

基于结构相似性的并联机构拓扑与尺寸同步设计方法

王 猛¹ 林文琦¹ 崔青春¹ 宋轶民² 孙 涛²

(1. 西北机电工程研究所, 咸阳 712099; 2. 天津大学机械工程学院, 天津 300350)

摘要: 随着并联机构从单一尺寸设计和拓扑设计向两者融合方向不断发展, 基于拓扑叠加-再惩罚和全变量正交设计-再拓扑的同步设计方法得到广泛应用, 但两者存在设计效率低等不足。为解决上述问题, 本文提出了一种基于结构相似性的并联机构拓扑与尺寸同步设计方法, 该方法拓扑优化时以相同质量保留此条件下尺寸参数小范围变化对拓扑结构微弱影响为切入点, 通过拓扑结构参数化缩放和刚度-质量元模型构建, 形成并联机构尺寸-拓扑同步高效设计流程。以典型 3-PRS 并联机构为例开展算例验证与对比分析, 结果表明, 相同质量条件下, 所提设计方法比尺寸设计方法得到的各向刚度更高, 即拓扑优化使 RS 连杆的材料分布更加合理。

关键词: 并联机构; 结构相似性; 尺寸设计; 拓扑优化; 同步设计

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2024)04-0431-09

OSID:



Topology and Dimension Synchronization Design Method for Parallel Mechanisms Based on Structural Similarity

WANG Meng¹ LIN Wenqi¹ CUI Qingchun¹ SONG Yimin² SUN Tao²

(1. Northwest Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Xianyang 712099, China

2. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract: Parallel mechanisms have the advantages of strong reconfigurability, excellent dynamic performance, and high accuracy, and have been widely used in aerospace and other fields. As an important branch of parallel mechanism research, design has significant value and development prospects, so many researchers have made great efforts and achieved many results in this area. However, with the continuous advancement of parallel mechanisms, from single-dimension and topology designs to their integration, synchronous design methods based on topology superposition and full-variable orthogonal design have undergone extensive research and application. Nonetheless, these methods exhibit notable drawbacks, such as low design efficiency. To address these concerns, a method for designing parallel mechanisms that synchronizes topology and dimension was presented based on structural similarity. The method used slight variations in dimensional parameters while maintaining the same mass retention ratio during topology optimization as the starting point. It then employed topology parameterization scaling and stiffness - mass metamodels construction to efficiently synchronize dimension and topology for parallel mechanisms. Using a typical 3-PRS parallel mechanism as an instance, numerical verification and a comparative analysis were conducted. The findings demonstrated that under the same mass conditions, the proposed design method obtained greater isotropic stiffness compared with traditional dimension design methods. In summary, topology optimization made the material distribution of RS links more reasonable. This research not only offered beneficial guidance for producing physical 3-PRS parallel mechanism prototypes, but also established a theoretical basis for designing other parallel mechanisms.

Key words: parallel mechanisms; structural similarity; dimension design; topology optimization; synchronization design

0 引言

并联机构设计是对部件的结构优化, 旨在提供

满足特定性能要求的最佳方案^[1]。结构优化可分为: 尺寸优化、形状优化与拓扑优化。尺寸优化是一个多目标、多参数、多约束的非线性规划问题^[2]。

采用较多的是考虑 2 个或 2 个以上设计目标相互作用的多目标优化^[3]。其大致可分为权重系数法、约束转换法和 Pareto 前沿法。

通过给每个优化目标赋予权重将多目标优化转化为单目标优化问题的方法称为权重系数法^[4-7]。权重系数法虽降低了设计维度,但将不同目标叠加在一起或对不同目标赋予权重时,没有考虑各目标量纲的可叠加性,且权重选择主要依据设计者个人偏好,具有较强主观性^[8]。

约束转换法将部分优化目标转为约束条件而仅对某一目标进行优化^[9-11]。约束转换法需要将部分优化目标转换为约束条件,而约束范围的设置将会直接影响优化目标的求解。此外,约束转换法和权重系数法的区别在于约束条件的设置和优化目标的转化,但两者都是对单一目标进行优化,所以两者本质并非多目标优化^[12]。

并联机构设计本是多参数耦合与非线性规划问题,所以应对多个目标进行同步优化,所求得的相对均衡解集,被称为 Pareto 前沿^[13]。文献[14]借助遗传算法对 Delta 并联机构的工作空间与刚度等性能进行了同步优化,并结合 Pareto 前沿选择最佳解集。文献[15-16]将整机线/角刚度或质量等指标作为约束条件,以整机瞬时变形能等性能指标为优化目标,对 T5 与 ParQuad 等多个并联机构进行了优化。可以看出,Pareto 前沿法有效考虑了各目标间相互关系,为多目标优化提供了最佳决策空间^[17]。

针对并联机构变负载条件优化问题,许多学者开展了大量工作^[18-22]。这些研究虽实现了并联机构零部件轻量化设计,但并未考虑并联机构运动过程中动态负载。为解决该问题,SRINIVAS 等^[23]提出了一种拓扑结构叠加优化方法。该方法研究不同受力条件对零部件拓扑结构的影响。将同一零部件不同负载下的拓扑结构进行叠加,然后进行归一化和多重惩罚以达到所需的体积分数。虽然该方法对特定尺寸参数的构件进行了拓扑优化,但未考虑尺寸参数对刚度的影响。CHONG 等^[24]提出了一种分层优化设计方法,以零部件刚度最坏情况为准初步确定尺寸参数,然后对并联机构的主要零部件进行拓扑优化,通过降低并联机构质量实现更小变形,但尚未深入研究并联机构系统与零部件拓扑优化间的相互影响。为此,文献[25-26]提出了基于刚度-质量元模型的优化设计方法,并将其应用于 6-DOF 喷涂并联机构的设计中。该方法虽然建立了零部件单一拓扑结构的刚度-质量元模型,但却忽略了尺寸参数对拓扑结构的影响。为解决上述问题,

文献[27]提出了一种实现拓扑结构与尺寸参数同步设计方法,并以平面 5R 并联机构为例,研究了尺寸参数与拓扑结构间作用规律;但该研究中部件拓扑结构需反复生成,效率较低。

为弥补当前并联机构设计存在的不足,本文提出一种基于结构相似性的并联机构拓扑与尺寸同步设计方法,该方法拓扑优化时以相同质量保留比条件下尺寸参数小范围变化对拓扑结构微弱影响为切入点,形成并联机构尺寸参数与拓扑结构同步高效设计流程,并以典型 3-PRS 并联机构为例开展算例验证与对比分析。

1 设计方法

为提高并联机构拓扑与尺寸同步设计效率,本文提出了一种基于结构相似性的设计方法,以刚度与质量设计目标为例,设计流程如图 1 所示,该方法共分为 3 个阶段:

阶段 1: 主要对并联机构进行运动学建模,并基于该模型进行尺度综合。

阶段 2: 在阶段 1 的基础上,首先对 I 类部件(需拓扑与尺寸同步设计部件)拓扑优化过程中的质量保留比进行离散,在得到优化的拓扑结构后,采用可加工性处理算法^[27]实施制造工艺性处理,以确定拓扑结构,并对其进行参数化,之后对拓扑与尺寸变量进行正交设计,依据尺寸参数变化,将拓扑参数进行缩放,生成不同规格 I 类部件,并采用 ANSYS 或其他有限元分析软件提取各规格部件刚度矩阵,依据质量保留比分数、设计变量与刚度矩阵主对角元素对应关系,构建基于响应面法的刚度-质量元模型,最后开展拟合精度评估,以确定映射模型有效性。

阶段 3: 若阶段 2 中拟合精度达标,则继续确定 II 类部件(仅需尺寸设计部件)变量,建立整机刚度与质量模型以及优化模型,然后采用智能算法开展优化,并进行 Pareto 前沿点选择,确定 I、II 类部件最终拓扑结构与尺寸。

2 运动学分析与尺度综合

以德国 DS - Technology 公司搭建 Ecospeed 和 Ecolinear 数控加工设备的核心 3-PRS 并联机构^[28]为例开展研究,因为该机构是上述两类加工设备实现前后平动和绕 A/B 轴转动的关键,需要在满足刚度约束条件下,具有较高的刚度质量比,以保障其金属切削时优良的动静态性能,其虚拟样机模型如图 2 所示。

该并联机构由静平台、动平台和 3 条结构相同

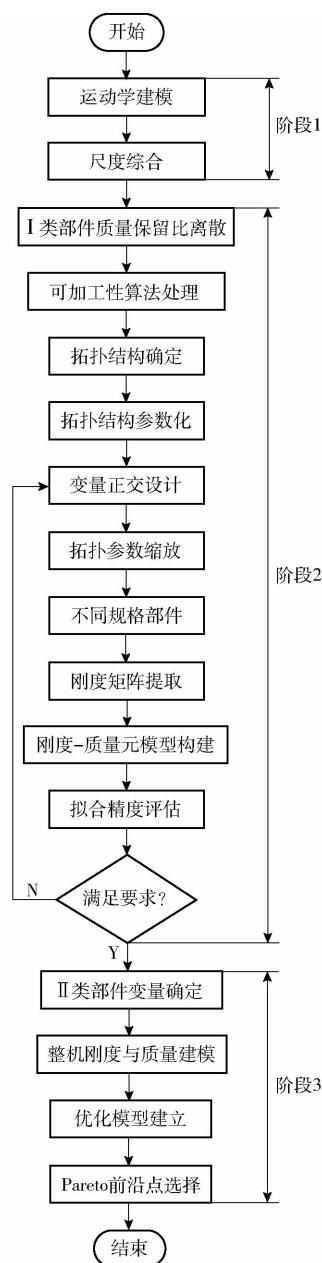


图1 设计方法基本流程

Fig. 1 Basic process of design method

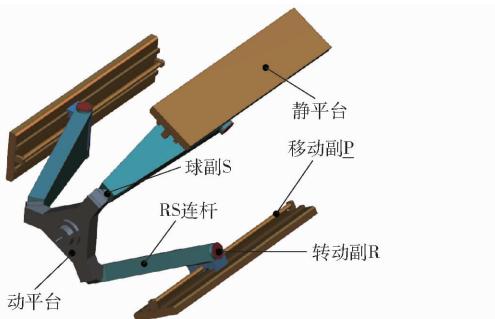


图2 3-PRS虚拟样机

Fig. 2 3-PRS virtual prototyping

且轴对称的PRS支链组成,其中P表示移动副,R表示转动副,S表示球副,移动副为驱动单元。

2.1 运动学建模

该并联机构的结构简图如图3所示。不失一般

性,点 A_i 和点 P_i 分别表示第*i*条支链球副S和转动副R中心,点 B_i 表示移动副P轴线与静平台的交点,静平台与动平台上3个铰点所构成三角形 $\triangle B_1B_2B_3$ 和 $\triangle A_1A_2A_3$ 皆为等边三角形,在2个三角形外接圆圆心处分别建立动、静坐标系 $Oxyz$ 和 $O'uvw$ 。机构在初始位姿时, x,y,z 轴分别与 u,v,w 轴平行, x 轴与 B_2B_3 和 A_2A_3 平行, z 轴垂直于动静平台,轴 y 满足右手定则。

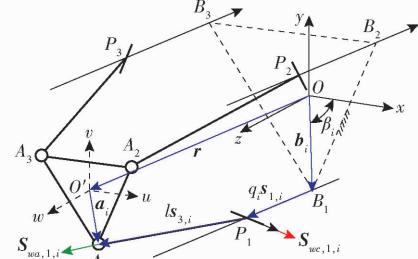


图3 3-PRS并联机构简图

Fig. 3 Schematic of 3-PRS parallel mechanism

设 ψ, θ 和 ϕ 表示机构进动角、章进角和自旋角,则静平台坐标系 $Oxyz$ 相对动平台坐标系 $O'uvw$ 的姿态变化矩阵可表示为

$$\mathbf{R} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{v}_1 \quad \mathbf{w}_1] = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x \\ u_y & v_y & w_y \\ u_z & v_z & w_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} u_x = \cos\psi\cos\phi - \sin\psi\cos\theta\sin\phi \\ u_y = \sin\psi\cos\phi + \cos\psi\cos\theta\sin\phi \\ u_z = \cos\theta\sin\phi \\ v_x = -\cos\psi\sin\phi - \sin\psi\cos\theta\cos\phi \\ v_y = -\sin\psi\sin\phi + \cos\psi\cos\theta\cos\phi \\ v_z = \sin\theta\cos\phi \\ w_x = \sin\psi\sin\theta \\ w_y = -\cos\psi\sin\theta \\ w_z = \cos\theta \end{cases}$$

基于闭环矢量法,该机构运动学逆解方程可表示为

$$\mathbf{r} = \mathbf{b}_i + q_i \mathbf{s}_{1,i} + l \mathbf{s}_{3,i} - \mathbf{a}_i \quad (i=1,2,3) \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{b}_i = b(\cos\beta_i, \sin\beta_i, 0)^T = (b_{ix}, b_{iy}, 0)^T$$

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{R}\mathbf{a}_{i0} = \mathbf{R}a(\cos\beta_i, \sin\beta_i, 0)^T = (a_{ix}, a_{iy}, a_{iz})^T$$

$$\beta_i = 2(i-1)\pi/3 - \pi/2$$

式中 $\mathbf{b}_i, \mathbf{a}_i$ ——点 B_i 和点 A_i 在坐标系 $Oxyz$ 中的位置矢量

b, a ——静、动平台外接圆半径

\mathbf{a}_{i0} ——点 A_i 在坐标系 $O'uvw$ 中的位置矢量

q_i ——第*i*条支链中移动副的驱动变量

l ——RS连杆长度

β_i ——点 B_i 与 x 轴之间夹角

$s_{1,i}$ —— $B_i P_i$ 单位矢量

$s_{3,i}$ —— $P_i A_i$ 单位矢量

转动副 R 限制了支链沿其轴线方向的平动, 所以可以构造约束方程

$$(\mathbf{r} + \mathbf{a}_i)^T s_{2,i} = 0 \quad (3)$$

其中 $s_{2,i} = (-\sin\beta_i, \cos\beta_i, 0)^T$

式中 $s_{2,i}$ ——第 i 条支链中转动副 R 的单位方向矢量

以动平台进动角 ψ 、章进角 θ 和点 O' 沿 z 轴移动为广义坐标, 由式(2)可得点 O' 沿 x 、 y 轴和绕 z 轴转动的牵连运动方程为

$$\begin{cases} x = a\mathbf{v}\mathbf{e}_1 \\ y = 0.5a(\mathbf{u}^T \mathbf{e}_1 - \mathbf{v}^T \mathbf{e}_1) \\ \tan\phi = -\tan\psi \frac{1 + \cos\theta \sin\beta + \sin^2\beta(\cos\theta - 1)}{\cos\theta + \sin\beta - \sin^2\beta(\cos\theta - 1)} \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)^T$ $\mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)^T$

综上, 该 3-PRS 并联机构的位置逆解方程可写为

$$q_i = (\mathbf{r} + \mathbf{a}_i - \mathbf{b}_i - l\mathbf{s}_{3,i})^T s_{1,i} \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{s}_{3,i} = (s_{3x,i}, s_{3y,i}, s_{3z,i})^T$$

$$s_{3x,i} = (a_{ix} - b_{ix})/l \quad s_{3y,i} = (a_{iy} - b_{iy})/l$$

$$s_{3z,i} = \sqrt{1 - s_{3x,i}^2 - s_{3y,i}^2}$$

2.2 尺度综合

3-PRS 并联机构尺度综合已经被广泛研究, 其沿 z 轴的移动主要取决于 3 个移动副的驱动距离, 绕 x 与 y 轴的转动受动平台半径 a 、静平台半径 b 和 RS 连杆长度 l 影响; 根据 LIU 等^[28] 研究结果, a 、 b 与 l 保持 $a:b:l = 1:1.28:2.28$ 的比例时, 两转动角最大, 为 $\pm 40^\circ$ 。

根据位置工作空间要求, 基于 2.1 节中运动学模型和蒙特卡洛法^[27], 可确定本文 3-PRS 并联机构基本尺寸 a 为 250 mm, b 为 320 mm, l 为 570 mm。

3 整机刚度与质量建模

3.1 刚度建模

采用虚拟铰链法^[15] 建模, 整机刚度模型构建为

$$\mathbf{K}_T = (\mathbf{K}_L^{-1} + \mathbf{K}_P^{-1})^{-1} \quad (6)$$

$$\text{其中 } \mathbf{K}_L = \sum_{i=1}^3 \left[\mathbf{W}_i^T \left(\sum_{m=1}^4 \mathbf{T}_{m,i} \mathbf{K}_{m,i}^{-1} \mathbf{T}_{m,i}^T \right) \mathbf{W}_i \right]^{-1} \quad (7)$$

$$\mathbf{T}_{m,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{m,i} & [\mathbf{r}_{m,i} \times] \mathbf{R}_{m,i} \\ 0 & \mathbf{R}_{m,i} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中 \mathbf{K}_L ——动坐标系下的支链刚度

\mathbf{K}_P ——动坐标系下动平台刚度

\mathbf{W}_i ——第 i 条支链的力空间

$\mathbf{K}_{m,i}$ ——第 i 条支链中第 m 个部件在其局部坐标系中的刚度矩阵

$\mathbf{T}_{m,i}$ ——第 m 个部件局部坐标系与动坐标系的转换矩阵

$\mathbf{R}_{m,i}$ ——第 m 个部件局部坐标系与动坐标系的姿态转换矩阵

$[\mathbf{r}_{m,i} \times]$ ——两坐标原点间向量 $\mathbf{r}_{m,i}$ 的斜矩阵

第 i 条支链的力空间为

$$\mathbf{W}_i = [\mathbf{S}_{wa,1,i} \quad \mathbf{S}_{wc,1,i}]^T$$

其中

$$\mathbf{S}_{wa,1,i} = \left[(\mathbf{b}_i + q_i \mathbf{s}_{1,i} + l \mathbf{s}_{3,i}/2) \times \mathbf{s}_{3,i} \right] \quad (9)$$

$$\mathbf{S}_{wc,1,i} = \left[(\mathbf{b}_i + q_i \mathbf{s}_{1,i}) \times \mathbf{s}_{2,i} \right] \quad (10)$$

3.2 质量建模

由于 3-PRS 并联机构由 3 条结构相同的支链组成, 所以其质量通过叠加单个支链各部件质量即可得到; 由此, 该并联机构整机质量可以表示为

$$M_T = 3(m_P + m_R + m_{RS} + m_S) + m_E \quad (11)$$

其中

$$m_P = \pi \rho r^2 l_p \quad (12)$$

$$m_{RS} = 0.5 t l r_m (d_1 + d_2) \quad (13)$$

式中 M_T ——并联机构总质量

m_P ——移动副 P 相关组件质量

m_R ——转动副 R 相关组件质量

m_{RS} ——RS 连杆质量

m_S ——球副 S 相关组件质量

m_E ——动平台相关组件质量

ρ ——移动副材料密度

r ——底面半径 l_p ——长度

d_1 ——上宽 d_2 ——下宽

t ——厚度 l ——长度

r_m ——体积分数(质量保留比)

4 RS 连杆刚度-质量元模型

3-PRS 并联机构中移动副 P、转动副 R 和球副 S 结构紧凑, 且具有严格的几何约束条件; RS 连杆则具有较大的设计空间, 且该部件对机构刚度影响较大^[28], 应实施拓扑与尺寸同步设计。

根据所提方法基本流程, RS 连杆刚度-质量元模型建立主要由拓扑结构确定、不同规格部件生成和刚度-质量元模型建立以及拟合精度评估组成。

4.1 拓扑结构确定

由第 3 节分析可知, 3-PRS 并联机构中 RS 连

杆主要受驱动力 $S_{wa,1,i}$ 和约束力 $S_{wc,1,i}$ 的作用,若将转动副 R 与移动副 P 的连接面看作固定面,则球副 S 受到驱动力 $S_{wa,1,i}$ 和约束力 $S_{wc,1,i}$ 的反作用力,分别可表示为 $S_{wa,1,i}$ 和 $S_{wc,1,i}$,如图 4 所示。

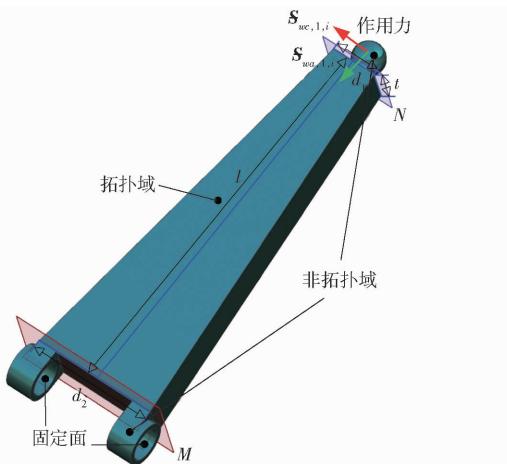


图 4 RS 连杆分析与设置

Fig. 4 RS linkage analysis and setup

面 M 和面 N 之间的部分设为拓扑域,其他部分设为非拓扑域。然后,采用 SIMP^[27] 拓扑优化方法对其进行拓扑优化;RS 连杆初步基准尺寸 d_1 为 65 mm, d_2 为 180 mm, t 为 60 mm, l 为 570 mm, d_1 与 d_2 尺寸比例不变;经初步测算,RS 连杆拓扑质量保留比 r_m 分别设为 50%、60% 和 70%,且对垂直于 $S_{wa,1,i}$ 和 $S_{wc,1,i}$ 所成面施加制造约束,设置关于 RS 连杆对称面的对称约束,设置优化目标为柔度最小;拓扑优化模型为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \tilde{C}(x_e) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} \\ \text{s. t. } \begin{cases} V(x_e) - Vr_m = 0 \\ \mathbf{K} \mathbf{U} - \mathbf{F} = 0 \\ 0 \leq x_{\min} \leq x_e \leq 1 \end{cases} \end{array} \right. \quad (14)$$

式中 \tilde{C} —部件柔度 \mathbf{U} —位移矢量

x_{\min} —最小相对密度

\mathbf{F} —外部载荷矢量

\mathbf{K} —全局刚度矩阵

V —初始设计空间体积

$V(x_e)$ —最终材料体积

拓扑优化使用标准优化准则算法求解^[16]。优化迭代循环执行,收敛标准与每个有限元的设计变量(即密度 x_e)更新值相关。拓扑优化执行过程中,所有单元密度的先前值与更新值之间的差异表示优化收敛程度,当所有差异最大值不大于 0.1% 时,迭代循环结束。

拓扑优化过程基于 ANSYS Workbench 实现,质量保留比为 50%、60% 和 70% 的拓扑优化结果如图 5 所示。

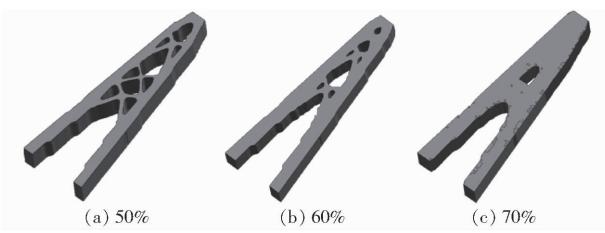


图 5 RS 连杆拓扑结构

Fig. 5 RS linkage topology

由图 5 可知,不同质量保留比的拓扑结构相差较大;拓扑优化使 RS 连杆结构更符合受力机理;此外,制造约束的施加使优化后拓扑几何对称,便于加工。但需要注意的是,RS 连杆制造面上几何形状不规则,不利于数字化制造和拓扑参数化,因此应采用可加工性处理算法进行规整,具体操作见文献[27],处理后部件加工面完全由直线和圆弧构成,具有较高的可制造性,如图 6 所示。

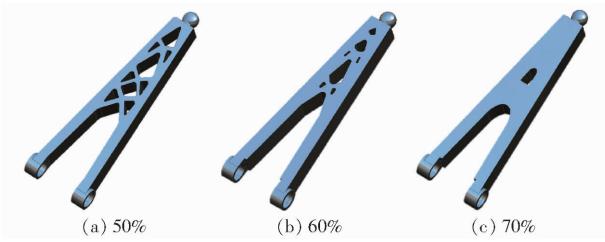


图 6 RS 连杆处理后三维模型

Fig. 6 3D model after RS linkage processing

4.2 不同规格部件生成

由于 d_1 与 d_2 的尺寸比例一定,RS 连杆长度保持不变,所以正交设计中参数仅有 d_2 、 t 和 r_m 。采用三因素三水平设计方法,如表 1 所示。

表 1 变量正交设计

Tab. 1 Variables orthogonal design

序号	t/mm	d_2/mm	$r_m/\%$
1	50	160	50
2	50	180	60
3	50	200	70
4	60	180	50
5	60	200	60
6	60	160	70
7	70	200	50
8	70	160	60
9	70	180	70

生成上述不同规格部件后,注意到拓扑参数不受厚度 t 影响,且与质量保留比 r_m 无关,仅和宽度 d_2 相关,所以只需将沿宽度方向的拓扑参数进行缩放即可,缩放因子为

$$s_c = \bar{d}_2 / d_2 \quad (15)$$

式中 \bar{d}_2 —当前宽度

4.3 刚度-质量元模型建立

基于生成的不同规格部件,利用 ANSYS 提取并记录刚度矩阵;由于部件刚度矩阵主对角线上元素可表征沿 x 、 y 、 z 轴的线刚度和角刚度,故仅记录刚度矩阵主对角元素即可,每个部件的刚度与变量 $\nu = [t \ d_2 \ r_m]^T$ 的映射可以表示为

$$\text{diag}[\mathbf{K}_g] = [f_1(\nu) \ f_2(\nu) \ \cdots \ f_6(\nu)] \quad (16)$$

式中 \mathbf{K}_g ——第 g 组部件的刚度矩阵

$f_i(\nu)$ ——第 i 个主对角元素对应的拟合函数

由于式(16)中映射关系具有非线性,采用响应面法建立刚度矩阵每个主对角元素与设计变量间的近似映射。以响应面法的二次函数为例,其表达式为

$$f_{\text{qua}}(\nu) = a_0 + \sum_{i=1}^t b_i v_i + \sum_{i=1}^t c_i v_i^2 + \sum_{i=1}^t \sum_{j>i}^t d_{ij} v_i v_j \quad (17)$$

式中 v_i —— ν 中第 i 个变量

v_j —— ν 中第 j 个变量

a_0, b_i, c_i, d_{ij} ——回归系数

4.4 拟合精度评估

选取均方根误差(RMSE)和决定系数 R^2 ^[29]作为精度评价指标表征实际值与拟合值的偏差,RS 连杆各向刚度拟合精度结果如表 2 所示。

表 2 拟合精度

Tab. 2 Fitting accuracy

模型	RMSE	R^2
S_{k1}	0.12 N/ μm	0.92
S_{k2}	0.19 N/ μm	0.90
S_{k3}	0.11 N/ μm	0.95
S_{a1}	0.15 N·m/rad	0.94
S_{a2}	0.03 N·m/rad	0.99
S_{a3}	0.14 N·m/rad	0.94

由表 2 可知,所有 RMSE 均小于 0.2, R^2 均大于 0.9,说明所建立刚度-质量元模型足以表征 RS 连杆的性能变化,可用于后续优化设计。

5 优化设计与对比分析

5.1 优化设计

3-PRS 并联机构主要用于金属切削,对各向线刚度和 z 轴角刚度要求较高,其中线刚度可通过增加移动副 P 的长度增大,所以该向线刚度较好控制;同时,鉴于 3-PRS 并联机构结构对称性, x 与 y 向线刚度具有高度相似性,因此可将 x 轴线刚度与 z 轴角刚度在全域内的平均值 \bar{S}_{k1} 和 \bar{S}_{a3} 以及整机质量作为优化目标, z 轴线刚度与 x 轴角刚度作为约束条件,建立多目标优化模型

$$\left\{ \begin{array}{l} F(t, d_2, r_m) = \min(M_T, 1/\bar{S}_{k1}, 1/\bar{S}_{a3}) \\ \text{s. t. } \begin{cases} \bar{S}_{k1} \geq 50 \text{ N}/\mu\text{m} \\ \bar{S}_{a3} \geq 8 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad} \\ 50\% \leq r_m \leq 70\% \\ 50 \text{ mm} \leq t \leq 70 \text{ mm} \\ 160 \text{ mm} \leq d_2 \leq 200 \text{ mm} \end{cases} \end{array} \right. \quad (18)$$

联合 Insight 与 Matlab 对上述模型实施优化,得到的结果(Pareto 前沿)如图 7 所示。

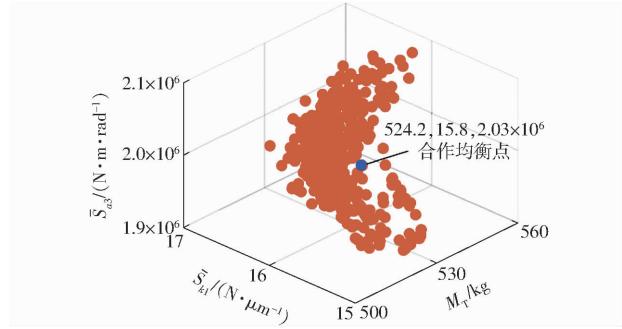


图 7 所提方法优化结果

Fig. 7 Optimized results of proposed method

采用合作均衡点准则选取图中红色点最终解,其对应 M_T 、 \bar{S}_{k1} 和 \bar{S}_{a3} 分别为 524.2 kg、15.8 N/ μm 和 2.03×10^6 N·m/rad;对应设计变量 d_2 、 t 和 r_m 分别为 173 mm、62 mm 和 64%。

5.2 对比分析

为验证所提出设计方法的优越性,将其与尺寸参数设计方法进行对比。尺寸参数设计方法实施过程中,约束条件以及变量 d_2 和 t 的上下限与式(18)中设置一致,且优化过程所有设置与 5.1 节相同,在得到的结果中选择相同质量(524.2 kg)横切面,Pareto 前沿点所对应的 \bar{S}_{k1} 和 \bar{S}_{a3} 分别为 13.6 N/ μm 和 1.82×10^6 N·m/rad,所对应设计变量 d_2 和 t 分别为 185 mm 和 68 mm,如图 8 所示。

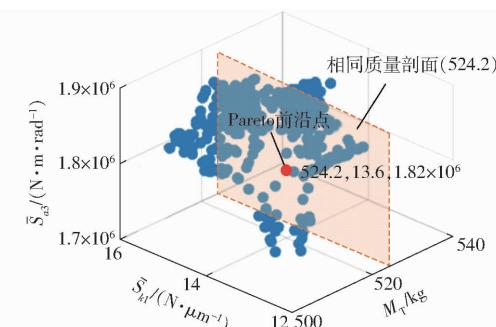


图 8 尺寸优化方法得到结果

Fig. 8 Results obtained by dimensional design method

由图 8 看出,约束条件相同且质量一致时,所提出设计方法得到的 x 轴线刚度与 z 轴角刚度更高,说明本文方法具有优越性。根据上述两种设计方法可得机器人三向线刚度和 z 轴角刚度在工作空间内的分布如图 9 所示。

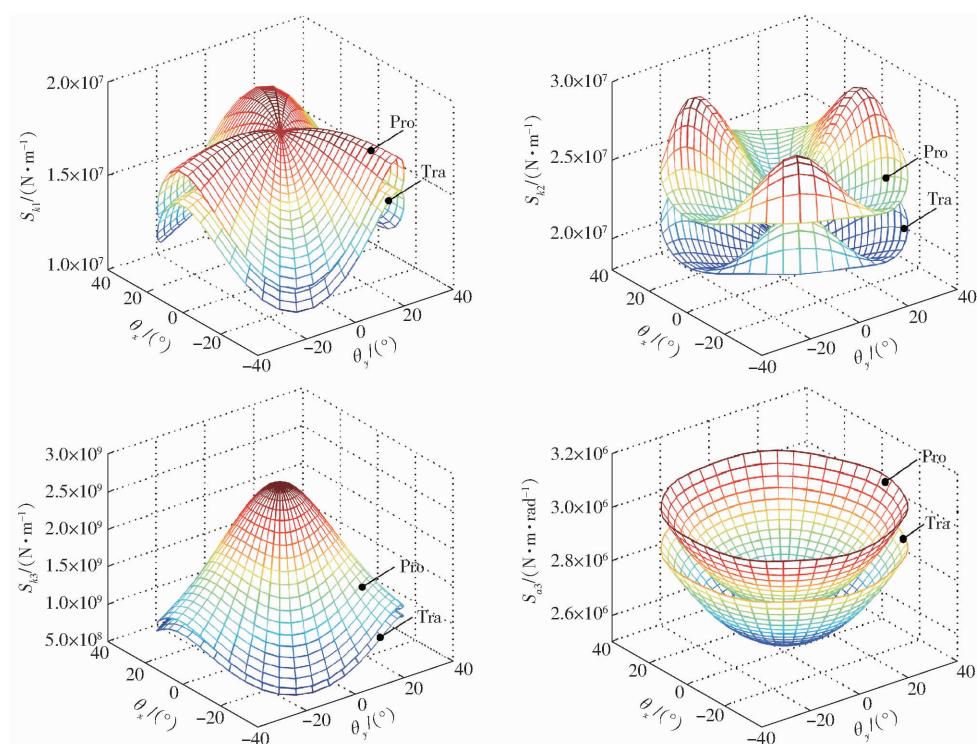


图 9 2 种方法刚度分布对比

Fig. 9 Comparison of stiffness distribution of two methods

由图 9 看出,各向刚度与 3-PRS 并联机构的结构具有对应性,且所提方法(Pro)各向刚度均优于尺寸参数设计方法(Tra)所得刚度。

5.3 仿真验证

为验证本文所建模型的准确性和优化结果的有效性,分别采用 Pro 方法和 Tra 方法得到尺寸和

拓扑参数,重新绘制 3-PRS 并联机构三维模型,并基于 ANSYS 进行了静力学仿真。在 2 个转角均为零的位姿下,通过在 x 、 y 和 z 轴方向施加单位力,得到了基于两种方法的三向线变形仿真结果,如图 10 与图 11 所示。仿真结果与理论结果对比如表 3 所示。

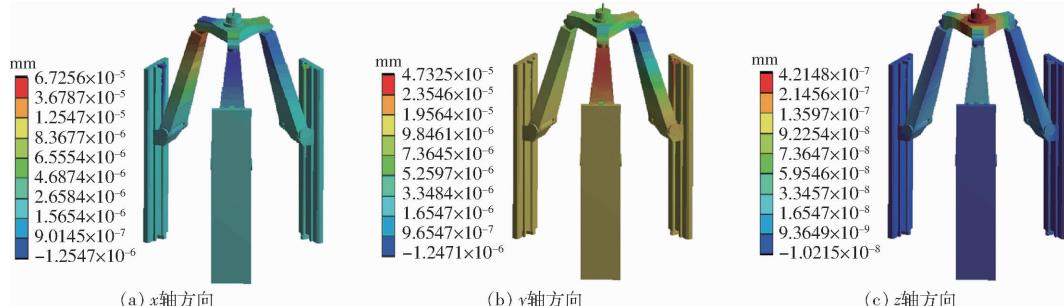


图 10 基于 Tra 方法的三向线变形仿真结果

Fig. 10 Simulation results of three linear deformations based on Tra method

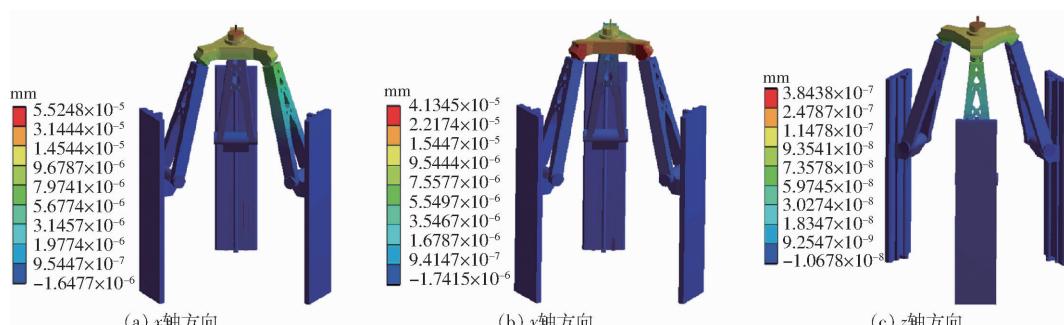


图 11 基于 Pro 方法的三向线变形仿真结果

Fig. 11 Simulation results of three linear deformations based on Pro method

表3 变形量仿真对比

Tab. 3 Comparison of deformation simulation

方向	Tra 方法		Pro 方法	
	变形量/mm	误差/%	变形量/mm	误差/%
x	6.7256×10^{-5}	3.4	2.5248×10^{-5}	4.3
y	4.7325×10^{-5}	2.9	4.1345×10^{-5}	3.7
z	4.2148×10^{-5}	4.8	3.8483×10^{-5}	2.6

可以看出,相同质量时,Pro方法比Tra方法产生的三向线变形均小,且Pro方法与Tra方法仿真结果与理论结果的误差均在5%以内,从而证实所建模型的准确性和优化结果的有效性。

6 结论

(1)通过忽略拓扑优化时相同质量保留比条件

下尺寸参数小范围变化对拓扑结构微弱影响,将拓扑结构进行参数化和缩放,减少拓扑优化次数,提高设计效率。

(2)以3-PRS并联机构为例开展算例验证与对比分析。结果表明:拓扑优化使RS连杆材料分布更加合理;相同质量条件下,所提出设计方法比尺寸设计方法得到各向刚度更高。

(3)基于Pro方法和Tra方法得到的尺寸和拓扑参数,构建三维模型,并采用ANSYS进行静力学仿真,结果表明三向线刚度仿真值与理论值误差在5%以内,从而验证了所建模型的准确性和优化结果的有效性。

参 考 文 献

- [1] 沈惠平,仲锐,李菊,等.运动副分布顺序对并联机构运动学与动力学性能的影响[J].农业机械学报,2023,54(7):412-426.
SHEN Huiping, ZHONG Rui, LI Ju, et al. Influence of different distribution order of joints on kinematic and dynamic performance of parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54(7): 412 - 426. (in Chinese)
- [2] 陈修龙,郭景尧,王景庆,等.考虑混合间隙的空间并联机构非线性动力学特性分析[J].农业机械学报,2023,54(12):431-448.
CHEN Xiulong, GUO Jingyao, WANG Jingqing, et al. Dynamic characteristics analysis of spatial parallel mechanism with compound clearances[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2023, 54 (12) : 431 - 448. (in Chinese)
- [3] 李菊,肖思进,沈惠平,等.两支链三平移并联机构动力学分析与性能优化[J].农业机械学报,2022,53(10):412-422.
LI Ju, XIAO Sijin, SHEN Huiping, et al. Dynamics analysis and performance optimization of two-chain and three-translation parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53 (10) : 412 - 422. (in Chinese)
- [4] MILLER K. Optimal design and modeling of spatial parallel manipulators[J]. International Journal of Robotics Research, 2004, 23(2): 127 - 140.
- [5] SHIN H, LEE S, KIM J, et al. Antagonistic stiffness optimization of redundantly actuated parallel manipulators in a predefined workspace[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(3): 1161 - 1169.
- [6] ZHANG D, WANG L. Parallel kinematic machines: design, analysis and simulation in an integrated virtual environment[J]. Journal Mechanical Design, 2005, 127(7): 580 - 588.
- [7] STAN S D, BALAN R, MATIE V. Multi-objective design optimization of mini parallel robots using genetic algorithms[C]// IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2007: 2173 - 2178.
- [8] COLLETTE Y, SIARRY P. Multiobjective optimization: principles and case studies[M]. Springer, Berlin, 2004.
- [9] 汪满新.一种五自由度混联机器人设计理论与方法研究[D].天津:天津大学,2015.
WANG Manxin. Investigation into compliance modeling and design methodology of a five degree of freedom hybrid robot[D]. Tianjin: Tianjin University, 2015. (in Chinese)
- [10] LOU Y J, ZHANG D J, LI Z X. Optimal design of a parallel machine based on multiple criteria[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2005: 3219 - 3224.
- [11] KUCUK S. Energy minimization for 3-RRR fully planar parallel manipulator using particle swarm optimization [J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 62: 129 - 149.
- [12] KELAIAIA R, OLIVIER C, ZAATRI A. Multiobjective optimization of a 6-DOF UPS parallel manipulators[J]. Advanced Robotics, 2012, 26: 1885 - 1913.
- [13] MESSAC A, ISMAIL-YAHAYA A. Required relationship between objective function and Pareto frontier orders: practical implications[J]. American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 2001, 39(11): 2168 - 2174.
- [14] KELAIAIA R, OLIVIER C, ZAATRI A. Multiobjective optimization of parallel kinematic mechanisms by the genetic algorithms[J]. Robotica, 2012, 30(5): 783 - 797.
- [15] SUN T, LIAN B B. Stiffness and mass optimization of parallel kinematic machine uncertainty[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 120: 73 - 88.
- [16] LIAN B B, WANG X V, WANG L H. Static and dynamic optimization of a pose adjusting mechanism considering parameter changes during construction approaches[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 59: 267 - 277.

- [17] GAO Z, ZHANG D, GE Y J. Design optimization of a spatial six degree-of-freedom parallel manipulator based on artificial intelligence approach[J]. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 2010, 26: 180–189.
- [18] KWON W, KIM H K, PARK J K, et al. Biped humanoid robot Mahru III [C] // Proceedings of the 7th IEEE – RAS International Conference on Humanoid Robots, 2007: 583–588.
- [19] HUANG H B, ZHANG G. The topology optimization for L-shape arm of motorman-HP20 robot[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 201–202: 871–874.
- [20] BAI Y F, CONG M, LI Y Y. Structural topology optimization for a robot upper arm based on SIMP method[J]. *Mechanisms and Machine Science*, 2016, 36: 725–733.
- [21] MENG Q Z, XIE F G, LIU X J. Topology optimization of the active arms for a high-speed parallel robot based on variable height method[J]. *International Journal of Intelligent Robotics and Applications. ICIRA Part II*, 2017, 10463: 212–224.
- [22] LUO H T, FU J, WANG P, et al. Design optimization of the ram structure of friction stir welding robot[J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2020, 27(2): 108–118.
- [23] SRINIVAS G L, JAVED A. Synthesis and performance evaluation of manipulator-link using improved weighted density matrix approach with topology optimization method[J]. *Journal of Engineering Science and Technology*, 2021, 24: 1239–1252.
- [24] CHONG Z H, XIE F G, LIU X J, et al. Worst-case identification-based topology optimization of a 2-DoF hybrid robotic arm [J]. *International Journal of Intelligent Robotics and Applications*, 2020, 4: 136–148.
- [25] KIM B J, YUN D K, LEE S H, et al. Topology optimization of industrial robots for system-level stiffness maximization by using part-level metamodels[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2016, 54: 1061–1071.
- [26] WANG X H, ZHANG D W, ZHAO C, et al. Optimal design of lightweight serial robots by integrating topology optimization and parametric system optimization[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 132: 48–65.
- [27] WANG M, SONG Y M, LIAN B B, et al. Dimensional parameters and structural topology integrated design method of a planar 5R parallel machining robot[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2022, 175: 104964.
- [28] LIU H T, HUANG T, CHETWYND D G, et al. Stiffness modeling of parallel mechanisms at limb and joint/link levels[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2017, 33(3): 734–741.
- [29] JIN R C, CHEN W. Comparative studies of metamodeling techniques under multiple modeling criteria[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, 23: 1–13.

(上接第 299 页)

- [39] 杨丽萍,任杰,王宇,等.基于多源遥感数据的居延泽地区土壤盐分估算模型[J].*农业机械学报*,2022,53(11):226–235.
YANG Liping, REN Jie, WANG Yu, et al. Soil salinity estimation model in Juyanze based on multi-source remote sensing data[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2022, 53(11): 226–235. (in Chinese)
- [40] 杨小虎,罗艳琴,杨海昌,等.玛纳斯河流域绿洲农田土壤盐分反演及空间分布特征[J].*干旱区资源与环境*,2021,35(2):156–161.
YANG Xiaohu, LUO Yanqin, YANG Haichang, et al. Soil salinity retrieval and spatial distribution of oasis farmland in Manasi River basin[J]. *Journal of Arid Land Resources and Environment*, 2021, 35(2): 156–161. (in Chinese)
- [41] RAO B R M, SANKAR T R, DWIVEDI R S, et al. Spectral behaviour of salt-affected soils[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 1995, 16(12): 2125–2136.
- [42] 范承志,王梓文,杨兴超,等.基于地物高光谱和无人机多光谱的黄河三角洲土壤盐分机器学习反演模型[J].*智慧农业*(中英文),2022,4(4):61–73.
FAN Chengzhi, WANG Ziwen, YANG Xingchao, et al. Machine learning inversion model of soil salinity in the Yellow River delta based on field hyperspectral and UAV multispectral data[J]. *Smart Agriculture*, 2022, 4(4): 61–73. (in Chinese)
- [43] 扶卿华,倪绍祥,王世新,等.土壤盐分含量的遥感反演研究[J].*农业工程学报*,2007,23(1):48–54.
FU Qinghua, NI Shaoxiang, WANG Shixin, et al. Retrieval of soil salt content based on remote sensing[J]. *Transactions of the CSAE*, 2007, 23(1): 48–54. (in Chinese)
- [44] 汪敏,郭鑫平,唐洪明,等.深度 Transformer 迁移学习的页岩气储层核心参数预测案例[J].*地球物理学报*,2023,66(6):2592–2610.
WANG Min, GUO Xinpeng, TANG Hongming, et al. Prediction case of core parameters of shale gas reservoirs through deep Transformer transfer learning[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2023, 66(6): 2592–2610. (in Chinese)
- [45] 杜占春.达拉特旗耕地与科学施肥[M].北京:中国农业出版社,2019.
- [46] 张如柏.不同改良措施对鄂尔多斯南岸灌区盐渍化土壤改良效果监测与评价[D].呼和浩特:内蒙古农业大学,2022.
ZHANG Rubo. Monitoring and evaluation of different improvement measures on salinized soil in south bank irrigation area of Ordos[D]. Huhhot: Inner Mongolia Agricultural University, 2022. (in Chinese)
- [47] 郝永河,晋永芬,韩春梅,等.鄂尔多斯黄河南岸灌区盐碱型中低产田综合治理模式[J].*中国农技推广*,2022,38(10):77–78,87.