

具有变/定转轴的一类分岔 $2R_v$ 广义并联机构构型综合

胡旭宇¹ 刘宏昭² 刘伟³ 许宝卉¹ 王朋朋¹

(1. 运城学院机电工程系, 运城 044000; 2. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 西安 710048;

3. 西安工程大学机电工程学院, 西安 710660)

摘要: 现有大部分 $2R$ 并联机构靠近定平台的第1个转轴方向矢量不变, 靠近动平台的第2个转轴方向矢量只随着第1个转轴而变化, 第2转轴相对于动平台不变。本文利用有限旋量理论, 在具有变/定转轴分岔 $1R_v$ (R_v 表示变转轴转动) 并联机构基础上, 提出一类具有变/定轴线的 $2R_v$ 并联机构。分析了机构装配条件和驱动配置。此种分岔 $2R_v$ 并联机构包含4种运动模式, 即定-定转轴运动模式、定-变转轴运动模式、变-定转轴运动模式和变-变转轴运动模式。将传统的2条定转轴 $2R$ 并联机构拓展为具有变/定转轴(变转轴和定转轴)的分岔 $2R_v$ 广义并联机构。

关键词: 变/定转动轴线; $2R_v$; 广义并联机构; 构型综合; 分岔运动

中图分类号: TH112

文献标识码: A

文章编号: 1000-1298(2024)07-0427-12

OSID:



Type Synthesis of Bifurcation $2R_v$ Generalized Parallel Mechanisms with Variable/Invariable Rotational Axes

HU Xuyu¹ LIU Hongzhao² LIU Wei³ XU Baohui¹ WANG Pengpeng¹

(1. Department of Mechanical and Electrical Engineering, Yuncheng University, Yuncheng 044000, China

2. School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China

3. School of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710660, China)

Abstract: The direction vector of the first rotating axis near the fixed platform remains constant in most existing $2R$ parallel mechanisms, while the direction vector of the second rotating axis near the moving platform only changes around the first rotating axis, and it remains constant relative to the moving platform. Based on spherical $4R$ mechanism, a class of $1R_v$ parallel mechanism with variable/invariable rotation axis was synthesized, and the change of the rotation axis of $1R_v$ mechanism was derived according to the finite screw theory. Based on bifurcation $1R_v$ parallel mechanisms with variable/invariable rotation axis, a $2R_v$ parallel mechanisms with two variable/invariable rotational axes was proposed by using the finite screw theory. The assembly condition and drive configuration of this kind of $2R_v$ parallel mechanism were analyzed. The novel bifurcated $2R_v$ parallel mechanism consists of four motion modes: invariable – invariable axes motion mode (in this mode, the first axis of rotation vector was invariable, and the second axis of rotation was also invariable relative to the moving platform), invariable – variable axes motion mode (in this mode, the first axis of rotation vector was invariable, and the second axis of rotation was variable relative to the moving platform), variable – invariable axes motion mode (in this mode, the first axis of rotation vector was variable, and the second axis of rotation was invariable relative to the moving platform), and variable – variable axes motion mode (in this mode, the first axis of rotation vector was variable, and the second axis of rotation was also variable relative to the moving platform).

收稿日期: 2024-03-09 修回日期: 2024-04-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(51275404)、运城学院重点建设学科项目(XK2023-003)、山西省来晋科研专项(QZX-2023035)和运城学院博士科研启动项目(YQ-2023014)

作者简介: 胡旭宇(1989—),男,讲师,博士,主要从事机器人及机构学研究,E-mail: HXYsteel3@163.com

通信作者: 刘宏昭(1954—),男,教授,博士生导师,主要从事机械动力学和机构学研究,E-mail: liu-hongzhao@163.com

The existing 2R parallel mechanism with two invariable rotation axes was extended to the bifurcation 2Rv generalized parallel mechanism with two variable/invariable rotation axes (variable and invariable rotation axes).

Key words: variable/invariable rotational axis; 2Rv; generalized parallel mechanism; type synthesis; bifurcation motion

0 引言

分岔并联机构是指在通过一些特殊位形后会发生自由度变化以及运动特性变化的并联机构,这些特殊位形被称为运动分岔点或运动分岔奇异点。运动分岔这一概念最早是 WOHLHART^[1] 在研究运动转向机构时提出的。随后, GALLETTI 等^[2-3] 提出了许多具有运动转向特性的机构,如含单环运动转向链和多环运动转向链的运动转向机构。分岔并联机构由于具有随任务变化而变自由度的特点和高承载能力、高精度等优点,已成为机构学与机器人学领域的研究热点之一。近年来,并联机构运动分岔特性得到了广泛研究。ZENG 等^[4] 基于位移流形理论提出了一种运动分岔的广义并联机构综合方法,此类机构在奇异位形时发生运动分岔。JUN 等^[5] 基于位移流形理论提出了一类具有平面运动和球面运动的分岔并联机构。基于群论的理论, FANGHELLA 等^[6] 提出几种具有运动分岔特性的并联机构。REFAAT 等^[7] 研制了具有运动分岔特性的并联机床。ZHANG 等^[8] 提出了一种新型变胞机构并分析了其运动分岔特性,又研究了一种特殊结构的 3-PUP 并联机构运动分岔特性^[9]。

近些年来,学者对 2R 并联机构关于构型综合方面进行了大量研究。XU 等^[10] 基于螺旋理论提出了一类具有连续转轴的 2R 并联机构。ZENG 等^[11] 提出了并联机构转动解耦条件,并根据这个条件提出了一类转动解耦的 2R 并联机构。FAN 等^[12] 提出了一种基于构型演化和李群理论的并联机构类型综合方法,利用该方法系统地综合了 2R 并联机构。XU 等^[13] 对完全解耦并联机构进行了研究,并提出了一类完全解耦 2R 并联机构。2R 并联机构具有 2 条转动轴线,如规定靠近定平台转动轴线为第 1 转动轴线,则靠近动平台的转动轴线为第 2 转动轴线。综上所述,现有具有 2R 运动的机构,靠近定平台第 1 转轴不变,靠近动平台第 2 转轴仅随第 1 转轴的变化而变化,第 2 转轴相对于动平台不变。

LI 等^[14] 对 Schoenflies 运动分岔进行了深入研究,并用位移子流形方法得到了许多 3T1R 分岔并联机构。具有分岔 3T1R^[14] (Schoenflies) 并联机构中的转动是绕 2 条特定轴中的其中 1 条定轴转动,这种分

岔是从 1 条定转轴变到另一条定转轴的分岔运动,且在通过奇异位形时具有 1 条变化的转轴。这一发现先后启发了 FANG 等^[15]、YANG 等^[16] 对一类新型变轴线 3T1Rv (Rv 表示变转轴转动) 并联机构的研究。而现有文献关于 2Rv 并联机构研究较少,特别是缺少对 2Rv 并联机构构型综合相关研究。

受变轴线 3T1Rv 并联机构和分岔 3T1R 并联机构启发,本文基于有限旋量提出一类具有变/定轴线的分岔 2Rv 并联机构。研究具有变/定轴线的分岔球面 4R 机构装配条件和转动轴线,根据分岔 4R 机构分岔特性,得到满足变/定轴线分岔 2Rv 并联机构的可行支链,并提出一类分岔 2Rv 广义并联机构。

1 具有变转轴和定转轴的一类球面 4R 机构

1.1 球面 4R 机构有限旋量

球面 4R 并联机构动平台有限旋量集合可表示为

{s_{f,PM}} = {s_{f,b} \Delta s_{f,a}} \tag{1}

其中

s_{f,b} = 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ r_o \times s_b \end{pmatrix}

s_{f,a} = 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ r_o \times s_a \end{pmatrix}

- 式中 {s_{f,PM}} ——动平台有限旋量^[17-21]集合
{s_{f,a}} ——转动副 R_a有限旋量集合
 θ_a ——转动副 R_a从位姿 I 绕其轴线 s_a转到位姿 II 所转过的角度(图 1)
r_o ——转动副 R_a矢径
 θ_b ——转动副 R_b从位姿 I 绕其轴线 s_b到位姿 II 所经过的角度
s_a ——转动副 R_a轴线单位矢量
s_b ——转动副 R_b轴线单位矢量

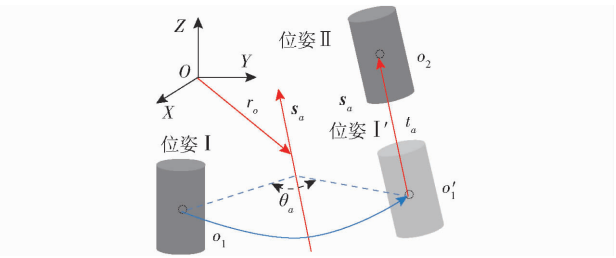


图 1 刚体有限转动示意图

Fig. 1 Rigid body finite rotation sketch

串联支链 $R_a R_b$ 有限旋量可表示为

$$s_{f,ba} = 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \left(\frac{s_b}{r_o \times s_b} \right) \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \left(\frac{s_a}{r_o \times s_a} \right) \quad (2)$$

而有限旋量三角积表示为

$$s_{f,ab} = s_{f,a} \Delta s_{f,b} = \frac{1}{1 - \tan \frac{\theta_a}{2} \tan \frac{\theta_b}{2} s_a^T s_b} \left[s_{f,a} + s_{f,b} + \frac{1}{2} s_{f,b} \times s_{f,a} - \tan \frac{\theta_a}{2} \tan \frac{\theta_b}{2} \left(t_b \left(\frac{o}{s_b} \right) + t_a \left(\frac{o}{s_a} \right) \right) \right] \quad (3)$$

式中 o ——零矩阵

根据并联机构有限旋量描述,球面 4R 机构动平台有限旋量也可以表示为

$$\{s_{f,4R}\} = \left\{ 2 \tan \frac{\theta}{2} \left(\frac{s}{r \times s} \right) \right\} \quad (4)$$

其中 $s = (\cos \alpha, \sin \alpha \cos \beta, \sin \alpha \sin \beta)^T$

式中 r ——从固定参考系原点 O 指向旋转中心的位置矢量(图 2),此处为零向量

s ——输出杆转动轴线的单位矢量

θ ——输出杆绕该轴线的转角

α ——矢量 s 与坐标轴 x 的夹角

β ——矢量 s 在 yz 平面内投影与坐标轴 y 的夹角 量,即

根据有限旋量对并联机构的表示,球面 4R 机构动平台有限旋量为

$$\{s_{f,4R}\} = \{s_{f,1L}\} \cap \{s_{f,2L}\} \quad (5)$$

$$\text{其中 } \{s_{f,iL}\} = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_{ib}}{2} \left(\frac{s_{ib}}{r_o \times s_{ib}} \right) \Delta 2 \tan \frac{\theta_{ia}}{2} \left(\frac{s_{ia}}{r_o \times s_{ia}} \right) \right\} \quad (6)$$

式中 $\{s_{f,iL}\}$ ——串联支链 $R_{ia} R_{ib}$ 有限旋量, $i=1,2$

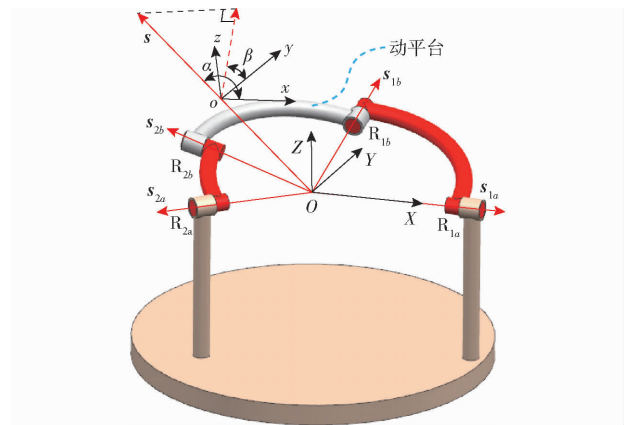


图 2 球面 4R 机构

Fig. 2 Spherical 4R mechanism

根据式(2)~(6)可得关于动平台轴线有限旋量,即

$$\frac{s^T (s_{1a} \times s_{1b}) \sin^2 (s_{1a}^T s_{1b})}{(s^T s_{1a} - (\cos(s_{1a}^T \times s_{1b})) s^T s_{1b}) (s^T s_{1b} - (\cos(s_{1a}^T \times s_{1b})) s^T s_{1a}) - (\cos(s_{1a}^T \times s_{1b}) (s^T (s_{1a} \times s_{1b})))^2} = \frac{s^T (s_{2a} \times s_{2b}) \sin^2 (s_{2a}^T s_{2b})}{(s^T s_{2a} - (\cos(s_{2a}^T \times s_{2b})) s^T s_{2b}) (s^T s_{2b} - (\cos(s_{2a}^T \times s_{2b})) s^T s_{2a}) - (\cos(s_{2a}^T \times s_{2b}) (s^T (s_{2a} \times s_{2b})))^2} \quad (7)$$

$$s |s| = \frac{s^T (s_{ia} \times s_{ib})}{s^T (s_{ib} - (\cos(s_{ia}^T s_{ib})) s_{ia})} s_{ia} + \tan \frac{\theta_{ib}}{2} s_{ib} + \tan \frac{\theta_{ib}}{2} \frac{s^T (s_{ia} \times s_{ib})}{s^T (s_{ib} - (\cos(s_{ia}^T s_{ib})) s_{ia})} (s_{ia} \times s_{ib}) \quad (8)$$

$$\tan \frac{\theta_{1a}}{2} s_{1a} + \frac{s^T (s_{1a} \times s_{1b})}{s^T (s_{1a} - (\cos(s_{1a}^T s_{1b})) s_{1b})} s_{1b} + \tan \frac{\theta_{1a}}{2} \frac{s^T (s_{1a} \times s_{1b})}{s^T (s_{1a} - (\cos(s_{1a}^T s_{1b})) s_{1b})} = \tan \frac{\theta_{2a}}{2} s_{2a} + \frac{s^T (s_{2a} \times s_{2b})}{s^T (s_{2a} - (\cos(s_{2a}^T s_{2b})) s_{2b})} s_{2b} + \tan \frac{\theta_{2a}}{2} \frac{s^T (s_{2a} \times s_{2b})}{s^T (s_{2a} - (\cos(s_{2a}^T s_{2b})) s_{2b})} \quad (9)$$

式(7)、(9)限定了球面 4R 机构动平台轴线方向变化的约束条件,即为轴线在空间中连续分布的解析表达式,可推导转轴可变并联机构装配条件。由式(8)得到球面 4R 机构输出转轴与各支链第 2 转动副转角之间的关系,可推导机构分岔特性。

1.2 变/定转轴球面 4R 机构装配条件

当机构处于奇异位形时,机构有可能发生运动模式变化^[22]。对于球面 4R 机构,当 4 个转动副轴线共面时处于奇异位型。根据式(7)、(9)可得到具有变/定转轴分岔球面 4R 机构条件:2 个转动副轴线共面时,① $s_{1a} \neq \pm s_{2a}, s_{1b} \neq \pm s_{2b}$ 。② $s_{1a} = \pm s_{2b}, s_{2a} \neq \pm s_{1b}$;或 $s_{1b} = \pm s_{2a}, s_{1a} \neq \pm s_{2b}$ 。

当球面 4R 机构装配条件完全不满足条件①

时,即 $s_{1a} = \pm s_{2a}, s_{1b} = \pm s_{2b}$ 时,式(7)、(9)变为恒等式,对球面 4R 机构的输出转轴 s 不起约束,此时 4R 闭环增加一个不可控的自由度,4R 机构输出运动退化为 2 个转动。此时球面 4R 机构具有 2 种不同定轴线转动运动模式。

当球面 4R 机构装配条件部分不满足条件①时,即 $s_{1a} = \pm s_{2a}, s_{1b} \neq \pm s_{2b}$,或 $s_{1a} \neq \pm s_{2a}, s_{1b} = \pm s_{2b}$ 时,根据式(7)、(9),有 $s = s_{1a} = \pm s_{2a}$ 或 $s = s_{1b} = \pm s_{2b}$,此时球面 4R 机构具有 1 种定转轴转动运动模式。

当球面 4R 机构装配条件完全不满足条件②时,即 $s_{1a} = \pm s_{2b}, s_{1b} = \pm s_{2a}$ 时,根据式(7)、(9),有 $s = s_{1a} = \pm s_{2b}, s = s_{1b} = \pm s_{2a}$,当离开奇异位形后机构

仍具有一个变转轴转动,故此种装配条件下球面 4R 机构具有 2 种不同定轴线和 1 种变转轴转动的运动模式。

当球面 4R 机构装配条件部分不满足条件②时,即 $s_{1a} \neq \pm s_{2b}, s_{1b} \neq \pm s_{2a}$,或 $s_{1b} \neq \pm s_{2a}, s_{1a} \neq \pm s_{2b}$ 时,球面 4R 机构具有 1 种变转轴转动运动模式。

1.3 变/定转轴球面 4R 机构输出杆件旋转轴线

根据式(8),通过对有限旋量求导可得到动平台瞬时旋转轴线^[23],即

$$s_t = \dot{s} \Big|_{\theta=0} = \dot{\theta}_{ia} \dot{s}_{ia} + \dot{\theta}_{ib} \dot{s}_{ib}$$

(10)

由式(10)可得,串联支链输出端运动形式是各运动副运动螺旋的线性组合,故球面 4R 机构动平台运动螺旋是 2 条串联支链运动螺旋线性组合的交集,即球面 4R 机构动平台旋转轴线由 2 条支链的所在平面交线决定。

图 3 为具有变/定转轴分岔球面 4R 机构处于定转轴运动模式时机构简图。图 4 为具有变/定转轴的分岔球面 4R 机构处于变转轴运动模式时机构简图。

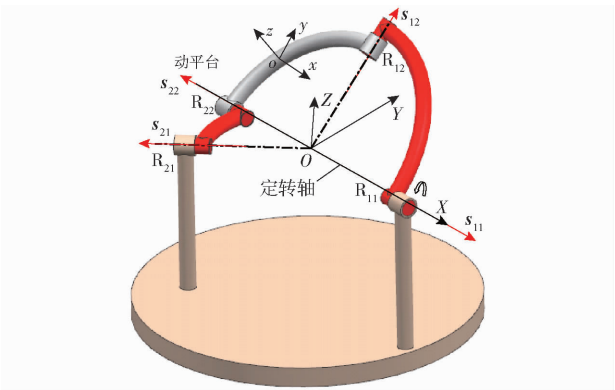


图 3 定轴线运动模式的分岔球面 4R 机构
Fig.3 Bifurcated spherical 4R mechanism in invariable axis motion mode

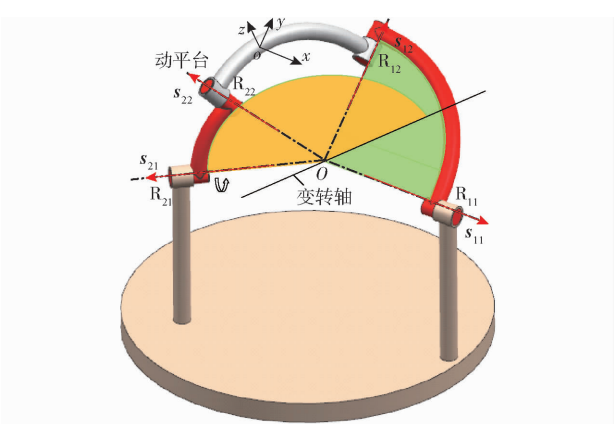


图 4 变轴线运动模式的分岔球面 4R 机构
Fig.4 Bifurcated spherical 4R mechanism in variable axis motion mode

根据具有变/定转轴分岔球面 4R 机构的装配

条件,给定 1 组满足装配条件①和②的结构参数,如 4 个转动副转轴交于点 O ,转轴间相互位置关系为: s_{11} 位于 X 轴, s_{12} 与 s_{11} 正交, s_{22} 与 s_{12} 正交, s_{21} 与 s_{12} 夹角为 0.25π ,可得具有变/定转轴分岔球面 4R 机构动平台瞬时转动轴线如图 5 所示。

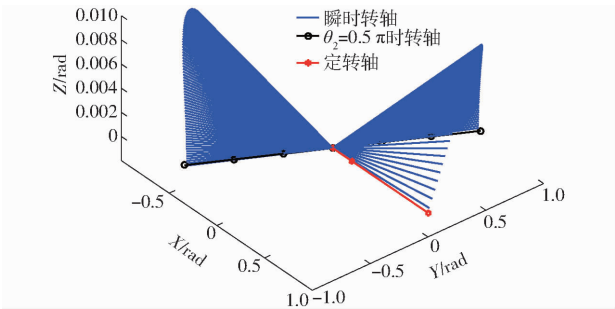


图 5 具有变/定转轴的分岔球面 4R 机构轴线
Fig.5 Rotation axis of bifurcated spherical 4R mechanism with variable/invariable rotation axis

2 具有变/定转轴的分岔 2Rv 并联机构

对于具有变/定转轴的分岔 2Rv 并联机构,构型综合可看作 2 个具有变/定转轴的分岔 1Rv 并联机构的串联。再根据分岔 1Rv 和分岔 2Rv 机构的装配条件组装即可得到具有变/定转轴的分岔 2Rv 并联机构。分别对分岔 1Rv 和分岔 2Rv 并联机构进行构型综合。

2.1 变/定转轴球面 1Rv 机构构型综合

具有变/定转轴的球面 4R 机构即为最简单的具有变/定转轴的 1Rv 并联机构,故具有变/定转轴 1Rv 并联机构有限旋量可表示为 2 条支链交集,即

$$\{s_{f,1Rv}\} = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_{b1}}{2} \begin{pmatrix} s_{b1} \\ r_o \times s_{b1} \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_{a1}}{2} \begin{pmatrix} s_{a1} \\ r_o \times s_{a1} \end{pmatrix} \right\} \cap$$
$$\left\{ 2 \tan \frac{\theta_{b2}}{2} \begin{pmatrix} s_{b2} \\ r_o \times s_{b2} \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_{a2}}{2} \begin{pmatrix} s_{a2} \\ r_o \times s_{a2} \end{pmatrix} \right\} \quad (11)$$

具有变/定转轴的 1Rv 并联机构支链有限旋量为

$$\{s_{f,1Rv}\}_i = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_{bi}}{2} \begin{pmatrix} s_{bi} \\ r_o \times s_{bi} \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_{ai}}{2} \begin{pmatrix} s_{ai} \\ r_o \times s_{ai} \end{pmatrix} \right\}$$

(12)

1Rv 并联机构动平台有限旋量集合可表示为

$$\{s_{f,1Rv}\} = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ r_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ r_o \times s_a \end{pmatrix} \right\}$$

(13)

通过在式(13)旋量三角积末尾添加平动和转动因子,可得到 2、3、4、5 自由度共 10 种支链 $\{s_{f,il}\}$ 的标准型,即

$$\left\{ \begin{aligned} \{s_{f,il}\}_1 &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \right\} \\ \{s_{f,il}\}_2 &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta t_1 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_1 \end{pmatrix} \right\} \\ \{s_{f,il}\}_3 &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_1}{2} \begin{pmatrix} s_1 \\ \mathbf{r}_1 \times s_1 \end{pmatrix} \right\} \\ \{s_{f,il}\}_4 &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta t_2 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_2 \end{pmatrix} \Delta t_1 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_1 \end{pmatrix} \right\} \\ \{s_{f,il}\}_5 &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_1}{2} \begin{pmatrix} s_1 \\ \mathbf{r}_1 \times s_1 \end{pmatrix} \Delta t_1 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_1 \end{pmatrix} \right\} \\ \{s_{f,il}\}_6 &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_2}{2} \begin{pmatrix} s_2 \\ \mathbf{r}_2 \times s_2 \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_1}{2} \begin{pmatrix} s_1 \\ \mathbf{r}_1 \times s_1 \end{pmatrix} \right\} \\ \{s_{f,il}\}_7 &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta t_3 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_3 \end{pmatrix} \Delta t_2 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_2 \end{pmatrix} \Delta t_1 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_1 \end{pmatrix} \right\} \\ \{s_{f,il}\}_8 &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_1}{2} \begin{pmatrix} s_1 \\ \mathbf{r}_1 \times s_1 \end{pmatrix} \Delta t_2 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_2 \end{pmatrix} \Delta t_1 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_1 \end{pmatrix} \right\} \\ \{s_{f,il}\}_9 &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_2}{2} \begin{pmatrix} s_2 \\ \mathbf{r}_2 \times s_2 \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_1}{2} \begin{pmatrix} s_1 \\ \mathbf{r}_1 \times s_1 \end{pmatrix} \Delta t_1 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_1 \end{pmatrix} \right\} \\ \{s_{f,il}\}_{10} &= \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_2}{2} \begin{pmatrix} s_2 \\ \mathbf{r}_2 \times s_2 \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_1}{2} \begin{pmatrix} s_1 \\ \mathbf{r}_1 \times s_1 \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_1}{2} \begin{pmatrix} s_1 \\ \mathbf{r}_1 \times s_1 \end{pmatrix} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由于 2 自由度支链中, $R_a R_b$ 与 $R_b R_a$ 可视为等效支链。对式(14)中除 $\{s_{f,il}\}_1$ 之外的其余支链标准型进行运动副替换以及位置变换,构造少自由度支链衍生型。

2.1.1 运动副类型替换

通过替换式(14)中 $\{s_{f,il}\}_2$ 的运动副类型构造衍生支链。将 $\{s_{f,il}\}_2$ 中移动副替换为 1 个转动副,即

$$\{s_{f,il}\}_2 = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \right\} \quad (15)$$

根据有限旋量计算公式^[17-21],式(15)可转换为

$$\{s_{f,il}\}_2 = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a + \theta_{a1}}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ (\exp(\theta_{a1} \tilde{s}_a) - \mathbf{E}_3)(\mathbf{r}_o - \mathbf{r}_1) \end{pmatrix} \right\} \quad (16)$$

当圆环半径趋于无穷大,即 $(\mathbf{r}_o - \mathbf{r}_1) \rightarrow \infty$ 时,式(16)与 $\{s_{f,il}\}_2$ 表示的运动等价,即 $R_a R_a R_b$ 为 $P_1 R_a R_b$ 的等价可行支链。

2.1.2 运动副位置变换

由于串联运动链 $R_a R_b$ 与 $R_b R_a$ 可视为同一种支链,所以只变换转动副与移动副间的位置。将 $\{s_{f,il}\}_2$ 中的运动副位置变换得到

$$\{s_{f,il}\}_2 = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta t_1 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ s_1 \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \right\} \quad (17)$$

根据有限旋量计算公式^[17-21],可将式(17)变化为

$$\{s_{f,il}\}_2 = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \Delta t_1 \begin{pmatrix} \mathbf{o} \\ \exp(\theta_a \tilde{s}_a) s_1 \end{pmatrix} \right\} \quad (18)$$

由式(18)知, $R_a P_1 R_b$ 为 $P_1 R_a R_b$ 的等价支链。同样可得: $R_a R_b P_1$ 为 $P_1 R_a R_b$ 的等价支链。

将式(18)中 R_1 与 R_a 位置互换,可得

$$\{s_{f,il}\}_4 = \left\{ 2 \tan \frac{\theta_b}{2} \begin{pmatrix} s_b \\ \mathbf{r}_o \times s_b \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_1}{2} \begin{pmatrix} s_1 \\ \mathbf{r}_1 \times s_1 \end{pmatrix} \Delta 2 \tan \frac{\theta_a}{2} \begin{pmatrix} s_a \\ \mathbf{r}_o \times s_a \end{pmatrix} \right\} \quad (19)$$

根据有限旋量计算公式^[17-21],式(19)可转换为

$$\left\{s_{f,il}\right\}_4=\left\{2\tan\frac{\theta_b}{2}\begin{pmatrix}s_b\\r_o\times s_b\end{pmatrix}\Delta2\tan\frac{\theta_a}{2}\begin{pmatrix}s_a\\r_o\times s_a\end{pmatrix}\right.\\ \left.\Delta2\tan\frac{\theta_1}{2}\begin{pmatrix}\exp(\theta_a\hat{s}_a)s_1\\(r_o+\exp(\theta_a\hat{s}_a))(r_1-r_o)\exp(\theta_a\hat{s}_a)s_1\end{pmatrix}\right\}\quad (20)$$

$$\left\{s_{f,il}\right\}_4=\left\{2\tan\frac{\theta_b}{2}\begin{pmatrix}s_b\\r_o\times s_b\end{pmatrix}\Delta2\tan\frac{\theta_1}{2}\begin{pmatrix}\exp(\theta_b\hat{s}_b)s_1\\(r_o+\exp(\theta_b\hat{s}_b))(r_1-r_o)\exp(\theta_b\hat{s}_b)s_1\end{pmatrix}\Delta2\tan\frac{\theta_a}{2}\begin{pmatrix}s_a\\r_o\times s_a\end{pmatrix}\right\}=\\ \left\{2\tan\frac{\theta_b}{2}\begin{pmatrix}s_b\\r_o\times s_b\end{pmatrix}\Delta2\tan\frac{\theta_a}{2}\begin{pmatrix}s_a\\r_o\times s_a\end{pmatrix}\Delta2\tan\frac{\theta_1}{2}\begin{pmatrix}\exp(\theta_b\hat{s}_b+\theta_a\hat{s}_a)s_1\\(r_o+\exp(\theta_a\hat{s}_a))((r_o+\exp(\theta_b\hat{s}_b))(r_1-r_o)-r_o)\exp(\theta_b\hat{s}_b+\theta_a\hat{s}_a)s_1\end{pmatrix}\right\}\quad (22)$$

由式(22)可知,R_aR_bR₁为可行支链。
利用旋量三角积及其运算法则,可得到 3 自由度可行支链,如表 1 中序号 2、3。同样可以得到 4、5

由式(20)可知,R_aR₁R_b为可行支链。
将式(18)中 R₁与 R_b位置互换,可得

$$\left\{s_{f,il}\right\}_4=\left\{2\tan\frac{\theta_1}{2}\begin{pmatrix}s_1\\r_1\times s_1\end{pmatrix}\right.\\ \left.\Delta2\tan\frac{\theta_b}{2}\begin{pmatrix}s_b\\r_o\times s_b\end{pmatrix}\Delta2\tan\frac{\theta_a}{2}\begin{pmatrix}s_a\\r_o\times s_a\end{pmatrix}\right\}\quad (21)$$

根据有限旋量计算公式^[17-21],式(21)可转换为

自由度的可行支链,如表 1 中序号 4~9。表 1 中,R_{ao}R_{bo}中转动副的转动中心经过点 o,而 R₁R_{ao}R_{bo}中转动副 R₁的转动中心不经过点 o,P_{⊥a}R_a表示移动

表 1 1Rv 并联机构可行支链

Tab.1 Feasible limbs of 1Rv parallel mechanism

序号	标准支链	运动副位置替换		R 和 P 运动副类型替换
1	R _{ao} R _{bo}			
2	P ₁ R _{ao} R _{bo}	R _{ao} R _{bo} P ₁		R _{a1} R _{ao} R _{bo} R _{ao} R _{bo} R _{a1}
3	R ₁ R _{ao} R _{bo}	R _{ao} R _{bo} R ₁		
4	P ₁ P ₂ R _{ao} R _{bo}	P ₁ R _{ao} R _{bo} P ₂ R _{ao} R _{bo} P ₁ P ₂		P ₁ R _{a2} R _{ao} R _{bo} R _{a1} P ₂ R _{ao} R _{bo} R _{a1} R _{a2} R _a R _{bo} R _{ao} R _{bo} R _{b1} P ₂ R _{ao} R _{bo} P ₁ R _{b2} R _{ao} R _b R _{b1} R _{b2}
5	P _{⊥a} P _{⊥a} R _a R _{bo}	P _{⊥a} R _a P _{⊥a} R _{bo} R _{bo} P _{⊥a} P _{⊥a} R _a R _{bo} P _{⊥a} R _a P _{⊥a} R _{bo} R _a P _{⊥a} P _{⊥a} R ₁ P ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R _{ao} R _{bo} R ₁	R _a P _{⊥a} P _{⊥a} R _{bo}	P _{⊥a} R _{a1} R _a R _{bo} R _{a1} P _{⊥a} R _a R _{bo} R _{a1} R _a P _{⊥a} R _{bo} R _{bo} P _{⊥a} R _{a1} R _a R _{bo} R _{a1} P _{⊥a} R _a R _{bo} R _{a1} R _a P _{⊥a} R _{bo} R _{a1} R _{a1} R _a
6	P ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo}	R ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R ₁	R _{ao} R _{bo} R ₁ P ₁	R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R ₁ R _{a1} R _{ao} R _{bo} R ₁ R _{ao} R _{bo} R _{b1} R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R _{b1} R ₁
7	P ₁ P ₂ P ₃ R _a R _b	P ₁ P ₂ R _a P ₃ R _b P ₁ P ₂ R _a R _b P ₃ P ₁ R _a P ₂ P ₃ R _b P ₁ R _a R _b P ₂ P ₃ R _a P ₁ P ₂ P ₃ R _b R _a R _b P ₁ P ₂ P ₃		P ₁ P ₂ R _{a3} R _a R _b P ₁ R _{a2} P ₃ R _a R _b R _{a1} P ₂ P ₃ R _a R _b R _{a1} R _{a2} P ₃ R _a R _b R _{a1} P ₂ R _{a3} R _a R _b P ₁ R _{a2} R _{a3} R _a R _b R ₁ P ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R ₁ R _a R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₁ R _{a1} R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} P ₂ P ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R _{b2} R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R _{b2} R ₁ P ₁ R _{a2} R _{ao} R _{bo} R ₁ R _{a1} P ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ R _{a1} R _{a2} R _a R _{bo} R ₁ R _{ao} R _{bo} R _{b1} P ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R _{b2} R ₁ R _{ao} R _{b1} R _{b2} R _{a1} R _{ao} R _{bo} P ₂ R ₁ P ₁ R _{ao} R _{bo} R _{b2} R ₁ P ₁ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₁ R _{a1} R _{ao} R _{bo} R _{b2} R ₁ R _{a1} R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₁ R _{a1} R _{ao} R _{bo} R ₁ P ₂ R _{ao} R _{bo} R _{b1} P ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R _{b2} R ₁ R _{ao} R _b R _{b1} R _{b2} R ₁ R _{ao} R _{bo} R ₁ P ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R _{b1} R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R _{b1} R ₁ P ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₁ P ₂ R ₁ P ₁ R ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₂ P ₁ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₂ R _{ao} R _{bo} P ₁ P ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R ₂
8	P ₁ P ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo}	P ₁ R _{ao} R _{bo} P ₂ R ₁ P ₁ R _{ao} R _{bo} R ₁ P ₂ R _{ao} R _{bo} P ₁ P ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R ₁ P ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ P ₁ P ₂		
9	P ₁ R ₁ R ₂ R _{ao} R _{bo}	P ₁ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo} R ₂ P ₁ R _{ao} R _{bo} P ₁ R ₁ R ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ P ₁ R ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₂ P ₁		R ₁ R ₁ R ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₂ R ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₂ R _{a1} R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₂ R _{ao} R _{bo} R _{b1} R ₁ R ₁ R _{ao} R _{bo} R ₂ R _{a1} R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo} R _{b1} R ₂ R ₁ R _{ao} R _{bo} R ₂ R ₂ R _{ao} R _{bo} R _{b1} R ₁ R ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₁ R ₂ R _{ao} R _{bo} R ₁ R ₂ R ₂
10	R ₁ R ₂ R ₃ R _{ao} R _{bo}			

副沿垂直于转动副 R_a 的轴线移动, $P_1P_2P_3R_a$ 表示 3 个线性无关的移动副与轴线不过转动中心点 o 的串联支链, 其余类似。

根据表 1 可得动平台具有 1Rv 运动模式的并联机构, 如表 2 所示。

表 2 1Rv 并联机构
Tab.2 1Rv parallel mechanism

序号	1Rv 并联机构	序号	1Rv 并联机构
1	$R_{ao}R_{bo}/R_{ao}R_{bo}$	6	$R_{ao}R_{bo}/P_1R_1R_{ao}R_{bo}$
2	$R_{ao}R_{bo}/PR_{ao}R_{bo}$	7	$R_{ao}R_{bo}/P_1P_2P_3R_aR_b$
3	$R_{ao}R_{bo}/R_1R_{ao}R_{bo}$	8	$R_{ao}R_{bo}/P_1P_2R_1R_{ao}R_{bo}$
4	$R_{ao}R_{bo}/P_1P_2R_{ao}R_{bo}$	9	$R_{ao}R_{bo}/P_1R_1R_2R_{ao}R_{bo}$
5	$R_{ao}R_{bo}/P_{\perp a}P_{\perp a}R_aR_{bo}$		

2.2 具有变/定转轴的分岔 2Rv 并联机构构型综合

根据上述综合得到的分岔 1Rv 并联机构, 动平台上串联分岔 1Rv 并联机构即可得到具有变/定转轴的分岔 2Rv 并联机构, 即

$$\{s_{f,2Rv}\} = \{s_{f,1Rv2} \Delta s_{f,1Rv1}\} \tag{23}$$

其中 1Rv 并联机构如表 2 所示。一种具有变/定转轴的分岔 2Rv 并联机构如图 6 所示。

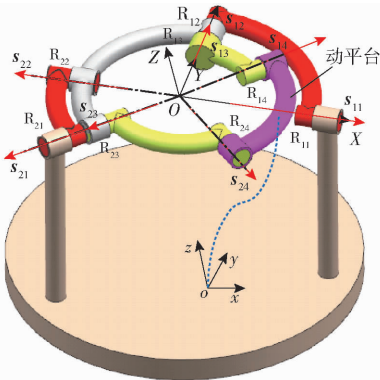


图 6 分岔位形的 2Rv 并联机构

Fig. 6 Bifurcated 2Rv mechanism at bifurcation position

根据第 1.3 节可以得到具有变/定转轴的两个串联球面 4R 机构动平台的转动轴线。

图 6 为处于分岔位形的两个串联球面 4R 机构。图 7 为两个串联球面 4R 机构为定-定运动模式下的旋转轴线, 其中第 1 转动轴线矢量不变, 第 2 转动轴线绕第 1 转动轴线变化, 自身转动轴线矢量不变。图 8 为两个串联球面 4R 机构为定-变运动模式下的旋转轴线, 其中第 1 转动轴线矢量不变, 第 2 转动轴线不仅绕第 1 转动轴线变化, 自身转动轴线矢量也发生变化。图 9 为 2 个串联球面 4R 机构为变-定运动模式下的旋转轴线, 其中第 1 转动轴线矢量变化, 第 2 转动轴线仅绕第 1 转动轴线变化, 自身转动轴线矢量也不变。图 10 为 2 个串联球面 4R 机构为变-变运动模式下的旋转轴

线, 其中第 1 转动轴线矢量变化, 第 2 转动轴线不仅绕第 1 转动轴线变化, 自身转动轴线矢量也发生变化。

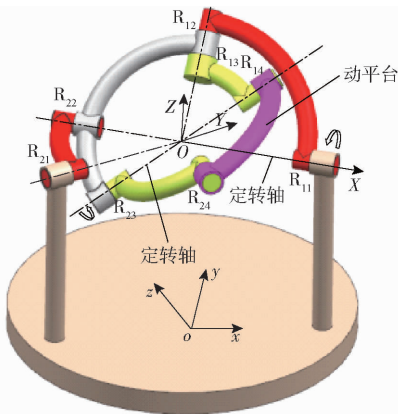
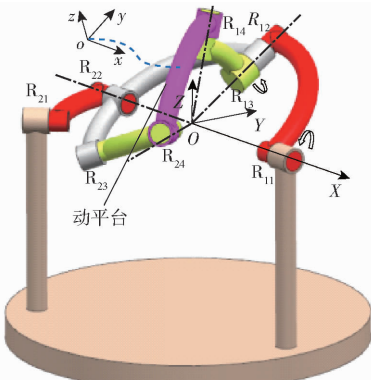
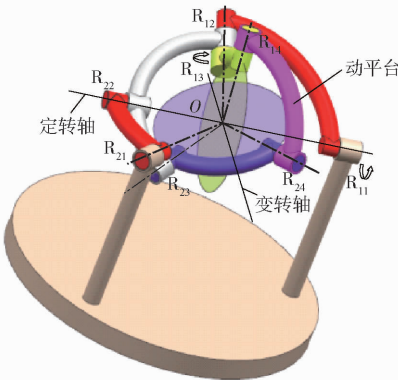


图 7 具有两条定轴线的 2Rv 并联机构

Fig. 7 Bifurcated 2Rv mechanism in invariable – invariable axes motion mode



(a) 具有定-变轴线位姿的 2Rv 并联机构



(b) 定-变轴运动模式 2Rv 并联机构的轴线

图 8 具有定-变轴线的 2Rv 并联机构

Fig. 8 Bifurcated 2Rv mechanism in invariable – variable axes motion mode

由于单纯串联 2 个分岔 1Rv 并联机构后得到的分岔 2Rv 并联机构存在有驱动副远离定平台, 为避免远离定平台的驱动副影响机构的动态性能, 故在图 6 ~ 10 的机构上连接 1 条包含 1 个驱动副的主动无约束支链。这样, 分岔 2Rv 广义并联机构有限旋量可表示为

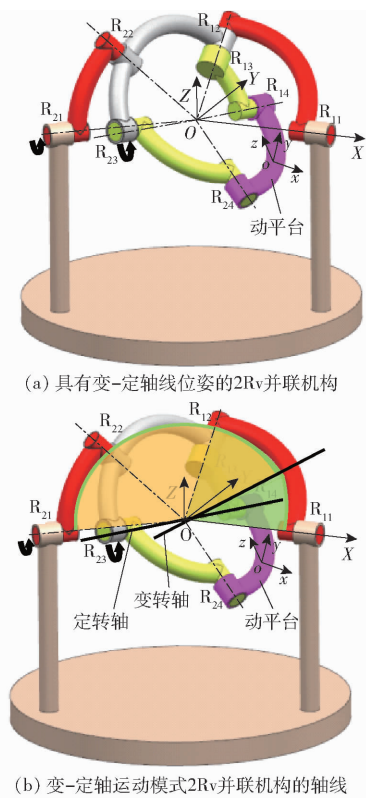


图 9 具有变-定轴线的 2Rv 并联机构

Fig. 9 Bifurcated 2Rv mechanism in variable – invariable axes motion mode

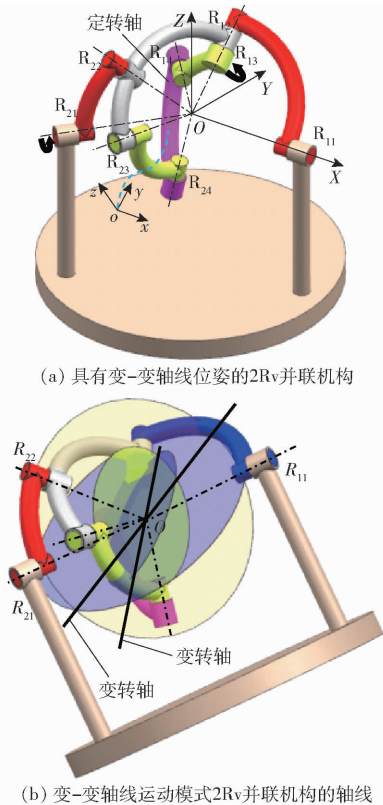


图 10 具有变-变轴线的 2Rv 并联机构

Fig. 10 Bifurcated 2Rv mechanism in variable – variable axes motion mode

$$\{s_{f,2Rv}\} = \{s_{f,1Rv2} \Delta s_{f,1Rv1}\} \cap \{s_{f,3T3R}\} \quad (24)$$

式中 $\{s_{f,3T3R}\}$ ——包含 1 个驱动副的 6 自由度支链

2.3 分岔 2Rv 广义并联机构装配条件

根据式(7)、(9),再结合分岔 1Rv 并联机构的装配条件,可得到具有变/定转轴的分岔 2Rv 广义并联机构的装配条件:③ $s_1 \neq \pm s_2, s_1 \neq \pm s_2, s_{13} \neq \pm s_{23}, s_1 \neq \pm s_2, ④ s_{11} = \pm s_{22}, s_{12} \neq \pm s_{21}, s_{14} = \pm s_{23}, s_{13} \neq \pm s_{24}, 或 s_{12} = \pm s_{21}, s_{11} \neq \pm s_{22}, s_{13} = \pm s_{24}, s_{14} \neq \pm s_{23}, 或 s_{12} \neq \pm s_{21}, s_{13} = \pm s_{24}, s_{14} \neq \pm s_{23}, 或 s_{14} = \pm s_{23}, s_{13} \neq s_{24}, s_{12} = \pm s_{21}, s_{11} \neq s_{22}。$

2.4 分岔 2Rv 广义并联机构驱动配置

由于具有变/定转轴的分岔 2Rv 并联机构是由靠近定平台的分岔 1Rv 并联机构(下分岔 1Rv 并联机构)和靠近动平台分岔 1Rv 并联机构(上分岔 1Rv 并联机构)串联而成,故驱动可由两部分组成:下分岔 1Rv 并联机构的驱动副应尽量靠近机架选取,可为任意一个与定平台连接运动副;为避免远离定平台驱动副对并联机构动态性能的影响,将动平台上串联 1 条含有驱动副的 6 自由度支链,以控制上分岔 1Rv 并联机构。

如表 2 中的 2-R_{ao}R_{bo}机构和 1 条 6 自由度 SPS 支链,构成一种 2Rv 广义并联机构,如图 11 所示。此机构由两条 P₁R_aR_aR_aR_b串联支链通过连接具有变/定转轴的分岔球面 4R 机构定平台和 1 条 SPS 支链连接此球面 4R 机构的动平台构成。图中带箭头的运动副表示驱动副。

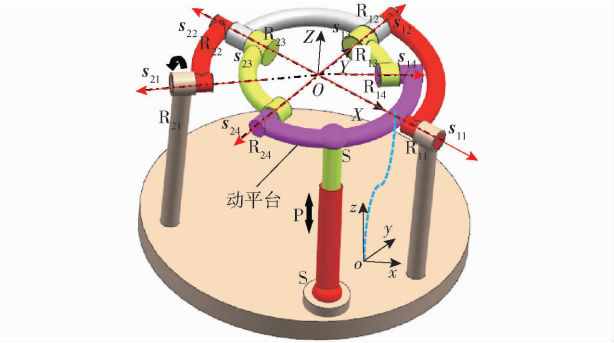


图 11 分岔位形的 2Rv 并联机构

Fig. 11 Bifurcation 2Rv generalized parallel mechanism with variable/invariable axes at bifurcation position

3 新型分岔 2Rv 并联机构分岔特性

根据式(8),分岔 1Rv 机构输出转动轴与转动副转角 θ_{ib} 相关,分为 $\theta_{ib} = 0$ 和 $\theta_{ib} \neq 0$ 两种情况。

3.1 定-定运动模式

如图 12 所示,当转动副 R₁₁转动轴线 s_{11} 与转动副 R₂₂转动轴线 s_{22} 平行^[24-27],且转动副 R₁₃转动轴

线 s_{13} 与转动副 R_{24} 转动轴线 s_{24} 平行时,有 $s_1 \times s_{21} = o, s_1 \times s_2 = o$, 当转动副 R_{12} 和 R_{14} 转角为 0 时,即 $\theta_{12} = 0, \theta_{14} = 0$ 时,图 12 为广义并联机构具有定-定转轴的运动模式。即在分岔位形(转动副 R_{11} 转动轴线 s_{11} 与转动副 R_{21} 转动轴线 s_{21} 平行,且转动副 R_{13} 转动轴线 s_{13} 与转动副 R_{24} 转动轴线 s_{24} 平行),锁死转动副 R_{12} 和转动副 R_{14} ,可保持 s_{11} 与 s_{22} 平行和 s_{13} 与 s_{24} 平行,即可实现定-定转轴运动模式。

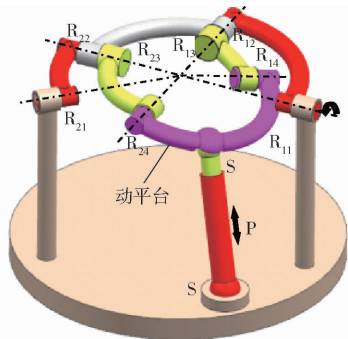


图 12 定-定轴线运动模式 2Rv 并联机构

Fig. 12 Bifurcation 2Rv generalized parallel mechanism with variable/invariable axes in invariable – invariable axes motion mode

3.2 定-变运动模式

当转动副 R_{11} 转动轴线 s_{11} 与转动副 R_{22} 转动轴线 s_{22} 平行,且转动副 R_{13} 转动轴线 s_{13} 与转动副 R_{24} 转动轴线 s_{24} 不平行时,有 $s_1 \times s_{22} = o, s_1 \times s_2 \neq o$, 当转动副 R_{12} 的转角为 0,而 R_{14} 的转角不为 0 时,即 $\theta_{12} = 0, \theta_{14} \neq 0$ 时,图 13 为广义并联机构具有定-变转轴的运动模式。即在分岔位形,锁死转动副 R_{12} ,且使转动副 R_{14} 转动一定角度离开分岔位形,可保持 s_{11} 与 s_{22} 平行和 s_{13} 与 s_{24} 不平行,即可实现定-变转轴运动模式。

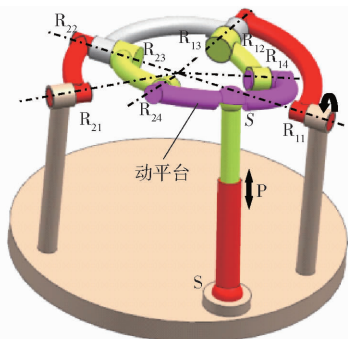


图 13 定-变轴线运动模式 2Rv 并联机构

Fig. 13 Bifurcation 2Rv generalized parallel mechanism with variable/invariable axes in invariable – variable axes motion mode

3.3 变-定运动模式

如图 14 所示,当转动副 R_{11} 转动轴线 s_{11} 与转动

副 R_{22} 转动轴线 s_{22} 不平行,且转动副 R_{13} 转动轴线 s_{13} 与转动副 R_{24} 转动轴线 s_{24} 平行时,有 $s_1 \times s_{22} \neq o, s_1 \times s_2 = o$, 当转动副 R_{12} 和 R_{14} 转角为 0 时,即 $\theta_{12} \neq 0, \theta_{14} = 0$ 时,图 14 为广义并联机构具有变-定转轴的运动模式。即在分岔位形(转动副 R_{11} 转动轴线 s_{11} 与转动副 R_{22} 转动轴线 s_{22} 平行,且转动副 R_{13} 转动轴线 s_{13} 与转动副 R_{24} 转动轴线 s_{24} 平行),锁死转动副 R_{14} ,且使转动副 R_{12} 转动一定角度离开分岔位形,可保持 s_{11} 与 s_{22} 不平行和 s_{13} 与 s_{24} 平行,即可实现变-定转轴运动模式。

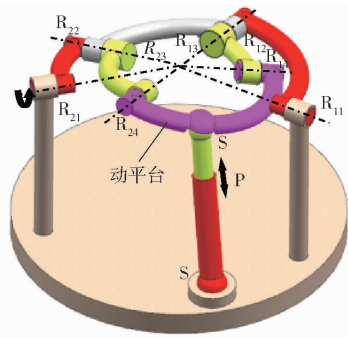


图 14 变-定轴线运动模式 2Rv 并联机构

Fig. 14 Bifurcation 2Rv generalized parallel mechanism with variable/invariable axes in variable – invariable axes motion mode

3.4 变-变运动模式

如图 15 所示,当转动副 R_{11} 转动轴线 s_{11} 与转动副 R_{22} 转动轴线 s_{22} 不平行,且转动副 R_{13} 转动轴线 s_{13} 与转动副 R_{24} 转动轴线 s_{24} 不平行时,有 $s_1 \times s_{22} \neq o, s_1 \times s_2 \neq o$, 当转动副 R_{12} 和 R_{14} 的转角为 0 时,即 $\theta_{12} \neq 0, \theta_{14} \neq 0$ 时,图 15 为广义并联机构具有变-变转轴的运动模式。即在分岔位形(转动副 R_{11} 转动轴线 s_{11} 与转动副 R_{22} 转动轴线 s_{22} 平行,且转动副 R_{13} 转动轴线 s_{13} 与转动副 R_{24} 转动轴线 s_{24} 平行),使转动副 R_{12} 和 R_{14} 转动一定角度离开分岔位形,可保持 s_{11} 与 s_{21} 不平行和 s_{13} 与 s_{24} 不平行,即可实现变-变转轴的运动模式。

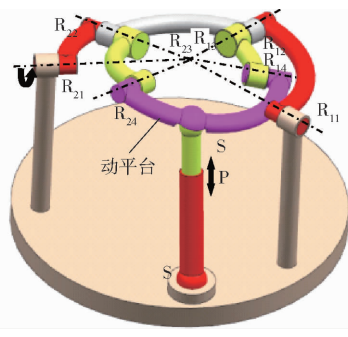


图 15 变-变轴线运动模式 2Rv 并联机构

Fig. 15 Bifurcation 2Rv generalized parallel mechanism with variable/invariable axes in variable – variable axes motion mode

4 应用

利用前文提出的具有变/定转轴的新型分岔 2R_v 广义并联机构,通过在图 11 所示机构的 2 条支链连接定平台一端分别串联 2 个平行于 R₁₁ 和 R₁₂ 的 2 个转动副,如图 16 所示,提出一种具有变/定转轴的新型分岔 1T2R_v 广义并联机构。

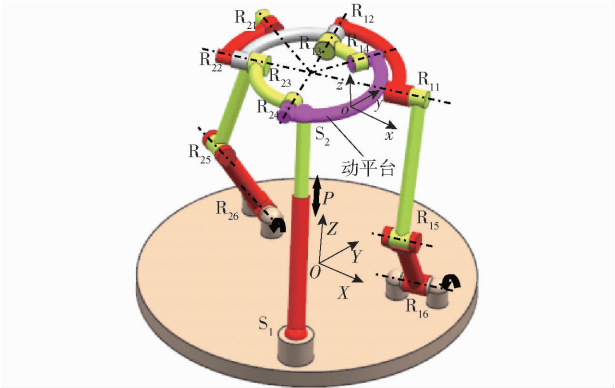


图 16 分岔位形的 1T2R_v 并联机构

Fig. 16 Bifurcation 1T2R_v generalized parallel mechanism with variable/invariable axes at bifurcation position

如图 17 所示,当转动副 R₁₁ 转动轴线 s₁₁ 与转动副 R₂₂ 转动轴线 s₂₂ 平行,且转动副 R₁₃ 转动轴线 s₁₃ 与转动副 R₂₄ 转动轴线 s₂₄ 平行时,有 $s_1 \times s_{21} = o$, $s_1 \times s_2 = o$,当转动副 R₁₂ 和 R₁₄ 转角为 0 时,即 $\theta_{12} = 0, \theta_{14} = 0$ 时,图 17 为广义并联机构具有定-定转轴的运动模式。即在分岔位形锁死转动副 R₁₂ 和转动副 R₁₄,可保持 s₁₁ 与 s₂₂ 平行和 s₁₃ 与 s₂₄ 平行,即可实现定-定转轴的运动模式。

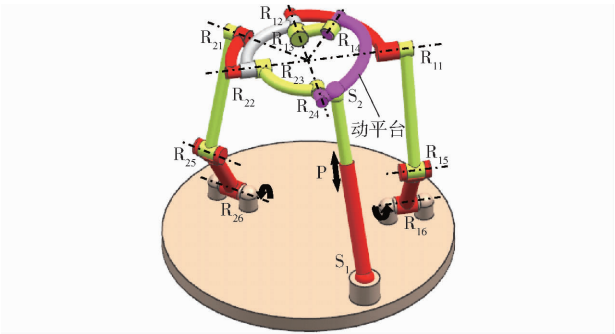


图 17 定-定轴线运动模式 1T2R_v 并联机构

Fig. 17 Bifurcation 1T2R_v generalized parallel mechanism with variable/invariable axes in invariable – invariable axes motion mode

当转动副 R₁₁ 转动轴线 s₁₁ 与转动副 R₂₂ 转动轴线 s₂₂ 平行,且转动副 R₁₃ 转动轴线 s₁₃ 与转动副 R₂₄ 转动轴线 s₂₄ 不平行时,有 $s_1 \times s_{22} = o, s_1 \times s_2 \neq o$,当转动副 R₁₂ 转角为 0,而 R₁₄ 转角不为 0 时,即 $\theta_{12} = 0, \theta_{14} \neq 0$ 时,图 18 为广义并联机构具有定-变转轴的运动模式。即在分岔位形,锁死转动副 R₁₂,且使转

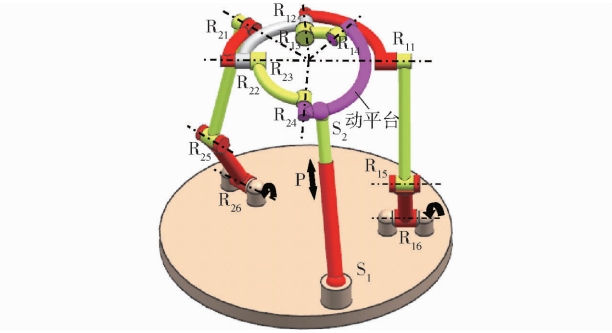


图 18 定-变轴线运动模式 1T2R_v 并联机构

Fig. 18 Bifurcation 1T2R_v generalized parallel mechanism with variable/invariable axes in invariable – variable axes motion mode

动副 R₁₄ 转动一定角度离开分岔位形,可保持 s₁₁ 与 s₂₂ 平行和 s₁₃ 与 s₂₄ 不平行,即可实现定-变转轴的运动模式。

如图 19 所示,当转动副 R₁₁ 转动轴线 s₁₁ 与转动副 R₂₂ 转动轴线 s₂₂ 不平行,且转动副 R₁₃ 转动轴线 s₁₃ 与转动副 R₂₄ 转动轴线 s₂₄ 平行时,有 $s_1 \times s_{22} \neq o$, $s_1 \times s_2 = o$,当转动副 R₁₂ 和 R₁₄ 转角为 0 时,即 $\theta_{12} \neq 0, \theta_{14} = 0$ 时,图 19 为广义并联机构具有变-定转轴的运动模式。即在分岔位形锁死转动副 R₁₄,且使转动副 R₁₂ 转动一定角度离开分岔位形,可保持 s₁₁ 与 s₂₂ 不平行和 s₁₃ 与 s₂₄ 平行,即可实现变-定转轴的运动模式。

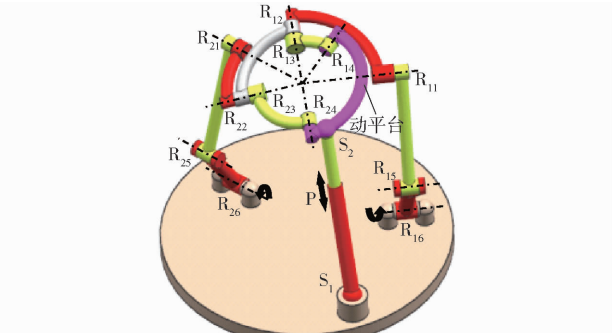


图 19 变-定轴线运动模式 1T2R_v 并联机构

Fig. 19 Bifurcation 1T2R_v generalized parallel mechanism with variable/invariable axes in variable – invariable axes motion mode

如图 20 所示,当转动副 R₁₁ 转动轴线 s₁₁ 与转动副 R₂₂ 转动轴线 s₂₂ 不平行,且转动副 R₁₃ 转动轴线 s₁₃ 与转动副 R₂₄ 转动轴线 s₂₄ 不平行时,有 $s_1 \times s_{22} \neq o, s_1 \times s_2 \neq o$,当转动副 R₁₂ 和 R₁₄ 转角为 0 时,即 $\theta_{12} \neq 0, \theta_{14} \neq 0$ 时,图 20 为广义并联机构具有变-变转轴的运动模式。即在分岔位形,使转动副 R₁₂ 和 R₁₄ 转动一定角度离开分岔位形,可保持 s₁₁ 与 s₂₁ 不平行和 s₁₃ 与 s₂₄ 不平行,即可实现变-变转轴的运动模式。

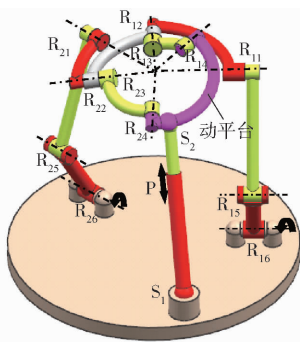


图 20 变-变轴线运动模式 1T2Rv 并联机构

Fig.20 Bifurcation 1T2Rv generalized parallel mechanism with variable/invariable axes in variable-variable axes motion mode

5 结论

(1) 利用有限旋量理论, 在具有变/定转轴分岔 1Rv 并联机构的基础上, 提出一类新型的具有变/定轴线矢量的 2Rv 并联机构。

(2) 研究了这类 2Rv 并联机构的装配条件和驱动配置。

(3) 分岔 2Rv 并联机构包含 4 种运动模式, 即一定转轴运动模式、定-变转轴运动模式、变-定转轴运动模式和变-变转轴运动模式。

参 考 文 献

- [1] WOHLHART K. Kinematotropic mechanisms[M]. Dordrecht; Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [2] GALLETTI C, FANGHELLA P. Single-loop kinematotropic mechanisms[J]. Mech. Mach. Theory, 2001, 36: 743 – 761.
- [3] GALLETTI C, GIANNOTTI E. Multiloop kinematotropic mechanisms [C] // International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2002: 455 – 460.
- [4] ZENG Qiang, EHMANN K F, CAO Jian. Design of general kinematotropic mechanisms[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2016, 38: 67 – 81.
- [5] JUN Wei, DAI Jiansheng. Lie group based type synthesis using transformation configuration space for reconfigurable parallel mechanisms with bifurcation between spherical motion and planar motion[J]. J. Mech. Design, 2020, 142(6): 1 – 13.
- [6] FANGHELLA P, GALLETTI C, GIANNOTTI E. Parallel robots that change their group of motion[M]. Netherlands; Springer, 2006.
- [7] REFAAT S, HERVÉ J M, NAHAVANDI S, et al. Two mode overconstrained three DOFs rotational translational linear motor based parallel kinematics mechanism for machine tool applications[J]. Robotica, 2007, 25(4): 461 – 466.
- [8] ZHANG Ketao, DAI Jiansheng, FANG Yuefa. Topology and constraint analysis of phase change in the metamorphic chain and its evolved mechanism[J]. J. Mech. Design, 2010, 132(12): 121001 – 121011.
- [9] ZHANG Ketao, DAI Jiansheng, FANG Yuefa. Constraint analysis and bifurcation motion of the 3PUP parallel mechanism[J]. Mech. Mach. Theory, 2012, 49: 256 – 269.
- [10] XU Yundou, ZHANG Dongsheng, WANG Min, et al. Type synthesis of two-degrees-of-freedom rotational parallel mechanism with two continuous rotational axes[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(4): 694 – 702.
- [11] ZENG Daxing, HUANG Zhen. Type synthesis of the rotational decoupled parallel mechanism based on screw theory[J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(4): 998 – 1004.
- [12] FAN Caixia, LIU Hongzhao, ZHANG Yanbin. Type synthesis of 2T2R, 1T2R and 2R parallel mechanisms[J]. Mech. Mach. Theory, 2013, 61: 184 – 190.
- [13] XU Yundou, WANG Bei, WANG Zhifeng, et al. Investigations on the principle of full decoupling and type synthesis of 2R1T and 2R parallel mechanisms[J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2018, 43(2): 263 – 271.
- [14] LI Qinchuan, HERVE J M. Parallel mechanisms with bifurcation of Schoenflies motion[J]. IEEE Trans. Robot., 2009, 25(1): 158 – 164.
- [15] FANG Yuefa, TSAI L W. Structure synthesis of a class of 4-DoF and 5-DoF parallel manipulators with identical limb structures [J]. Int. J. Robot Res., 2002, 21(9): 799 – 810.
- [16] YANG Shuofei, SUN Tao, HUANG Tian. Type synthesis of parallel mechanisms having 3T1R motion with variable rotational axis[J]. Mech. Mach. Theory, 2017, 109: 220 – 230.
- [17] YANG Shuofei, LI Yangmin. Different kinds of 3T2R serial kinematic chains and their applications in synthesis of parallel mechanisms[J]. Mech. Mach. Theory, 2020, 144: 103637.
- [18] YANG Shuofei, LI Yangmin. Kinematic analysis of deployable parallel mechanisms[J]. Proc IMechE, Part C: J Mechanical Engineering Science, 2020, 234(1): 263 – 272.
- [19] YANG Shuofei, LI Yangmin. Motion generators of quadric surfaces[J]. Mech. Mach. Theory, 2019, 140: 446 – 456.
- [20] SHAO Pengjie, WANG Zhe, YANG Shuofei, et al. Dynamic modeling of a two-DoF rotational parallel robot with changeable rotational axes[J]. Mech. Mach. Theory, 2019, 131: 318 – 335.
- [21] HUANG Tian, YANG Shuofei, WANG Manxin, et al. An approach to determining the unknown twist/wrench subspaces of lower mobility serial kinematic chains[J]. J. Mech. Robot, 2015, 7(3): 031003 – 1 – 031003 – 9.

[22] LI Dian, GUO Sheng, QU Haibo. A novel multiple working modes parallel mechanism with variable workspace[J]. Proc IMechE, Part C: J Mechanical Engineering Science, 2020, 234(1):211 – 224.

[23] SUN Tao, YANG Shuofei, HUANG Tian, et al. A way of relating instantaneous and finite screws based on the screw triangle product[J]. Mech. Mach. Theory, 2016, 108: 75 – 82.

[24] 刘伟,刘宏昭.具有 2T1R 与 2R1T 运动模式 3 自由度并联机构型综合[J]. 农业机械学报, 2018, 49(7): 401 – 409.
LIU Wei, LIU Hongzhao. Type synthesis of 3-dof parallel mechanism with 2T1R and 2R1T motion mode[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49(7): 401 – 409. (in Chinese)

[25] 刘伟,刘宏昭,胡旭宇.具有多模式球面 4R 机构结构参数研究[J]. 农业机械学报, 2022, 53(3):440 – 448.
LIU Wei, LIU Hongzhao, HU Xuyu. Structural parameters of spherical 4R mechanism with multiple modes[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(3):440 – 448. (in Chinese)

[26] HU Xuyu, LIU Hongzhao. Type synthesis and analysis of a new class of 3T2Rv parallel mechanisms with variable/invariable rotational axes[J]. IEEE Access, 2021(9): 164300 – 164315.

[27] 刘伟,刘宏昭,胡旭宇.具有固定转动轴线和变转动轴线 3T1R 并联机构型综合[J]. 农业机械学报, 2022, 53(2): 451 – 458.
LIU Wei, LIU Hongzhao, HU Xuyu. Type synthesis of 3T1R parallel machine with fixed rotation axis and variable rotation axis [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(2):451 – 458. (in Chinese)

(上接第 395 页)

[29] 杨泽粟,张强,郝小翠.自然条件下半干旱雨养春小麦生育后期旗叶光合的气孔和非气孔限制[J]. 中国生态农业学报, 2015, 23(2):174 – 182.
YANG Zesu, ZHANG Qiang, HAO Xiaocui. Stomatalor non-stomatal limitation of photosynthesis of spring wheat flag leaf at late growth stages under natural conditions in semiarid rainfed regions[J]. Chinese Journal of Eco-Agriculture, 2015, 23(2):174 – 182. (in Chinese)

[30] 柳瑞,高阳,李恩琳,等.减氮配施生物炭对水稻生长发育、干物质积累及产量的影响[J]. 生态环境学报, 2020, 29(5): 926 – 932.
LIU Rui, GAO Yang, LI Enlin, et al. Effects of reduced nitrogen and biochar application on plant growth, dry matter accumulation and rice yield[J]. Ecology and Environmental Sciences, 2020, 29(5):926 – 932. (in Chinese)

[31] 张作合,李铁成,张忠学,等.水炭运筹下稻田痕量温室气体排放与水氮利用关系研究[J]. 农业机械学报, 2022, 53(8): 379 – 387.
ZHNG Zuohe, LI Tiecheng, ZHANG Zhongxue, et al. Relationship between ttrace greenhouse gas emission and water and nitrogen utilization under water biochar management in paddy fields[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(8):379 – 387. (in Chinese)

[32] TANAZAWA Y, TOMOTSUNE M, SUZUKI T, et al. Photosynthetic response of young oaks to biochar amendment in field conditions over 3 years[J]. Journal of Forest Research, 2021, 26:116 – 126.

[33] CUI Qian, XIA Jiangbao, YANG Hongjun, et al. Biochar and effective microorganisms promote *Sesbania cannabina* growth and soil quality in the coastal saline-alkali soil of the Yellow River Delta, China[J]. Science of the Total Environment, 2021, 756(20):143801.

[34] GAO Yang, SHAO Guangcheng, YANG Zhen, et al. Influences of soil and biochar properties and amount of biochar and fertilizer on the performance of biochar in improving plant photosynthetic rate: a Meta-analysis[J]. European Journal of Agronomy, 2021, 130(10):126345.

[35] 高德才,张蕾,刘强,等.旱地土壤施用生物炭减少土壤氮损失及提高氮素利用率[J]. 农业工程学报, 2014, 30(6):54 – 61.
GAO Decai, ZHANG Lei, LIU Qiang, et al. Application of biochar in dryland soil decreasing loss of nitrogen and improving nitrogen using rate[J]. Transactions of the CSAE, 2014, 30(6):54 – 61. (in Chinese)

[36] 卜祥娣.干湿交替驱动下生物炭管理方式对水稻生长发育及氮素利用的影响[D]. 沈阳:沈阳农业大学, 2019.
BU Xiangxi. Effects of biochar managements methods on growth and nitrogen utilization of rice under the wet-dry cycling irrigation[D]. Shenyang:Shenyang Agricultural University, 2019. (in Chinese)