样机定平台激励及动平台振动响应。

数 $c_1 = c_2 = c_3 = 75 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ 。调姿隔振平台位于初始位姿时,在定平台同时施加 x 、 y 、 z 轴 3 个方向正弦位移激励,幅值为 0.5 mm 、频率为 15 Hz 。由式(55)的求解得到动平台响应如图 11 所示。

在 ADAMS 软件中,对定平台施加幅值和频率相同的位移激励,得到的动平台的位移响应如图 12 所示。由于理论模型的简化,图 11、12 存在一定偏差,但总体趋势基本一致。从图 11、12 可看出,瞬态响应会很快消失,稳态响应一直存在。

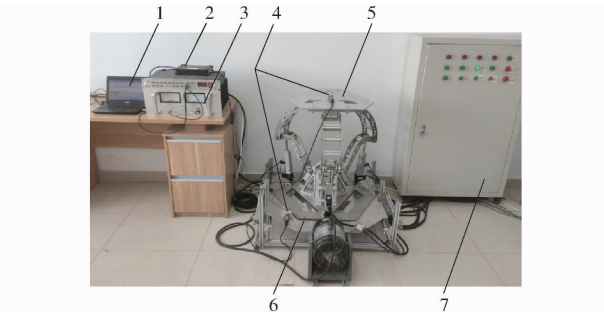


图 13 调姿隔振平台实验系统

Fig. 13 Experimental system of orientation adjustment and vibration isolation platform

1. PC 机 2. 振动信号采集器 3. 功率放大器 4. 加速度计 5. 调姿隔振平台原理样机 6. 激振台 7. 控制柜

图 13 中的激振台能够对原理样机进行水平激励,激振器最大输出力为 500 N ,工作频率为 $5 \sim 3\,000 \text{ Hz}$,最大位移为 $\pm 11 \text{ mm}$ 。

调姿隔振平台原理样机如图 14 所示。原理样机主要由动平台、定平台、上连杆、下连杆、电动缸、滑块、弹簧等组成。上下连杆采用格构式的结构形式,质量轻,刚度大。弹簧、滑块构成调姿隔振平台被动隔振单元。

5.2 模态实验

用自锁式尼龙扎带将 3 个滑块压紧,采用剪断方式对原理样机施加脉冲激励,如图 15 所示。

图 16 为动平台响应时域加速度信号,图 17 为离

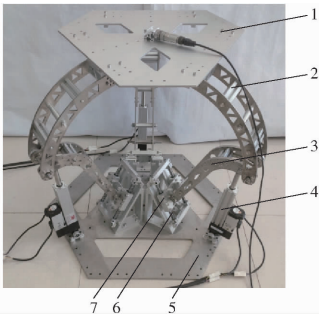


图 14 调姿隔振平台原理样机

Fig. 14 Prototype of orientation adjustment and vibration isolation platform

1. 动平台 2. 上连杆 3. 下连杆 4. 电动缸 5. 定平台 6. 弹簧 7. 滑块

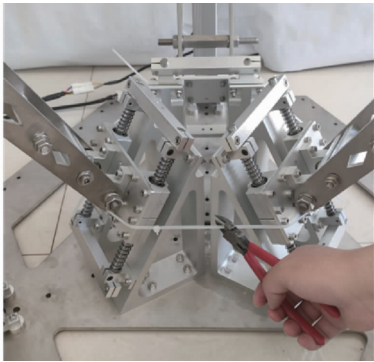


图 15 原理样机的脉冲激励方式

Fig. 15 Pulse excitation of prototype

散傅里叶变换后的频谱图。由于是同时释放 3 个滑块,激励的模态以 3 阶模态为主。由图 17 可知,系统 3 阶模态固有频率为 5.71 Hz,与表 1 中的理论计

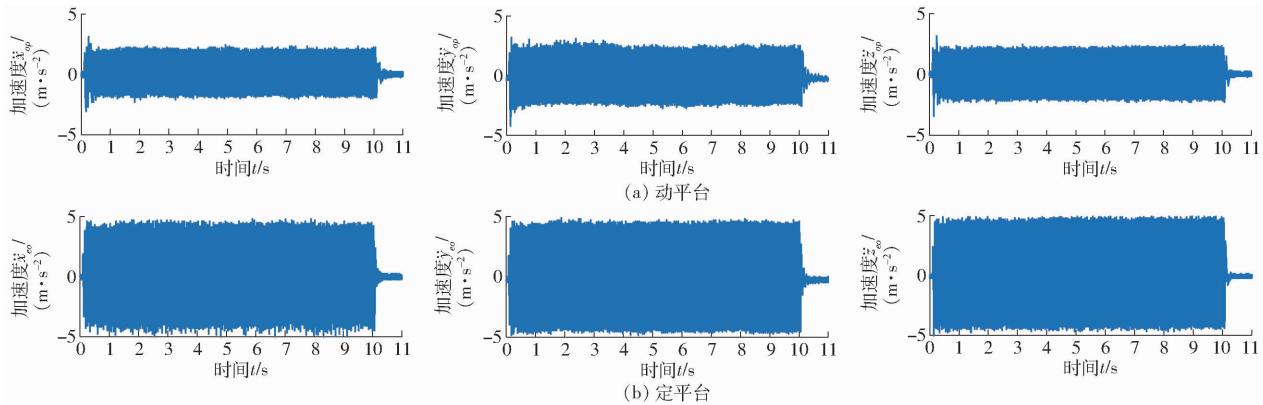


图 18 动平台和定平台在 x 、 y 、 z 轴方向的振动响应

Fig. 18 Vibration response of mobile platform and fixed platform in x , y , z directions

由表 4 可知,原理样机振动传递率与理论计算及软件仿真值存在一定的差值,其中在 y 轴方向差值最大。原因主要有:①原理样机刚度和阻尼系数与理论值存在误差。②由于加工装配误差,原理样机存在间隙。③格构式的分支结构刚度已经明显改善,但仍存在一定的结构变形,影响机构整体隔振特性,这在 y 轴方向体现的较为明显。虽然原理样机隔振效果与理论计算存在一定偏差,但还可充分地

算值 6.41 Hz 接近,说明了理论模型的正确性。1、2 阶模态的固有频率可以直接参考理论计算值。

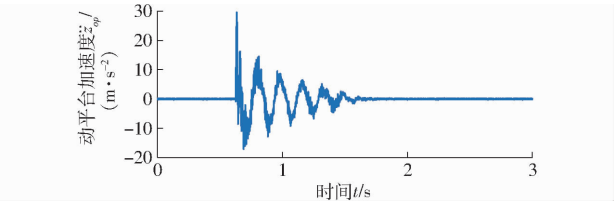


图 16 动平台振动响应时域波形

Fig. 16 Time domain waveform of output response of mobile platform

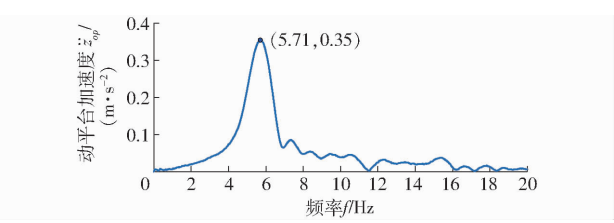


图 17 动平台振动响应频域波形

Fig. 17 Frequency domain waveform of output response of mobile platform

5.3 隔振实验

采用激振器对调姿隔振平台的定平台施加正弦激励,频率为 15 Hz,加速度幅值控制在 4.50 m/s^2 附近,与数值算例中给定的位移激励基本一致。通过加速度计测量得到定平台、动平台振动响应曲线如图 18 所示,振动传递率见表 4 实验值。从图 18 与表 4 可以看出,原理样机振动传递率均在 55% 以下,验证了并联平台隔振的有效性。

验证理论模型正确性和隔振有效性。

6 结论

(1)提出了一种空间布局紧凑、刚度性能良好的 3-(PRRPR)RC 调姿隔振平台新构型,并设计了原理样机。

(2)被动隔振时,假定电动缸瞬时锁定,利用等效运动旋量将包含闭环子链的调姿隔振平台瞬时等

效为 3-RRC 机构。基于旋量代数及 QR 分解,推导了少自由度等效机构 3-RRC 的一、二阶影响系数,过程简洁紧凑。

(3) 基于动力学模型,推导了调姿隔振平台定

平台受到简谐运动激励时的运动微分方程,并应用振型叠加法对其振动响应进行了求解。

(4) 隔振数值算例及实验结果表明,所设计的调姿隔振平台在 x 、 y 、 z 轴 3 个方向的隔振率均在 45% 以上,具有较好的隔振性能。

参 考 文 献

- [1] SUN N, WU Y, LIANG X, et al. Nonlinear stable transportation control for double-pendulum shipboard cranes with ship-motion-induced disturbances[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(12): 9467–9479.
- [2] MORINAGA A, OGAWA T, IWANAGA K, et al. Development of motion reduction device for ship using underactuated parallel link mechanism[J]. Sensors and Materials, 2021, 33(3): 897–906.
- [3] 沈铖武. 车载光电瞄准平台主动隔振关键技术研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2021. SHEN Chengwu. Research of key techniques of active vibration isolation for vehicle-mounted optoelectronic aiming platform [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2021. (in Chinese)
- [4] 李增局, 吴谨, 刘国国, 等. 振动影响机载合成孔径激光雷达成像初步研究[J]. 光学学报, 2010, 30(4): 994–1001. LI Zengju, WU Jin, LIU Guoguo, et al. Preliminary investigation on airborne SAL imaging with platform vibration[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(4): 994–1001. (in Chinese)
- [5] 董迎晖, 方辉, 黄宵. 侧壁悬挂雷达多维隔振平台性能仿真及实验[J]. 噪声与振动控制, 2018, 38(5): 225–229. DONG Yinghui, FANG Hui, HUANG Xiao. Simulation and experimental study on a multi-DOF vibration isolation platform for suspended radars[J]. Noise and Vibration Control, 2018, 38(5): 225–229. (in Chinese)
- [6] KOPPERT P M. Motion compensation device for compensating a carrier frame on a vessel for water motion: WO2010114359 A1 [P]. 2010–10–07.
- [7] 邱建超, 牛安琪, 仇伟晗, 等. 3-UPU/PU-RRP 海上稳定廊桥运动学建模与仿真[J]. 舰船科学技术, 2023, 45(1): 78–82. QIU Jianchao, NIU Anqi, QIU Weihang, et al. Kinematics modeling and simulation of 3-UPU/PU-RRP offshore gangway[J]. Ship Science and Technology, 2023, 45(1): 78–82. (in Chinese)
- [8] 仇伟晗, 牛安琪, 王生海, 等. 非惯性系下舰载稳定平台动力学建模与分析[J]. 振动与冲击, 2024, 43(9): 186–194. QIU Weihang, NIU Anqi, WANG Shenghai, et al. Dynamic modeling and analysis of shipborne stable platforms in non-inertial system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2024, 43(9): 186–194. (in Chinese)
- [9] 李二伟, 赵铁石, 王唱, 等. 大型重载并联稳定接货平台动力学建模[J]. 农业机械学报, 2018, 49(3): 411–417. LI Erwei, ZHAO Tieshi, WANG Chang, et al. Dynamics of large-scale heavy-burden parallel stabilizing cargo-receiving platform[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(3): 411–417. (in Chinese)
- [10] 王力航, 郭菲, 卢文娟, 等. 3UPS/S 舰船稳定平台非惯性系动力学建模[J]. 机械工程学报, 2020, 56(1): 20–29. WANG Lihang, GUO Fei, LU Wenjuan, et al. Non-inertial system dynamic modeling of 3UPS/S ship stability platform[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(1): 20–29. (in Chinese)
- [11] 田文杰, 赵堃, 张熙临, 等. 基于 RBF 神经网络的 3-UPS/S 稳定平台运动学标定[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2023, 56(9): 985–997. TIAN Wenjie, ZHAO Kun, ZHANG Xilin, et al. Kinematics calibration of 3-UPS/S stabilized platform based on RBF neural network[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2023, 56(9): 985–997. (in Chinese)
- [12] 高翔, 石峰, 牛军川, 等. 考虑关节间隙的多维隔振系统振动特性分析[J]. 振动工程学报, 2024, 37(3): 448–456. GAO Xiang, SHI Feng, NIU Junchuan, et al. Vibration characteristics analysis of multi-dimensional vibration isolation system with joint clearance[J]. Journal of Vibration Engineering, 2024, 37(3): 448–456. (in Chinese)
- [13] 高翔, 牛军川, 沈国栋, 等. 基于并联机构的车载担架及振动半主动控制研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2019, 50(1): 59–66. GAO Xiang, NIU Junchuan, SHEN Guodong, et al. Ambulance stretcher based on parallel mechanism and vibration semi-active control[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2019, 50(1): 59–66. (in Chinese)
- [14] ZHAO Wei, LI Bing, LIU Kefu. Semi-active control for a multi-dimensional vibration isolator with parallel mechanism[J]. Journal of Vibration and Control, 2013, 19(6): 879–888.
- [15] 王兵. 指向、隔振一体化并联平台设计与优化[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2016. WANG Bing. Optimization and design of a parallel platform combined vibration-isolation with pointing [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2016. (in Chinese)
- [16] KONG Y F, HUANG H. Vibration isolation and dual-stage actuation pointing system for space precision payloads[J]. Acta Astronautica, 2017, 143: 183–192.
- [17] 赵星宇, 赵铁石, 云轩, 等. 高低频复合驱动的并联调姿隔振平台的运动分析[J]. 机器人, 2018, 40(1): 24–36. ZHAO Xingyu, ZHAO Tieshi, YUN Xuan, et al. Kinematics analysis of parallel position adjustment and vibration isolation platform with high and low frequency compound drive[J]. Robot, 2018, 40(1): 24–36. (in Chinese)

[18] 张兵, 黄华, 蔡佳敏, 等. 冗余六自由度并联隔振平台多维隔振性能研究[J]. 振动与冲击, 2022, 41(2): 26–32.
ZHANG Bing, HUANG Hua, CAI Jiamin, et al. Multi-dimensional isolation performances of a redundant 6DOF parallel vibration isolation platform[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(2): 26–32. (in Chinese)

[19] 张英, 孙豪, 马帅帅. 基于 4-UPS/CPC 并联机构的多维调姿隔振平台设计[J]. 中国机械工程, 2021, 32(13): 1513–1522, 1529.
ZHANG Ying, SUN Hao, MA Shuaishuai. Design of a multi-dimensional attitude adjustment and vibration isolation platform based on 4-UPS/CPC parallel mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2021, 32(13): 1513–1522, 1529. (in Chinese)

[20] 耿明超, 赵铁石, 李二伟, 等. 主被动闭环融合调姿隔振平台动力学建模与模态分析[J]. 农业机械学报, 2022, 53(7): 435–446.
GENG Mingchao, ZHAO Tieshi, LI Erwei, et al. Dynamic modeling and modal analysis of orientation adjustment and vibration isolation platform with active-passive closed-loop fusion[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(7): 435–446. (in Chinese)

[21] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 73–83.

[22] 张雷雷, 赵延治, 赵铁石. 并联机构瞬轴面研究进展[J]. 机械工程学报, 2023, 59(21): 131–146.
ZHANG Leilei, ZHAO Yanzhi, ZHAO Tieshi. State of the art of axodes traced by parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(21): 131–146. (in Chinese)

[23] ZHAO Tieshi, GENG Mingchao, CHEN Yuhang, et al. Kinematics and dynamics hessian matrices of manipulators based on screw theory[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(2): 226–235.

[24] 赵星宇, 赵铁石, 徐雪寒, 等. 3-P(4S) 并联平台振动特性分析与实验验证[J]. 农业机械学报, 2018, 49(7): 419–426.
ZHAO Xingyu, ZHAO Tieshi, XU Xuehan, et al. Vibration characteristics analysis and experimental validation of 3-P(4S) parallel platform[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(7): 419–426. (in Chinese)

[25] RAO S S. 机械振动[M]. 5 版. 李欣业, 杨理诚, 译. 北京: 清华大学出版社, 2016: 208–210.

(上接第 192 页)

[14] LIU W, QUIJANO K, CRAWFORD M. YOLO v5 – Tassel: detecting tassels in RGB UAV imagery with improved YOLO v5 based on transfer learning[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2022, 15: 8085–8094.

[15] SONG C, ZHANG F, LI J, et al. Detection of maize tassels for UAV remote sensing image with an improved YOLO X model [J]. Journal of Integrative Agriculture, 2023, 22(6): 1671–1683.

[16] SHORTEN C, KHOSHGOFTAAR T. A survey on image data augmentation for deep learning[J]. Journal of Big Data, 2019, 6(1): 60–108.

[17] LIN T Y, MAIRE M, BELONGIE S, et al. Microsoft COCO: common objects in context [C] // Proceedings of European Conference on Computer Vision, 2014: 740–755.

[18] LYU C, ZHANG W, HUANG H, et al. RTMDet: an empirical study of designing real-time object detectors [J]. arXiv Preprint, arXiv: 2212.07784, 2022.

[19] HOWARD A G, ZHU M, CHEN B, et al. MobileNets: efficient convolutional neural networks for mobile vision applications [J]. arXiv Preprint, arXiv: 1704.04861, 2017.

[20] SANDLER M, HOWARD A, ZHU M, et al. MobileNetV2: inverted residuals and linear bottlenecks [J]. arXiv Preprint, arXiv: 1801.04381, 2019.

[21] HOWARD A, SANDLER M, CHU G, et al. Searching for MobileNetV3 [J]. arXiv Preprint, arXiv: 1905.02244, 2019.

[22] PRAJIT R, BARRET Z, QUOC V. Searching for activation functions [J]. arXiv Preprint, arXiv: 1710.05941, 2017.

[23] WOO S, PARK J, LEE J, et al. CBAM: convolutional block attention module [J]. arXiv Preprint, arXiv: 1807.06521, 2018.

[24] LI X, WANG W, WU L, et al. Generalized focal loss: learning qualified and distributed bounding boxes for dense object detection [J]. arXiv Preprint, arXiv: 2006.04388, 2020.

[25] HAMID R, NATHAN T, JUNY G, et al. Generalized intersection over union: a metric and a loss for bounding box regression [J]. arXiv Preprint, arXiv: 1902.09630, 2019.

[26] ZHENG Z, WANG P, LIU W, et al. Distance – IoU Loss: faster and better learning for bounding box regression [J]. arXiv Preprint, arXiv: 1911.08287, 2019.

[27] ZHENG Z, WANG P, REN D, et al. Enhancing geometric factors in model learning and inference for object detection and instance segmentation [J]. arXiv Preprint, arXiv: 2005.03572, 2020.

[28] ZHANG Y, REN W, ZHANG Z, et al. Focal and efficient IOU loss for accurate bounding box regression [J]. arXiv, Preprint arXiv: 2101.08158, 2022.

[29] CHATTOPADHAY A, SARKAR A, HOWLADER P, et al. Grad-cam ++: generalized gradient-based visual explanations for deep convolutional networks [C] // 2018 IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV). IEEE, 2018: 839–847.