

doi:10.6041/j.issn.1000-1298.2024.09.015

滇中地区坡耕地红黏土离散元仿真模型参数标定与试验

果霖¹ 方启明¹ 李明飞¹ 王智² 王灿¹ 张立芸¹

(1. 云南农业大学机电工程学院, 昆明 650201; 2. 西安石油大学机械工程学院, 西安 710065)

摘要:适用于山区坡耕地的耕整地机械在优化设计过程中缺乏准确的离散元仿真模型参数,制约了机具的设计改进。以滇中地区坡耕地红黏土为研究对象,结合无侧限抗压强度试验和离散元仿真方法,建立了基于EEPA模型和Bonding模型的无侧限抗压强度试验仿真模型,并对仿真模型中的相关参数进行标定。试验中土样断裂的最大轴向压力平均值为431.19 N。以最大轴向压力为响应值设计Plackett-Burman试验、Steepest Ascent试验和Box-Behnken试验来确定离散元仿真模型参数,并通过试验来验证仿真的可靠性。Bonding模型单位面积法向刚度 X_1 为 $3.14 \times 10^8 \text{ N/m}^3$ 、临界法向应力 X_3 为53 175.4 Pa、EEPA模型接触塑性比 X_6 为0.318 24。在该参数组合下进行验证仿真,其最大轴向压力与试验的相对误差仅为1.71%,并且Bond键的断裂面与试验相比较为符合。仿真与试验所得到的数据基本一致,说明该参数组合可靠,可为后续红黏土的离散元仿真提供理论依据。

关键词:滇中地区红黏土; 离散元; 无侧限抗压强度试验; 参数标定

中图分类号: O347.7 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2024)09-0185-09

OSID: 

Parameter Calibration for Discrete Element Simulation of Red Clay Soils in Sloping Cropland in Central Yunnan

GUO Lin¹ FANG Qiming¹ LI Mingfei¹ WANG Zhi² WANG Can¹ ZHANG Liyun¹

(1. Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Yunnan Agricultural University, Kunming 650201, China

2. College of Mechanical Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China)

Abstract: Aiming at the problems of insufficient parameters and inaccurate simulation in discrete element simulation for Yunnan red clay soil, taking the red clay soil of sloping cultivated land in central Yunnan as the research object, the simulation model of the unconfined compressive strength test based on the EEPA model and the Bonding model was established by combining the unconfined compressive strength test and the discrete element simulation method, and the relevant parameters in the simulation model were calibrated. The maximum axial pressure of soil sample fracture in the unconfined compressive strength test was 431.19 N. The Plackett-Burman test was designed with the maximum axial pressure as the response value to screen out the factors that had a highly significant influence on the response value, and the optimal parameters of the highly significant factors were determined by the Steepest Ascent test and Box-Behnken test. The results were as follows: the normal stiffness per unit area of the Bonding model X_1 was $3.14 \times 10^8 \text{ N/m}^3$, the critical normal stress X_3 was 53 175.4 Pa, and the contact-plasticity ratio of the EEPA model X_6 was 0.318 24. In the validation simulation under this parameter combination, the relative error between the maximum axial pressure and the test was only 1.71%, and the fracture surface of the bonding Bond was compared favorably with the test. The data obtained from the simulation were consistent with the test, indicating that the parameter combination was reliable and can provide a theoretical basis for the subsequent discrete element simulation of red clay.

Key words: sloping red clay in central Yunnan; discrete element method; unconfined compressive strength test; parameter calibration

收稿日期: 2023-12-10 修回日期: 2024-01-25

基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFD1901501)和云南省教育厅科学基金项目(2022J0343)

作者简介: 果霖(1986—),男,副教授,博士生,主要从事农业机械化工程研究,E-mail: 1265120@qq.com

通信作者: 张立芸(1981—),女,副教授,博士,主要从事农业机械化工程研究,E-mail: 37545459@qq.com

0 引言

在离散元仿真过程中,离散元仿真模型参数设置会直接影响仿真结果的准确性^[1-2]。山区坡耕地土壤离散元模型参数的缺乏阻碍了耕整地机械设计与改进。在耕作部件与土壤之间互作关系的仿真研究中,应用离散元法的研究较多^[3],离散元法可以预测颗粒运动行为^[4-5],并得到颗粒相关的受力情况^[6]。如 UCGUL 等^[7]运用离散元仿真软件来模拟土壤耕作过程,并以此来进行耕作部件的参数设计;黄玉祥等^[8]通过离散元法对深松土壤扰动行为进行研究。在离散元仿真中,多借助堆积角测定^[9-10]和剪切试验^[11]等简单试验对仿真模型进行参数标定。其中李俊伟等^[12]以堆积角为响应值来标定不同含水率黏重黑土的 JKR 表面能参数和颗粒间接触参数;徐庄威等^[13]利用离散元软件和堆积角试验对辣椒籽滚动摩擦因数和 JKR 表面能进行标定。WU 等^[14]采用单轴压缩试验和无侧限抗压强度试验建立了基于 EEPA (Edinburgh elasto-plastic adhesion) 接触模型的离散元仿真模型,并对砂质土和黏土进行参数标定;ZHOU 等^[15]以 3 种不同含水率的砂质土为研究对象,选择 EEPA 模型作为土壤颗粒接触模型,对相关参数进行标定。宋占华等^[16]以砂质土为研究对象,通过筛分试验来建立离散元非等径土壤模型,并以摩擦角为响应值标定模型中的相关参数;LIU 等^[17]对山药根-土复合体进行离散元建模,并对模型中的 Bonding 模型进行参数标定。以上学者通过选择现有模型并标定相关模型参数来增加仿真的准确性,但针对山区耕地红黏土的离散元仿真参数研究则鲜有报道。黏土颗粒间的毛细水会使得颗粒间形成相互黏结的液桥力^[18],一般会采用 Bonding 模型来表征液桥力;颗粒表面相互重叠后的黏结力^[19]采用 EEPA 模型来体现,两种模型结合应用能有效反映黏土颗粒间的黏结作用。

本文以滇中地区坡耕地红黏土为研究对象,以 Bonding 模型模拟颗粒间的液桥力,采用 EEPA 模型来模拟颗粒间的黏结力;结合无侧限抗压强度试验和 EDEM 离散元仿真软件,运用 Plackett-Burman 试验、Steepest Ascent 试验和 Box-Behnken 试验对滇中地区坡耕地红黏土进行离散元参数标定,并验证所得最佳参数组合的准确性,以期为接触部件与红黏土的离散元仿真提供参数依据。

1 材料与方法

滇中地区坡耕地占总耕地面积的 61.14%,土壤类型以山原红壤为主^[20-22]。试验所需红黏土于

2023 年 7 月取自云南省昆明市云南农业大学试验田,该地区红黏土具有高塑性、高含水率、低压缩性等特点^[23]。本研究对所取土样原状土进行密度试验、含水率试验以及无侧限抗压强度试验,得到红黏土的相关参数。

1.1 土壤基本参数

采用 S 形取样法对试验田等距取 5 点作为土壤取样点,用环刀法^[24]对每个取样点取 2 组平行试样,测得红黏土的密度平均值为 1 576 kg/m³;采用烘干法^[24]在 80℃ 环境下连续烘干 12 h,测得土壤含水率平均值为 27.58%。选取红黏土泊松比为 0.38^[14];通过无侧限抗压强度试验测得弹性模量为 2×10^7 Pa,换算得土样剪切模量为 7.25×10^6 Pa。

1.2 无侧限抗压强度试验

无侧限抗压强度是指试样在无侧向约束的情况下,抵抗轴向压力的极限强度^[25]。本试验通过取土器取得原状土后,按照《土工试验方法标准》^[24]将原状土试样小心切削至要求尺寸:土样半径 50 mm、高度 100 mm、截面积 1 962.5 mm² 的圆柱形土样。图 1 所示为无侧限抗压强度试验。

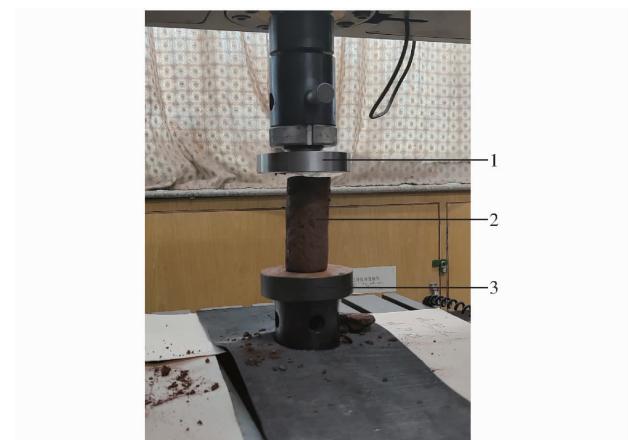


图 1 无侧限抗压强度试验

Fig. 1 Unconfined compression strength test

1. 上加压盘 2. 土样 3. 固定底座

采用深圳 WANCE 试验设备有限公司生产的 ETM104B 型微机控制电子万能试验机进行试验,试验机选配载荷传感器最大量程为 2 kN,横梁位移示值相对误差为 $\pm 0.5\%$,位移分辨力为 0.027 μm,计算机自动采集数据。试验过程按照《土工试验方法标准》^[24]进行。将试验机换成压缩试验装置,仅土样两端受压,满足试验要求。试验中等速率压缩,等同于应变控制,规范要求 1 min 轴向应变 1% ~ 3%,故压缩速率取 2 mm/min,试验在 8 ~ 10 min 内完成。当出现压力峰值时,继续进行 3% ~ 5% 应变后停止试验;若未出现峰值,则试验进行至应变 20% 处停止,对应变达到 20% 未破坏的试样,最大轴向压力

和无侧限抗压强度取 15% 应变对应值。试验完成后,对破坏后土样采用烘干法测量含水率。试验共进行 5 次,土样最大轴向压力平均值为 431.19 N,无侧限抗压强度平均值为 220.17 kPa。

1.3 EEPA 接触模型和 Bonding 模型

1.3.1 EEPA 接触模型

EEPA 接触模型具有多功能性,它可分为线性和非线性两种。当两颗粒通过外力作用挤压在一起时,它们之间既存在弹性变形,也存在塑性变形^[26];并且其粘性会随着两颗粒之间的重叠量变化。红黏土既具有可压缩性,同时也具有黏性,EEPA 接触模型可以作为较为理想的接触模型。

EEPA 接触模型实际上是一个非线性的滞后弹簧模型,其随着颗粒间重叠量的增加,黏结力变化趋势如图 2 所示。

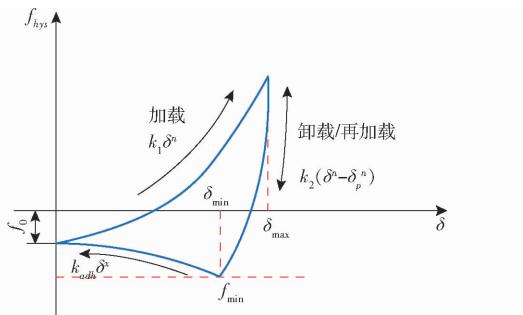


图 2 EEPA 接触模型

Fig. 2 EEPA contact mode

图 2 为 EEPA 模型中颗粒滞回弹簧力随着颗粒间重叠量变化的趋势图。纵坐标 f_{hys} 表示颗粒间滞回弹簧力,正值表示颗粒间排斥力,负值表示颗粒间黏结力;横坐标 δ 表示颗粒间重叠量。当两颗粒刚接触时,颗粒重叠量 δ 为 0,颗粒间法向黏结力为 f_0 ;随着外力的施加,颗粒重叠量 δ 开始增加,颗粒间的滞回弹簧力会按照 $k_1\delta^n$ 路径上升,直至重叠量 δ 达到 δ_{max} 为止,此时颗粒间滞回弹簧力 f_{hys} 为正值,表现为颗粒间排斥力;若此时撤掉施加的外力,则滞回弹簧力会按照 $k_2(\delta^n - \delta_p^n)$ 路径变化,且在变化过程中再次施加外力,滞回弹簧力仍会按照该路径变化,直至滞回弹簧力达到最小值 f_{min} ,此时颗粒间滞回弹簧力 f_{hys} 为负值,表现为颗粒间黏结力,也是整个过程中最大法向黏结力;最后,随着外力消失,颗粒间重叠量 δ 会降至 0,其滞回弹簧力 f_{hys} 随着 $k_{adh}\delta^x$ 路径变化。具体滞回弹簧力公式^[27]为

$$f_{hys} = \begin{cases} f_0 + k_1\delta^n & (k_2(\delta^n - \delta_p^n) \geq k_1\delta^n) \\ f_0 + k_2(\delta^n - \delta_p^n) & (k_1\delta^n > k_2(\delta^n - \delta_p^n) > -k_{adh}\delta^x) \\ f_0 - k_{adh}\delta^x & (-k_{adh}\delta^x \geq k_2(\delta^n - \delta_p^n)) \end{cases} \quad (1)$$

式中 f_0 —恒定拉脱力,N

k_1 —加载刚度,N/m

k_2 —卸载/重新加载刚度,N/m

k_{adh} —粘附刚度,N/m

δ_p —颗粒间黏结力为 0 时的重叠量,m

n —非线性曲线幂指数

x —粘附分支曲线幂指数

EEPA 接触模型中共包括 6 个参数,分别是恒定拉脱力、表面能、接触塑性比、斜率因子、拉伸因子、切向刚度因子。恒定拉脱力是当颗粒重叠量为 0 时的法向黏结力。因为加入 Bonding 模型来模拟未接触颗粒间的黏结力,为了使 EEPA 接触模型和 Bonding 模型更好地契合,将恒定拉脱力设置为 0,其所代表的颗粒间的黏结力由 Bond 键代替。一方面颗粒间黏结力的参数控制将会更加精准;另一方面,由于 Bond 键的可视化,也能将颗粒间黏结力的变化以及断裂变得更加直观。

1.3.2 Bonding 模型

Bonding 模型是 EDEM 离散元仿真软件的一个额外模型,Bonding 模型是通过设置一个 Bond 键将颗粒进行黏结,可以将多个小颗粒黏结成一个大颗粒,这种黏结既可以抵抗法向运动也能抵抗切向运动,当法向或切向受力大于所设置的临界应力,Bond 键断裂。该模型颗粒会与接触半径之内的颗粒产生平行黏结,其作用效果类似于在法向和切向添加一组弹簧^[28]。Bonding 模型二维平面示意图如图 3 所示^[29-30]。

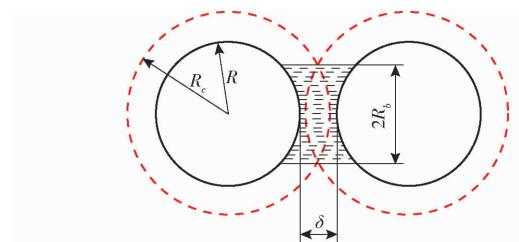


图 3 Bonding 模型平面示意图

Fig. 3 Bonding model plan sketch

图 3 中 R 为颗粒半径; R_c 为 Bonding 模型的接触半径,按照 Bonding 模型的解释,在某一时刻,当两颗粒的接触半径相交,两颗粒之间就会生成 Bond 键^[31]; R_b 为黏结键法向横截面半径,用来计算黏结键法向横截面的面积;由图 3 可知颗粒实际半径并没有接触,所以此时 δ 为负值。

Bonding 模型中的 δ 与 EEPA 接触模型中的 δ 所代表的含意相同,都是颗粒之间的法向重叠量,但是在 EEPA 模型中法向重叠量为正值,表示颗粒的实际尺寸相互接触之后的黏结力变化;而在 Bonding 模型中代表颗粒之间实际尺寸没有发生接触,接触

半径接触后的黏结力。为了将两个模型更好地结合在一起,防止在 $\delta=0$ 时法向黏结力有歧义,在 EEPA 接触模型中将恒定拉脱力 f_0 设置为 0。

在 Bonding 模型中,颗粒受到的力和力矩,黏结键法向截面积和黏结键惯性矩计算公式^[32]为

$$\begin{cases} F_n = - \int v_n K_n A_b dt \\ F_t = - \int v_t K_t A_b dt \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} M_n = - \int \omega_n K_t dt \\ M_t = - \int \omega_t K_n \frac{J}{2} dt \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$A_b = \pi R_b^2 \quad (4)$$

$$J = \frac{1}{2} \pi R_b^4 \quad (5)$$

式中 F_n 、 F_t ——黏结键法向力和切向力,N

M_n 、 M_t ——黏结键法向力矩和切向力矩,N·m

K_n 、 K_t ——黏结键法向刚度和切向刚度,N/m

v_n 、 v_t ——颗粒法向速度和切向速度,m/s

ω_n 、 ω_t ——颗粒法向角速度和切向角速度,rad/s

A_b ——黏结键法向横截面面积,m²

J ——黏结键惯性矩,mm⁴

dt ——时间步长,s

Bonding 模型中共包含 5 个参数,分别是单位面积法向刚度、单位面积切向刚度、临界法向应力、临界切向应力、接触半径。其中临界法向应力和临界切向应力是指在发生剪切破坏时 Bond 键所能承受的最大法向应力和最大切向应力。当临界法向应力和临界切向应力超过最大法向应力和最大切向应力时发生断裂^[33],即

$$\sigma_{\max} < \frac{-F_n}{A_b} + \frac{2M_t}{J}R_b \quad (6)$$

$$\tau_{\max} < \frac{-F_t}{A_b} + \frac{M_n}{J}R_b \quad (7)$$

式中 σ_{\max} ——临界法向应力,Pa

τ_{\max} ——临界切向应力,Pa

综上所述,EEPA 接触模型中,颗粒间的黏结力主要是依照颗粒间的重叠量来增加的;然而 EEPA 接触模型仅能表现出当颗粒之间接触时的黏结力,在土壤中由于毛细水的存在,会在颗粒之间形成液桥^[34],宏观上体现为水分导致土壤黏结性增加。所以在颗粒之间添加 Bond 键为不接触颗粒之间的黏结力。一方面可以解释土壤的各种黏结作用;另一方面还可以使土壤颗粒之间的能量分布更加直观,更易对土壤模型中颗粒之间的

黏结力进行观察研究。非等径颗粒和非球型颗粒的填充方式会显著影响仿真效率;而且颗粒群排列方式复杂,可能导致试验数据的散射性较大^[12,19]。等径颗粒也能较好地模拟材料力学行为^[11],对土壤破碎和变形有重要参考价值,所以本文采用等径颗粒来模拟土样力学行为。

1.4 仿真参数设置

在 EDEM 软件中待输入参数包括 Bonding 模型中的单位面积法向刚度、单位面积切向刚度、临界法向应力、临界切向应力、接触半径;EEPA 模型为恒定拉脱力、表面能、接触塑性比、斜率因子、拉伸因子、切向刚度因子;颗粒间的接触参数为土-土碰撞恢复系数、土-土静摩擦因数、土-土滚动摩擦因数。其中接触半径恒定为 1.1 倍颗粒半径^[15];恒定拉脱力 f_0 取 0;拉伸因子是材料受到拉伸应力时线性膨胀行为的参数,本文通过对比无侧限抗压强度试验与仿真来对土壤的离散元参数进行标定,所以拉伸因子取恒定值 1.5。

选取颗粒间的接触模型为 EEPA 模型和 Bonding 模型,无侧限抗压强度试验的实际土样尺寸为直径 50 mm,长度 100 mm。为保证有足够的颗粒生成,设置一个直径 50 mm、长度 220 mm 的圆柱,EDEM 边界模型中土壤颗粒直径设置为 2 mm,生成约 3 100 颗颗粒,颗粒自然沉降后其圆柱上横截面不平整,为了防止表面不平整造成其土样提早发生变形影响仿真数据的可靠性,采用一个上加压板从上往下运动,将仿真试样压平,并在圆柱高度为 100 mm 时停止,制备出仿真试样。仿真前 1 s 是试样制备过程,待颗粒静止之后生成颗粒之间的黏结键,生成时间设置在 1.1 s。试样稳定后,在仿真时间 1.3 s 时撤掉圆柱体限制,开始进行无侧限抗压强度试验仿真。上加压板以恒定速率向下运动,待试样发生破坏后再继续运行 5% 轴向应变后停止仿真。仿真中涉及到的参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数

Tab. 1 Simulation parameters

参数	数值
土壤泊松比	0.38 ^[14]
土壤密度/(kg·m ⁻³)	1 576
土壤剪切模量/Pa	7.25×10^6
接触部件泊松比	0.3 ^[6]
接触部件密度/(kg·m ⁻³)	7 865 ^[6]
接触部件剪切模量/Pa	7.9×10^{10} ^[6]
土壤-接触部件碰撞恢复系数	0.4 ^[15]
土壤-接触部件静摩擦因数	1.15 ^[15]
土壤-接触部件滚动摩擦因数	0.05 ^[15]

因为是通过无侧限抗压强度试验来对土壤参数进行标定,本质上研究的是土壤内部的力学参数和破碎形式等,尚未涉及到与接触部件之间的接触参数,所以将土壤与接触部件的接触参数设置为定值。

2 参数标定试验

结合 EEPA 接触模型和 Bonding 模型对土壤进行离散元建模,通过无侧限抗压强度试验对滇中地区坡耕地红黏土 EDEM 中的相关参数进行标定,以无侧限抗压强度试验中的最大轴向压力作为响应值。首先通过 Plackett–Burman 试验来筛选出对最大轴向压力影响最大的因素;然后对影响较大的因素进行 Steepest Ascent 试验来寻找响应变量的最优值所在区间;最后以最优值所在区间为高低水平进行 Box–Behnken 试验得出相应的回归模型,并求解出相应参数组合。

2.1 Plackett–Burman 试验

设定接触半径为 1.1 倍颗粒半径;设定恒定拉脱力 f_0 为 0;设定拉伸因子为默认 1.5。其余待标定

参数取值范围^[15,19]如表 2 所示。

表 2 待标定参数取值范围

Tab. 2 Value range of parameters to be calibrated

因素	编码		
	-1	0	1
单位面积法向刚度 $X_1/(N \cdot m^{-3})$	1×10^8	3×10^8	5×10^8
单位面积切向刚度 $X_2/(N \cdot m^{-3})$	3×10^8	5×10^8	7×10^8
临界法向应力 X_3/Pa	30 000	50 000	70 000
临界切向应力 X_4/Pa	3×10^5	5×10^5	7×10^5
表面能 $X_5/(J \cdot m^{-2})$	12	24	36
接触塑性比 X_6	0.2	0.4	0.6
斜率因子 X_7	1.0		1.5
切向刚度因子 X_8	0.50	0.75	1.00
土壤–土壤碰撞恢复系数 X_9	0.2	0.4	0.6
土壤–土壤静摩擦因数 X_{10}	0.6	0.8	1.0
土壤–土壤滚动摩擦因数 X_{11}	0.1	0.3	0.5

为得到表 2 中对响应值影响较大的因素,以 11 个待标定参数为影响因素,最大轴向压力为响应值,设计 Plackett–Burman 试验,具体试验方案及结果如表 3 所示, $x_1 \sim x_{11}$ 为 $X_1 \sim X_{11}$ 对应编码值。

表 3 Plackett–Burman 试验方案与结果

Tab. 3 Plackett–Burman test program and results

序号	因素											最大轴向压力/ N
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	
1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	189.91
2	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	390.38
3	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	292.45
4	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	541.05
5	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	507.14
6	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	229.51
7	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	111.98
8	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	180.81
9	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	389.27
10	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	860.54
11	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	392.36
12	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	384.55
13	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	460.15
14	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	447.92
15	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	435.95

通过表 3 得到对响应值影响较为显著的试验因素,通过试验绘制帕累托图,根据贡献度对试验因素的影响程度进行排序,试验结果方差分析如表 4 所示。

通过 Design-Expert 软件对 Plackett–Burman 试验结果进行分析,得到各试验因素对响应值的影响程度,并绘制出帕累托图如图 4 所示。其中只有 x_1 、 x_3 、 x_6 超过 Bonferroni Limit 界线,影响效果极显著。所以选取这 3 个参数作为后续 Steepest Ascent 试验

的试验因素,其余贡献度小的因素中因为 X_7 斜率因子在模型中只能取 1 和 1.5,故后续试验中设定为 1,其余因素均取其高低水平的平均值。即单位面积切向刚度 X_2 为 $5 \times 10^8 N/m^3$;临界切向应力 X_4 为 $5 \times 10^5 Pa$;表面能 X_5 为 $24 J/m^2$;斜率因子 X_7 为 1;切向刚度因子 X_8 为 0.75;土壤–土壤碰撞恢复系数 X_9 为 0.4;土壤–土壤静摩擦因数 X_{10} 为 0.8;土壤–土壤滚动摩擦因数 X_{11} 为 0.3。

另外在图中,蓝色表示消极影响,橙色表示积极

表 4 Plackett-Burman 试验方差分析

Tab. 4 Plackett-Burman test analysis of variance

方差来源	平方和	自由度	均方	F	P	贡献度/%
模型	4.627×10^5	11	42 063.33	64.70	0.0028	
x_1	1.533×10^5	1	1.533×10^5	235.83	0.0006	33.00
x_2	33 493.16	1	33 493.16	51.52	0.0056	7.21
x_3	1.189×10^5	1	1.189×10^5	182.84	0.0009	25.58
x_4	24 452.34	1	24 452.34	37.61	0.0087	5.26
x_5	3 478.55	1	3 478.55	5.35	0.1037	0.75
x_6	65 941.60	1	65 941.60	101.43	0.0021	14.19
x_7	38 222.89	1	38 222.89	58.79	0.0046	8.23
x_8	22 359.47	1	22 359.47	34.39	0.0099	4.81
x_9	8.89	1	8.89	0.0137	0.9143	0.0019
x_{10}	949.63	1	949.63	1.46	0.3134	0.20
x_{11}	1 605.22	1	1 605.22	2.47	0.2141	0.35
残差	1 950.37	3	650.12			
失拟项	1 657.54	1	1 657.54	11.32	0.0781	
误差项	292.83	2	146.42			
总和	4.646×10^5	14				

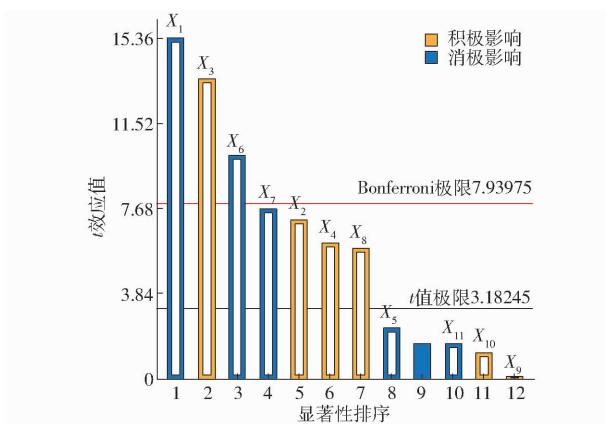


图 4 帕累托图

Fig. 4 Pareto chart

影响, 在影响程度最大的 3 个因素中, X_1 和 X_6 均为消极影响, 数值越大所对应的最大轴向压力越小; X_3 为积极影响, 数值越大对应的最大轴向压力越大。所以在进行 Steepest Ascent 试验时需要将消极影响的因素反序排列。

2.2 Steepest Ascent 试验

对上述 3 个影响程度最大的试验因素进行 Steepest Ascent 试验, 试验方案及结果如表 5 所示, 其中消极影响的试验因素水平反序排列, 选定合适的步长。

表 5 Steepest Ascent 试验方案与结果

Tab. 5 Steepest Ascent test program and results

序号	$X_1/(N \cdot m^{-3})$	X_3/Pa	X_6	最大轴向压力/N
1	5×10^8	30 000	0.6	159.85
2	4×10^8	40 000	0.5	267.46
3	3×10^8	50 000	0.4	389.27
4	2×10^8	60 000	0.3	577.64
5	1×10^8	70 000	0.2	778.48

因为无侧限抗压强度试验的最大轴向压力平均值为 431.19 N, 其值介于 3 组和 4 组试验中间, 为防止陷入局部最优解的情况, 扩大其水平值的范围, 选取 2 组和 4 组仿真的水平值作为 Box-Behnken 试验的高、低水平值。

2.3 Box-Behnken 试验

根据上述确定的试验因素和水平范围, 对试验因素进行 Box-Behnken 响应面分析, 试验方案和结果如表 6 所示, 得到各因素及其交互作用对响应值的影响关系, 并得到回归方程和因素间交互作用的响应面。

表 6 Box-Behnken 试验方案与结果

Tab. 6 Box-Behnken test program and results

序号	$X_1/(N \cdot m^{-3})$	X_3/Pa	X_6	最大轴向压力/N
1	2×10^8	40 000	0.4	162.31
2	4×10^8	40 000	0.4	282.76
3	2×10^8	60 000	0.4	561.99
4	4×10^8	60 000	0.4	434.68
5	2×10^8	50 000	0.3	483.58
6	4×10^8	50 000	0.3	363.07
7	2×10^8	50 000	0.5	490.33
8	4×10^8	50 000	0.5	365.83
9	3×10^8	40 000	0.3	361.40
10	3×10^8	60 000	0.3	443.16
11	3×10^8	40 000	0.5	316.97
12	3×10^8	60 000	0.5	459.41
13	3×10^8	50 000	0.4	450.87
14	3×10^8	50 000	0.4	431.32
15	3×10^8	50 000	0.4	393.07
16	3×10^8	50 000	0.4	417.02
17	3×10^8	50 000	0.4	392.61

对试验结果进行方差分析,如表 7 所示。可知模型 P 值为 0.015 0,失拟项 0.085 9,回归模型显著,失拟项不显著,表明回归模型拟合较好。其中 X_1 、 X_3 的 P 值分别为 0.009 9、0.000 8,对最大轴向压力的影响极显著; X_1X_3 的 P 值为 0.032 0,对最大轴向压力的影响显著。

表 7 Box - Behnken 试验方差分析

Tab. 7 Box - Behnken test analysis of variance

方差来源	平方和	自由度	均方	F	P
模型	2.376×10^{16}	9	2.640×10^{15}	5.83	0.015 0 *
X_1	5.575×10^{15}	1	5.575×10^{15}	12.30	0.009 9 **
X_3	1.425×10^{16}	1	1.425×10^{16}	31.45	0.000 8 **
X_6	2.815×10^{10}	1	2.815×10^{10}	0.000 1	0.993 9
X_1X_3	3.232×10^{15}	1	3.232×10^{15}	7.13	0.032 0 *
X_1X_6	3.426×10^{12}	1	3.426×10^{12}	0.007 6	0.933 1
X_3X_6	1.598×10^{14}	1	1.598×10^{14}	0.352 7	0.571 3
X_1^2	2.269×10^{14}	1	2.269×10^{14}	0.500 6	0.502 1
X_3^2	3.295×10^{14}	1	3.295×10^{14}	0.727 1	0.422 0
X_6^2	9.146×10^{12}	1	9.146×10^{12}	0.020 2	0.891 0
残差	3.172×10^{15}	7	4.532×10^{14}		
失拟项	2.465×10^{15}	3	8.218×10^{14}	4.65	0.085 9
误差项	7.069×10^{14}	4	1.767×10^{14}		
总和	2.693×10^{16}	16			

注: * 表示影响显著 ($0.01 < P < 0.05$); ** 表示影响极显著 ($P < 0.01$), 下同。

在保证模型显著、失拟项不显著的情况下,剔除影响不显著交互项后,对二阶回归模型进行优化,将 Linear Regression 方式由 No Transform 设为 Power (Lambda 等于 3) 得到新的回归方程为

$$Y^3 = -4.85 \times 10^8 + 1.16X_1 + 12748.24X_3 + 5.93 \times 10^5 X_6 - 2.8 \times 10^{-5} X_1 X_3 \quad (8)$$

表 8 为优化后的二阶回归模型的方差分析,由表可知其模型项极显著,失拟项不显著, R^2 和 R_{adj}^2 均接近于 1,表明优化后的二阶回归模型较为理想。

表 8 Box - Behnken 试验优化模型方差分析

Tab. 8 ANOVA for reduced quadratic model of Box - Behnken test

方差来源	平方和	自由度	均方	F	P
模型	2.306×10^{16}	3	7.687×10^{15}	25.80	< 0.000 1 **
X_1	5.575×10^{15}	1	5.575×10^{15}	18.71	0.0008 **
X_3	1.425×10^{16}	1	1.425×10^{16}	47.85	< 0.000 1 **
X_6	2.815×10^{10}	1	2.815×10^{10}	0.000 1	0.992 7
X_1X_3	3.232×10^{15}	1	3.232×10^{15}	10.85	0.005 8 **
残差	3.873×10^{15}	12	3.227×10^{14}		
失拟项	3.166×10^{15}	8	3.957×10^{14}	2.24	0.227 4
误差项	7.069×10^{14}	4	1.767×10^{14}		
总和	2.693×10^{16}	16			

通过 Design-Expert 软件获取 Box - Behnken 试验

因素间交互作用的响应面,如图 5 所示 ($X_6 = 0.4$)。

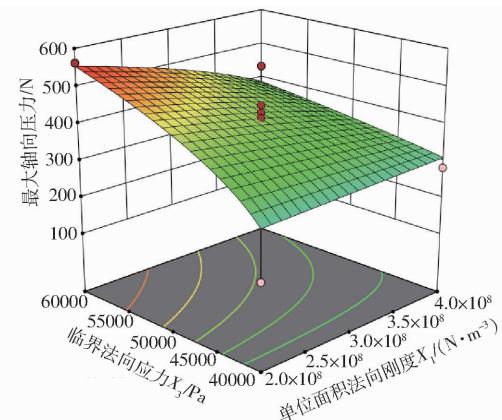


图 5 因素交互作用对最大轴向压力影响的响应面

Fig. 5 Response surface of influence of factor interaction on maximum axial pressure

由图 5 可知,在 X_3 较小时, X_1 的变化不会对最大轴向压力有影响;但随着 X_3 的增加, X_1 越小其最大轴向压力越大;当 X_1 为任意定值,随着 X_3 的增加,其最大轴向压力也增加。

根据 Box - Behnken 试验的回归方程,以最大轴向压力 431.19 N 为目标值,对试验因素进行最优解分析,得到单位面积法向刚度 X_1 为 $3.14 \times 10^8 \text{ N/m}^3$;临界法向应力 X_3 为 53 175.4 Pa;接触塑性比 X_6 为 0.318 24。将这 3 个参数组合代入仿真模型中进行验证仿真,其余参数均保持和 Box - Behnken 试验参数相同。

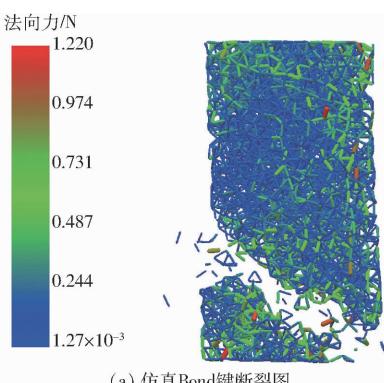
3 标定结果验证及分析

根据得到的最佳参数组合,代入 EDEM 进行验证仿真,连续仿真 3 次求得最大轴向压力分别为 436.84、439.94、394.65 N,平均值为 423.81 N。以无侧限抗压强度试验的最大轴向压力均值作为基准,可求得其相对误差为 1.71%,说明该参数组合能较好地模拟无侧限抗压强度试验。

在 EDEM 后处理过程中可以看到土样的 Bond 键断裂程度,如图 6 所示。从图中可以看出土样在压缩过程中的断裂面均为斜面,符合预期。且通过 Bonding 模型能够更好地观察到试样各部分的受力情况,方便研究其在受压过程中的能量变化以及断裂程度等。

通过对无侧限抗压强度试验的最大轴向压力,以及土样的断裂面等信息可知,所设定的参数以及标定的参数能够较好地模拟出无侧限抗压强度试验的过程,标定合理。对云南红黏土的离散元仿真所标定的参数如表 9 所示。

该参数组合能较好地模拟土壤的破碎、变形等力学行为。可为后续研究耕作部件与土壤之间



(a) 仿真Bond键断裂图



(b) 试验土样断裂图

图 6 土样断裂对比

Fig. 6 Soil sample fracture comparison

的相互作用提供参数依据,同时也能在离散元中对山区耕整地机械进行相关优化,提高离散元仿真的真实性。

4 结论

(1)根据滇中地区坡耕地红黏土颗粒间的黏结特性,将 Bonding 模型和 EEPA 模型结合来研究其黏性,Bonding 模型可以表征颗粒间因毛细水而形成的液桥力,EEPA 模型可以表征颗粒接触以及重叠后的黏结力,另外 Bond 键的可视化能更好地研究土壤在受力变形过程中的能量分布变化。

(2)通过 Plackett – Burman 试验可知,单位面积

表 9 仿真参数标定结果

Tab. 9 Simulation parameters calibration results

因素	数值
单位面积法向刚度 $X_1/(N \cdot m^{-3})$	3.14×10^8
单位面积切向刚度 $X_2/(N \cdot m^{-3})$	5×10^8
临界法向应力 X_3/Pa	53 175.4
临界切向应力 X_4/Pa	5×10^5
表面能 $X_5/(J \cdot m^{-2})$	24
接触塑性比 X_6	0.318 24
斜率因子 X_7	1
切向刚度因子 X_8	0.75
土壤–土壤碰撞恢复系数 X_9	0.4
土壤–土壤静摩擦因数 X_{10}	0.8
土壤–土壤滚动摩擦因数 X_{11}	0.3

法向刚度 X_1 、临界法向应力 X_3 、接触塑性比 X_6 对无侧限抗压强度试验的最大轴向压力影响最为显著,贡献度分别为 33.00%、25.58%、14.19%,且只有这 3 个因素超过 Bonferroni Limit 界线,影响效果极显著。

(3)对这 3 个试验因素进行 Box – Behnken 试验,得到最大轴向压力的回归方程,并绘制各因素交互作用影响响应面。通过方差分析可知,单位面积法向刚度 X_1 和临界法向应力 X_3 两个因素对最大轴向压力的影响为极显著;单位面积法向刚度和临界法向应力交互项为显著。以最大轴向压力均值 431.19 N 为目标值,得到试验因素的最优组合为:单位面积法向刚度为 $3.14 \times 10^8 N/m^3$ 、临界法向应力为 53 175.4 Pa、接触塑性比为 0.318 24。

(4)通过对参数组合的验证仿真,得到在该参数组合下,最大轴向压力均值为 423.81 N,无侧限抗压强度试验中最大轴向压力均值为 431.19 N,相对误差仅为 1.71%。且仿真实验和物理试验中试样的破坏形态一致,均呈斜截面剪切破坏,验证了最优仿真模型参数的可靠性。

参 考 文 献

- [1] FANG M, YU Z, ZHANG W, et al. Friction coefficient calibration of corn stalk particle mixtures using Plackett – Burman design and response surface methodology[J]. Powder Technology, 2022, 396: 731 – 742.
- [2] BARRIOS G K P, CARVALHO R M, KWADDE A, et al. Contact parameter estimation for DEM simulation of iron ore pellet handling[J]. Powder Technology, 2013, 248: 84 – 93.
- [3] 曾智伟,马旭,曹秀龙,等.离散元法在农业工程研究中的应用现状和展望[J].农业机械学报,2021,52(4):1 – 20.
ZENG Zhiwei, MA Xu, CAO Xiulong, et al. Critical review of applications of discrete element method in agricultural engineering[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(4):1 – 20. (in Chinese)
- [4] FENG Y T, OWEN D R J. Discrete element modelling of large scale particle systems-I: exact scaling laws[J]. Computational Particle Mechanics, 2014, 1: 159 – 168.
- [5] MILKEVYCH V, MUNKHOLM L J, CHEN Y, et al. Modelling approach for soil displacement in tillage using discrete element method[J]. Soil and Tillage Research, 2018, 183: 60 – 71.
- [6] WANG Y, ZHANG D, YANG L, et al. Modeling the interaction of soil and a vibrating subsoiler using the discrete element method[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2020, 174: 105518.
- [7] UCGUL M, SAUNDERS C. Simulation of tillage forces and furrow profile during soil-mouldboard plough interaction using

- discrete element modelling[J]. Biosystems Engineering, 2020, 190: 58–70.
- [8] 黄玉祥,杭程光,苑梦婵,等.深松土壤扰动行为的离散元仿真与试验[J].农业机械学报,2016,47(7):80–88.
HUANG Yuxiang, HANG Chengguang, YUAN Mengchan, et al. Discrete element simulation and experiment on disturbance behavior of subsoiling[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(7): 80–88. (in Chinese)
- [9] 张兆国,徐红伟,薛浩田,等.三七茎秆离散元参数标定与试验[J].农业机械学报,2023,54(11):61–70,91.
ZHANG Zhaoguo, XU Hongwei, XUE Haotian, et al. Calibration and experimental of discrete element parameters of *Panax notoginseng* stem[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(11): 61–70, 91. (in Chinese)
- [10] 王宪良,胡红,王庆杰,等.基于离散元的土壤模型参数标定方法[J].农业机械学报,2017,48(12):78–85.
WANG Xianliang, HU Hong, WANG Qingjie, et al. Calibration method of soil contact characteristic parameters based on DEM theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(12): 78–85. (in Chinese)
- [11] 周华,车海龙,耿端阳,等.玉米田耕层典型土壤离散元模型建立与参数标定[J].农业机械学报,2023,54(11):49–60,113.
ZHOU Hua, CHE Hailong, GENG Duanyang, et al. Discrete element modeling and parameter calibration of typical soil in maize field tillage layer[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(11): 49–60, 113. (in Chinese)
- [12] 李俊伟,佟金,胡斌,等.不同含水率黏重黑土与触土部件互作的离散元仿真参数标定[J].农业工程学报,2019,35(6):130–140.
LI Junwei, TONG Jin, HU Bin, et al. Calibration of parameters of interaction between clayey black soil with different moisture content and soil-engaging component in northeast China[J]. Transactions of the CSAE, 2019, 35(6): 130–140. (in Chinese)
- [13] 徐庄威,王士林,易中懿,等.基于JKR模型的辣椒籽离散元参数标定[J].中国农机化学报,2023,44(9):85–95.
XU Zhuangwei, WANG Shilin, YI Zhongyi, et al. Parameter calibration of chili seed discrete element based on JKR model [J]. Journal of Chinese Agricultural Mechanization, 2023, 44(9): 85–95. (in Chinese)
- [14] WU Z, WANG X, LIU D, et al. Calibration of discrete element parameters and experimental verification for modelling subsurface soils[J]. Biosystems Engineering, 2021, 212: 215–227.
- [15] ZHOU L, LAN Y, YU J, et al. Validation and calibration of soil parameters based on EEPA contact model[J]. Computational Particle Mechanics, 2023, 10(5): 1295–1307.
- [16] 宋占华,李浩,闫银发,等.桑园土壤非等径颗粒离散元仿真模型参数标定与试验[J].农业机械学报,2022,53(6):21–33.
SONG Zhanhua, LI Hao, YAN Yinfu, et al. Calibration method of contact characteristic parameters of soil in mulberry field based on unequal-diameter particles DEM theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(6): 21–33. (in Chinese)
- [17] LIU Y, ZHAO J, YIN B, et al. Discrete element modelling of the yam root-soil complex and its verification[J]. Biosystems Engineering, 2022, 220: 55–72.
- [18] 李博.基于离散元法的深松铲减阻及耕作效果研究[D].杨凌:西北农林科技大学,2016.
LI Bo. Reducing force and tillage performance of a subsoiler based on the discrete element method (DEM) [D]. Yangling: Northwest A&F University, 2016. (in Chinese)
- [19] 谢方平,吴正阳,王修善,等.基于无侧限抗压强度试验的土壤离散元参数标定[J].农业工程学报,2020,36(13):39–47.
XIE Fangping, WU Zhengyang, WANG Xiushan, et al. Calibration of discrete element parameters of soils based on unconfined compressive strength test[J]. Transactions of the CSAE, 2020, 36(13): 39–47. (in Chinese)
- [20] 陈正发,史东梅,何伟,等.1980—2015年云南坡耕地资源时空分布及演变特征分析[J].农业工程学报,2019,35(15):256–265.
CHEN Zhengfa, SHI Dongmei, HE Wei, et al. Spatio-temporal distribution and evolution characteristics of slope farmland resources in Yunnan from 1980 to 2015[J]. Transactions of the CSAE, 2019, 35(15): 256–265. (in Chinese)
- [21] 张立芸,段青松,范茂攀,等.玉米和大豆根系对滇中地区坡耕地红黏土抗剪强度的影响[J].土壤学报,2022,59(6):1527–1539.
ZHANG Liyun, DUAN Qingsong, FAN Maopan, et al. Effects of maize and soybean roots on topsoil shear strength of red clay on sloping farmland in central Yunnan[J]. Acta Pedologica Sinica, 2022, 59(6): 1527–1539. (in Chinese)
- [22] SUN J, CHEN H, WANG Z, et al. Study on plowing performance of EDEM low-resistance animal bionic device based on red soil[J]. Soil and Tillage Research, 2020, 196: 104336.
- [23] 罗聪聪.云南红黏土固结过程中剪切波速特性试验研究[D].昆明:云南农业大学,2022.
LUO Congcong. Experimental study on shear characteristics of Yunnan laterite during consolidation [D]. Kunming: Yunnan Agricultural University, 2022. (in Chinese)
- [24] GB/T 50123—2019 土工试验方法标准[S].2019.
- [25] GUNAYDIN O, GOKOGLU A, FENER M. Prediction of artificial soil's unconfined compression strength test using statistical analyses and artificial neural networks[J]. Advances in Engineering Software, 2010, 41(9): 1115–1123.
- [26] YAN D, YU J, WANG Y, et al. Soil particle modeling and parameter calibration based on discrete element method[J]. Agriculture, 2022, 12(9): 1421.
- [27] GE R, CUMMING D J, SMITH R M. Discrete element method (DEM) analysis of lithium ion battery electrode structures from X-ray tomography—the effect of calendering conditions[J]. Powder Technology, 2022, 403: 117366.

- 2022, 34(11): 2491–2503.
- ZHAO Lixian, ZHANG Wangfei, LI Yun, et al. Crops classification based on GF-3 satellite data and H/A/ α -decomposition characteristic parameters[J]. Acta Agriculturae Zhejiangensis, 2022, 34(11): 2491–2503. (in Chinese)
- [17] YAMAGUCHI Y, MORIYAMA T, ISHIDO M, et al. Four-component scattering model for polarimetric SAR image decomposition[J]. Technical Report of Ieice Sane, 2005, 104(8): 1699–1706.
- [18] FREEMAN A, VAN ZYL J J. Calibration of Stokes and scattering matrix format polarimetric SAR data[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 1992, 30(3): 531–539.
- [19] CLOUDE S R, POTTIER E. An entropy based classification scheme for land applications of polarimetric SAR[J]. IEEE Trans. Geo. Remote Sens., 1997, 35(1): 68–78.
- [20] HUYNEN J R. Phenomenological theory of radar targets[D]. Rotterdam: Drukkerij Bronder-offset N V, 1970.
- [21] 王川, 范景辉, 林思美, 等. 光学遥感植被指数与SAR遥感参数的相关性及其主要影响因素研究[J]. 国土资源遥感, 2020, 32(2): 130–137.
- WANG Chuan, FAN Jinghui, LIN Simei, et al. Study of the correlation between optical vegetation index and SAR data and the main affecting factors[J]. Remote Sensing for Land and Resources, 2020, 32(2): 130–137. (in Chinese)
- [22] KIM Y, YAN ZYL J J. A time-series approach to estimate soil moisture using polarimetric radar data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(8): 2519–2527.
- [23] 马腾, 王耀强, 李瑞平, 等. 基于微波遥感极化目标分解的土地覆盖/土地利用分类[J]. 农业工程学报, 2015, 31(2): 259–265.
- MA Teng, WANG Yaoqiang, LI Ruiying, et al. Land cover/land use classification based on polarimetric target decomposition of microwave remote sensing[J]. Transactions of the CSAE, 2015, 31(2): 259–265. (in Chinese)
- [24] DOLZ J, BETROUNI N, QUIDET M, et al. Stacking denoising auto-encoders in a deep network to segment the brainstem on MRI in brain cancer patients: a clinical study[J]. Computerized Medical Imaging & Graphics, 2016, 52: 8–18.
- [25] SUN W, SHAO S, ZHAO R, et al. A sparse auto-encoder-based deep neural network approach for induction motor faults classification[J]. Measurement, 2016, 89: 171–178.
- [26] HINTON G E, SALAKHUTDINOV R R. Reducing the dimensionality of data with neural networks[J]. Science, 2006, 313: 504–507.
- [27] XIANG Songyang, XU Zhanghua, ZHANG Yiwei, et al. Construction and application of ReliefF–RFE feature selection algorithm for hyperspectral image classification[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2022, 42(10): 3283–3290.
- [28] KONONENKO I, IMEC E, ROBNIK- IKONJA M. Overcoming the myopia of inductive learning algorithms with ReliefF[J]. Applied Intelligence, 1997, 7(1): 39–55.
- [29] 李彦冬, 郝宗波, 雷航. 卷积神经网络研究综述[J]. 计算机应用, 2016, 36(9): 2508–2515.
- LI Yandong, HAO Zongbo, LEI Hang. Survey of convolutional neural network[J]. Journal of Computer Applications, 2016, 36(9): 2508–2515. (in Chinese)
- [30] SZEGEDY C, LIU Wei, JIA Yangqing, et al. Going deeper with convolutions[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2015: 1–9.

(上接第193页)

- [28] 都鑫, 刘彩玲, 姜萌, 等. 基于离散元的包膜肥料 Bonding 模型参数标定[J]. 农业机械学报, 2022, 53(7): 141–149.
- DU Xin, LIU Cailing, JIANG Meng, et al. Calibration of Bonding model parameters for coated fertilizers based on discrete element method[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(7): 141–149. (in Chinese)
- [29] HANG C, GAO X, YUAN M, et al. Discrete element simulations and experiments of soil disturbance as affected by the tine spacing of subsoiler[J]. Biosystems Engineering, 2018, 168: 73–82.
- [30] 张喜瑞, 胡旭航, 刘俊孝, 等. 香蕉秸秆离散元仿真黏结模型参数标定与试验[J]. 农业机械学报, 2023, 54(5): 121–130.
- ZHANG Xirui, HU Xuhang, LIU Junxiao, et al. Calibration and verification of bonding parameters of banana straw simulation model based on discrete element method[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(5): 121–130. (in Chinese)
- [31] HU R, LIU H H, CHEN Y, et al. A constitutive model for unsaturated soils with consideration of inter-particle bonding[J]. Computers and Geotechnics, 2014, 59: 127–144.
- [32] 刘俊安. 基于离散元方法的深松铲参数优化及松土综合效应研究[D]. 北京: 中国农业大学, 2018.
- LIU Jun'an. Study on subsoiler parameters optimization and comprehensive effect of subsoiling based on the discrete element method[D]. Beijing: China Agricultural University, 2018. (in Chinese)
- [33] ZHAO W, CHEN M, XIE J, et al. Discrete element modeling and physical experiment research on the biomechanical properties of cotton stalk[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2023, 204: 107502.
- [34] 王学振. 土壤-带翼深松铲互作关系及其效应研究[D]. 杨凌: 西北农林科技大学, 2022.
- WANG Xuezhen. Soil-winged subsoiler interactions and their effects[D]. Yangling: Northwest A&F University, 2022. (in Chinese)