

# 无寄生运动 3-DOF 2T1R 并联机构拓扑设计与分析

沈惠平 傅增 李菊 叶鹏达 李涛

(常州大学现代机构学研究中心, 常州 213164)

**摘要:**为充分研究少自由度并联机构所具备优势,拓宽其应用领域,设计并研究一种含冗余支链且无寄生运动三自由度两平移一转动(2T1R)并联机构,完成运动学和动力学分析。基于方位特征集(POC)的拓扑机构学理论方法,设计了一种含冗余支链且无寄生运动的两平移一转动并联机构,并进行拓扑分析,结果表明:该机构还具有部分运动解耦特性;根据基于拓扑特征运动学的建模方法,求得机构位置正反符号解;又基于位置反解分析了机构奇异性,基于位置正解给出了工作空间;基于虚功原理的序单开链法对机构进行动力学建模,求得了该机构移动副处的驱动力以及两个子运动链(SKC)连接处的支反力;概念设计了该机构的一种应用场景。

**关键词:**并联机构; 方位特征; 运动学; 奇异性; 序单开链; 动力学

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2024)06-0424-10

OSID:



## Topology Design and Analysis of 3-DOF 2T1R Parallel Mechanism with No Parasitic Motion

SHEN Huiiping FU Zeng LI Ju YE Pengda LI Tao

(Research Center for Advanced Mechanism Theory, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

**Abstract:** The topology design, kinematics and dynamics analysis of parallel mechanism with redundant branches but no parasitic motion were studied, and finally a conceptual application scenario was put forward based on the advantages of the mechanism itself. Firstly, a parallel robot with redundant branches but no parasitic motion was designed by using the type synthesis theory based on position and direction characteristics. The robot can realize translation in two directions and rotation in one direction. After topological analysis of the mechanism, it was found that the output motion of the mechanism met the expected design requirements, and it had partial motion decoupling characteristics, so it was easy to control the output of the moving platform through the driving pair. Secondly, the forward kinematics and inverse kinematics of the mechanism were obtained by using the kinematics modeling method based on topological characteristics. The singularity of the mechanism was analyzed by inverse solution, and the workspace was determined by positive position solution. In addition, the ordered single open chain method based on virtual work principle was used to model the dynamics of the mechanism. By solving the model, the driving force of driving joints on the static platform and the binding force at the joints connected by two sub-kinematic chains (SKC) were obtained. The simulation values of these two forces were obtained in the simulation software and compared. The results showed that the error between the simulation values and the theoretical values was small, so it was considered that the dynamic model established by the ordered single open chain method was correct. Finally, combined with the existing improvement of the moving target in shooting training, the conceptual design of parallel mechanism for military training application scenarios was given.

**Key words:** parallel mechanism; position and orientation characteristics; kinematics; singularity; ordered single open chain; dynamics

收稿日期: 2023-10-23 修回日期: 2023-11-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(52375007, 51975062)和江苏省产业前瞻与关键核心技术重点项目(BE2021016-2)

作者简介: 沈惠平(1965—),男,教授,博士生导师,主要从事机构学及并联机构研究,E-mail: shp65@126.com

## 0 引言

两平移一转动(2T1R)空间并联机构因其精度和灵活性较好,被广泛应用于装配、搬运和加工等场景中<sup>[1-4]</sup>。含冗余支链的并联机构可较好地避免奇异位置、稳定性高,具有较好的机构容错能力<sup>[5-10]</sup>;同时,动平台输出无寄生运动有利于并联机构运动学、动力学分析<sup>[11-13]</sup>。

余顺年等<sup>[14]</sup>分析了一种 2T1R 并联机构,求得该机构运动学正反解的封闭解,并分析了工作空间内点转动能力;林浩等<sup>[15]</sup>根据基于方位特征集的并联机构拓扑设计理论与方法,综合出一批移动副为驱动的适用于铺盘调节机构的 2T1R 并联铺盘机构,它们具有符号式位置正解且部分运动解耦。覃才友等<sup>[16]</sup>分析了一种闭环支链冗余并联机构整体运动学性能,表明冗余支链虽会减小机构工作空间,但会提高机构整体结构刚度;TIAN 等<sup>[17]</sup>设计了一种含中间变形肢的 3-RPS/(H) 并联机构,比单纯的 3-RPS 机构灵敏度和灵巧性高,但含有寄生运动,给分析、设计与标定带来困难。

上述机构中,同时具有冗余支链且无寄生运动的 3-DOF 2T1R 并联机构还较少。

目前,动力学模型建立方法主要有 Lagrange 法、Newton-Euler 法、虚功原理法<sup>[18-21]</sup>,其中,虚功原理法相较前两种方法过程更为简单和高效。李永泉等<sup>[22]</sup>针对一种空间被动过约束并联机构,采用牛顿欧拉法结合补充变形协调方程对其进行动力学建模分析;高洪等<sup>[23]</sup>基于刚体动力学牛顿-欧拉法建立了 6-PSS 并联机构逆运动学模型,比较空载和有载条件下算例仿真,验证了其模型的正确性。

本文基于方位特征(Position and orientation characteristics, POC)方程的并联机构设计理论,设计全由低副组成、含冗余支链但无寄生运动的 3-DOF 2T1R 并联机构,并对该机构进行动力学分析计算,以期为其后续的性能优化、结构设计和样机研制提供依据。

## 1 机构拓扑设计与分析

### 1.1 机构设计

本文设计一种 3 自由度 2T1R 机构,如图 1 所示,它由静平台 0、动平台 1 以及连接两者的混合支链 I、II 组成,混合支链 I 包含一个由分支链 A ( $P_1 \perp R_{11} \parallel R_{12}$ )、分支链 B ( $P_2 \parallel R_{21} \parallel R_{22} \parallel R_{23}$ ) 并联组成的子并联机构 1,  $R_{23}$  的轴线经过且垂直于  $R_{12}$  的轴线;又在其输出杆 2 末端串联连接轴线相互平行的  $R_{13}$ 、 $R_{14}$ ,且使  $R_{13} (\perp R_{23}) \perp R_{12}$ ,  $R_{14}$  连接动

平台 1 的一端;混合支链 II 包含一个由分支链 C ( $P_3 \perp R_{31} \parallel R_{32}$ )、冗余支链 D ( $P_4 \perp R_{41} \parallel R_{42}$ ) 并联组成的子并联机构 2,又在其输出杆 3 的末端串联连接  $R_{33}$ ,且用  $R_{33}$  连接动平台 1 的另一端。

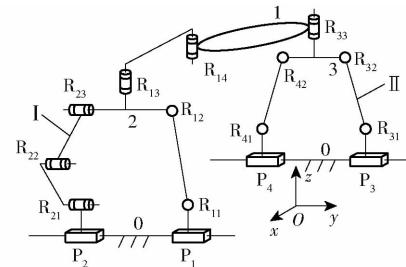


图 1 3-DOF 2T1R 机构

Fig. 1 3-DOF 2T1R mechanism

进一步,混合支链 I 中的移动副  $P_1$ 、 $P_2$ ,以及混合支链 II 中的移动副  $P_3$ 、 $P_4$  分别位于两根平行于  $y$  轴的导轨上,动平台 1 上的转动副  $R_{14}$ 、 $R_{33}$  轴线平行。

### 1.2 机构拓扑

#### 1.2.1 机构 POC 集设计

串、并联机构 POC 方程<sup>[24]</sup>分别为

$$M_{bi} = \bigcup_{i=1}^m M_{ji} \quad (1)$$

$$M_{pa} = \bigcap_{i=1}^n M_{bi} \quad (2)$$

式中  $M_{ji}$  —— 第  $i$  个运动副的 POC 集

$M_{bi}$  —— 第  $i$  条支链末端的 POC 集

$M_{pa}$  —— 机构动平台的 POC 集

选定动平台 1 上  $R_{33}$  轴线上任意一点为基点  $O'$ 。

混合支链 I 中,子并联机构 1 的中间杆 2 输出运动为两平移(2T);与  $R_{13} \parallel R_{14}$  串联后,其末端输出为三平移一转动(3T1R)。

混合支链 II 中,子并联机构 2 的中间杆 3 输出运动为两平移一转动(2T1R),串联  $R_{33}$  后,末端输出为两平移两转动(2T2R)。

因此,混合支链 I、II 末端构件的 POC 集由式(1)、(2)可得

$$M_{HSOC_I} = \left( \left[ t^2 (\perp R_{11}) \right] \cap \left[ r^1 (\parallel R_{21}) \right] \right) \cup$$

$$\left[ \begin{array}{c} t^2 (\perp R_{14}) \\ r^1 (\parallel R_{14}) \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} t^3 \\ r^1 (\parallel R_{14}) \end{array} \right]$$

$$M_{HSOC_{II}} = \left( \left[ t^2 (\perp R_{31}) \right] \cap \left[ r^1 (\parallel R_{41}) \right] \right) \cup$$

$$\left[ \begin{array}{c} t^0 \\ r^1 (\parallel R_{33}) \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} t^2 (\perp R_{31}) \\ r^2 (\parallel \diamond (R_{33}, R_{31})) \end{array} \right]$$

因此,动平台 POC 集由式(2)得

$$M_{Pa} = M_{HSOC_1} \cap M_{HSOC_2} = \begin{bmatrix} t^2(\parallel YOZ) \\ r^1(\parallel R_{14}) \end{bmatrix} \quad (3)$$

由式(3)知,机构动平台1具有YOZ平面内两维移动以及绕转动副R<sub>14</sub>轴线转动的特性,可见其无寄生运动。

### 1.2.2 自由度

并联机构非瞬时自由度计算式<sup>[24]</sup>为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} \quad (4)$$

其中  $\xi_{L_j} = \dim \left\{ \left( \bigcap_{i=1}^j M_{bi} \right) \cup M_{b(j+1)} \right\} \quad (5)$

式中 F——机构自由度

$f_i$ ——第*i*个运动副自由度

$v$ ——独立回路数

$\xi_{L_j}$ ——第*j*个独立回路独立位移方程数

$\bigcap_{i=1}^j M_{bi}$ ——前*j*条支链组成的子并联机构

POC 集

$M_{b(j+1)}$ ——第*j*+1条支链末端构件 POC 集

第1回路为混合支链I中的子并联机构,即

$$\text{Loop}_1 \{ -P_1 \perp R_{11} \parallel R_{12} \perp R_{23} \parallel R_{22} \parallel R_{21} \parallel P_2 - \}$$

其独立位移方程数  $\xi_{L_1}$  可由式(5)求得

$$\begin{aligned} \xi_{L_1} &= \dim \left\{ \left[ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{11}) \\ r^1(\parallel R_{11}) \end{bmatrix} \right] \cup \left[ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1(\parallel R_{21}) \end{bmatrix} \right] \right\} = \\ &\dim \left\{ \left[ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{11}, R_{21})) \end{bmatrix} \right] \right\} = 5 \end{aligned}$$

第2回路(即第2子并联机构)由上述混合支链(含第1个子并联机构、子串  $R_{13} \parallel R_{14} \parallel R_{33}$ )及分支链 C( $P_3 \perp R_{31} \parallel R_{32}$ )组成,即

$$\text{Loop}_2 \{ -R_{13} \parallel R_{14} \parallel R_{33} \perp R_{32} \parallel R_{31} \perp P_3 - \}$$

其独立位移方程数  $\xi_{L_2}$  可由式(5)求得

$$\begin{aligned} \xi_{L_2} &= \dim \left\{ \left[ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{11}) \\ r^0 \end{bmatrix} \right] \cup \left[ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{31}, R_{33})) \end{bmatrix} \right] \right\} = \\ &\dim \left\{ \left[ \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2(\parallel \diamond(R_{31}, R_{33})) \end{bmatrix} \right] \right\} = 5 \end{aligned}$$

第3回路由上述第2个子并联机构和分支链D组成,其独立位移方程数  $\xi_{L_3}$  为

$$\begin{aligned} \xi_{L_3} &= \dim \left\{ \left[ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{11}) \\ r^0 \end{bmatrix} \right] \cup \left[ \begin{bmatrix} t^2(\perp R_{41}) \\ r^1(\parallel R_{41}) \end{bmatrix} \right] \right\} = \\ &\dim \left\{ \left[ \begin{bmatrix} t^2 \\ r^1(\parallel R_{41}) \end{bmatrix} \right] \right\} = 3 \end{aligned}$$

由式(4)可得机构自由度为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} = 7 + 6 + 3 - (5 + 5 + 3) = 3$$

因此,该机构自由度为3,当取静平台0上的移

动副P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub>、P<sub>3</sub>为驱动副时,机构动平台1可实现YOZ面内两维平移和绕R<sub>14</sub>轴线的转动输出,无寄生运动。

### 1.2.3 耦合度 $\kappa$ 计算

由基于序单开链(SOC)单元的机构组成原理知,一个机构可分解为若干个最小子运动链(Sub-kinematic chain, SKC);而一个SKC又可分解为若干个单开链,第*j*个单开链SOC<sub>j</sub>的约束度定义<sup>[25]</sup>为

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m_j} f_i - I_j - \xi_{L_j} \Rightarrow \begin{cases} \Delta_j^- = -5, -4, -2, -1 \\ \Delta_j^0 = 0 \\ \Delta_j^+ = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (6)$$

式中  $m_j$ ——第*j*个SOC<sub>j</sub>运动副数量

$f_i$ ——第*i*个运动副自由度

$I_j$ ——第*j*个SOC<sub>j</sub>驱动副数量

SKC 耦合度为

$$\kappa = \frac{1}{2} \min \left( \sum_{j=1}^v |\Delta_j| \right) \quad (7)$$

上述3个回路约束度由式(6)分别计算得

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 7 - 2 - 5 = 0$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 6 - 1 - 5 = 0$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_{L_3} = 3 - 0 - 3 = 0$$

由SKC判定准则可知,该机构由3个SKC组成,由式(7)分别求得耦合度为

$$\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = \frac{1}{2} \min \left( \sum_{j=1}^v |\Delta_j| \right) = 0$$

该机构耦合度为零,可求得符号式位置正解。

进一步,该机构拓扑结构解析表示为<sup>[25]</sup>

$$\begin{aligned} {}^{2T1R}PM^0[3;3(7,6,3)] &= {}^{2T0R}SKC_1^0[2,1(0;5)] + \\ {}^{3T2R}SKC_2^0[1,1(0;5)] &+ {}^{2T1R}SKC_3^0[0,1(0;3)] \end{aligned} \quad (8)$$

另外,动平台y、z轴向位置仅由P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub>确定,而绕R<sub>14</sub>轴线转角则由P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub>、P<sub>3</sub>确定。因此,该机构具有部分运动解耦性,运动控制容易。

## 2 位置正反解

机构运动学建模如图2所示,设静平台0两导轨间距为2a,动平台E<sub>1</sub>F<sub>1</sub>长度为b,且  $l_{A_iB_i} = l_1$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ),  $l_{B_1C_1} = l_2$ ,  $l_{B_2C_2} = l_{C_2D_2} = l_3$ ,  $l_{B_3C_3} = l_{B_4C_4} = l_4$ ,  $l_{C_1D_1} = l_{D_1D_2} = l_{C_3D_3} = l_{D_3C_4} = l_5$ ,  $l_{D_1E_1} = l_{D_3E_3} = l_6$ ,  $l_{E_1F_1} = l_7$ 。

取两导轨平行线之平分线上一个定点为静坐标系原点,建立笛卡尔静坐标系Oxyz,动平台1上基点E<sub>3</sub>作为动坐标系原点O',x'、y'轴分别重合、垂直

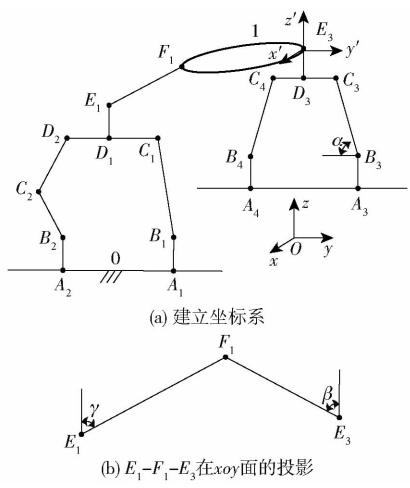


图 2 机构运动学建模

Fig. 2 Kinematics modeling of mechanism

$E_3F_1, z'$  轴由右手定则确定。

## 2.1 位置正解

机构位置正解为: 已知静平台上 3 个点  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 的移动位置  $y_{A_1}, y_{A_2}, y_{A_3}$ , 求动平台 1 上  $O'$  点的坐标  $(x, y, z)$  及姿态角  $\beta$ 。

在静坐标系中, 易知

$$\begin{aligned} A_1 &= (a, y_{A_1}, 0) \quad A_2 = (a, y_{A_2}, 0) \quad A_3 = (a, y_{A_3}, 0) \\ B_1 &= (a, y_{A_1}, l_1) \quad B_2 = (a, y_{A_2}, l_1) \quad B_3 = (a, y_{A_3}, l_1) \\ D_2 &= (a, y_{A_2}, z - l_6) \quad C_1 = (a, y_{A_2} + 2l_5, z - l_6) \end{aligned}$$

由杆长约束条件  $l_{B_1C_1} = l_2$ , 解得

$$z = l_6 + l_1 + m \sqrt{l_2^2 - (y_{A_2} + 2l_5 - y_{A_1})^2} \quad m = \pm 1 \quad (9)$$

由拓扑约束易知:  $y_{D_3} = y_{E_3}$ , 可求得

$$y = y_{A_3} - l_4 \cos\alpha - l_5 \quad (10)$$

设  $B_3C_3$  与  $y$  轴负向夹角为  $\alpha$ , 可得点  $C_3, D_3$  坐标为

$$\begin{aligned} C_3 &= (-a, y_{A_3} - l_4 \cos\alpha, l_1 + l_4 \sin\alpha) \\ D_3 &= (-a, y_{A_3} - l_4 \cos\alpha - l_5, l_1 + l_4 \sin\alpha) \end{aligned}$$

由拓扑分析  $z_{D_3} = z_{E_3} + l_6$ , 可解得  $\alpha$  为

$$\alpha = \arcsin \frac{m \sqrt{l_2^2 - (y_{A_2} + 2l_5 - y_{A_1})^2}}{l_4} \quad (11)$$

对于姿态角  $\beta$ , 结合点  $E_1, F_1, F_3$  在  $xOy$  面内的坐标, 可得方程组

$$\begin{cases} b \sin\beta + l_7 \sin\gamma = 2a \\ y_{A_3} - l_4 \cos\alpha - b \cos\beta = y_{A_2} + 2l_5 - l_7 \cos\gamma \end{cases} \quad (12)$$

解得  $\beta = 2 \arctan \frac{A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B + C} \quad (13)$

其中  $A = 4ab$      $B = -2ub$

$$C = 4a^2 + b^2 + u^2 - l_7^2$$

$$u = y_{A_2} + 2l_5 - y_{A_3} + l_4 \cos\alpha$$

至此, 动平台 1 上点  $O'$  坐标  $(x, y, z)$  及姿态角  $\beta$  已全部解出, 且有

$$\begin{cases} y = f_1(y_{A_3}) \\ z = f_2(y_{A_1}, y_{A_2}) \\ \beta = f_3(y_{A_1}, y_{A_2}, y_{A_3}) \end{cases} \quad (14)$$

由式(14)可知, 该机构不仅有符号式位置正解, 而且具有部分运动解耦性, 即输出端点  $O'$  的  $y$  值仅由输入量  $y_{A_3}$  决定,  $z$  值仅由  $y_{A_1}, y_{A_2}$  决定,  $\beta$  由  $y_{A_1}, y_{A_2}, y_{A_3}$  共同确定。

## 2.2 位置逆解

机构位置逆解为: 已知动平台 1 上点  $O'$  坐标  $(x, y, z)$  及姿态角  $\beta$ , 求静平台上 3 个点  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 移动位置  $y_{A_1}, y_{A_2}, y_{A_3}$ 。

由式(10)可求得

$$y_{A_3} = y + l_4 \cos\alpha + l_5 \quad (15)$$

由式(12)可求得

$$y_{A_2} = y_{A_3} - l_4 \cos\alpha - b \cos\beta - 2l_5 + l_7 \cos\gamma \quad (16)$$

$$l_4 \cos\alpha = \sqrt{l_4^2 - (z - l_6 - l_1)^2}$$

$$\gamma = \arcsin \frac{2a - b \sin\beta}{l_7}$$

由式(9)可求得

$$y_{A_1} = y_{A_2} + 2l_5 - m \sqrt{l_2^2 - (z - l_6 - l_1)^2} \quad m = \pm 1 \quad (17)$$

至此, 机构位置逆解  $y_{A_1}, y_{A_2}, y_{A_3}$  已解出。

## 2.3 正逆解数值验算

设机构尺寸参数为:  $a = 60 \text{ mm}$ ,  $b = 100 \text{ mm}$ ,  $l_1 = 20 \text{ mm}$ ,  $l_2 = l_3 = l_4 = 50 \text{ mm}$ ,  $l_5 = 37.5 \text{ mm}$ ,  $l_6 = 20 \text{ mm}$ ,  $l_7 = 60 \text{ mm}$ 。

根据上述尺寸参数, 从该并联机构 3D 模型中测量得 3 个驱动副  $P_1, P_2, P_3$  的输入值分别为  $y_{A_1} = 26.84 \text{ mm}$ ,  $y_{A_2} = -67.84 \text{ mm}$ ,  $y_{A_3} = 56.75 \text{ mm}$ , 将此代入正解式(14), 利用 Matlab 软件编程, 得到 4 组位置实数正解, 如下: ①  $y = -0.4300 \text{ mm}$ ,  $z = 85.9641 \text{ mm}$ ,  $\beta = 0.8255 \text{ rad}$ 。②  $y = -0.4300 \text{ mm}$ ,  $z = -5.9641 \text{ mm}$ ,  $\beta = 0.8255 \text{ rad}$ 。③  $y = -0.4300 \text{ mm}$ ,  $z = -5.9641 \text{ mm}$ ,  $\beta = 1.8275 \text{ rad}$ 。④  $y = -0.4300 \text{ mm}$ ,  $z = 85.9641 \text{ mm}$ ,  $\beta = 1.8275 \text{ rad}$ 。

由 Solidworks 三维模型知, 第①组数据符合实际构型, 故将第①组正解代入式(15)~(17), 得到 2 组反解输入值为: ①  $y_{A_1} = 26.8398 \text{ mm}$ ,  $y_{A_2} = -67.8401 \text{ mm}$ ,  $y_{A_3} = 56.7500 \text{ mm}$ 。②  $y_{A_1} = -12.5201 \text{ mm}$ ,  $y_{A_2} = -67.8401 \text{ mm}$ ,  $y_{A_3} = 56.7500 \text{ mm}$ 。

易知, 第①组反解结果与 3 个输入测量值一致。进一步, 设 3 个驱动副运动规律分别为  $y_{A_1} = 30 \sin t$ ,  $y_{A_2} = 20 \sin t$ ,  $y_{A_3} = 30 \sin 2t$ , 得到该机构动平台基点  $O'$

在时间  $t = 10$  s 内,  $y, z$  向位移理论与仿真值曲线一致, 如图 3a 所示; 以及姿态角  $\beta$  的理论与仿真曲线一致, 如图 3b 所示, 因此, 验证了正解公式和反解公式的正确性。

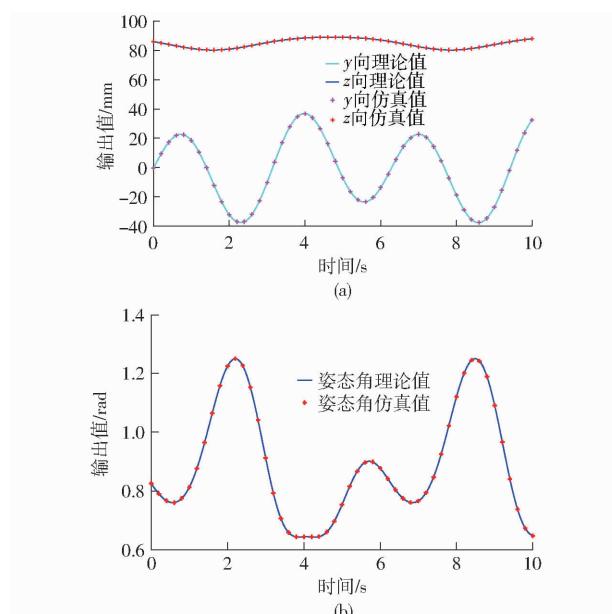


图 3 机构动平台位姿  $y, z, \beta$  的对比

Fig. 3 Comparison of postures  $y, z$  and  $\beta$  of moving platform of mechanism

## 2.4 速度、加速度

设机构基点输出速度  $\dot{X} = \dot{\nu} = [\dot{y} \quad \dot{z} \quad \dot{\beta}]^T$ , 驱动副输入速度  $\dot{\rho} = [\dot{y}_{A_1} \quad \dot{y}_{A_2} \quad \dot{y}_{A_3}]^T$ , 则对杆长约束条件  $l_{B_1C_1} = l_2$ , 式(10)、(12)的位置方程全微分后可表示为

$$\mathbf{J}_o \dot{\nu} = -\mathbf{J}_i \dot{\rho} \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{J}_o = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \quad \mathbf{J}_i = -\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix}$$

$$f_{11} = 0 \quad f_{12} = 2(z - l_6 - l_1) \quad f_{13} = 0$$

$$f_{21} = 2(y - y_{A_2} - b \cos \beta - l_5) \quad f_{22} = 0$$

$$f_{23} = 2b \cos \beta (b \sin \beta - 2a) - 2b \sin \beta (y_{A_2} - y + b \cos \beta + l_5)$$

$$f_{31} = -1 \quad f_{32} = \frac{z - l_6 - l_1}{\sqrt{l_4^2 - (z - l_6 - l_1)^2}} \quad f_{33} = 0$$

$$g_{11} = 2(y_{A_1} - y_{A_2} - 2l_5) \quad g_{12} = 2(y_{A_2} - y_{A_1} + 2l_5) \\ g_{13} = 0 \quad g_{21} = 0$$

$$g_{22} = 2(y_{A_2} - y + b \cos \beta + l_5) \quad g_{23} = 0$$

$$g_{31} = 0 \quad g_{32} = 0 \quad g_{33} = 1$$

机构非奇异时,  $\mathbf{J}_o$  可逆, 由式(18)可得

$$\nu = -\mathbf{J}_o^{-1} \mathbf{J}_i \dot{\rho} = \mathbf{J} \dot{\rho} \quad (19)$$

对式(19)中时间  $t$  求导可得

$$\dot{\nu} = -\mathbf{J}_o^{-1} \mathbf{J}_i \ddot{\rho} - \mathbf{J}_o^{-1} \mathbf{K} \quad (20)$$

$$\text{其中 } K_1 = \frac{df_{11}}{dt} \frac{dy}{dt} + \frac{df_{12}}{dt} \frac{dz}{dt} + \frac{df_{13}}{dt} \frac{d\beta}{dt} +$$

$$\frac{dg_{11}}{dt} \frac{dy_{A_1}}{dt} + \frac{dg_{12}}{dt} \frac{dy_{A_2}}{dt} + \frac{dg_{13}}{dt} \frac{dy_{A_3}}{dt} +$$

$$K_2 = \frac{df_{21}}{dt} \frac{dy}{dt} + \frac{df_{22}}{dt} \frac{dz}{dt} + \frac{df_{23}}{dt} \frac{d\beta}{dt} + \frac{dg_{21}}{dt} \frac{dy_{A_1}}{dt} +$$

$$\frac{dg_{22}}{dt} \frac{dy_{A_2}}{dt} + \frac{dg_{23}}{dt} \frac{dy_{A_3}}{dt}$$

$$K_3 = \frac{df_{31}}{dt} \frac{dy}{dt} + \frac{df_{32}}{dt} \frac{dz}{dt} + \frac{df_{33}}{dt} \frac{d\beta}{dt} + \frac{dg_{31}}{dt} \frac{dy_{A_1}}{dt} +$$

$$\frac{dg_{32}}{dt} \frac{dy_{A_2}}{dt} + \frac{dg_{33}}{dt} \frac{dy_{A_3}}{dt}$$

利用 Matlab 软件对式(19)、(20)编程, 以及 ADAMS 软件生成虚拟样机, 可得到动平台基点速度、加速度(略), 已验证一致。其中, 驱动副运动规律同 2.3 节。

## 3 奇异性和工作空间

### 3.1 奇异性

根据矩阵  $\mathbf{J}_o$  和  $\mathbf{J}_i$  是否奇异, 将机构奇异分为 3 种类型: 当  $\det(\mathbf{J}_i) = 0$  时, 机构发生输入奇异; 当  $\det(\mathbf{J}_o) = 0$  时, 机构发生输出奇异; 当  $\det(\mathbf{J}_o) = \det(\mathbf{J}_i) = 0$  时, 机构发生综合奇异。

#### (1) 输入奇异

当  $\det(\mathbf{J}_i) = 0$  时, 机构发生输入奇异, 因为  $\mathbf{J}_i$  为上三角矩阵, 故有 2 种情况:

$$\textcircled{1} g_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial y_{A_1}} = 2(y_{A_1} - y_{A_2} - 75) = 0, \text{ 即点 } A_1 \text{ 与 } A_2$$

的  $y = 75.0$  mm, 如图 4a 所示。

$$\textcircled{2} g_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial y_{A_2}} = 2(y_{A_2} - y + 100 \cos \beta + 37.5) = 0, \text{ 即}$$

点  $F_1$  与  $A_2$  的  $y = 37.5$  mm, 如图 4b 所示。

当机构发生输入奇异时, 意味着每条支链靠近驱动副杆的被动杆与驱动杆, 这两杆处于共线或平行状态, 此时, 动平台自由度数减少, 运动失控。

#### (2) 输出奇异

当  $\det(\mathbf{J}_o) = 0$  时, 机构发生输出奇异, 根据  $\mathbf{J}_o$  矩阵特性, 有 2 种情况:

$$\textcircled{1} f_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial z} = 2(z - 40) = 0, \text{ 即基点的 } z = 40 \text{ mm}.$$

$$\textcircled{2} f_{23} = \frac{\partial f_2}{\beta} = 0, \text{ 即姿态角满足 } \beta =$$

$\arctan \frac{2a}{y - y_{A_2} - l_5}$  时, 机构发生输出奇异。

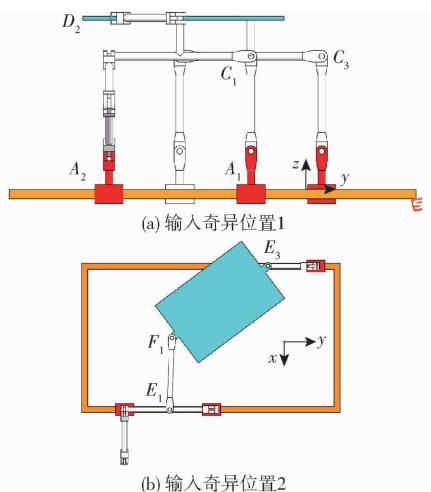


图 4 输入奇异位置

Fig. 4 Input singular position

## (3) 综合奇异

当  $\det(\mathbf{J}_o) = \det(\mathbf{J}_i) = 0$  时, 机构发生综合奇异, 即  $f_{12} = g_{22} = 0$ , 此时, 基点  $z = 40.0 \text{ mm}$  且  $F_1$  与点  $A_2$  的  $y = 37.5 \text{ mm}$ 。

## 3.2 工作空间

利用位置正解求解机构的可达工作空间的方法, 具有计算量少、边界准确等优点<sup>[14]</sup>, 其步骤是: 先预设驱动副输入范围, 取:  $-50 \text{ mm} \leq y_{A_1} \leq 80 \text{ mm}$ ,  $-100 \text{ mm} \leq y_{A_2} \leq 10 \text{ mm}$ ,  $0 \leq y_{A_3} \leq 100 \text{ mm}$ ; 再通过 Matlab 编程求解满足所有约束条件的点, 并将这些点绘成三维图, 即为动平台质心处工作空间, 如图 5a 所示。进一步, 分别选取  $x = -60 \text{ mm}$ 、 $y = 80 \text{ mm}$ 、 $z = 50 \text{ mm}$ , 得到 3 个截面图如图 5b~5d, 表明: ①该机构具有连续、规则的工作空间。②在设定驱动副输入范围下, 工作空间  $x$  轴方向范围为  $[-110 \text{ mm}, -10 \text{ mm}]$ ,  $y$  轴方向范围为

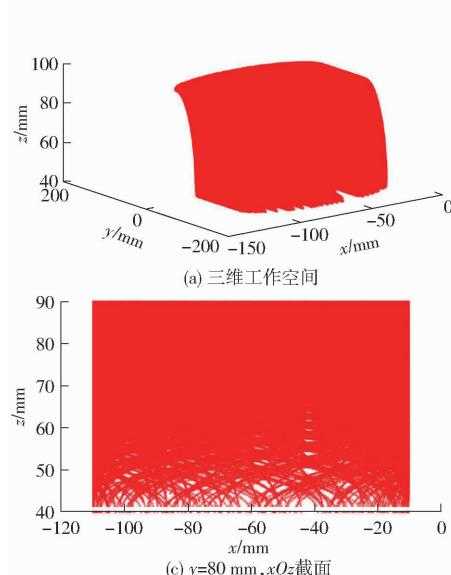


图 5 机构工作空间

Fig. 5 Mechanism workspaces

$[-140 \text{ mm}, 60 \text{ mm}]$ ,  $z$  轴方向范围为  $[40 \text{ mm}, 90 \text{ mm}]$ 。

## 4 机构动力学

## 4.1 各构件速度和加速度

动平台 1 质心速度和加速度为

$$\begin{cases} V_{E_3 F_1} = \frac{1}{2}(V_{E_3} + V_{F_1}) \\ a_{E_3 F_1} = \frac{1}{2}(a_{E_3} + a_{F_1}) \end{cases} \quad (21)$$

动平台角速度和角加速度为

$$\begin{cases} \omega_{E_3 F_1} = \frac{\tilde{C}_{F_1 E_3} (V_{E_3} - V_{F_1})}{b} \\ \varepsilon_{E_3 F_1} = \frac{\tilde{C}_{F_1 E_3} (a_{E_3} - a_{F_1})}{b} \end{cases} \quad (22)$$

点  $E_3$  和点  $F_1$  速度和加速度可由速度、加速度合成定理逐步求得。

机构中其余构件速度和加速度与上述类似, 在此从略。

## 4.2 机构动力学建模

## 4.2.1 动力学建模方法

基于虚功原理的序单开链法对自由度为  $f$ 、广义速度为  $\dot{\mathbf{q}}_{(f)} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_f)^T$  的机械系统, 基于单开链(SOC)的机构组成原理, 将其分解为若干个子运动链(SKC), 而每一个子运动链又可拓扑分解为若干个单开链 SOC( $\Delta_j^+$ )、SOC( $\Delta_j^0$ )、SOC( $\Delta_j^-$ ); 假定解除原系统若干个运动副的  $k$  个约束后, 解除的运动副支反力将转换为作用在新系统构件上的未知力。相应新系统增加的广义速度记作  $\dot{\mathbf{q}}_{(k)} = (\dot{q}_{(f+1)}, \dot{q}_{(f+2)}, \dots, \dot{q}_{(f+k)})^T$ 。

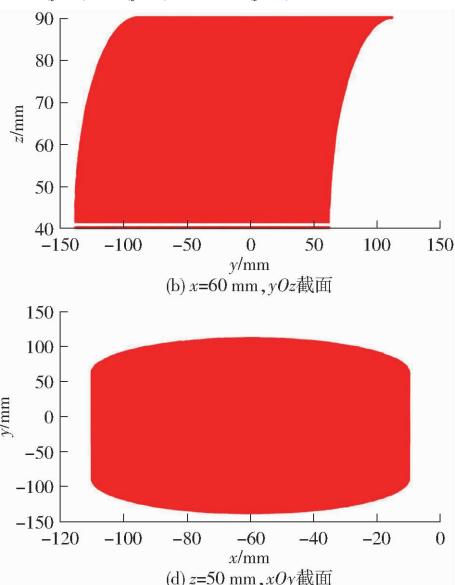


图 5 机构工作空间

Fig. 5 Mechanism workspaces

按照上述拓扑结构分解的逆序,对单开链进行动力学分析,由单开链之间的约束关系和虚功原理可知:在理想约束下,外力(矩)和惯性力(矩)在机械系统的任何虚位移上的元功之和等于零,即可建立各 SKC 的动力学分析方程。

#### 4.2.2 受力分析

该并联机构由 3 个零耦合度的 SKC 组成,其中 SKC<sub>3</sub> 为冗余支链,可分别在 SKC<sub>1</sub>、SKC<sub>2</sub> 内对各杆件进行受力分析,具体如下:

##### (1) SKC<sub>2</sub> 内各杆件受力分析

对移动滑块 A<sub>3</sub>B<sub>3</sub> 有

$$\boldsymbol{Q}_{A_3B_3} = \begin{bmatrix} F_{A_3B_3} \\ \boldsymbol{M}_{A_3B_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{A_3B_3} + m_{A_3B_3}g - m_{A_3B_3}a \\ \boldsymbol{K} \end{bmatrix}$$

其中  $\boldsymbol{K} = [0 \quad 0 \quad 0]^T$

式中  $m_{A_3B_3}$  —— 滑块 A<sub>3</sub>B<sub>3</sub> 质量

$f_{A_3B_3}$  —— 滑块 A<sub>3</sub>B<sub>3</sub> 上驱动力

对杆件 B<sub>3</sub>C<sub>3</sub> 有

$$\boldsymbol{Q}_{B_3C_3} = \begin{bmatrix} F_{B_3C_3} \\ \boldsymbol{M}_{B_3C_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{B_3C_3}g - m_{B_3C_3}a_{B_3C_3} \\ -\boldsymbol{I}_{B_3C_3}\boldsymbol{\varepsilon}_{C_3B_3} - \boldsymbol{\omega}_{C_3B_3} \times (\boldsymbol{I}_{B_3C_3}\boldsymbol{\omega}_{C_3B_3}) \end{bmatrix}$$

式中  $m_{B_3C_3}$  —— 滑块 B<sub>3</sub>C<sub>3</sub> 质量

$\boldsymbol{I}_{B_3C_3}$  —— 杆 B<sub>3</sub>C<sub>3</sub> 相对于 Oxyz 坐标系的惯量矩阵

取动平台的质心为点 p, 则

$$\boldsymbol{Q}_p = \begin{bmatrix} F_p \\ \boldsymbol{M}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_p + m_p g - m_p a \\ \tau_p - \boldsymbol{I}_p \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{I}_p \boldsymbol{\omega}_1) \end{bmatrix}$$

式中  $f_p$ 、 $\tau_p$  —— 所受的外力和外力矩

$m_p$  —— 动平台质量  $g$  —— 重力加速度

$\boldsymbol{\omega}_1$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}_1$  —— 动平台角速度和角加速度

$\boldsymbol{I}_p$  —— 动平台相对于坐标系 Oxyz 的惯量矩阵

对杆件 E<sub>1</sub>F<sub>1</sub> 有

$$\boldsymbol{Q}_{E_1F_1} = \begin{bmatrix} F_{E_1F_1} \\ \boldsymbol{M}_{E_1F_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{E_1F_1}g - m_{E_1F_1}a_{E_1F_1} \\ -\boldsymbol{I}_{E_1F_1}\boldsymbol{\varepsilon}_{F_1E_1} - \boldsymbol{\omega}_{F_1E_1} \times (\boldsymbol{I}_{E_1F_1}\boldsymbol{\omega}_{F_1E_1}) \end{bmatrix}$$

式中  $m_{E_1F_1}$  —— 滑块 E<sub>1</sub>F<sub>1</sub> 质量

$\boldsymbol{I}_{E_1F_1}$  —— 杆 E<sub>1</sub>F<sub>1</sub> 相对于 Oxyz 坐标系惯量矩阵

##### (2) SKC<sub>1</sub> 内各杆件受力分析

由于杆件 D<sub>2</sub>D<sub>1</sub>、D<sub>1</sub>C<sub>1</sub>、D<sub>1</sub>E<sub>1</sub> 均在 yOz 面内运动,且无转动,故将三者看作 1 根杆 D<sub>2</sub>C<sub>1</sub>, 可得

$$\boldsymbol{Q}_{D_2C_1} = \begin{bmatrix} F_{D_2C_1} \\ \boldsymbol{M}_{D_2C_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{D_2C_1}g - m_{D_2C_1}a \\ \boldsymbol{K} \end{bmatrix}$$

对杆件 B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> 有

$$\boldsymbol{Q}_{B_1C_1} = \begin{bmatrix} F_{B_1C_1} \\ \boldsymbol{M}_{B_1C_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{B_1C_1}g - m_{B_1C_1}a \\ -\boldsymbol{I}_{B_1C_1}\boldsymbol{\varepsilon}_{B_1C_1} - \boldsymbol{\omega}_{C_1B_1} \times (\boldsymbol{I}_{B_1C_1}\boldsymbol{\omega}_{C_1B_1}) \end{bmatrix}$$

式中  $m_{B_1C_1}$  —— 滑块 B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> 质量

$\boldsymbol{I}_{B_1C_1}$  —— 杆 B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> 相对于 Oxyz 坐标系的惯量矩阵

对杆件 B<sub>2</sub>C<sub>2</sub> 有

$$\boldsymbol{Q}_{B_2C_2} = \begin{bmatrix} F_{B_2C_2} \\ \boldsymbol{M}_{B_2C_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{B_2C_2}g - m_{B_2C_2}a_{B_2C_2} \\ -\boldsymbol{I}_{B_2C_2}\boldsymbol{\varepsilon}_{B_2C_2} - \boldsymbol{\omega}_{C_2B_2} \times (\boldsymbol{I}_{B_2C_2}\boldsymbol{\omega}_{C_2B_2}) \end{bmatrix}$$

式中  $m_{B_2C_2}$  —— 滑块 B<sub>2</sub>C<sub>2</sub> 质量

$\boldsymbol{I}_{B_2C_2}$  —— 杆 B<sub>2</sub>C<sub>2</sub> 相对于 Oxyz 坐标系的惯量矩阵

对杆件 C<sub>2</sub>D<sub>2</sub> 有

$$\boldsymbol{Q}_{C_2D_2} = \begin{bmatrix} F_{C_2D_2} \\ \boldsymbol{M}_{C_2D_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{C_2D_2}g - m_{C_2D_2}a_{C_2D_2} \\ -\boldsymbol{I}_{C_2D_2}\boldsymbol{\varepsilon}_{C_2D_2} - \boldsymbol{\omega}_{D_2C_2} \times (\boldsymbol{I}_{C_2D_2}\boldsymbol{\omega}_{D_2C_2}) \end{bmatrix}$$

式中  $m_{C_2D_2}$  —— 滑块 C<sub>2</sub>D<sub>2</sub> 质量

$\boldsymbol{I}_{C_2D_2}$  —— 杆 C<sub>2</sub>D<sub>2</sub> 相对于 Oxyz 坐标系的惯量矩阵

对驱动滑块 A<sub>i</sub>B<sub>i</sub> ( $i=1,2$ ) 有

$$\boldsymbol{Q}_{A_iB_i} = \begin{bmatrix} F_{A_iB_i} \\ \boldsymbol{M}_{A_iB_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{A_iB_i} + m_{A_iB_i}g - m_{A_iB_i}a_{A_i} \\ \boldsymbol{K} \end{bmatrix}$$

式中  $m_{A_iB_i}$  —— 滑块 A<sub>i</sub>B<sub>i</sub> 质量

$f_{A_iB_i}$  —— 滑块 A<sub>i</sub>B<sub>i</sub> 上驱动力

#### 4.2.3 动力学方程建立

解除运动副 R<sub>13</sub> (点 E) 的约束, 得到 SKC<sub>1</sub>、SKC<sub>2</sub> 两个子系统, 则支反力  $F_E$  转换为作用在该两个子系统构件上的未知外力。基于虚功原理的序单开链法, 分别在两个子系统中建立动力学方程。

SKC<sub>2</sub> 动力学方程为

$$\begin{aligned} & [\delta X_{A_3B_3} \quad 0] \boldsymbol{Q}_{A_3B_3} + [\delta X_{B_3C_3} \quad \delta \theta_{B_3C_3}] \boldsymbol{Q}_{B_3C_3} + \\ & [\delta X_{C_4C_3} \quad 0] \boldsymbol{Q}_{C_4C_3} + [\delta X_p \quad \delta \theta_p] \boldsymbol{Q}_p + \\ & [\delta X_{E_1F_1} \quad \delta \theta_{E_1F_1}] \boldsymbol{Q}_{E_1F_1} + [\delta X_{D_2C_1} \quad 0] [F_E \quad 0]^T = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

SKC<sub>1</sub> 动力学方程为

$$\begin{aligned} & [\delta X_{B_1C_1} \quad \delta \theta_{B_1C_1}] \boldsymbol{Q}_{B_1C_1} + [\delta X_{B_2C_2} \quad \delta \theta_{B_2C_2}] \boldsymbol{Q}_{B_2C_2} + \\ & [\delta X_{C_2D_2} \quad \delta \theta_{C_2D_2}] \boldsymbol{Q}_{C_2D_2} + [\delta X_{D_2C_1} \quad \delta \theta_{D_2C_1}] [F_E \quad 0]^T = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$\delta X_{A_iB_i} = \boldsymbol{J}_{vA_iB_i} \delta q \quad (i=1,2,3)$$

$$\boldsymbol{J}_{vA_1B_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{J}_{vA_2B_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{J}_{vA_3B_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta X_{B_iC_i} = \boldsymbol{J}_{vB_iC_i} \delta q \quad (i=1,2,3)$$

$$\delta \theta_{B_iC_i} = \boldsymbol{J}_{\omega C_iB_i} \delta q \quad \delta X_{C_2D_2} = \boldsymbol{J}_{vC_2D_2} \delta q$$

$$\begin{aligned}\delta\theta_{C_2D_2} &= J_{\omega D_2 C_2} \delta q & \delta X_{D_2 C_1} &= J_{v D_2 C_1} \delta q \\ \delta X_{C_4 C_3} &= J_{v C_4 C_3} \delta q & \delta X_{E_1 F_1} &= J_{v E_1 F_1} \delta q \\ \delta\theta_{E_1 F_1} &= J_{\omega F_1 E_1} \delta q & \delta X_p &= J_{v p} \delta q & \delta\theta_p &= J_{\omega p} \delta q\end{aligned}$$

式中  $F_E$ ——支反力

### 4.3 驱动力计算实例

#### 4.3.1 杆件参数

设机构中各杆件质量分别为  $m_{A_i B_i} = 1.5175 \text{ kg}$ ,  $m_{B_1 C_1} = 0.8253 \text{ kg}$ ,  $m_{B_2 C_2} = 0.8253 \text{ kg}$ ,  $m_{C_2 D_2} = 0.9735 \text{ kg}$ ,  $m_{D_2 C_1} = 1.3545 \text{ kg}$ ,  $m_{B_3 C_3} = 0.8253 \text{ kg}$ ,  $m_{C_3 D_3} = 1.5193 \text{ kg}$ ,  $m_{E_1 F_1} = 1.0992 \text{ kg}$ ,  $m_{E_3 F_1} = 10.9483 \text{ kg}$ (含动平台自重以及外加 5 kg 负载)。杆件转动惯量如表 1 所示。

表 1 各杆件转动惯量参数

Tab. 1 Moment of inertia parameters of each member

杆件	$\text{kg} \cdot \text{mm}^2$		
	$I_{xx}$	$I_{yy}$	$I_{zz}$
动平台 1	99 082.92	92 450.21	29 706.68
杆件 $B_1 C_1$	1 969.57	4 670.40	3 243.73
杆件 $B_2 C_2$	4 662.25	6 601.34	9 537.78
杆件 $C_2 D_2$	7 434.17	9 756.64	11 288.40
杆件 $B_3 C_3$	3 547.37	4 670.40	4 821.53
杆件 $E_1 F_1$	10 995.46	9 902.01	4 620.39

#### 4.3.2 驱动力求解

使用上述参数,利用 Matlab 对上述动力方程进行编程,驱动副输入规律同 2.3 节,可得到驱动力理论曲线,如图 6a 所示。

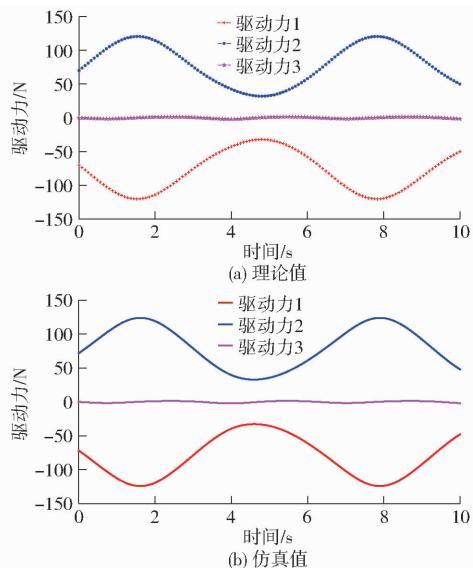


图 6 驱动力曲线

Fig. 6 Driving force curves

同样,对 ADAMS 建立的虚拟样机进行仿真,可得到驱动副驱动力的仿真曲线如图 6b 所示。可拟合近似得到驱动力随时间变化的函数为

$$F_1(t) = 79.33\sin(0.14t - 2.24) + 49.13\sin(0.96t - 2.97)$$

$$F_2(t) = 79.47\sin(0.14t + 0.90) + 49\sin(0.96t + 0.17)$$

$$F_3(t) = 1.66\sin(2.01t - 3.17) + 0.18\sin(3.02t - 1.78)$$

经比较发现:3 个驱动力理论值和仿真值吻合,误差在 1.6% 左右,因此,认为动力学模型正确。

由图 6 可知,3 个滑块所需最大驱动力分别为 124.0567、123.9、1.5 N,为驱动电机选择奠定了技术基础。

解除点  $E$  的约束后,支反力  $F_E$  转换为未知外力,根据式(23)、(24)可得到点  $E$  处  $z$  向支反力理论值与仿真值曲线,如图 7 所示。

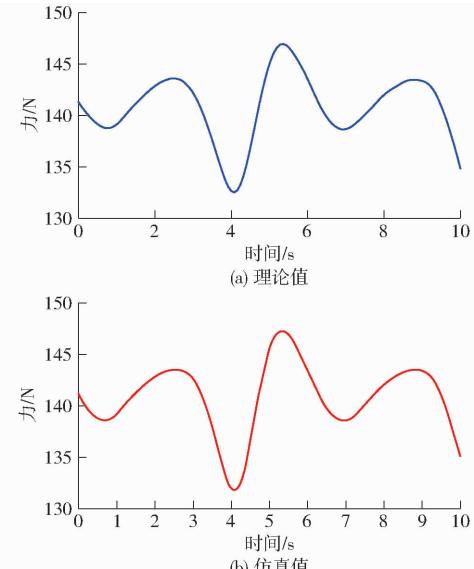


图 7 支反力曲线

Fig. 7 Support reaction force curves

对比点  $E$  处  $z$  方向支反力理论值和仿真值可知,两者误差为 2.2% 左右,较为合理。

### 5 机构应用概念设计

军事训练需用射击靶,固定靶存在的缺点是:①位置和姿态恒定,不能充分展示射击者应对不同目标的能力。②限制射击者对目标追踪和命中能力的锻炼。因本文设计的 2T1R 机构可同时变化位置和姿态,适应射击靶训练要求机构运动准确、所需位置和姿态的快速变化需求,而对所承受负载以及机构自身刚度要求不大。因此,满足军事远程训练的射击活动靶的需求,其概念设计如下:

2 根平行导轨固定在远处(野外或室内的支撑壁上),靶标固定放置在动平台上,该机构整体在 3 个驱动副运动下成为活动靶,士兵在一定距离外进行远程打靶。

该活动靶具有的优势为:①可在导轨方向长距离移动,适用于多组人员在不同的地点进行训练,以提高训练的人数与效率,降低训练成本。②可提供靠近或远离方向的移动,以及姿态角的变化,可提高官兵

射击的训练难度、分等级训练,以及训练的实效。

图8展示了正视角下该活动靶在2个平行导轨上的任意3个位置,红色虚线为机构被人形靶遮住部分,红色为该装置组成部分,蓝色箭头注明了正视角下靶牌运动变化,包括:沿导轨左右方向移动(a);沿垂直于导轨的靠近或远离方向移动(b);机

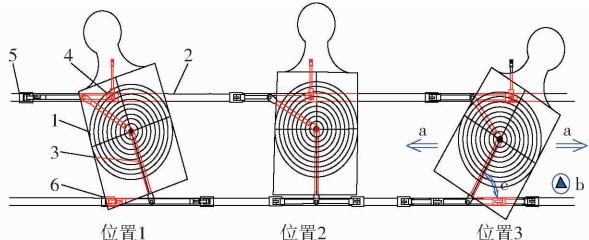


图8 机构应用与概念设计

Fig. 8 Mechanism application and conceptual design

1.人形靶 2.静平台 0 3.动平台 1 4.驱动滑块 1 5.驱动滑块 2 6.驱动滑块 3

构动平台姿态角变化运动(c)。

## 6 结论

(1)该机构设计与制造方便、刚度好;耦合度为零,具有符号式位置正解,以及部分运动解耦性,这些特性有利于机构实时控制和运动轨迹规划。

(2)基于拓扑特征的运动学建模方法,得到了该机构速度、加速度,分析了其奇异性及工作空间等特性。

(3)基于虚功原理的序单开链法,建立动力学模型,得到3个驱动副所需的驱动力,及其2个SKC连接处的支反力,并利用ADAMS仿真,验证了该动力学模型的正确性。

(4)提出了该机构用于军事远程训练射击活动靶的概念设计场景,对提高射击训练方式和实效具有启发意义。

## 参 考 文 献

- [1] 刘伟,曹亚斌.转轴轴线可变的2T1R并联机构运动模式分析[J].包装工程,2020,41(13):192-196.  
LIU Wei, CAO Yabin. Motion mode of 2T1R parallel mechanism with a variable rotation axis [J]. Packaging Engineering, 2020, 41 (13): 192 - 196. (in Chinese)
- [2] WANG Dongbao, ZHANG Jing, GUO Hongwei, et al. Design of a 2T1R-type parallel mechanism: performance analysis and size optimization[J]. Actuators, 2022, 11(9):262.
- [3] 杜中秋,沈惠平,李菊,等.一种位置正解符号化且运动部分解耦的新型2T1R并联机构动力学分析[J].机电工程,2023,40(8):1231-1239.  
DU Zhongqiu, SHEN Huiping, LI Ju, et al. Dynamics analysis of a new 2T1R parallel mechanism with symbolic position solutions and partially motion decoupled[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2023, 40 (8): 1231 - 1239. (in Chinese)
- [4] YAN Y, LUO F Y, SHI X Z, et al. Structure synthesis of two-translation and two-rotation parallel mechanisms based on the POC-based approach[J]. Applied Mechanics and Materials, 2011, 1229 (52 - 54): 759 - 767.
- [5] 王世杰,冯伟,李铁军,等.空间2自由度冗余驱动并联机构运动学性能分析[J].机械工程学报,2022,58(23):18-27.  
WANG Shijie, FENG Wei, LI Tiejun, et al. Kinematic performance analysis of spatial 2 - DOF redundantly actuated parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58 (23): 18 - 27. (in Chinese)
- [6] 冯建彬,李铁军,杨冬,等.冗余驱动并联机构的驱动力协调性优化控制方法[J].制造业自动化,2022,44(10):79-83.
- [7] 姜丙山.面向特定任务需求的冗余驱动并联机构构型设计与控制方法研究[D].北京:北京交通大学,2022.  
JIANG BingShan. Research on structural design and control method of redundant actuated parallel mechanism for task - specific requirements[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2022. (in Chinese)
- [8] 王耀军.一类冗余驱动少自由度并联机构的动力学建模与控制[D].杭州:浙江理工大学,2021.  
WANG Yaojun. Dynamics modeling and control of a class of redundantly-actuated parallel mechanisms [D]. Hangzhou: Zhejiang Sci-tech University, 2021. (in Chinese)
- [9] 叶伟,胡利焕,夏董新,等.冗余驱动的三平动并联机构性能分析与优化[J].农业机械学报,2021,52(11):421-430.  
YE Wei, HU Lihuan, XIA Dongxin, et al. Performance analysis and optimization of redundantly actuated three translational parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(11):421 - 430. (in Chinese)
- [10] 王新智.基于冗余结构的并联抓取机器人的设计与分析[D].北京:北京交通大学,2022.  
WANG Xinzhi. Design and analysis of parallel manipulator based on redundant structure [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2022. (in Chinese)
- [11] WU Zhen, CHEN Qiaohong, YE Wei. Modeling and performance analysis of elastostatic stiffness of kinematically redundant parallel mechanisms[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2024, 238(1):123 - 137.
- [12] 杨廷力.机械系统基本理论-结构学、运动学、动力学[M].北京:机械工业出版社,1996.
- [13] 邓嘉鸣,许可,赵迎春,等.无寄生运动非对称空间2T1R并联机构设计与运动学分析[J].农业机械学报,2018,49(6):408-417.  
DENG Jiaming, XU Ke, ZHAO Yingchun, et al. Design and kinematics analysis of asymmetric 2T1R-type spatial parallel mechanism without parasitic motion [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2018, 49 (6): 408 - 417. (in Chinese)

- [14] 余顺年,马履中.两平移一转动并联机构位置及工作空间分析[J].农业机械学报,2005,36(8):103-106.  
YU Shunnnian, MA Lüzhong. Position and workspace analysis of parallel mechanism with two translational and one rotational degree of freedom[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2005, 36(8):103-106. (in Chinese)
- [15] 林浩,石志新,罗玉峰,等.可用于铺盘调节的 2T1R 并联机构的综合与运动学分析[J].机械传动,2022,46(5):48-52,99.  
LIN Hao, SHI Zhixin, LUO Yufeng, et al. Synthesis and kinematics analysis of a 2T1R parallel mechanism that can be used for spreading tray adjustment[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022,46(5):48-52,99. (in Chinese)
- [16] 覃才友,黄娟,李小汝.一种新型闭环支链冗余并联机构[J].机械传动,2019,43(7):84-90.  
QIN Caiyou, HUANG Juan, LI Xiaoru. A new type of closed-loop limb redundant parallel mechanism [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2019,43(7):84-90. (in Chinese)
- [17] TIAN Haibo, WANG Chengyu, MA Hongwei, et al. Kinematic analysis and workspace investigation of novel 3-RPS/(H) metamorphic parallel mechanism[J]. Journal of Mechanisms and Robotics,2011,59(2):1-19.
- [18] 沈惠平,朱晨阳,李菊,等.零耦合度部分运动解耦 2T1R 并联机构拓扑与性能研究[J].农业机械学报,2023,54(2):419-429,440.  
SHEN Huiping, ZHU Chenyang, LI Ju, et al. Topology and performance analysis of 2T1R parallel mechanism with zero coupling degree and motion decoupling[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(2): 419-429,440. (in Chinese)
- [19] LI Bing, CHEN Yuan, DENG Zongquan, et al. Conceptual design and analysis of the 2T1R mechanism for a cooking robot [J]. Robotics and Autonomous Systems,2011,59(2):74-83.
- [20] 沈惠平,朱忠硕,孟庆梅,等.零耦合度空间 2T1R 并联机构运动学与刚度建模分析[J].农业机械学报,2020,51(10):411-420.  
SHEN Huiping, ZHU Zhongqi, MENG Qingmei, et al. Kinematics and stiffness modeling analysis of spatial 2T1R parallel mechanism with zero coupling degree[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(10): 411-420. (in Chinese)
- [21] 邹建星,罗玉峰,石志新,等.一种新型 2T1R 并联机构的位置与工作能力分析[J].机械设计与研究,2020,36(3):19-22,29.  
ZOU Jianxing, LUO Yufeng, SHI Zhixin, et al. Analysis of workspace and rotational capacity of 2-translational and 1-rotation parallel mechanism[J]. Machine Design and Research, 2020,36(3):19-22,29. (in Chinese)
- [22] 李永泉,郭雨,张阳,等.基于牛顿欧拉法的一种空间被动过约束并联机构动力学建模方法[J].机械工程学报,2020,56(11):48-57.  
LI Yongquan, GUO Yu, ZHANG Yang, et al. Dynamic modeling method of spatial passive over-constrained parallel mechanism based on Newton Euler method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020,56(11):48-57. (in Chinese)
- [23] 高洪,赵韩.6-3-3 并联机构逆动力学分析与仿真[J].农业机械学报,2007,38(9):130-133,111.  
GAO Hong, ZHAO Han. Inverse dynamic analysis and simulation of 6-3-3 parallel mechanism with six-degree-of-freedom [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007,38(9):130-133,111. (in Chinese)
- [24] 杨廷力,沈惠平,刘安心,等.机器人机构拓扑结构设计[M].北京:科学出版社,2012.
- [25] 沈惠平.机器人机构拓扑特征运动学[M].北京:高等教育出版社,2021.

(上接第 423 页)

- [19] 翟敬梅,康博,唐会华.工业机器人轨迹跟踪的自适应模糊变结构算法[J].华南理工大学学报(自然科学版),2012,40(12):12-16.  
Zhai Jingmei, KANG Bo, TANG Huihua. Adaptive fuzzy variable structure control algorithm for trajectory tracking of industrial robots[J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition), 2012,40(12):12-16. (in Chinese)
- [20] 胡圣鑫.星载 SAR 天线 6-PSS 调整机构研究[D].西安:西安电子科技大学,2020;31-36.  
HU Shengxin. On the 6-PSS parallel adjusting mechanism for space-borne SAR antenna[D]. Xi'an: Xidian University, 2020;31-36. (in Chinese)
- [21] DONG W, DU Z, SUN L. Stiffness influence atlases of a novel flexure hinge-based parallel mechanism with large workspace [C]//2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2005: 856-861.
- [22] WANG D, WU J, WANG L, et al. A postprocessing strategy of a 3-DOF parallel tool head based on velocity control and coarse interpolation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 65(8): 6333-6342.
- [23] 翟国栋,刘龙宇,蔡晨光,等.直线电机驱动六自由度并联机构动力学特性研究[J].农业机械学报,2022,53(11):450-458.  
Zhai Guodong, LIU Longyu, CAI Chenguang, et al. Dynamic characteristics of 6-DOF parallel mechanism driven by linear motor[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022,53(11):450-458. (in Chinese)
- [24] 康博.工业机器人轨迹跟踪控制算法研究[D].广州:华南理工大学,2013.  
KANG Bo. Research of trajectory tracking algorithms for industrial robot [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2013. (in Chinese)
- [25] 方翠.磁电式振动传感器恒流激励测量技术研究[D].杭州:中国计量大学,2020;69-72.  
FANG Cui. Research on constant current excitation measurement technology of magnetoelectric vibration sensor [D]. Hangzhou: China Jiliang University, 2020;69-72. (in Chinese)