

运动解耦且大工作空间三平移机构拓扑设计

沈惠平¹ 潘海月¹ 丁文芹² 李菊¹ 杜中秋¹ 李涛¹

(1. 常州大学现代机构学研究中心, 常州 213164; 2. 农业农村部南京农业机械化研究所, 南京 210014)

摘要: 根据基于方位特征(POC)方程的并联机构拓扑设计方法和运动解耦设计原理, 提出一个运动解耦性优异的单回路三平移子并联机构; 设计一类4个具有正向位置符号化、部分运动解耦性且具有较大工作空间的三平移(3T)并联机构; 对这类机构进行拓扑特性分析, 得到相同的方位特征集(POC)、自由度(DOF)、耦合度(κ)、运动解耦性等主要拓扑特性; 对其中一个机构进行运动学、动力学性能分析。根据基于拓扑特征运动学建模原理, 求出其符号化位置正反解, 以及速度、加速度曲线; 基于推导出的位置逆解公式, 分析机构的奇异位形及工作空间; 根据基于序单开链的虚功原理, 进行其动力学建模与分析, 求解出机构的驱动力。

关键词: 并联机构; 拓扑设计; 奇异性; 工作空间; 驱动力

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2024)04-0421-10

OSID:



Topological Design and Analysis for Parallel Mechanisms with Motion Decoupling and Larger Workspace

SHEN Huiping¹ PAN Haiyue¹ DING Wenqin² LI Ju¹ DU Zhongqiu¹ LI Tao¹

(1. Research Center for Advanced Mechanisms Theory, Changzhou University, Changzhou 213164, China

2. Nanjing Institute of Agricultural Mechanization, Ministry of Agriculture and Rural Affairs, Nanjing 210014, China)

Abstract: According to the topological design method of parallel mechanism based on position and orientation characteristics (POC) equation and the principle of motion decoupling, a three-translation parallel mechanism (PM) with single loop and full motion decoupling was proposed and analyzed. On the basis of this single-loop PM, a third branch chain was added, and then a class of four three-translation (3T) parallel mechanisms with symbolic forward position solutions and partial motion decoupling as well as large working space was designed. Their topological characteristics were analyzed, and the main topological characteristics such as POC, degree of freedom (DOF), coupling degree (κ) and motion decoupling property were obtained. The kinematics and dynamics performance of one of the PMs were analyzed, including the symbolic forward and inverse position solutions according to the principle of kinematic modeling based on topological characteristics. The velocity and acceleration curves were also obtained. Based on the derived Jacobian matrix, the conditions of mechanism singularity were analyzed. According to the deduced inverse position solution formula, the workspace of the PM was analyzed. According to the virtual work principle based on sequence single-open-chains, the dynamic modeling and analysis were carried out to solve the driving force of the PM. The correctness of the dynamic equation was verified by Matlab numerical calculation and ADAMS simulation. The three-translation PMs can be used in industrial space grasping, machining, three-dimensional error compensation and so on.

Key words: parallel mechanism; topology design; singularity; working space; driving force

0 引言

三自由度三平移(3T)并联机器人结构简单、分

析方便、控制容易,在现代制造业中有着广泛的应用前景。CLAVEL^[1]提出的经典 Delta 3T 并联机构,已在工业上得到很好的应用;在此基础上,一些学者提

出了相应的类 Delta^[2-3] 机构, TSAI 等^[4] 提出了移动副驱动的三平移并联机构; BOURI 等^[5] 研究了由 Delta 机构衍生的三平移并联机构。但这些机构不(部分)具备运动解耦特性, 运动控制困难。刘延斌等^[6] 利用螺旋理论设计了全对称、可规避奇异位置的 3-RRRU 并联机构, 并求得其运动学反解; LI 等^[7] 利用螺旋理论分析了三平移并联机构的可动性; WANG 等^[8] 提出了基于瞬时运动学的三平移并联机构; DI GREGORIO 等^[9-10] 设计了 3-UPU、3-URC 等并联机构; 郭宗和等^[11] 设计了全转动副的非对称三平移并联机构, 该机构 x 、 y 方向完全解耦, 运动控制方便; 李丽红等^[12] 根据基于方位特征方程的并联机构拓扑设计方法, 提出并分析了一种弱耦合的 2-CPR/UPU 三平移并联机构; 李菊等^[13-14] 设计了三平移的并联机构, 并采用基于虚功原理的序单开链法, 对该机构进行了动力学建模; 曾达幸等^[15] 以螺旋理论为基础, 提出移动解耦并联机构分支输入副的选择准则, 并设计了新型三平移解耦并联机构; 马履中等^[16] 研究了三平移弱耦合并联机器人; 谢俊等^[17] 提出一种三自由度弱耦合的 2T1R 并联机构, 对其进行位置分析, 最后分析了动平台的运动规律; 沈惠平等^[18-19] 提出了两种零耦合度且运动解耦的三平移并联机构, 该机构具有较大的工作空间; 赵一楠等^[20] 提出一种可用于抓取的 3T 并联机构, 并以 SKC 为单元对其进行了运动学、奇异性、工作空间分析; 梁栋等^[21] 提出了一种结构简洁且高效的三平动并联机器人, 用以满足高性能 3D 打印需求; 李丽红等^[22] 针对实时控制的问题, 提出一种零耦合度的三平移并联机构, 并对其进行了尺寸参数优化; 彭红梅等^[23] 设计一种运动解耦、结构对称、运动副简单、工作空间大的三平移并联机器人机构, 并对工作空间的体积进行了优化, 工作空间体积较优化前增加 12%。这些机构中已有部分运动解耦或符号式位置正解。

本文首先提出一个运动解耦性优异的单回路三平移并联机构, 对其进行分析; 在此基础上, 据此设计一类 4 种三平移(3T)并联机构。以其中一个机构为例, 揭示该机构拓扑学、运动学与动力学性能。

1 并联机构拓扑设计及分析基础

1.1 拓扑设计理论

串联、并联机构 POC 方程分别为^[24-25]

$$M_{bi} = \bigcup_{i=1}^m M_{ji} \tag{1}$$

$$M_{pa} = \bigcap_{i=1}^n M_{bi} \tag{2}$$

式中 M_{ji} ——第 i 个运动副的 POC 集
 m ——运动副数量
 M_{bi} ——第 i 条支链末端的 POC 集
 n ——支链条数
 M_{pa} ——机构动平台的 POC 集
并联机构非瞬时 DOF 计算式为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^v \xi_{L_j} \tag{3}$$

其中
$$\xi_{L_j} = \dim \left\{ \left(\bigcap_{i=1}^j M_{bi} \right) \cup M_{b(j+1)} \right\} \tag{4}$$

$$v = m - n + 1$$

式中 F ——机构自由度
 f_i ——第 i 个运动副自由度
 v ——独立回路数
 ξ_{L_j} ——第 j 个独立回路的独立位移方程数
 $\bigcap_{i=1}^j M_{bi}$ ——前 j 条支链组成的子并联机构 POC 集
 $M_{b(j+1)}$ ——第 $j+1$ 条支链末端构件 POC 集

根据基于单开链(SOC)的机构组成原理可知^[14], 任一机构可分解为约束度为正、零、负的 3 种有序单开链(SOC), 第 j 个 SOC 的约束度计算式为

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m_j} f_i - I_j - \xi_{L_j} \Rightarrow \begin{cases} \Delta_j^- = -5, -4, -3, -2, -1 \\ \Delta_j^0 = 0 \\ \Delta_j^+ = 1, 2, 3, 4, 5 \end{cases} \tag{5}$$

式中 m_j ——第 j 个 SOC 的运动副数
 I_j ——第 j 个 SOC 的驱动副数

由一组 SOC 组成的最小子运动链(SKC)耦合度计算式为

$$\kappa = \frac{1}{2} \min \left(\sum_{j=1}^v |\Delta_j| \right) \tag{6}$$

κ 表示回路位置变量之间的关联程度, 一般地, κ 越大, 耦合性越强, 运动学/动力学分析越复杂。

1.2 单回路三平移并联机构设计

1.2.1 拓扑设计

提出了一个运动解耦性优异的单回路三平移并联机构, 如图 1 所示, 它由动平台 1、静平台 0 及 2 条相同支链 I、II 组成, 每条支链都由 1 个移动副与 3 个平行轴线转动副($R_{i2} \parallel R_{i3} \parallel R_{i4}$) ($i=1, 2$) 串联连

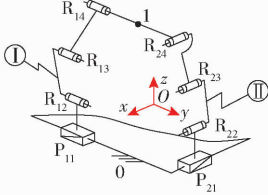


图 1 单回路三平移并联机构简图
Fig.1 Schematic of a single-loop three-translation PM

接而成,位于静平台上的两个 P 副 (P_{11} 、 P_{21}) 轴线相互垂直,支链拓扑结构可表示为 $SOC \{ -P_{i1} \parallel R_{i2} \parallel R_{i3} \parallel R_{i4} - \} (i=1,2)$ 。

取动平台 1 上中点 O' 为一基点,2 条支链的 POC 为

$$\begin{aligned} M_{b1} &= \begin{bmatrix} t^1 (\parallel P_{11}) \\ r^0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2 (\perp R_{12}) \\ r^1 (\parallel R_{12}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 (\parallel R_{12}) \end{bmatrix} \\ M_{b2} &= \begin{bmatrix} t^1 (\parallel P_{21}) \\ r^0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2 (\perp R_{22}) \\ r^1 (\parallel R_{22}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 (\parallel R_{22}) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

动平台 POC 集为

$$M_{pa} = M_{b1} \cap M_{b2} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2 \end{bmatrix}$$

由这 2 条支链构成的回路独立位移方程数 ξ_{L_1} 为

$$\begin{aligned} \xi_{L_1} &= \dim \left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 (\parallel R_{12}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^3 \\ r^1 (\parallel R_{22}) \end{bmatrix} \right) = \\ &\dim \left(\begin{bmatrix} t^3 \\ r^2 \end{bmatrix} \right) = 5 \end{aligned}$$

机构自由度 F 为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 8 - 5 = 3$$

因此,机构自由度为 3,当取 2 个滑块 (P_{11} 、 P_{21})、以及任意 1 条支链上的 1 个转动 (R_{12}) 为驱动副,其动平台 1 可实现三平移运动输出。

该单回路机构的约束度为

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 8 - 3 - 5 = 0$$

因此,机构的耦合度为零。

1.2.2 位置分析

该并联机构运动学模型如图 2 所示,以矩形静平台 0 的几何中心 O 为原点,建立笛卡尔坐标系 $Oxyz$, y 轴平行于 A_1 所在导轨, x 轴垂直于 y 轴, z 轴由右手定则确定。点 O 与 A_1 所在导轨的距离为 a ,点 O 与 A_2 所在导轨的距离为 b ,设 $l_{AiBi} = l_1 (i=1,2)$, $l_{CiBi} = l_2 (i=1,2)$, $l_{DiCi} = l_3 (i=1,2)$, $l_{D1O'} = l_{D2O'} = d$ 。

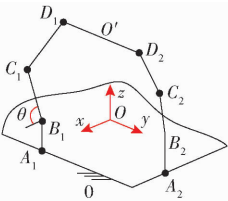


图 2 单回路三平移并联机构的运动学模型
Fig. 2 Kinematics model of single-loop three-translation PM

(1) 位置正解分析

位置正解问题归结为:已知静平台上点 A_1 、 A_2 移动位置分别是 y_{A1} 、 x_{A2} ,以及 B_1C_1 与 x 轴正向的夹角是 θ ,求动平台上 O' 的坐标 (x,y,z) 。

易知: $A_1 = (a, y_{A1}, 0)$ 、 $A_2 = (x_{A2}, b, 0)$ 、 $B_1 = (a, y_{A1}, l_1)$ 、 $B_2 = (x_{A2}, b, l_2)$ 、 $C_1 = (a + l_2 \cos \theta, y_{A1}, l_1 + l_2 \sin \theta)$,且 $O' = (x, y, z) = (x_{A2}, y_{A1} + d, z)$, $D_1 = (x, y - d, z)$ 。

由几何约束 $l_{C1D1} = l_3$ 建立位置方程,易得

$$z = l_1 + l_2 \sin \theta \pm \sqrt{l_3^2 - (x - a - l_2 \cos \theta)^2}$$

因此,子并联机构位置正解为

$$\begin{cases} x = x_{A2} \\ z = l_1 + l_2 \sin \theta \pm \sqrt{l_3^2 - (x_{A2} - a - l_2 \cos \theta)^2} \\ y = y_{A1} + d \end{cases} \quad (7)$$

由式(7)可知,基点 O' 的 x 由 x_{A2} 确定, y 由 y_{A1} 确定,而 z 仅由 θ 和 x_{A2} 两者决定。因此,该机构具有优异的运动解耦性。

(2) 位置反解分析

已知动平台 1 上点 O' 的坐标为 (x,y,z) ,求静平台上点 A_1 、 A_2 的移动位置 y_{A1} 、 x_{A2} ,以及 B_1C_1 与 x 轴正向的夹角 θ 。

由式(7)得到反解公式为

$$\begin{cases} x_{A2} = x \\ \theta = 2 \arctan \frac{N_1 \pm \sqrt{N_1^2 + N_2^2 - N_3^2}}{N_2 + N_3} \\ y_{A1} = y - d \end{cases} \quad (8)$$

其中 $N_1 = -2l_2(z - l_1)$ $N_2 = -2l_2(x - a)$
 $N_3 = l_3^2 - l_2^2 - (x - a)^2 - (z - l_1)^2$

由式(7)、(8)可知,该机构具有很好的符号式正向运动学。

1.2.3 数值验证

设机构杆长: $a = 280 \text{ mm}$, $b = 220 \text{ mm}$, $l_1 = 120 \text{ mm}$, $l_2 = 160 \text{ mm}$, $l_3 = 220 \text{ mm}$ 。

于是,由上述尺寸参数得到机构 3D 模型,量取 3 个驱动副 y_{A1} 、 x_{A1} 、 θ 的输入值分别为 -135.27 mm 、 110 mm 、 120° 。

将输入值代入式(7),利用 Matlab 软件编程,得 2 个位置正解,分别为: $x = 110 \text{ mm}$, $y = 16.73 \text{ mm}$, $z = 458.85 \text{ mm}$; $x = 110 \text{ mm}$, $y = 16.73 \text{ mm}$, $z = 162.20 \text{ mm}$ 。两组实数解对应的构型如图 3 所示。

将第 1 组实数解代入式(8),得到 2 组反解值,为: $x_{A2} = 110 \text{ mm}$, $y_{A1} = -135.27 \text{ mm}$, $\theta = \pi/3$; $x_{A2} = 110 \text{ mm}$, $y_{A1} = -135.27 \text{ mm}$, $\theta = 2\pi/3$ 。

第 1 组反解与 3 个输入的测量值一致,因此,验证了位置正解、反解公式正确。

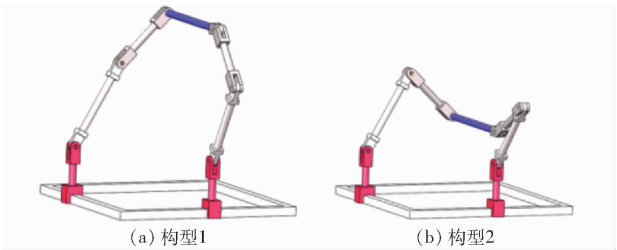


图 3 三平移并联机构构型

Fig. 3 Two configurations of three-translation PM

1.2.4 工作空间

采用位置正解计算工作空间,设3个驱动副的输入范围分别为: $-500\text{ mm} \leq x_{A2} \leq 800\text{ mm}$ 、 $-1\,000\text{ mm} \leq y_{A1} \leq 1\,000\text{ mm}$ 、 $0 \leq \theta \leq \pi$ 。由 Matlab 对位置正解进行编程,得到工作空间见图 4,以及不同 x 、 y 、 z 的截面图如图 5 所示。

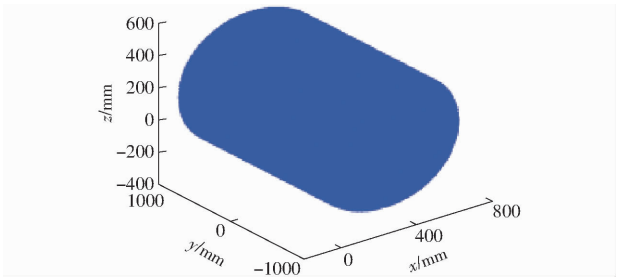


图 4 工作空间

Fig. 4 Workspace of single-loop PM

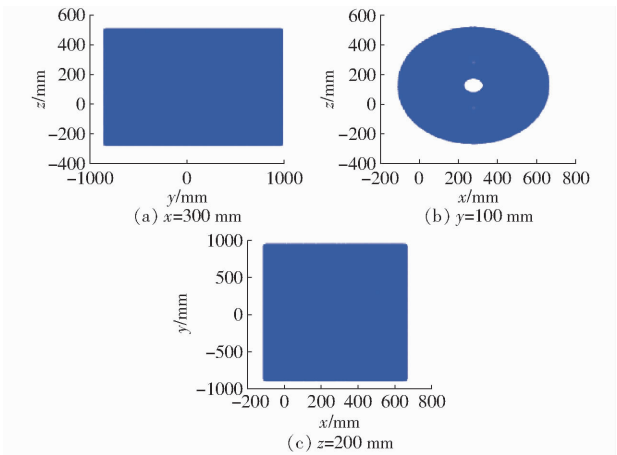


图 5 截面图

Fig. 5 Cross-section of workspace

1.2.5 奇异性

基于雅可比矩阵的方法进行奇异位形分析,雅可比矩阵为输入关节速度到机构末端输出速度的映射,由于矩阵内部元素与位置有关,因此,在工作空间内部不同位置时,矩阵内部元素也会产生变化,其映射关系为

$$J_o \dot{X} + J_i \dot{p} = 0 \tag{9}$$

式中 J_o ——输出雅可比矩阵

J_i ——输入雅可比矩阵

$\dot{X}$ ——输出元素 $\dot{p}$ ——输入元素

根据矩阵 J_o 和 J_i 是否奇异,将机构奇异分为 3 种类型:当 $\det(J_i) = 0$ 时,机构发生输入奇异;当 $\det(J_o) = 0$ 时,机构发生输出奇异;当 $\det(J_i) = \det(J_o) = 0$ 时,机构发生综合奇异。

(1) 输入奇异

当 $\det(J_i) = 0$ 时,机构发生输入奇异,经过分析发现该机构不会发生输入奇异。

(2) 输出奇异

当 $\det(J_o) = 0$ 时,机构发生输出奇异。由于 J_o 为下三角矩阵,故机构输出奇异只有一种情况: $\frac{\partial f_3}{\partial z} = f_{33} = 0$,即 $D_1 C_1$ 垂直 $B_1 C_1$,如图 6 所示。

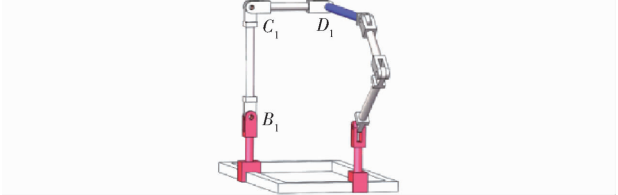


图 6 输入奇异位置

Fig. 6 Input singular position single-loop PM

(3) 综合奇异

当 $\det(J_i) = \det(J_o) = 0$ 时,机构发生综合奇异。经过分析发现该机构无综合奇异。

2 双回路三平移并联机构拓扑设计

以 1.2.1 节设计的单回路机构为基础,设计一类 4 个具有运动解耦、正向位置符号化且大工作空间的两回路三平移并联机构,如图 7 所示,它们均由动平台 1、静平台 0 以及 3 条支链组成,其中,第 I、II 条支链的拓扑结构相同,为 $SOC \{ -P_{i1} \parallel R_{i2} \parallel R_{i3} \parallel R_{i4} - \} (i = 1, 2)$,它们分别连接动平台 1 的一、二端;而第 III 条支链有 4 种不同的情况,具体为:

(1) 由 1 个移动副 (P_{31}) 与 2 个平行轴线的子链 1 ($R_{32} \parallel R_{33}$) 连接后,再垂直连接 2 个平行轴线的子链 2 ($R_{34} \parallel R_{35}$);转动副 R_{35} 连接动平台 1 的第 3 端,且与动平台 1 其它 2 端的转动副 R_{14} 与 R_{24} 轴线两两垂直,其拓扑结构为 $SOC \{ -P_{31} \parallel R_{32} \parallel R_{33} \perp R_{34} \parallel R_{35} \}$,如图 7a 所示。

(2) 由 1 个移动副 (P_{31}) 与 2 个轴线平行的转动副组成的子链 1 ($R_{32} \parallel R_{33}$)、子链 2 ($R_{34} \parallel R_{35}$) 串联连接而成,其中, $P_{31} \perp R_{32}$, $R_{33} \perp R_{34}$;转动副 R_{35} 连接动平台 1 的第 3 端,且与动平台 1 其它一端的转动副 R_{14} 相平行,如图 7b 所示。

(3) 由 1 个移动副 (P_{31}) 与 2 个轴线平行的转动副组成的子链 1 ($R_{32} \parallel R_{33}$)、子链 2 ($R_{34} \parallel R_{35}$) 串联连接而成,其中, $P_{31} \perp R_{32}$, $R_{33} \perp R_{34}$;而转动副 R_{35} 连

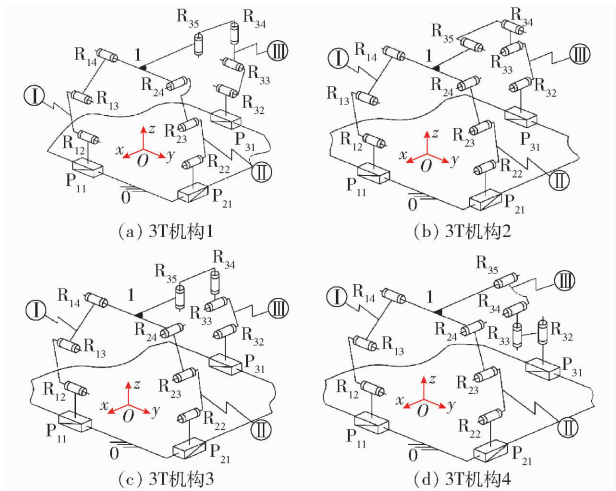


图 7 4 个两回路的三平移机构

Fig. 7 Four two-loop three-translation PMs

接动平台 1 的第 3 端,且与动平台 1 其它两端的转动副 R_{14} 与 R_{24} 轴线两两垂直,如图 7c 所示。

(4)由 1 个移动副 (P_{31}) 与 2 个轴线平行的转动副组成的子链 1 ($R_{32} \parallel R_{33}$)、子链 2 ($R_{34} \parallel R_{35}$) 串联连接而成,且转动副 R_{32} 的轴线垂直于移动副 P_{31} 的轴线且在一个运动平面内,而 $R_{33} \perp R_{34}$;转动副 R_{35} 连接动平台 1 的第 3 端,且与动平台 1 第 2 端处的转动副 R_{24} 轴线平行,如图 7d 所示。

4 种情况中,3 个 P 副位于静平台上,且 $P_{11} \parallel P_{31}$, $P_{11} \perp P_{21}$ 。

以图 7a 所示的三平移机构为例,进行拓扑特性分析。取动平台 1 上任一点为基点 O' ,支链 I、II 的 POC 同 1.2.1 节;支链 III 的 POC 为

$$M_{b3} = \begin{bmatrix} t^1 (\parallel P_{31}) \\ r^0 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2 (\perp R_{32}) \\ r^1 (\parallel R_{32}) \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} t^2 (\perp R_{34}) \\ r^1 (\parallel R_{34}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^2 \end{bmatrix}$$

因此,动平台 POC 集可确定为

$$M_{pa} = M_{b1} \cap M_{b2} \cap M_{b3} = \begin{bmatrix} t^3 \\ r^0 \end{bmatrix}$$

第 1 回路(子并联机构)由第 I、II 条支链组成,已求得其独立位移方程数为 5,且子动平台 POC 为 3T;第 2 回路由上述子并联机构和第 III 支链组成,其独立位移方程数为

$$\xi_{L_2} = \dim(M_{b(1-2)} \cup M_{b3}) = 5$$

因此,机构的自由度 F 为

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{j=1}^2 \xi_{L_j} = 13 - (5 + 5) = 3$$

因此,该机构的自由度为 3,当取静平台 0 上的移动副 P_{11} 、 P_{21} 、 P_{31} 为驱动副时,动平台 1 可实现三平移的运动输出。

第 1、2 个回路的约束度分别为

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 8 - 2 - 5 = 1$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 5 - 1 - 5 = -1$$

显然,第 1、2 回路组成一个子运动链 (SKC),其耦合度 κ 为

$$\kappa = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^v |\Delta_j| = 1$$

用同样的方法,对余下的图 7b~7d 所示的 3 个并联机构进行拓扑分析,可得到相同的拓扑特性 (POC、DOF、 κ),因此,这 4 个三平移并联机构将具有相似的运动学、动力学性能。

3 运动学

3.1 位置分析

三平移机构 1 的运动学模型如图 8 所示,以矩形静平台几何中心 O 为原点,建立笛卡尔静坐标系 $Oxyz$, y 轴平行于 A_1 、 A_3 所在的导轨, x 轴垂直于 y 轴, z 轴由右手定则确定。

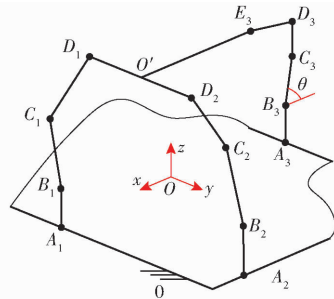


图 8 三平移机构 1 的运动学模型

Fig. 8 Kinematics model of three-translation PM 1

设 $l_{AiBi} = l_1 (i = 1, 2, 3)$, $l_{BiCi} = l_2 (i = 1, 2)$, $l_{DiCi} = l_3 (i = 1, 2)$, $l_{B3C3} = l_4$, $l_{D3C3} = l_5$, $l_{D3E3} = l_6$, A_1 、 A_3 所在的导轨与原点 O 的距离均为 a , A_2 所在的导轨与原点 O 的距离为 b , $l_{D1O'} = l_{D2O'} = d$, $l_{O'E3} = e$ 。

3.1.1 位置正解分析

位置正解问题归结为:已知静平台上 3 个点 $A_i (i = 1, 2, 3)$ 的移动位置 y_{A1} 、 x_{A2} 、 y_{A3} , 求动平台 1 上 $O' = (x, y, z)$ 。

易知, $A_1 = (a, y_{A1}, 0)$ 、 $A_2 = (x_{A2}, b, 0)$ 、 $A_3 = (-a, y_{A3}, 0)$; $B_1 = (a, y_{A1}, l_1)$ 、 $B_2 = (x_{A2}, b, l_1)$ 、 $B_3 = (-a, y_{A3}, l_1)$ 。

设 $O' = (x, y, z)$ 中的垂直分量为 z^* , C_3B_3 与 x 轴负向夹角为 θ 。

(1)第 1 回路 ($A_1-B_1-C_1-D_1-D_2-C_2-B_2-A_2$) 的求解

由动平台三平移特性,求得

$$O' = (x, y, z) = (x_{A2}, y_{A1} + d, z^*)$$

(2)第2回路($O'-E_3-D_3-C_3-B_3-A_3$)的求解由 O' 、 B_3 、 C_3 点坐标,分别可以得出

$$\boldsymbol{E}_3=(x-e,y,z)$$

$$\boldsymbol{C}_3=(-a-l_4\cos\theta,y_{A3},l_1+l_4\sin\theta)$$

$$\boldsymbol{D}_3=(-a-l_4\cos\theta,y_{A3},l_1+l_4\sin\theta+l_5)$$

因 E_3 与 D_3 位于同一高度,所以 $z_{E3}=z_{D3}$,可得

$$z=l_1+l_5+l_4\sin\theta \tag{10}$$

由几何约束 $E_3D_3=l_6$ 建立的位置方程,解得

θ 为

$$\theta=\arccos\frac{N_3\pm\sqrt{l_6^2-N_4^2}}{l_4}$$

其中 $N_3=e-a-x_{A2}$ $N_4=y_{A1}+d-y_{A3}$

因此,机构位置正解为

$$\begin{cases} x=x_{A2} \\ y=y_{A1}+d \\ z=l_1+l_5+l_4\sin\theta \end{cases} \tag{11}$$

由式(11)可知,该 3T 机构不仅有符号式位置正解,且点 O' 的 x 值由 x_{A2} 确定, y 值由 y_{A1} 确定,而 z 由 x_{A2} 、 y_{A1} 、 y_{A3} 三者共同确定,因而具有较好的 I-O 运动解耦性。

3.1.2 位置反解分析

已知动平台上点 O' 的坐标 (x,y,z) ,求 3 个移动副输入值,即 $\boldsymbol{\rho}=(x_{A2},y_{A1},y_{A3})$ 。

由式(10)可得

$$\theta=\arcsin\frac{z-l_1-l_5}{l_4}$$

因此,由式(11)求得反解方程为

$$\begin{cases} x_{A2}=x \\ y_{A3}=y\pm\sqrt{l_6^2-(x-e+a+l_4\cos\theta)^2} \\ y_{A1}=y-d \end{cases} \tag{12}$$

3.1.3 正逆解数值验算

取机构杆长为: $a=280\text{ mm}$, $b=220\text{ mm}$, $d=152\text{ mm}$, $e=300\text{ mm}$, $l_1=120\text{ mm}$, $l_2=220\text{ mm}$, $l_3=160\text{ mm}$, $l_4=180\text{ mm}$, $l_5=125\text{ mm}$, $l_6=160\text{ mm}$ 。

由上述尺寸得到机构的 3D 模型,取 3 个驱动副 P_{11} 、 P_{21} 、 P_{31} 输入值分别为 $y_{A1}=-144.36\text{ mm}$ 、 $x_{A2}=94.25\text{ mm}$ 、 $y_{A3}=-47.68\text{ mm}$ 。

将输入值代入正解式(11),利用 Matlab,得到 2 个位置正解,其中,1 组实数解为: $x=94.25\text{ mm}$, $y=7.64\text{ mm}$, $z=408.2234\text{ mm}$ 。该实数解对应的构型如图 9 所示。

将此实数解代入式(12),得到 2 组反解值:
 $y_{A1}=-144.36\text{ mm}$, $x_{A2}=94.25\text{ mm}$, $y_{A3}=-47.68\text{ mm}$;
 $y_{A1}=-144.36\text{ mm}$, $x_{A2}=94.25\text{ mm}$, $y_{A3}=62.9599\text{ mm}$ 。

第 1 组反解与 3 个输入的测量值一致,因此,

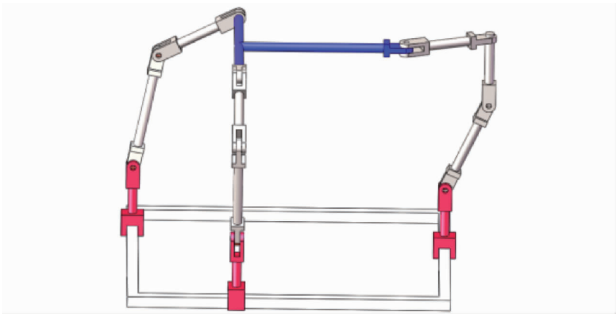


图 9 对应于正解的机构构型图

Fig.9 Configuration diagram for forward solution

正、反解公式的正确性得到验证。

3.2 速度、加速度分析

3.2.1 动平台速度

对位置反解方程(12)进行全微分,可得

$$\boldsymbol{J}_o\boldsymbol{v}=\boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\rho}} \tag{13}$$

其中

$$\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{bmatrix}^T$$

$$\dot{\boldsymbol{\rho}}=\begin{bmatrix} \dot{x}_{A2} & \dot{y}_{A1} & \dot{y}_{A3} \end{bmatrix}^T$$

$$\boldsymbol{J}_o=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{J}_i=-\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_{A2}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_2}{\partial y_{A1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial y_{A3}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x}=f_{11}=1 \quad \frac{\partial f_1}{\partial y}=f_{12}=0 \quad \frac{\partial f_1}{\partial z}=f_{13}=0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x}=f_{21}=0 \quad \frac{\partial f_2}{\partial y}=f_{22}=1 \quad \frac{\partial f_2}{\partial z}=f_{23}=0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x}=f_{31}=-[l_6^2-(x-e+a+l_4\cos\theta)^2]^{-\frac{1}{2}}\cdot$$

$$(x-e+a+l_4\cos\theta)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial y}=f_{32}=1$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial z}=f_{33}=[l_6^2-(x-e+a+l_4\cos\theta)^2]^{-\frac{1}{2}}\cdot$$

$$(x-e+a+l_4\cos\theta)\sin\theta\cdot$$

$$l_4^2[l_4^2-(z-l_1-l_5)^2]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_{A2}}=u_{11}=-1 \quad \frac{\partial f_2}{\partial y_{A1}}=u_{22}=-1 \quad \frac{\partial f_3}{\partial y_{A3}}=u_{33}=-1$$

当机构不处于奇异位形时, $\boldsymbol{J}_o$ 可逆,则

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{J}_o^{-1}\boldsymbol{J}_i\dot{\boldsymbol{\rho}} \tag{14}$$

式(14)即为动平台 1 上点 O' 的速度映射模型。

3.2.2 加速度

将式(14)两边同时对时间 t 求导,当机构不处于奇异位形时, $\boldsymbol{J}_o$ 可逆,并整理得

$$\dot{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{J}_o^{-1}\boldsymbol{J}_i\ddot{\boldsymbol{\rho}}-\boldsymbol{J}_o\boldsymbol{K}_0 \tag{15}$$

其中

$$\boldsymbol{K}_0=\begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \end{bmatrix}^T$$

而 $K_i(i=1,2,3)$ 为矩阵 J_o 和 J_i 中元素 $f_{ij}(i=1,2,3;j=1,2,3)$ 对时间 t 的导数与对应变量对时间 t 的导数的乘积之和,即

$$K_1 = \dot{f}_{11} \dot{x} + \dot{f}_{12} \dot{y} + \dot{f}_{13} \dot{z} + \dot{u}_{11} \dot{x}_{A2}$$

$$K_2 = \dot{f}_{21} \dot{x} + \dot{f}_{22} \dot{y} + \dot{f}_{23} \dot{z} + \dot{u}_{22} \dot{y}_{A1}$$

$$K_3 = \dot{f}_{31} \dot{x} + \dot{f}_{32} \dot{y} + \dot{f}_{33} \dot{z} + \dot{u}_{33} \dot{y}_{A3}$$

式(15)即为动平台上点 O' 的加速度映射模型。由 Matlab 编程和 Solidworks 仿真,可得式(14)、(15)正确。

3.3 机构奇异性分析

(1)输入奇异

当 $\det(J_i) = 0$ 时,机构发生输入奇异,由上述可知机构不会发生输入奇异。

(2)输出奇异

当 $\det(J_o) = 0$ 时,机构发生输出奇异。由于 J_o 为下三角矩阵,故机构输出奇异只有一种情况

$$f_{33} = \frac{\partial f_3}{\partial z} = -2\sin\theta(x - e + a + l_4 \cos\theta) \cdot$$

$$\frac{l_4^2}{\sqrt{l_4 - (z - l_1 - l_5)^2}} = 0$$

当 $\sin\theta = 0$ 时, D_3C_3 垂直于 B_3C_3 ,如图 10a 所示。

当 $x - e + a + l_4 \cos\theta = 0$ 时,点 E_3 与点 C_3 的 x 轴坐标相等,如图 10b 所示。

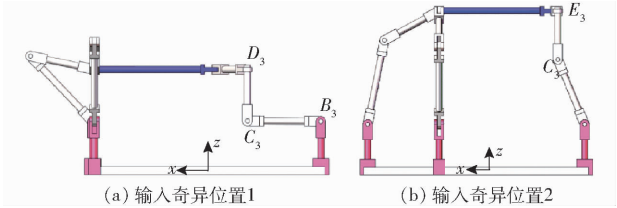


图 10 机构 1 输入奇异位置

Fig. 10 Input singular position

(3)综合奇异

当 $\det(J_i) = \det(J_o) = 0$ 时,机构发生综合奇异。经过分析发现该机构无综合奇异。

3.4 工作空间分析

采用位置正解计算工作空间,设 3 个驱动副输入范围分别为: $-500\text{ mm} \leq x_{A2} \leq 600\text{ mm}$ 、 $-1\,000\text{ mm} \leq y_{A1} \leq 1\,000\text{ mm}$ 、 $-500\text{ mm} \leq y_{A3} \leq 500\text{ mm}$ 。

利用 Matlab,对位置正解式(11)进行编程,得到工作空间如图 11 所示,以及不同 x 、 y 、 z 值的截面图,如图 12 所示。由图 11、12 可知,该机构具有较大的、近似矩形的有效工作空间。

同样,这类机构具有相似的大工作空间,是指这类机构的工作空间呈立方体形状,其 xOy 截面的面积由两边长 x 、 y 决定,其中,边长 y 的值由滑块 P_{11}

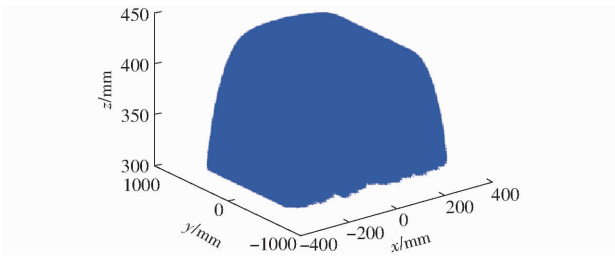


图 11 3T 机构工作空间

Fig. 11 Workspace for 3T PM

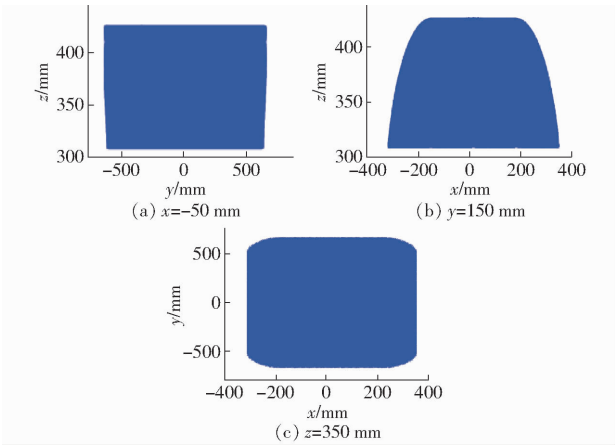


图 12 机构 1 截面图

Fig. 12 Cross-section of workspace

的位移线性决定,边长 x 的值由滑块 P_{21} 的位移线性决定,而 z 方向由 3 个滑块 P_{11} 、 P_{21} 、 P_{31} 共同决定。因此,只要滑块 P_{11} 、 P_{21} 的驱动范围足够大, xOy 截面的截面面积就足够大,因而其整个的立方体工作空间也很大。

而其他大多数三平移并联机构工作空间的 xOy 截面面积不具备这样的数值特征,即截面的两边长不能由两驱动滑块位移线性决定。因此,认为这类机构具有大工作空间。

4 动力学分析

4.1 受力分析

4.1.1 SKC₂内各杆件

(1)动平台

取动平台质心为点 O' ,则

$$Q_{O'} = \begin{bmatrix} F_{O'} \\ M_{O'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{O'} + m_{O'}g - m_{O'}a_1 \\ \tau_{O'} - I_{O'}\varepsilon_1 - \omega_1 \times (I_{O'}\omega_1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中 $f_{O'}$ ——动平台所受外力

$\tau_{O'}$ ——动平台所受外力矩

$m_{O'}$ ——动平台质量

g ——重力加速度

ω_1 ——动平台角速度

ε_1 ——动平台角加速度

$I_{O'}$ ——坐标系 $Oxyz$ 下动平台惯量矩阵

$F_{O'}$ ——动平台所受的力
 $\boldsymbol{M}_{O'}$ ——动平台所受力矩

(2) 移动滑块 A_3B_3

$$\boldsymbol{Q}_{A_3B_3} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{A_3B_3} \\ \boldsymbol{M}_{A_3B_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{A_3B_3} + m_{A_3B_3} \boldsymbol{g} - m_{A_3B_3} \boldsymbol{a}_{A_3} \\ \boldsymbol{K} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中 $\boldsymbol{K} = [0 \quad 0 \quad 0]^T$

式中 $m_{A_3B_3}$ ——滑块 A_3B_3 质量
 $f_{A_3B_3}$ ——滑块 A_3B_3 上的驱动力

(3) 转动杆 B_3C_3

$$\boldsymbol{Q}_{B_3C_3} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{B_3C_3} \\ \boldsymbol{M}_{B_3C_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{B_3C_3} \boldsymbol{g} - m_{B_3C_3} \boldsymbol{a}_{B_3C_3} \\ -\boldsymbol{I}_{B_3C_3} \boldsymbol{\varepsilon}_{B_3C_3} - \boldsymbol{\omega}_{B_3C_3} \times (\boldsymbol{I}_{B_3C_3} \boldsymbol{\omega}_{B_3C_3}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中 $m_{B_3C_3}$ ——杆 B_3C_3 质量
 $\boldsymbol{I}_{B_3C_3}$ ——坐标系 $Oxyz$ 下杆 B_3C_3 惯量矩阵

(4) 转动杆 C_3D_3

$$\boldsymbol{Q}_{C_3D_3} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{C_3D_3} \\ \boldsymbol{M}_{C_3D_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{C_3D_3} \boldsymbol{g} - m_{C_3D_3} \boldsymbol{a}_{C_3D_3} \\ -\boldsymbol{I}_{C_3D_3} \boldsymbol{\varepsilon}_{C_3D_3} - \boldsymbol{\omega}_{C_3D_3} \times (\boldsymbol{I}_{C_3D_3} \boldsymbol{\omega}_{C_3D_3}) \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中 $m_{C_3D_3}$ ——杆 C_3D_3 质量
 $\boldsymbol{I}_{C_3D_3}$ ——坐标系 $Oxyz$ 下杆 C_3D_3 惯量矩阵

(5) 转动杆 D_3E_3

$$\boldsymbol{Q}_{D_3E_3} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{D_3E_3} \\ \boldsymbol{M}_{D_3E_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{D_3E_3} \boldsymbol{g} - m_{D_3E_3} \boldsymbol{a}_{D_3E_3} \\ -\boldsymbol{I}_{D_3E_3} \boldsymbol{\varepsilon}_{D_3E_3} - \boldsymbol{\omega}_{D_3E_3} \times (\boldsymbol{I}_{D_3E_3} \boldsymbol{\omega}_{D_3E_3}) \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中 $m_{D_3E_3}$ ——杆 D_3E_3 质量
 $\boldsymbol{I}_{D_3E_3}$ ——坐标系 $Oxyz$ 下杆 D_3E_3 的惯量矩阵

(6) 转动杆 E_3O'

$$\boldsymbol{Q}_{E_3O'} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{E_3O'} \\ \boldsymbol{M}_{E_3O'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{E_3O'} \boldsymbol{g} - m_{E_3O'} \boldsymbol{a}_{E_3O'} \\ -\boldsymbol{I}_{E_3O'} \boldsymbol{\varepsilon}_{E_3O'} - \boldsymbol{\omega}_{E_3O'} \times (\boldsymbol{I}_{E_3O'} \boldsymbol{\omega}_{E_3O'}) \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中 $m_{E_3O'}$ ——杆 E_3O' 质量
 $\boldsymbol{I}_{E_3O'}$ ——坐标系 $Oxyz$ 下杆 E_3O' 惯量矩阵

4.1.2 SKC₁内各杆件

(1) 杆件 D_1D_2

由于杆件 D_1O' 和 D_2O' 同轴线, 不发生相对转动, 故将杆件 D_1O' 和 D_2O' 视为同一杆件 D_1D_2 , 可得

$$\boldsymbol{Q}_{D_1D_2} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{D_1D_2} \\ \boldsymbol{M}_{D_1D_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{D_1D_2} \boldsymbol{g} - m_{D_1D_2} \boldsymbol{a}_{D_1D_2} \\ \boldsymbol{K} \end{bmatrix} \quad (22)$$

式中 $m_{D_1D_2}$ ——杆 D_1O' 和 D_2O' 总质量

(2) 驱动滑块 A_iB_i

$$\boldsymbol{Q}_{A_iB_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{A_iB_i} \\ \boldsymbol{M}_{A_iB_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{A_iB_i} + m_{A_iB_i} \boldsymbol{g} - m_{A_iB_i} \boldsymbol{a}_{A_iB_i} \\ \boldsymbol{K} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2) \quad (23)$$

式中 $m_{A_iB_i}$ ——滑块 A_iB_i 质量
 $f_{A_iB_i}$ ——滑块 A_iB_i 上的驱动力

(3) 杆件 B_iC_i

$$\boldsymbol{Q}_{B_iC_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{B_iC_i} \\ \boldsymbol{M}_{B_iC_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{B_iC_i} \boldsymbol{g} - m_{B_iC_i} \boldsymbol{a}_{B_iC_i} \\ -\boldsymbol{I}_{B_iC_i} \boldsymbol{\varepsilon}_{B_iC_i} - \boldsymbol{\omega}_{B_iC_i} \times (\boldsymbol{I}_{B_iC_i} \boldsymbol{\omega}_{B_iC_i}) \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2) \quad (24)$$

式中 $m_{B_iC_i}$ ——杆 B_iC_i 质量
 $\boldsymbol{I}_{B_iC_i}$ ——坐标系 $Oxyz$ 下杆 B_iC_i 惯量矩阵

(4) 杆件 C_iD_i

$$\boldsymbol{Q}_{C_iD_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{C_iD_i} \\ \boldsymbol{M}_{C_iD_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{C_iD_i} \boldsymbol{g} - m_{C_iD_i} \boldsymbol{a}_{C_iD_i} \\ -\boldsymbol{I}_{C_iD_i} \boldsymbol{\varepsilon}_{C_iD_i} - \boldsymbol{\omega}_{C_iD_i} \times (\boldsymbol{I}_{C_iD_i} \boldsymbol{\omega}_{C_iD_i}) \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2) \quad (25)$$

式中 $m_{C_iD_i}$ ——杆 C_iD_i 质量
 $\boldsymbol{I}_{C_iD_i}$ ——坐标系 $Oxyz$ 下杆 C_iD_i 惯量矩阵

4.2 动力学方程建立

SKC₂ 动力学方程为

$$\begin{aligned} & [\delta X_{A_3B_3} \quad 0] \boldsymbol{Q}_{A_3B_3} + [\delta X_{B_3C_3} \quad \delta \theta_{B_3C_3}] \boldsymbol{Q}_{B_3C_3} + \\ & [\delta X_{C_3D_3} \quad \delta \theta_{C_3D_3}] \boldsymbol{Q}_{C_3D_3} + [\delta X_{D_3E_3} \quad \delta \theta_{D_3E_3}] \boldsymbol{Q}_{D_3E_3} + \\ & [\delta E_{3O'} \quad 0] \boldsymbol{Q}_{E_3O'} - [\delta X_{D_1D_2} \quad 0] [F_{O'} \quad 0]^T = \boldsymbol{O} \end{aligned} \quad (26)$$

SKC₁ 动力学方程为

$$\begin{aligned} & [\delta X_{A_1B_1} \quad 0] \boldsymbol{Q}_{A_1B_1} + [\delta X_{A_2B_2} \quad 0] \boldsymbol{Q}_{A_2B_2} + \\ & [\delta X_{B_1C_1} \quad \delta \theta_{B_1C_1}] \boldsymbol{Q}_{B_1C_1} + \\ & [\delta X_{B_2C_2} \quad \delta \theta_{B_2C_2}] \boldsymbol{Q}_{B_2C_2} + [\delta X_{C_1D_1} \quad \delta \theta_{C_1D_1}] \boldsymbol{Q}_{C_1D_1} + \\ & [\delta X_{C_2D_2} \quad \delta \theta_{C_2D_2}] \boldsymbol{Q}_{C_2D_2} + [\delta X_{D_1D_2} \quad 0] [F_{O'} \quad 0]^T = \boldsymbol{O} \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\delta X_{A_iB_i} = J_{vA_iB_i} \delta q \quad (i = 1, 2, 3)$
 $\delta X_{B_iC_i} = J_{vB_iC_i} \delta q \quad (i = 1, 2)$
 $\delta X_{B_3C_3} = J_{vB_3C_3} \delta q \quad \delta X_{C_iD_i} = J_{vC_iD_i} \delta q \quad (i = 1, 2, 3)$
 $\delta X_{D_3E_3} = J_{vD_3E_3} \delta q \quad \delta X_{D_1D_2} = J_{vD_1D_2} \delta q$
 $\delta X_{E_3O'} = J_{vE_3O'} \delta q$
 $\delta \theta_{B_iC_i} = J_{\omega B_iC_i} \delta q \quad (i = 1, 2)$
 $\delta \theta_{B_3C_3} = J_{\omega B_3C_3} \delta q$
 $\delta \theta_{C_iD_i} = J_{\omega C_iD_i} \delta q \quad (i = 1, 2, 3)$
 $\delta \theta_{D_3E_3} = J_{\omega D_3E_3} \delta q$

4.3 驱动力计算实例

假设取 3 个驱动副 P_{11} 、 P_{21} 、 P_{31} 的输入函数均

为： $y = 10\sin(0.5t)$ ；各杆件质量为： $m_{A_iB_i} = 4.53\text{ kg}$ ， $m_{B_1C_1} = 4.04\text{ kg}$ ， $m_{B_2C_2} = 4.04\text{ kg}$ ， $m_{B_3C_3} = 3.47\text{ kg}$ ， $m_{C_1D_1} = 3.67\text{ kg}$ ， $m_{C_2D_2} = 3.67\text{ kg}$ ， $m_{C_3D_3} = 2.53\text{ kg}$ ， $m_{D_3E_3} = 3.43\text{ kg}$ ， $m_{MO'} = 9.2\text{ kg}$ 。

各杆件转动惯量如表 1 所示。

表 1 各杆件转动惯量

Tab.1 Moment of inertia parameters of each link

杆件	$\text{kg}\cdot\text{mm}^2$		
	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
B_1C_1	313 099.61	499 432.94	354 762.39
B_2C_2	490 737.56	254 389.83	308 234.63
B_3C_3	158 362.42	503 086.49	360 635.38
C_1D_1	587 493.49	619 956.23	185 990.57
C_2D_2	697 660.56	531 088.95	232 230.03
C_3D_3	294 211.32	609 291.81	326 809.24
D_3E_3	573 901.09	841 323.79	272 191.28

将以上参数代入动力学方程式(16)~(27)，设负载为 10 kg，运用 Matlab 计算该机构驱动力；同时，将虚拟样机导入 ADAMS 中进行仿真得到 3 个滑块的驱动力曲线，如图 13 所示。

由图 13 可知，驱动力理论曲线与仿真曲线一致，仅存在细微误差，故动力学模型正确；同时，表明 3 个滑块所需的最大驱动力为 142.2 N，从而为该机构驱动电机的选择奠定了技术基础。

5 结论

(1)提出了一种运动解耦且符号式位置正解的单回路三平移并联机构，设计一类 4 种全由低副组

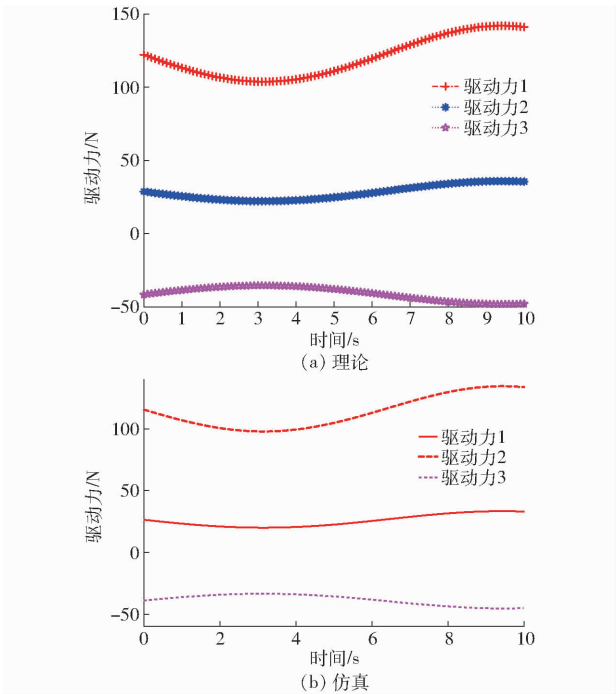


图 13 驱动力曲线

Fig. 13 Actuated force curves of 3T PM

成、制造方便，同时具有符号式位置正解且部分运动解耦、大工作空间的三平移并联机构，这些特性有利于对这类机构进行实时控制。

(2)以其中一个机构为例，进行了速度、加速度、奇异性和工作空间分析，得到了各杆件速度雅可比矩阵。

(3)根据基于虚功原理的序单开链法，建立了该机构的动力学模型，并利用 ADAMS 软件对虚拟样机进行了仿真，证明了该动力学模型的正确。

参 考 文 献

[1] CLAVEL R. A fast robot with parallel geometry[C]//Proceedings of the 18th Int. Symposium on Industrial Robots,1988:91 – 100.

[2] KELAIAIA R,COMPANY O,ZAATRI A. Multiobjective optimization of a linear Delta parallel robot[J]. Mechanism & Machine Theory,2012,50(2):159 – 178.

[3] 程强. 3P-Delta 并联机构的参数优化与轨迹规划[D]. 太原:中北大学,2017.

CHENG Qiang. Parameter optimization and trajectory planning of 3P-Delta parallel mechanism[D]. Taiyuan: North University of China,2017. (in Chinese)

[4] TSAI L W,JOSHI S. Kinematics and optimization of a spatial 3-UPU parallel manipulator ASME[J]. Mech. Des. ,2000, 122: 439 – 446.

[5] BOURI M,CLAVEL R. The linear Delta: developments and applications[C]//Robotics,VDE,2010: 1 – 8.

[6] 刘延斌,底复龔. 一种新型 3-RRRU 并联机构及其运动学分析[J]. 中国机械工程,2013,24(4):476 – 481.

LIU Yanbin, DI Fuyan. A novel 3-RRRU parallel mechanism and its kinematics analysis [J]. China Mechanical Engineering, 2013,24(4):476 – 481. (in Chinese)

[7] LI Y, XU Q. Kinematic analysis and design of a new 3-DOF translational parallel manipulator[J]. ASME. J. Mech. Des. , 2006, 128(4): 729 – 737.

[8] WANG X, BARON L,CLOUTIER G. Topological and geometrical synthesis of three-degree-of-freedom fully parallel manipulators by instantaneous kinematics[J]. ASME. J. Mech. Des. , 2008, 130(3): 032301.

[9] DI GREGORIO R, PARENTI-CASTELLI V. Mobility analysis of the 3-UPU parallel mechanism assembled for a pure translational motion[J]. ASME. J. Mech. Des. ,2002,124(2): 259 – 264.

[10] DI GREGORIO R. Kinematics of the translational 3-URC mechanism[J]. ASME. J. Mech. Des. , 2004, 126(6): 1113 –

1117.

[11] 郭宗和,马履中,尹小琴,等. 非对称三平移并联机构的运动条件设计[J]. 农业机械学报,2006,37(10):112-115.
GUO Zonghe, MA Lüzhong, YIN Xiaoqin, et al. Design of kinematic conditions for an asymmetric three-translation parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2006,37(10):112-115. (in Chinese)

[12] 李丽红,张发海,朱磊. 2-CPR/UPU 三平移并联机构运动学分析与优化设计[J]. 机械传动,2022,46(10):64-70,76.
LI Lihong, ZHANG Fahai, ZHU Lei. Kinematics analysis and optimal design of 2-CPR/UPU three-translation parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022,46(10):64-70,76. (in Chinese)

[13] 李菊,肖思进,沈惠平,等. 两支链三平移并联机构动力学分析与性能优化[J]. 农业机械学报,2022,53(10):412-422,445.
LI Ju, XIAO Sijin, SHEN Huiping, et al. Dynamic analysis and performance optimization of two-chain three-translation parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Journal for Agricultural Machinery,2022,53(10):412-422,445. (in Chinese)

[14] 李菊,朱忠顺,沈惠平,等. 三平移并联机构拓扑设计与运动学分析[J]. 农业机械学报,2022,53(9):425-433,442.
LI Ju, ZHU Zhongqi, SHEN Huiping, et al. Topological design and kinematic analysis of three-translation parallel mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2022,53(9):425-433,442. (in Chinese)

[15] 曾达幸,李晓帆,邱雪松,等. 新型三平移解耦并联机构的综合[J]. 中国机械工程,2015,26(10):1279-1283.
ZENG Daxing, LI Xiaofan, QIU Xuesong, et al. Synthesis of a novel three-level transfer decoupled parallel mechanism[J]. China Mechanical Engineering,2015,26(10):1279-1283. (in Chinese)

[16] 马履中,郭宗和,杨启志,等. 三平移弱耦合并联机器人机构精度分析[J]. 江苏大学学报(自然科学版),2005,26(3):198-202.
MA Lüzhong, GUO Zonghe, YANG Qizhi, et al. Precision analysis of three-translation weakly coupled parallel robot mechanism[J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2005,26(3):198-202. (in Chinese)

[17] 谢俊,左飞飞,杨启志,等. 一种三自由度弱耦合并联机构运动学分析[J]. 机床与液压,2022,50(1):36-43.
XIE Jun, ZUO Feifei, YANG Qizhi, et al. Kinematics analysis of a three-degree-of-freedom weakly coupled parallel mechanism[J]. Machine Tool & Hydraulics,2022,50(1):36-43. (in Chinese)

[18] 沈惠平,吴成琦,许可,等. 一种零耦合度三平移并联机构的设计及运动学[J]. 中国机械工程,2019,30(6):658-664,671.
SHEN Huiping, WU Chengqi, XU Ke, et al. Design and kinematics of a zero-coupling three-translation parallel mechanism [J]. China Mechanical Engineering,2019,30(6):658-664,671. (in Chinese)

[19] 沈惠平,吉昊,许正骁,等. 三平移机构设计与运动学符号解及性能评价[J]. 农业机械学报,2020,51(9):397-407.
SHEN Huiping, JI Hao, XU Zhengxiao, et al. Design kinematic symbolic solution and performance evaluation of three-translation mechanism [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019,51(9):397-407. (in Chinese)

[20] 赵一楠,沈惠平,陆晨芳,等. 基于 SKC 的新型 3T 并联机构的运动学、奇异性和工作空间分析[J]. 机械传动,2023,47(7):58-68.
ZHAO Yi'nan, SHEN Huiping, LU Chenfang, et al. Kinematics, singularity and workspace analysis of a novel 3T parallel mechanism based on SKC[J]. Journal of Mechanical Transmission,2023,47(7):58-68. (in Chinese)

[21] 梁栋,刘军,畅博彦,等. 末端铰接三平动并联机构设计与性能优化[J]. 农业机械学报,2022,53(10):446-458.
LIANG Dong, LIU Jun, CHANG Boyan, et al. Design and performance optimization of three-translational parallel mechanism with articulated end[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(10):446-458. (in Chinese)

[22] 李丽红,张发海,朱磊. 2-CPR/UPU 三平移并联机构运动学分析与优化设计[J]. 机械传动,2022,46(10):64-70,76.
LI Lihong, ZHANG Fahai, ZHU Lei. Kinematic analysis and optimal design of 2-CPR/UPU three-translation parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2012,46(10):64-70,76. (in Chinese)

[23] 彭红梅,陈亚,陆彩满,等. 新型三平移 2PPPa 并联机构运动学分析与优化设计[J]. 机床与液压,2022,50(3):43-48.
PENG Hongmei, CHEN Ya, LU Caiman, et al. Kinematics analysis and optimal design of a new three-translation 2PPPa parallel mechanism[J]. Machine Tool & Hydraulics,2022,50(3):43-48. (in Chinese)

[24] 杨廷力,刘安心,罗玉峰,等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京:科学出版社,2012.

[25] 沈惠平. 机器人机构拓扑特征运动学[M]. 北京:高等教育出版社,2021.