

doi:10.6041/j. issn. 1000-1298. 2024. 01. 043

精密镗床旋转轴几何误差完备性测量与辨识

郭世杰^{1,2} 丁强强^{1,2} 邹云鹤^{1,2} 萨日娜^{1,2} 唐术锋^{1,2}

(1. 内蒙古工业大学机械工程学院, 呼和浩特 010051; 2. 内蒙古自治区特殊服役机器人重点实验室, 呼和浩特 010051)

摘要: 针对四轴卧式镗床旋转轴需测几何误差的数目不统一与完备性缺失的问题, 提出了基于形状创成函数的四轴卧式镗床旋转轴 PIGEs 形成机理分析方法与旋转轴完备几何误差测量辨识方法。基于形状创成机理构建了卧式镗床几何误差创成函数, 确定了旋转轴可通过误差补偿进行调整的最少与位置无关的几何误差 (Position-independent geometric error, PIGEs) 数目。建立了卧式镗床旋转轴 4 项 PIGEs、6 项与位置有关的几何误差 (Position-dependent geometric error, PDGEs)、6 项安装误差 (Setup error, SEs) 与球杆仪 (Double ball bar, DBB) 测量轨迹半径之间的完备性函数模型, 设计了基于 DBB 的四轴联动 Viviani 曲线测量轨迹, 构建了旋转轴 6 项 PDGEs 的 NURBS 表征与 PIGEs、SEs 辨识方法。开展了误差补偿对比实验验证, 结果表明, 利用几何误差完备性测量与辨识结果进行误差补偿, 较仅单一补偿 6 项 PDGEs 可提升圆轨迹测量精度 40.69%。

关键词: 卧式镗床; 几何误差; 创成机理; 旋转轴; 完备性测量与辨识

中图分类号: TH161 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2024)01-0446-13

OSID:



Completeness Measurement and Identification of Geometric Error of Rotary Axis of Boring Machine

GUO Shijie^{1,2} DING Qiangqiang^{1,2} ZOU Yunhe^{1,2} SA Rina^{1,2} TANG Shufeng^{1,2}

(1. College of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Huhhot 010051, China

2. Key Laboratory of Special Service Robot of Inner Mongolia Autonomous Region, Huhhot 010051, China)

Abstract: To address the problem that the number of geometric errors were inconsistent and incompleteness which needed to be measured for the rotary axis of four axis horizontal boring machine, an analyzing methodology of PIGEs formation mechanism based on the shape generation function and a method of the completeness measuring, identifying geometric errors of the rotary axis were proposed for a four axis horizontal boring machine. Firstly, the generation function of PIGEs of horizontal boring machines was constructed based on the shape generation mechanism, and the minimum number of position-independent geometric error (PIGEs) that the rotary axis can be adjusted through error compensation was determined. Secondly, the completeness function model was established consisted of four terms PIGEs, six terms position-dependent geometric error (PDGEs), six terms setup error (SEs) and DBB measurement track radius length of the rotary axis of horizontal boring machine, the Viviani curve measurement track based on DBB was designed based four-axis synchronized motion, and the NURBS characterization of six item PDGEs, identification methods of PIGEs, and SEs of the rotary axis were constructed. Finally, the comparative experiment by error compensating was carried out. The results showed that the error compensation using the geometric error completeness measurement and identification results included four terms PIGEs, six terms PDGEs, and six terms SEs can improve the measurement accuracy of circular trajectory by 40.69% compared with that of compensate six PDGEs simply.

Key words: horizontal boring machine; geometric error; formation mechanism; rotary axis; completeness measurement and identification

收稿日期: 2023-08-30 修回日期: 2023-10-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(52065053, 52365058, 52365064)、内蒙古关键技术攻关项目(2021GG0255)、内蒙古自治区高等学校创新团队发展计划支持项目(NMGIRT2213)、内蒙古自治区直属高校基本科研业务费项目(ZTY2023005, JY20230043)、内蒙古自治区高等学校青年科技英才支持计划项目(NJYT23043)和内蒙古自然科学基金项目(2023LHMS05018, 2023LHMS05017)

作者简介: 郭世杰(1985—), 男, 副教授, 主要从事精密机械、测量技术和数控技术研究, E-mail: zijianguoxjtu2015@163.com

通信作者: 唐术锋(1981—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事机电系统动力学研究, E-mail: tangshufeng@imut.edu.cn

0 引言

数控机床是一个国家装备制造业的基础,精密卧式加工中心又是其中技术含量较高的一大系列^[1],高精度数控坐标镗床适用于箱体类、盘类、板件及模具类等复杂零件的中、小批量的精密加工,可进行铣削斜面、框形平面、二维、三维曲面等加工,适用于尺寸、形状和位置精度要求高的孔系加工,并能完成镗孔、钻孔、锪孔、铰孔、攻丝等工作,是军工、航天、航空、刀具模具及机器制造业等精密零件加工的重要设备^[2-3]。几何误差是影响机床准静态精度的重要因素,其中旋转轴几何误差的影响大于直线轴对机床精度的影响^[4-5],因此,揭示卧式镗床旋转轴几何误差的创成机理,对其进行测量辨识并实施补偿对提升机床准静态精度具有重要意义。

机床几何误差分为与位置有关的几何误差(Position-dependent geometric errors, PDGEs)和与位置无关的几何误差(Position-independent geometric error, PIGEs)^[6-7]。PDGEs 也被称为部件误差(Component errors)^[8],PDGEs 主要源于转动轴制造缺陷。PIGEs 也被称为位置误差(Location error)^[9]、连接误差(Link error parameter)、运动学误差(Kinematic error)和系统偏差(Systematic deviation)等,PIGEs 主要由机床装配过程的误差导致^[10]。

测量与辨识旋转轴几何误差是实施误差预防与补偿的基础^[11]。针对旋转轴的 PIGEs 与 PDGEs 测量方法,JEONG 等^[12]利用触控式探头及标准球对立式数控机床旋转轴的 4 项 PIGEs 进行了测量辨识,通过标准球中心和探针之间误差向量确定球体中心的实际位置,并通过误差向量与 PIGEs 之间的函数关系实现了几何误差辨识。WANG 等^[13]利用激光跟踪仪采用多站分时方法对卧式镗床的旋转轴 2 项 PIGEs 进行了测量,并与倾角仪的测量结果进行比较,验证了所提方案的有效性。ZHONG 等^[14]在四轴卧式镗床上基于 XM-60 型雷尼绍球杆仪进行了直线轴 3 项 PIGEs 辨识,并通过多普勒激光干涉仪进行了体对角线测量的精度验证。CHENG 等^[15]利用激光干涉仪对四轴卧式镗床旋转轴的 2 项 PIGEs 和 6 项 PDGEs 进行了测量,并基于测量结果验证了精度分配方案的有效性,但未详细说明针对旋转轴 2 项 PIGEs 的具体辨识方法。PENG 等^[16]通过优化 n 次 B 样条误差曲线的控制点,实现了卧式镗床旋转轴 6 项 PDGEs 的拟合建模,通过 7 次测量实现了 PDGEs 的测量。刘恩^[17]通过安装球杆仪平行 X、Y、Z 轴及锥形特定安装,以及 RX10 回转分

度仪进行了卧式镗床旋转轴 6 项 PDGEs 的测量辨识。TIAN 等^[18]构建了空间圆球轨迹的 DBB 测量,辨识了卧式镗床旋转轴 6 项 PDGEs,通过岭回归提升了误差辨识精度。刘兴兴^[19]将 B 轴与 Y 轴平行度在 X 轴分量、B 轴与 Y 轴平行度在 Z 轴分量构成的 2 项 PIGEs 几何误差引入至四轴卧式加工中心的空间误差模型中,并基于此进行了几何精度优化分配研究。上述的研究针对旋转轴 PDGEs 测量取得了显著效果^[20-21],但是现有针对卧式镗床旋转轴 PIGEs 的测量与辨识研究中,考虑的误差项包括旋转轴与直线轴间的角度误差^[22-24]、旋转轴与参考坐标系之间的偏移误差^[25-27],所测 PIGEs 在数目及误差空间分布上存在差异^[12,22-27]。

针对卧式机床旋转轴几何误差的数目及轴间误差项尚未有一致的共识,其根本原因是旋转轴 PIGEs 的创成机理不明。这导致误差模型完备性缺失、精度维护及设计阶段需检测及分析的几何误差不统一,限制了预测精度及误差补偿精度的提升。测量过程中旋转轴单轴运动可减少安装次数,降低直线轴对测量结果的影响^[5]。两轴联动的 DBB 圆轨迹易于控制,且可降低伺服误差对测量精度的影响^[18]。然而,单轴运动以及两轴联动圆轨迹不能最直接反映几何误差对空间精度的影响^[28],且与机床实际运动过程中多轴同步运动的特征不符。

几何误差的多项式拟合过程中会出现病态格兰姆矩阵,多项式的次数难以确定,容易出现欠拟合或过拟合现象,导致参数化模型不准确。采用高次多项式插值进行几何误差项建模时,易出现等间距差值点区间边缘震荡以及过拟合的问题。B 样条曲线的参数化建模受到参数均匀化制约,拟合曲线在起止点易退化为直线。NURBS 插补已经在机器人轨迹规划、曲面重构、加工路径优化广泛应用。相比于多项式插值及 B 样条曲线拟合,NURBS 曲线在局部性收敛精度、逼近性方面具有的良好性能使其成为广泛应用的列表曲线拟合方法。

基于此,本文提出一种卧式镗床旋转轴位置无关几何误差创成分析方法及旋转轴全部 PDGEs 与 PIGEs 完备测量辨识方法。建立工件-主轴端轴间位置无关误差传递模型,依据轴间误差矩阵特征,推导旋转轴与其固连直线轴之间的 PIGEs 创成机理模型,分离旋转轴需测量辨识的 4 项 PIGEs;构建基于 DBB 测量的 Viviani 四轴联动曲线与圆轨迹测量模式;构建完备误差的测量模式及辨识模型;通过在四轴卧式镗床上进行误差测量及误差补偿实验,以验证文中所提出方法的有效性。

1 卧式镗床旋转轴几何误差定义

1.1 旋转轴 PIGEs 形成机理

以卧式镗床 T/bz0xy/S(z) 为研究对象, 如图 1 所示。

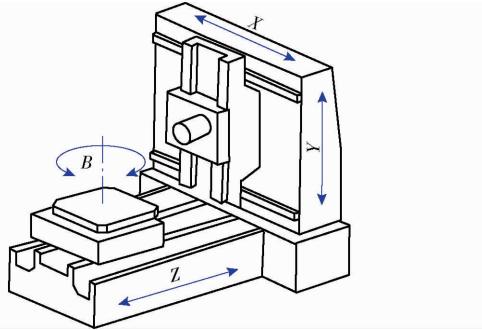


图 1 卧式镗床简图

Fig. 1 Schematic of horizontal boring machine

由图 1 可知, 该卧式镗床由直线轴 X 轴、Y 轴和 Z 轴, 以及旋转工作台的 B 轴构成。其中工件安装于转台端, 与 Z 轴共同构成工件链。刀具安装于主轴端, 与 X 轴、Y 轴构成刀具链。

由刚体运动性质可知, 每个运动轴在笛卡尔坐标系中有 6 个自由度, 反映在机床精度中是 6 个几何误差。四轴机床的 30 项 PIGEs 分布如图 2 所示。

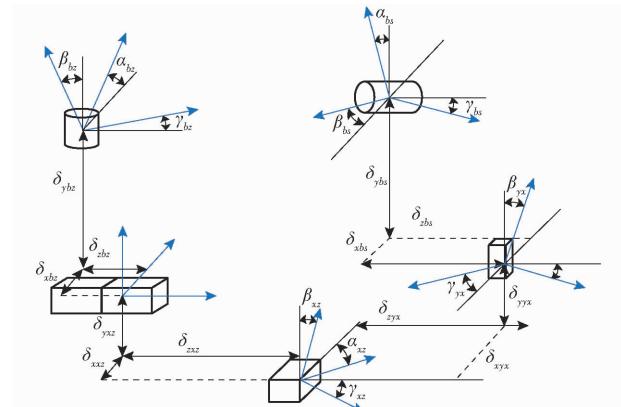


图 2 卧式镗床 PIGEs 分布

Fig. 2 Distribution of PIGEs of horizontal boring machine

图 2 中, $\delta_{x_{bz}}$ 为 B 轴与 Z 轴沿 x 方向之间的位置偏差; $\delta_{y_{bz}}$ 为 B 轴与 Z 轴沿 y 方向之间的位置偏差; $\delta_{z_{bz}}$ 为 B 轴与 Z 轴沿 z 方向之间的位置偏差; α_{bz} 为 B 轴与 Z 轴绕 a 方向的角度偏差; β_{bz} 为 B 轴与 Z 轴绕 y 方向的角度偏差; γ_{bz} 为 B 轴与 Z 轴绕 z 方向的角度偏差; $\delta_{x_{zy}}$ 为 Z 轴与 Y 轴沿 x 方向之间的位置偏差; $\delta_{y_{zy}}$ 为 Z 轴与 Y 轴沿 y 方向之间的位置偏差; $\delta_{z_{zy}}$ 为 Z 轴与 Y 轴沿 z 方向之间的位置偏差; α_{zy} 为 Z 轴与 Y 轴绕 a 方向的角度偏差; β_{zy} 为 Z 轴与 Y 轴绕 y 方向的角度偏差; γ_{zy} 为 Z 轴与 Y 轴绕 z 方向的角度偏差; $\delta_{x_{yx}}$ 为 Y 轴与 X 轴沿 x 方向之间的位置偏差; $\delta_{y_{yx}}$ 为 Y 轴与 X 轴沿 y 方向之间的位置偏差; $\delta_{z_{yx}}$ 为 Y 轴与 X 轴沿 z 方向之间的位置偏差; α_{yx} 为 Y 轴与 X 轴绕 a 方向的角度偏差; β_{yx} 为 Y 轴与 X 轴绕 y 方向的角度偏差; γ_{yx} 为 Y 轴与 X 轴绕 z 方向的角度偏差; $\delta_{x_{xs}}$ 为 S 轴与 X 轴沿 x 方向之间的位置偏差; $\delta_{y_{xs}}$ 为 S 轴与 X 轴沿 y 方向之间的位置偏差; $\delta_{z_{xs}}$ 为 S 轴与 X 轴沿 z 方向之间的位置偏差; α_{xs} 为 S 轴与 X 轴绕 a 方向的角度偏差; β_{xs} 为 S 轴与 X 轴绕 y 方向的角度偏差; γ_{xs} 为 S 轴与 X 轴绕 z 方向的角度偏差。

置偏差; δ_{zyx} 为 Y 轴与 X 轴沿 z 方向之间的位置偏差; α_{yx} 为 Y 轴与 X 轴绕 a 方向的角度偏差; β_{yx} 为 Y 轴与 X 轴绕 y 方向的角度偏差; γ_{yx} 为 Y 轴与 X 轴绕 z 方向的角度偏差; $\delta_{x_{ss}}$ 为 X 轴与 S 轴沿 x 方向之间的位置偏差; $\delta_{y_{ss}}$ 为 X 轴与 S 轴沿 y 方向之间的位置偏差; $\delta_{z_{ss}}$ 为 X 轴与 S 轴沿 z 方向之间的位置偏差; α_{ss} 为 X 轴与 S 轴绕 a 方向的角度偏差; β_{ss} 为 X 轴与 S 轴绕 y 方向的角度偏差; γ_{ss} 为 X 轴与 S 轴绕 z 方向的角度偏差。

四轴卧式镗床理想的形状创成函数表示为

$$r_w = A^5(B)A^3(Z)A^2(Y)A^1(X)A^6(S)r_t \quad (1)$$

式中 r_w —— 刀尖点在工件坐标系的轨迹

r_t —— 刀尖点在刀具坐标系的轨迹

Y, X, Z, B, S —— Y 轴、 X 轴、 Z 轴、 B 轴及主轴位移量

2 个运动轴之间位置无关几何误差共计 6 项, 且为常数。其中包含 3 项线性误差(位置偏差)及 3 项角度偏差。考虑误差项后, 机床形状创成函数表示为

$$r_w = A^5(B)E_{BZ}A^3(Z)E_{ZY}A^2(Y)E_{YX}A^1(X)E_{XS}A^6(S)r_t \quad (2)$$

其中

$$E_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma_{ij} & \beta_{ij} & \delta_{x_{ij}} \\ \gamma_{ij} & 1 & -\alpha_{ij} & \delta_{y_{ij}} \\ -\beta_{ij} & \alpha_{ij} & 1 & \delta_{z_{ij}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 E_{ij} —— 两轴之间误差矩阵

相邻两轴之间存在 6 个自由度误差, 因此整个四轴机床共有 24 项 PIGEs。通过形状创成函数可以计算刀尖点位置误差, 误差项的形状创成函数是多个四阶矩阵连乘, 依据小误差假设, 忽略二阶及其以上误差项, 角度偏差及位置偏差的正弦函数等于偏差值本身, 角度偏差和位置偏差的余弦函数等于 1。通过矩阵变换性质简化运算模型, 可减少计算量。

四轴机床几何误差为各个轴误差源的叠加, 即

$$\mathbf{P}_{\text{system}} = \mathbf{P}_{\text{ideal}} + \sum \mathbf{P}_\xi \quad (4)$$

式中 $\mathbf{P}_{\text{system}}$ —— 包含所有误差项的刀尖位置

$\mathbf{P}_{\text{ideal}}$ —— 理想刀尖位置

\mathbf{P}_ξ —— 考虑某一误差产生的刀尖位置误差向量

其中 ξ 表示 $\delta_{x_{ij}}, \delta_{y_{ij}}, \delta_{z_{ij}}, \alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}$; ij 表示 bz, zy, yx, xs 。例如: $P_{\delta_{x_{bz}}}$ 为 B 轴和 Z 轴之间 6 个自由度中 X 方向的位置偏差。刀尖点总误差是所有单一误差项所产生的误差向量之和, 加上理想刀具位置, 便可得到实际刀具位置。定义 \mathbf{E}_{0ij} 为将 \mathbf{E}_{ij} 对角线元素置

零,定义6个自由度方向上的误差矩阵为

$$\mathbf{E}_{0ij} = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma_{ij} & \beta_{ij} & \delta_{xij} \\ \gamma_{ij} & 0 & -\alpha_{ij} & \delta_{yij} \\ -\beta_{ij} & \alpha_{ij} & 0 & \delta_{zij} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_{0ij}^1(\delta_x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \delta_{xij} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_{0ij}^2(\delta_y) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{yij} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_{0ij}^3(\delta_z) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{zij} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_{0ij}^4(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_{ij} & 0 \\ 0 & \alpha_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_{0ij}^5(\beta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \beta_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_{0ij}^6(\gamma) = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma_{ij} & 0 & 0 \\ \gamma_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

单一误差作用时 $\mathbf{P}_\xi = {}^\xi \mathbf{T}_t \mathbf{r}_t$, ${}^\xi \mathbf{T}_t$ 是一系列的矩阵连乘。基于式(4),考虑四轴卧式镗床运动轴及轴间误差,四轴机床形状创成函数方程可以表示为

$$\mathbf{P}_{\text{system}} = \mathbf{P}_{\text{ideal}} + \mathbf{P}_{\text{Berror}} + \mathbf{P}_{\text{Zerror}} + \mathbf{P}_{\text{Yerror}} + \mathbf{P}_{\text{Xerror}} + \mathbf{P}_{\text{Serror}} \quad (5)$$

式中 $\mathbf{P}_{\text{Yerror}}$ ——只考虑 Y 轴误差的刀尖误差向量

$\mathbf{P}_{\text{Xerror}}$ ——只考虑 X 轴误差的刀尖误差向量

$\mathbf{P}_{\text{Zerror}}$ ——只考虑 Z 轴误差的刀尖误差向量

$\mathbf{P}_{\text{Berror}}$ ——只考虑 B 轴误差的刀尖误差向量

$\mathbf{P}_{\text{Serror}}$ ——只考虑 S 轴误差的刀尖误差向量

机床形状创成函数式(5)可表示为

$$\begin{aligned} r_w &= A^5(B)A^3(Z)A^2(Y)A^1(X)A^6(S)\mathbf{r}_t + \\ &A^5(B)\mathbf{E}_{BZ}A^3(Z)A^2(Y)A^1(X)A^6(S)\mathbf{r}_t + \\ &A^5(B)A^3(Z)\mathbf{E}_{ZY}A^2(Y)A^1(X)A^6(S)\mathbf{r}_t + \\ &A^5(B)A^3(Z)A^2(Y)\mathbf{E}_{YX}A^1(X)A^6(S)\mathbf{r}_t + \\ &A^5(B)A^3(Z)A^2(Y)A^1(X)\mathbf{E}_{XS}A^6(S)\mathbf{r}_t \quad (6) \end{aligned}$$

依据简化误差二次项计算,且结果与式(6)中去除二次误差项结果一致,即

$$\begin{aligned} r_w &= A^5(B)A^3(Z)A^2(Y)A^1(X)A^6(S)\mathbf{r}_t + \\ &\sum_{i=1}^6 A^5(B)\mathbf{E}_{0BZ}^i A^3(Z)A^2(Y)A^1(X)A^6(S)\mathbf{r}_t + \\ &\sum_{i=1}^6 A^5(B)A^3(Z)A^2(Y)\mathbf{E}_{0ZY}^i A^1(X)A^6(S)\mathbf{r}_t + \\ &\sum_{i=1}^6 A^5(B)A^3(Z)A^2(Y)\mathbf{E}_{0YX}^i A^1(X)A^6(S)\mathbf{r}_t + \\ &\sum_{i=1}^6 A^5(B)A^3(Z)A^2(Y)A^1(X)\mathbf{E}_{0XS}^i A^6(S)\mathbf{r}_t \quad (7) \end{aligned}$$

在特定的情况下矩阵具有交换性,再依据矩阵运算性质将矩阵相加,可以将部分误差直接在运动轴上调整^[29]。四轴卧式镗床形状创成函数可表示为

$$\begin{aligned} r_w &= A^5(B)A^3(Z)A^2(Y)A^1(X)A^6(S)\mathbf{r}_t + \\ &A^5(B+\beta_{bz})\mathbf{E}_{BZ}(\alpha_{bz}, 0, 0, 0, 0, 0)A^3 \cdot \\ &(Z + \delta_{zbz} + \delta_{zxx} + \delta_{zxy} + \delta_{zyz}) \cdot \\ &\mathbf{E}_{ZX}(\alpha_{zx} + \alpha_{xy}, \beta_{zx}, \gamma_{zx} + \gamma_{bz}, 0, 0, 0)A^1 \cdot \\ &(X + \delta_{xbz} + \delta_{zxx} + \delta_{xxy} + \delta_{xyz}) \cdot \\ &\mathbf{E}_{XY}(0, \beta_{xy} + \beta_{ys}, \gamma_{xy}, 0, 0, 0)A^2 \cdot \\ &(Y + \delta_{yxy} + \delta_{yzx} + \delta_{yzb} + \delta_{yyz}) \cdot \\ &\mathbf{E}_{YS}(\alpha_{ys}, 0, 0, 0, 0, 0)A^6(S + \gamma_{ys})\mathbf{r}_t \quad (8) \end{aligned}$$

依据式(8),可知误差项 β_{bz} 、 δ_{zbz} 、 δ_{zxx} 、 δ_{zxy} 、 δ_{zyz} 、 δ_{xzb} 、 δ_{zxx} 、 δ_{xxy} 、 δ_{xyz} 、 δ_{yzz} 、 δ_{yzx} 、 δ_{yzb} 、 δ_{yyz} 、 γ_{ys} 可通过运动轴指令进行调整。误差 α_{bz} 、 α_{zx} 、 α_{xy} 、 β_{zx} 、 γ_{zx} 、 β_{xy} 、 β_{ys} 、 β_{zb} 、 δ_{zbz} 、 δ_{xzb} 、 δ_{ybz} 可以通过旋转轴或直线轴数控指令代数叠加予以补偿。 β_{zb} 影响旋转轴的定位精度,在精度检验时其初始零位为零,与位置相关的 B 轴角度定位误差作用效果一致,因此,对 B 轴的 PDGEs 的角度定位误差测量值实际包含 β_{zb} 的作用,对此可不必予以单独测量辨识。当选择固连在床身上的 Z 轴定义机床坐标系时,即定义 Z 轴作为初始轴,B 轴的轴向方向沿着机床坐标系的 y 向,此时该反向误差 δ_{ybz} 可定义为 0。对于机床 B 轴而言,满足完备性要求且可通过误差补偿进行调整的最少误差项为 4 项,即 α_{zb} 、 γ_{zb} 、 δ_{xby} 、 δ_{zbz} 。

1.2 旋转轴 PDGEs 的 NURBS 表征

B 轴转台会引入 4 项 PIGEs 和 6 项 PDGEs,如图 3 所示。视各运动体为刚体,运动副相对运动时,会在 6 个自由度方向产生误差即 6 项 PDGEs^[30],分别是沿 X、Y、Z 方向的线性几何误差 $\delta_x(b)$ 、 $\delta_y(b)$ 、 $\delta_z(b)$ 和绕 X、Y、Z 轴的角度几何误差 α_b 、 β_b 、 γ_b 。

PDGEs 的几何误差是位置的表达函数,因而可以建立运动轴位置为自变量,几何误差项为因变量的 NURBS 函数进行几何误差项的表达^[31]。以 B 轴

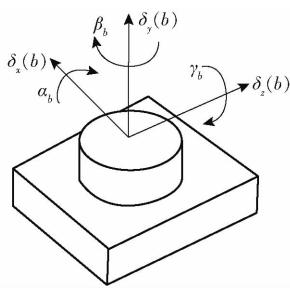


图 3 B 轴转台引入的 10 项误差

Fig. 3 Ten errors of B-axis

旋转定位误差为例, 定位误差与 B 轴转动角有关, 其 NURBS 函数表达为

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^{n_u} B_{i,k_u}(u) w_i V_i}{\sum_{i=0}^{n_u} B_{i,k_u}(u) w_i} \quad (9)$$

式中 V_i ——曲线上的控制点 w_i ——权重

B_{i,k_u} ——第 i 个控制点对应的 NURBS 基函数

卧式镗床旋转轴的所有 PDGEs 可表示为

$$\eta_\vartheta(b) = \frac{\sum_{i=0}^{n_u} B_{i,k_u}(u) w_i V_i}{\sum_{i=0}^{n_u} B_{i,k_u}(u) w_i} \quad (\eta = \varepsilon, \delta; \vartheta = x, y, z) \quad (10)$$

式中 B_i ——单变量 B 样条基函数 $N_i(u)$ 与 $R_i(v)$ 的混合函数

ε, δ —— B 轴角度几何误差和线性几何误差

节点矢量 \mathbf{B} 可表达为

$$\mathbf{B} = (b_0, b_1, \dots, b_i, \dots, b_{n+k+1}) \quad (11)$$

B_{i,k_u} 可表达为 u 次规范 B 样条基函数, 且满足约束条件

$$\begin{cases} B_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & (b_i \leq b \leq b_{i+1}) \\ 0 & (\text{其他}) \end{cases} \\ B_{i,k_u}(u) = \frac{b - b_i}{b_{i+p} - b_i} B_{i,k_u-1}(u) + \frac{b_{i+p+1} - b}{b_{i+p+1} - b_{i+1}} B_{i,k_u-1}(u) \end{cases} \quad (12)$$

由式(9)及式(11)可知, 几何误差的 NURBS 函数可表达为

$$\eta_\vartheta(b) = B_{i,k_u} V_i \quad (\eta = \varepsilon, \delta; \vartheta = x, y, z) \quad (13)$$

利用函数(13)并通过曲线一组数据型值点, 可求解曲线控制点, 即反算可实现几何误差项的 NURBS 函数表达。

2 卧式镗床旋转轴几何误差完备测量辨识方法

2.1 PIGEs 与 PDGEs 测量模型

B 轴转台会引入 4 项 PIGEs 和 6 项 PDGEs, 依

据 ISO 230-1 推荐使用的 DBB 进行机床几何误差测量时^[30], 假设主轴端处的球心坐标为 $P_0(X_0, Y_0, Z_0)$, 工作台上的球心坐标为 $P_1(X_1, Y_1, Z_1)$, 此时, 依据几何关系有

$$R^2 = (X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2 + (Z_1 - Z_0)^2 \quad (14)$$

当数控机床按照代码指令 G 运行后, 由于存在机床误差, P_0 运动到 $P'_0(X'_0, Y'_0, Z'_0)$, P_1 运动到 $P'_1(X'_1, Y'_1, Z'_1)$ 。定义 P_0 处误差矢量为 $\mathbf{C}_0(C_{x0}, C_{y0}, C_{z0})$, P_1 处位置矢量为 $\mathbf{C}_1(C_{x1}, C_{y1}, C_{z1})$ 时, 误差矢量与 DBB 半径变化量的关系可以表示为

$$(R + \Delta R)^2 = (X'_1 - X'_0)^2 + (Y'_1 - Y'_0)^2 + (Z'_1 - Z'_0)^2 = [X_1 + C_{x1} - (X_0 + C_{x0})]^2 + [Y_1 + C_{y1} - (Y_0 + C_{y0})]^2 + [Z_1 + C_{z1} - (Z_0 + C_{z0})]^2 \quad (15)$$

将式(15)展开, 根据泰勒级数忽略高次项, 即

$$\begin{aligned} \Delta R &= \frac{1}{R} (X \Delta X + Y \Delta Y + Z \Delta Z) = \\ &\frac{1}{R} \left[(X_1 - X_0)(C_{x1} - C_{x0}) + (Y_1 - Y_0)(C_{y1} - C_{y0}) + (Z_1 - Z_0)(C_{z1} - C_{z0}) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\begin{cases} \Delta X = C_{x1} - C_{x0} \\ \Delta Y = C_{y1} - C_{y0} \\ \Delta Z = C_{z1} - C_{z0} \end{cases} \quad (17)$$

式(16)为球杆仪杆长变化与测量点位置变化之间的数学关系式, 其中 X, Y 及 Z 由两个磁性球理想运动位置空间向量决定, 即

$$\begin{cases} X = X_{si} - X_{wi} \\ Y = Y_{si} - Y_{wi} \\ Z = Z_{si} - Z_{wi} \end{cases} \quad (18)$$

在机床 B 轴运动过程中, 理想状态下的齐次坐标变换矩阵可表示为

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \cos B & 0 & \sin B & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin B & 0 & \cos B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

工作台一侧受旋转轴 6 项 PDGEs 和 4 项 PIGEs 的作用, 利用齐次坐标变换矩阵可表示为

$$\mathbf{P}_a = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma_{bz} - \gamma_b & \beta_b & \delta_x(b) + \delta_{xbz} \\ \gamma_{bz} & 1 & -\alpha_{bz} - \alpha_b & \delta_y(b) \\ -\beta_b & -\alpha_{bz} - \alpha_b & 1 & \delta_z(b) + \delta_{zbz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

3 个直线轴运动过程中, 不考虑其几何误差对运动精度的影响, 刀具链上 3 个直线轴理想运动形式可表达为齐次坐标变换矩阵的形式, 即

$$\mathbf{P}_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X \\ 0 & 1 & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

转台运动时,固结其上的 DBB 磁性球受 3 项 SEs、6 项 PDGEs 及 4 项 PIGEs 的影响,DBB 工作台端磁性球在转台系下的位置可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_w &= (T_{wx}, T_{wy}, T_{wz}, 1)^T = \\ &(\mathbf{P}_i \mathbf{P}_a)^{-1} \mathbf{P}_t (O_{wx} + w_x, O_{wy} + w_y, O_{wz} + w_z, 1)^T \end{aligned} \quad (22)$$

式中 O_{wx} 、 O_{wy} 、 O_{wz} ——工作台一端磁性球在机床坐标系的位置

w_x 、 w_y 、 w_z ——工作台端磁性球的安装误差

主轴端磁性球 O_s 安装于刀具端,固连的磁性球受 3 项安装误差的影响,DBB 主轴端磁性球的位置可表示为

$$\mathbf{T}_s = (T_{sx}, T_{sy}, T_{sz}, 1)^T = (O_{sx} + t_x, O_{sy} + t_y, O_{sz} + t_z, 1)^T \quad (23)$$

式中 O_{sx} 、 O_{sy} 、 O_{sz} ——主轴端磁性球在机床坐标系的位置

t_x 、 t_y 、 t_z ——主轴端磁性球的安装误差

在 3 项 SEs、6 项 PDGEs 及 4 项 PIGEs 的作用下,DBB 实际位置与理想位置之间的位置向量差值为

$$\mathbf{L}_e^2 = [\Delta x \quad \Delta y \quad \Delta z \quad 0]^T = \mathbf{T}_w - \mathbf{T}_s \quad (24)$$

将误差向量 \mathbf{T}_w 及 \mathbf{T}_s 表达式代入式(24)后,确定 3 项误差向量的表达模型为

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta x &= O_{wy} \gamma_{zb} - \delta_{xzb} - \delta_x(b) - t_x - O_{sx} + O_{wy} \gamma_b + \gamma_{zb} w_y + \\ &\gamma_b w_y + O_{wx} \cos B - O_{wz} \sin B + w_x \cos B - \\ &w_z \sin B - \beta_b O_{wz} \cos B - \beta_b O_w \sin B - \\ &\beta_b w_z \cos B - \beta_b w_x \sin B \\ \Delta y &= O_{wy} - O_{sy} - \delta_y(b) - t_y + w_y - O_{wx} \gamma_{zb} \cos B + \\ &O_{wz} \alpha_{zb} \cos B + O_{wz} \alpha_b \cos B - O_{wx} \gamma_b \cos B + \\ &O_{wz} \gamma_{zb} \sin B + O_{wx} \alpha_{zb} \sin B + O_{wx} \alpha_b \sin B + \\ &O_{wz} \gamma_b \sin B - \gamma_{zb} w_x \cos B + \alpha_b w_z \cos B - \\ &\alpha_{zb} w_x \sin B + \alpha_b w_x \sin B + \gamma_b w_z \sin B; \\ \Delta z &= -\delta_{zbz} - \delta_y(b) - t_z - O_{wy} \alpha_{zb} - O_{wy} \alpha_b - O_{sz} - \\ &\alpha_b w_y + O_{wz} \cos B + O_{wx} \sin B + w_z \cos B + \\ &w_x \sin B + O_{wz} \beta_b \cos B - O_{wz} \beta_b \sin B + \\ &\beta_b w_x \cos B - \beta_b w_z \sin B \end{aligned} \right. \quad (25)$$

将式(25)的 3 项误差代入式(16)后,由 2 个磁性球在机床系的理想及实际位置,可确定 DBB 杆长变化与磁性球测量点变化之间的数学关系式为

$$\Delta R = \frac{(X_{si} - X_{wi}) \Delta x}{R} + \frac{(Y_{si} - Y_{wi}) \Delta y}{R} + \frac{(Z_{si} - Z_{wi}) \Delta z}{R} \quad (26)$$

式(26)量化表征了 DBB 磁性杆伸缩变化长度与公称长度、磁性球安装误差、旋转角及直线轴运动轨迹的函数关系。式(26)可表达为

$$\Delta R_i = \mathbf{H}_i \mathbf{E}_i \quad (27)$$

式中 \mathbf{H}_i ——包含安装参数、运动指令的映射矩阵

\mathbf{E}_i ——由几何误差组成的向量

在测量过程中,通过合适的安装参数,可实现完备误差之间的参数辨识,此时需要保证由公称长度、磁性球的安装位置、旋转角及直线轴运动轨迹组成的辨识矩阵可逆,才能辨识出 NURBS 表征的几何误差,此时需设置不同测量模式,即辨识矩阵参数的行列向量线性无关^[32]。

2.2 卧式镗床旋转轴 PIGEs 与 PDGEs 测量模式

所提出的 DBB 测量模式如图 4 所示。主轴端磁性球相对于工作台端磁性球运转,测量轨迹基于 Viviani 与圆轨迹相结合的测量形式。测量轨迹采用圆轨迹与 Viviani 曲线相结合的形式,其原因为:①采用的国际标准所推荐的圆测量轨迹与 Viviani 曲线位于同一个球面内,便于实施一次安装下的轨迹测量。②可设置 Viviani 曲线的半径长度与 DBB 可伸缩杆长度一致,三轴联动形成的空间轨迹更贴近于机床实际运行中多轴联动状态。

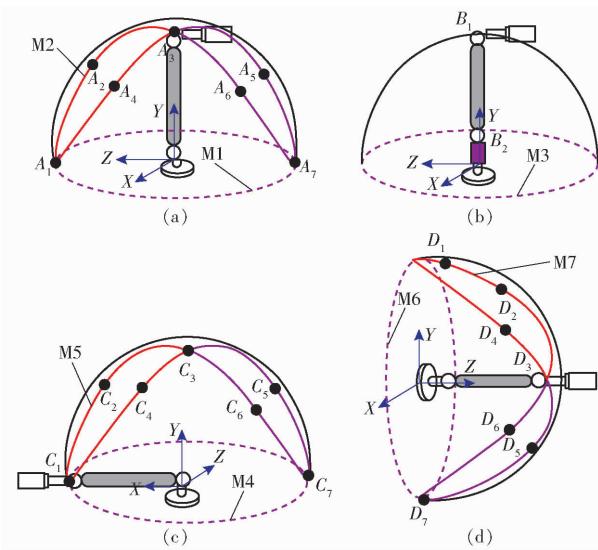


图 4 测量模式

Fig. 4 Measurement modes

在测量模式下(图 4a),DBB 沿 Y 轴向放置,可伸缩磁性杆轴向与工作台轴线重合,首先,进行该模式 M1 下仅有工作台转动的路径测量,如图 4a 虚线所示,此时测量路径的本质为沿 Z 轴向的传感器。然后,进行该模式 M2 下的 Viviani 曲线测量,此时转台带动工作台端磁性球运动,3 个直线轴联动驱

动刀具端磁性球运动,路径为 $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_6 \rightarrow A_7 \rightarrow A_5 \rightarrow A_3 \rightarrow A_4 \rightarrow A_1$ 。此时3个直线轴的运动轨迹为

$$\begin{cases} x_2 = R \sin t \cos \theta \\ y_2 = R \sin^2 t \\ z_2 = R \cos t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi) \quad (28)$$

在测量模式M3中(图4b),改变Y轴方向DBB工作台端磁性球在机床系下的初始位置,进行仅有工作台转动的路径测量,测量轨迹为虚线所示的圆轨迹。

在测量模式M4下(图4c),首先,DBB沿X轴方向放置,转台单独运动,测量轨迹为图中虚线所示。其次,进行M5模式下的Viviani曲线测量,路径为 $C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_6 \rightarrow C_7 \rightarrow C_5 \rightarrow C_3 \rightarrow C_2 \rightarrow C_1$,此时转台带动工作台端磁性球运动,3个直线轴的运动轨迹为

$$\begin{cases} x_5 = R \cos t \\ y_5 = R \sin^2 t \\ z_5 = R \sin t \cos \theta \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi) \quad (29)$$

在测量模式M6下(图4d),首先,DBB沿Z轴方向放置,转台单独运动,测量轨迹为图中虚线所示。其次,进行M7模式下的Viviani曲线测量,此时转台带动工作台端磁性球运动,3个直线轴联动驱动刀具端磁性球运动,轨迹测量路径为 $D_1 \rightarrow D_2 \rightarrow D_3 \rightarrow D_5 \rightarrow D_7 \rightarrow D_6 \rightarrow D_3 \rightarrow D_4 \rightarrow D_1$ 。此时3个直线轴的运动轨迹为

$$\begin{cases} x_7 = R \sin t \cos \theta \\ y_7 = R \cos t \\ z_7 = R \sin^2 t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi) \quad (30)$$

依据DBB测量轨迹的理想轨迹半径与实测轨迹半径的差值,结合式(16)球杆仪杆长变化与测量点位置变化之间的函数关系,可实现卧式镗床旋转轴DBB安装误差、PIGEs与PDGEs的辨识。

2.3 卧式镗床旋转轴PIGEs与PDGEs辨识方法

由式(27)可知,球杆仪杆长变化与两个磁性球/测量点位置变化之间的数学关系式包含DBB安装参数及旋转轴几何误差,包含安装测量参数矩阵 \mathbf{H}_i ,包含全部几何误差项矩阵 \mathbf{E}_i 。在测量轨迹上选取 i 个测量位置并保证系数矩阵 \mathbf{H}_i 可逆,即可辨识旋转轴的10项几何误差。

DBB的测量数据中包含有2个磁性球安装误差及旋转轴的PIGEs,上述两类误差均与旋转轴的运动位置无关。利用球杆仪进行圆测试时,理想情况是小球的安装球心与检测圆轨迹的实际圆心重合,但由于安装误差等原因,测量杆球心与实际

圆轨迹圆心之间始终会存在误差。安装误差会直接影响检测结果。因此,在分析数据时,必须考虑安装误差对检测结果的影响。鉴于安装误差会影响旋转轴几何误差的辨识结果,因此首先考虑对其进行去除。

2.3.1 安装误差去除

以转台圆测试为例说明去除安装误差影响的算法,平移轴联动形成圆运动时的算法可以参照转台方法,如图5所示。

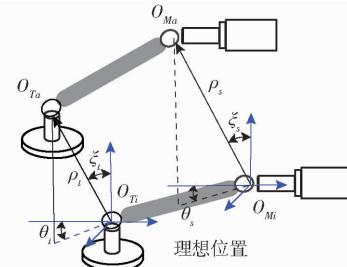


图5 DBB安装误差示意图

Fig. 5 Schematic of DBB installation error

主轴端安装的DBB的磁性球 O_s 的理想位置是 O_{Mi} ,实际安装位置是 O_{Ma} ,安装误差 (t_x, t_y, t_z) 形成空间向量 $\mathbf{l}_{O_{Mi}O_{Ma}}$,该误差向量与理想初始位置的夹角为 θ_s ,与竖直方向角度为 ξ_s 。利用DBB进行圆轨迹测量时,主轴端及工件端 ρ_s 和 ρ_t 在平面内的投影分别为 ρ'_s 和 ρ'_t ,如图6所示。

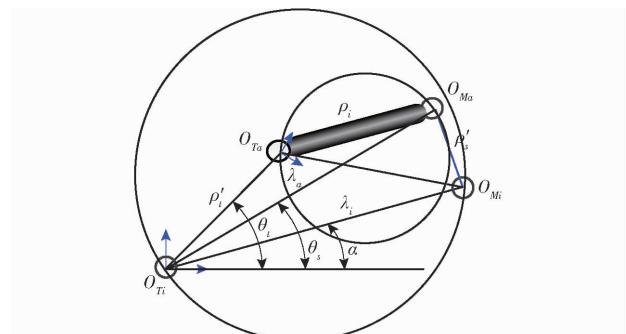


图6 空间误差向量投影几何关系表达

Fig. 6 Geometric relationship of spatial error vector projection

空间圆的测量值分布在一个球面上,且球心与空间圆心重合,主轴端DBB磁性球坐标值为 (x_{si}, y_{si}, z_{si}) ,与实际轨迹圆心距离为 d_i ,其表达式为

$$d_i^2 = (x_{si} - x_{wi})^2 + (y_{si} - y_{wi})^2 + (z_{si} - z_{wi})^2 \quad (i \in (1, 2, \dots, n)) \quad (31)$$

磁性球坐标 (S_x, S_y, S_z) 与拟合圆轨迹半径之间的表达式为

$$v_i = (x_{si} - x_{wi})^2 + (y_{si} - y_{wi})^2 + (z_{si} - z_{wi})^2 \quad (32)$$

式(32)可表达为

$$v_i = x_{si}^2 + y_{si}^2 + z_{si}^2 + ax_{si} + by_{si} + cz_{si} + d \quad (33)$$

式中 a, b, c —— x_{si}, y_{si}, z_{si} 系数

d ——常数

当定义 $M(a, b, c, d)$ 为 v_i 的函数时, 即

$$M(a, b, c, d) = \sum_{i=1}^n v_i^2 = \sum_{i=1}^n (x_{si}^2 + y_{si}^2 + z_{si}^2 + ax_{si} + by_{si} + cz_{si} + d) \quad (34)$$

利用最小二乘法可确定 4 项未知系数, 即

$$\begin{bmatrix} x_{s1} & y_{s1} & z_{s1} & -1 \\ x_{s2} & y_{s2} & z_{s2} & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{sn} & y_{sn} & z_{sn} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{s1}^2 + y_{s1}^2 + z_{s1}^2 \\ x_{s2}^2 + y_{s2}^2 + z_{s2}^2 \\ \vdots \\ x_{sn}^2 + y_{sn}^2 + z_{sn}^2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

其中

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_{si}^2 & \sum_{i=1}^n x_{si}y_{si} & \sum_{i=1}^n x_{si}z_{si} & -\sum_{i=1}^n x_{si} \\ \sum_{i=1}^n x_{si}y_{si} & \sum_{i=1}^n y_{si}^2 & \sum_{i=1}^n y_{si}z_{si} & -\sum_{i=1}^n y_{si} \\ \sum_{i=1}^n x_{si}z_{si} & \sum_{i=1}^n y_{si}z_{si} & \sum_{i=1}^n z_{si}^2 & -\sum_{i=1}^n z_{si} \\ -\sum_{i=1}^n x_{si} & -\sum_{i=1}^n y_{si} & -\sum_{i=1}^n z_{si} & n \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_{si}(x_{si}^2 + y_{si}^2 + z_{si}^2) \\ \sum_{i=1}^n y_{si}(x_{si}^2 + y_{si}^2 + z_{si}^2) \\ \sum_{i=1}^n z_{si}(x_{si}^2 + y_{si}^2 + z_{si}^2) \\ -\sum_{i=1}^n (x_{si}^2 + y_{si}^2 + z_{si}^2) \end{bmatrix} \quad (36)$$

将上述参数代入式(35)中, 可确定实际运动轨迹工作台端磁性球拟合圆心坐标 (x_{wi}, y_{wi}, z_{wi}) 即为圆心安装误差。该误差向量与理想初始位置的夹角为 θ_t , 与竖直方向的角度为 ξ_t , 其表达式为

$$\begin{cases} x_{wi} = \rho_t \sin \theta_t \cos \xi_t \\ y_{wi} = \rho_t \sin \theta_t \sin \xi_t \\ z_{wi} = \rho_t \cos \theta_t \end{cases} \quad (37)$$

由式(37)可确定 θ_t, ξ_t 。利用主轴端磁性球实际测点坐标 (x_{si}, y_{si}, z_{si}) 可确定 θ_s , 由式(38)可确定实际运动半径 λ_a , 其表达式为

$$\rho_i^2 = \lambda_a^2 + \rho_t^2 - 2\lambda_a \rho_t \cos(\theta_t - \theta_s) \quad (38)$$

式中 ρ_i —— 测量半径

在 $O_{Ma}O_{Ti}O_{Mi}$ 构造的几何图形中, 有以下函数关系

$$\rho_s' = \lambda_a^2 + \lambda_i^2 - 2\lambda_a \lambda_i \cos(\theta_t - \alpha) \quad (39)$$

式中 λ_i —— 理想测量轨迹半径

α —— 理想转角

由式(39)可确定 ρ_s , 其可视为主轴端磁性球实际位置 (x_{si}, y_{si}, z_{si}) 与理想位置 $(x'_{si}, y'_{si}, z'_{si})$ 所形成的圆轨迹半径, 实际位置 (x_{si}, y_{si}, z_{si}) 已知, 理想位置 $(x'_{si}, y'_{si}, z'_{si})$ 可由求解工作台端的安装误差同样方法进行求解, 二者之间的偏差即为工作台侧安装误差, 即

$$(\Delta u_B, \Delta v_B, \Delta w_B) = (x_{si}, y_{si}, z_{si}) - (x'_{si}, y'_{si}, z'_{si}) \quad (40)$$

通过上述过程可辨识主轴端及工作台端 DBB 3 个方向的 6 项安装误差。

2.3.2 PIGEs 辨识

当 DBB 的磁性收缩杆沿 X 方向安装, 工作台端磁性球位于转台中心位置, 此时转台运动, 刀具端磁性球保持位置不变。由式(25)可知, 当角度为 0° 时, PDGEs 为初始值 0。DBB 的测量值仅受到 X 方向误差向量的影响, 即

$$\Delta x = -\delta_{xzb} - t_x + w_x \quad (41)$$

式中 t_x, w_x —— 刀具端、工作台端的 DBB 安装误差

如图 4a、4c 所示, 当 DBB 的磁性收缩杆沿 Y 方向安装, 工作台端与主轴端磁性球位于转台中心线, 此时转台运动, 磁性球保持位置不变。由式(25)可知, 当角度为 0° 时, PDGEs 为初始值 0。DBB 的测量值仅受到 Y 方向误差向量的影响, 改变 DBB 工作台端磁性球的初始安装位置后, 可确定此时误差向量与误差项的映射关系式为

$$\begin{cases} \Delta y_1 = O_{wy} - O_{sy} - t_y + w_y + O_{wz1} \alpha_{zb} \cos B - \\ \gamma_{zb} w_x \cos B + \alpha_{zb} w_z \cos B \\ \Delta y_2 = O_{wy} - O_{sy} - t_y + w_y + O_{wz2} \alpha_{zb} \cos B - \\ \gamma_{zb} w_x \cos B + \alpha_{zb} w_z \cos B \end{cases} \quad (42)$$

式中 t_y —— 刀具端误差

w_y, w_z —— 工作台端 y 向和 z 向 DBB 安装误差

O_{wy}, O_{sy} —— 工作台端、刀具端的磁性球在机架系下的安装位置坐标

由两次测量值及角度为 0° 时的 DBB 测量值 $\Delta y_1, \Delta y_2$ 可知 α_{zb} , 将其代入式(42)中任意一组 DBB 测量值, 可辨识 γ_{zb} 。

如图 4c 所示, 当 DBB 的磁性收缩杆沿 Z 方向安装, 工作台端磁性球位于转台中心线, 此时转台运动, 磁性球保持位置不变。由式(25)可知, 当角度为 0° 时, PDGEs 为初始值 0。DBB 的测量值仅受到 Z 方向误差向量的影响, 此时误差向量与误差项的映射关系式为

$$\Delta z = -\delta_{zbb} - t_z - O_{wy} \alpha_{zb} - O_{sz} + O_{wz} \cos B + w_z \cos B \quad (43)$$

式中 t_z ——刀具端 DBB 安装误差

式中 B 为 0° 时,由已经辨识的 DBB 安装误差 t_z, w_z 以及磁性球在机床系下的安装位置坐标,结合式(43)可辨识 δ_{zbz} 。

至此,通过 DBB 沿机床直线轴方向的安装模式,并利用旋转轴单独运动驱动 DBB 进行轨迹测量,可辨识出旋转轴的 4 项 PDGEs。

2.3.3 PDGEs 辨识

确定 DBB 测量安装误差及旋转轴的 PDGEs 后,可依据图 4a、4c、4d 所示的 Viviani 曲线测量轨迹,对 PDGEs 进行辨识,流程如图 7 所示。

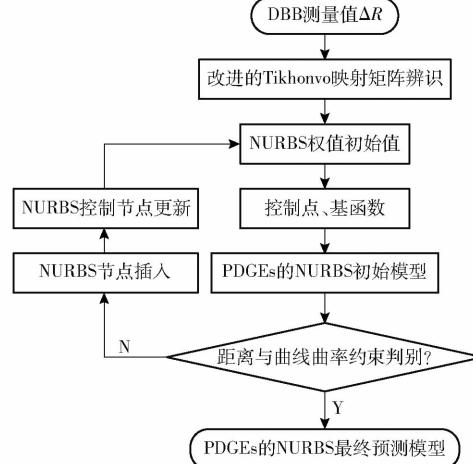


图 7 PDGEs 辨识预测流程

Fig. 7 PDGEs identification and prediction process

式(27)量化表征了 DBB 磁性杆伸缩变化长度与公称长度、磁性球的安装位置、旋转角及直线轴运动轨迹的函数关系,由 Viviani 曲线可确定 DBB 测量值。对于待辨识矩阵 E_i 而言,当 NURBS 函数拟合多项式阶数大于 5 时,DBB 的 Viviani 曲线测点数通常大于 1800,辨识矩阵 H_i 条件数大于 10,这使得对式(27)运用最小二乘法求解 PDGEs 的 NURBS 函数多项式系数时,容易因为误差而导致解的不稳定,易出现辨识结果偏离真实解。对此利用 Tikhonov 正则化方法可处理反问题纠结病态矩阵的优点,此处利用该方法建立误差矩阵系数求解模型,即

$$\Phi = \arg \min_{\Phi \in \mathbb{R}^q} \| \Delta R_m - HE \|_2^2 + \lambda \| \Delta R \|_2^2 \quad (44)$$

式中 $\{\arg \min\}$ ——目标函数为最小值的参数集合

$\| \Delta R_m - HE \|_2^2$ ——辨识误差平方和

λ ——正则化系数

ΔR —— l_2 范数,为罚函数

PDGEs 的 NURBS 辨识预测流程如图 7 所示,由式(26)及 Viviani 曲线可确定 DBB 测量值,利用 Tikhonov 正则化方法确定 PDGEs 的 NURBS 曲线

权值的初始值;指定控制节点数值、样条基函数及模型的阶数;对构建的 PDGEs 的 NURBS 初始模型进行曲线曲率、距离判别。曲线外的点 q 为测量点/预测点的数值,点 p 是 q 在 NURBS 曲线上的最近点。当二者之间的距离函数的泰勒展开仅是计算点与曲线点之间的距离,可确定目标曲线的拟合,距离函数为

$$d_{qp} = \| q - p \| = \min_{x \in NURBS(w)} \| q - x \| \leq \xi \quad (45)$$

式中 $\| \cdot \|$ —— \mathbb{R}^3 内的欧氏范数

d_{qp} ——点与 NURBS 曲线之间距离

ξ ——距离约束允差,取 0.002 mm

量化曲线应变能约束函数表达为

$$BE(w) = \int_0^s \kappa(s)^2 ds \leq BE(w)_{\max} \quad (46)$$

式中 κ ——曲线曲率 s ——曲线弧长

由机床进给轴最大几何误差为 e_{\max} ,指令进给速度为 F ,最大加速度为 A_{\max} ,最大加加速度为 J_{\max} ,插补周期为 T ,得到临界曲率所产生的应变能为

$$BE(w)_{\max} = \int_0^s \min \left(\frac{8\delta}{(FT)^2 + 4\delta^2}, \frac{A_{\max}}{F^2}, \sqrt{\frac{J_{\max}}{F^3}} \right) ds \quad (47)$$

由机床性能参数确定临界曲率为 0.004 mm^{-1} 。

当不满足曲线距离与曲率约束时,进行 NURBS 节点插入,定义 $0 \leq s \leq 1$,满足

$$Q^w = (1-s)P_{i-1}^w + sP_i^w \quad (48)$$

式中 P_i ——NURBS 曲线上的点

Q^w ——新的控制点

Q^w 投影为

$$Q = \frac{(1-s)w_{i-1}P_{i-1} + sw_iP_i}{(1-s)w_{i-1}P + sw_i} \quad (49)$$

则有

$$s = \frac{w_{i-1}|Q - P_{i-1}|}{w_{i-1}|Q - P_{i-1}| + w_i|Q - P_i|} \quad (50)$$

对其进行分割映射有

$$s = \frac{\bar{\zeta}_i - \zeta_i}{\bar{\zeta}_{i+p} - \zeta_i} \quad (51)$$

插入新的节点即控制节点更新,可通过 x 个控制点进行 NURBS 曲线构建,除已有的 Q^w 控制点外,其他 $p-1$ 个点插入函数为

$$Q_i^w = \alpha_i P_i^w + (1-\alpha_i) P_{i-1}^w \quad (52)$$

其中

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & (k+1 \leq i) \\ \frac{\bar{\zeta}_i - \zeta_i}{\bar{\zeta}_{i+p} - \zeta_i} & (k-x+1 \leq i \leq k) \\ 1 & (i \leq k-x) \end{cases} \quad (53)$$

由插入节点 $\bar{\zeta}$ 及式(53)可确定插入新节点所需 x 个控制点的映射因子,通过式(52)可确定其他 $p-1$ 个控制点。

通过初始权值更新及 NURBS 曲线构建,进行距离与曲率判别迭代,直至输出最终 PDGEs 的 NURBS 预测模型。

3 实例验证

以 TGK46100 型精密四轴卧式坐标镗床为实验对象,对该机床进行旋转轴几何误差测量与辨识。

利用雷尼绍 QC20-W 型 DBB 进行旋转轴几何误差测量,进行 DBB 的安装与圆轨迹检测,测量安装现场如图 8 所示。

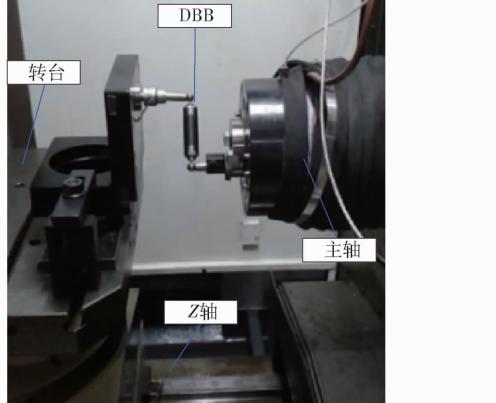


图 8 DBB 测量安装现场

Fig. 8 DBB measurement installation site

测量实验中圆周运动半径为 100 mm,进给速度为 500 mm/min,测量模式 M1~M7 的 DBB 初始安装参数见表 1。

表 1 DBB 测量轨迹与初始安装位置参数

Tab. 1 DBB measurement trajectory and initial installation position

测量模式	$O_t(O_{wx}, O_{wy}, O_{wz})$	$O_s(O_{sx}, O_{sy}, O_{sz})$
M1(圆轨迹)	(0, H, 0)	(0, H + L, 0)
M2(圆轨迹)	(0, H_2 , 0)	(0, $H_2 + L$, 0)
M3(Viviani 曲线)	(0, H, 0)	(0, H, -L)
M4(圆轨迹)	(0, H, 0)	(-L, H, 0)
M5(Viviani 曲线)	(0, H, 0)	(-L, H, 0)
M6(圆轨迹)	(0, 0, H)	(0, 0, H + L)
M7(Viviani 曲线)	(0, 0, H)	(0, L, H)

实验过程中利用实验室的空调装置保证环境温度控制在 $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$ 左右,最大程度地抑制热误差对机床精度的影响。此外,直线轴不可避免的影响多轴联动时的精度,为了减少 PDGEs 的影响,在进行 4 组测量位置下的误差测量前,通过数控系统对直线轴的螺距误差进行补偿。

表 1 中 H, L, H_2 分别为 60、100、100 mm。7 组测量结果如图 9 所示。

利用 M1、M2、M4、M6 测量模式下的圆轨迹所测的 ΔR 值结合 2.3.1 节的安装误差辨识方法,可

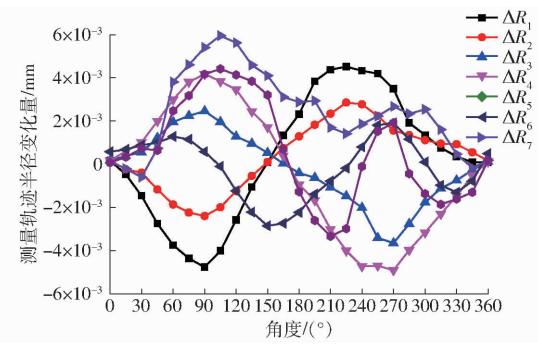


图 9 DBB 测量数据

Fig. 9 DBB measurement data

确定 DBB 的安装误差 (t_x, t_y, t_z) 为 $(5.9 \mu\text{m}, 22.3 \mu\text{m}, 17.8 \mu\text{m})$, (w_x, w_y, w_z) 为 $(24.1 \mu\text{m}, 19.7 \mu\text{m}, 6.2 \mu\text{m})$ 。

将 4 组 DBB 圆轨迹测量值代入式(41)~(43),可辨识旋转轴 B 轴的 4 项 PIGEs,即 $\alpha_b, \gamma_b, \delta_{xb}, \delta_{zb}$ 的辨识值为 $2.9496 \times 10^{-4} \text{ rad}, 8.4998 \times 10^{-4} \text{ rad}, -0.00255 \text{ mm}, 0.00461 \text{ mm}$ 。

将 Viviani 空间曲线测量轨迹值代入模型辨识方法,初始控制控制节点数设置为 7, NURBS 模型为 4 阶,进行基于图 7 所示的 PDGEs 辨识,依据初始参数计算残差为 0.004 mm,即需要进行控制点插入和节点更新,经 3 次迭代后,此时控制节点数为 10,残差为 0.0016 mm,且曲率为 0.00034 mm^{-1} ,可确定旋转轴 6 项 PDGEs 辨识结果,如图 10、11 所示。

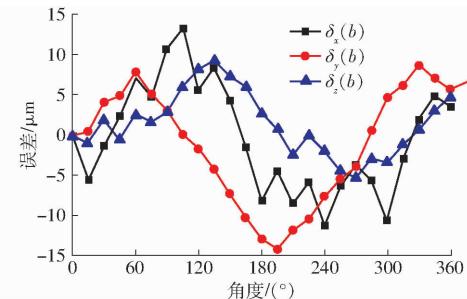


图 10 B 轴线性误差辨识结果

Fig. 10 Identification results of linear error of B-axis

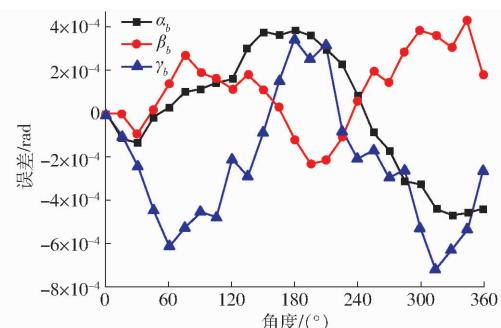


图 11 B 轴角度误差辨识结果

Fig. 11 Identification results of angle error of B-axis

确定旋转轴的 10 项几何误差后,利用式(25)可确定工作台端的 3 项误差向量,然后通过修改直

线轴与旋转轴的指令进行偏差调整。为验证辨识值对误差补偿的应用效果,设计圆测量轨迹,主轴端磁性球 O_1 安装位置为(120 mm, 20 mm, 160 mm),工作台端磁性球 O_2 安装位置为(0 mm, 20 mm, 0 mm),通过使用DBB可拓展杆,实现半径长度为200 mm的圆轨迹测试。首先,进行直线轴螺距误差与定位误差的补偿,消除直线轴几何误差中最大影响因素对测量结果的影响。然后,补偿旋转轴的PDGEs,进行圆轨迹测量。最后,基于PIGEs及PDGEs的辨识结果,进行误差补偿,实施圆轨迹测量。误差补偿前后对比如图12所示。

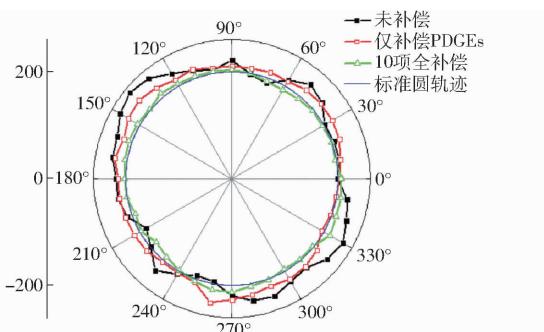


图 12 多轴圆轨迹补偿结果对比

Fig. 12 Comparison of compensation results

由图12可知,补偿前测量轨迹圆度误差为83.8 μm,水平和竖直方向偏置为-38.6、31.3 μm。利用6项PDGEs的辨识值实施误差补偿后测量轨迹圆度误差为45.9 μm,水平和竖直方向偏置为23.2、16.8 μm。

利用4项PIGEs、6项PDGEs辨识值实施误差补偿后测量轨迹圆度误差为19.9 μm,水平和竖直方向偏置为10.5、-9.1 μm。与补偿前相比,利用6项PDGEs的辨识值实施误差补偿后,圆度误差、水平和竖直方向轨迹偏置分别降低45.22%、39.89%和46.32%;与补偿前相比,利用4项PIGEs、6项PDGEs辨识值实施误差补偿后,圆度误差、水平和

竖直方向的轨迹偏置分别降低76.25%、72.79%和70.92%。利用4项PIGEs、6项PDGEs辨识值实施误差补偿较仅补偿6项PDGEs相比,圆度误差、水平和竖直方向的轨迹偏置分别降低40.69%、45.20%、34.68%。由此可知,对旋转轴4项PIGEs、6项PDGEs测量辨识与仅对6项PDGEs测量辨识相比,几何误差辨识数目完备性及辨识精度更高,利用4项PIGEs、6项PDGEs辨识值实施误差补偿可有效提升机床精度。

4 结论

(1) 针对四轴卧式镗床旋转轴需考虑的PIGEs不统一导致完备性缺失的问题,提出了基于形状创成函数的四轴卧式镗床PIGEs形成机理分析方法,建立了24项PIGEs与刀尖点位置向量的映射关系,分离了可通过运动轴数控指令调整的12项PIGEs,确定了卧式镗床旋转轴需测量的最少PIGEs项。

(2) 建立了卧式镗床旋转轴4项PIGEs、6项PDGEs、6项SEs与DBB测量轨迹半径长度之间的函数表征,设计了基于四轴联动的Viviani曲线DBB测量模式,构建了旋转轴6项PDGEs的NURBS辨识方法,基于圆轨迹半径偏差的4次PIGEs和6项SEs测量辨识方案,消除了DBB的安装误差对测量轨迹的影响,提升了辨识精度。

(3) 以TGK46100型精密四轴卧式坐标镗床为实验对象,对该机床进行旋转轴PIGEs创成机理分析,以完备性测量与辨识结果进行圆轨迹补偿前后对比,实验结果表明,利用完备性测量辨识结果实施误差补偿与仅补偿6项PDGEs相比,圆度误差、水平和竖直方向的轨迹偏置分别降低40.69%、45.20%、34.68%。所提方法可进一步提升机床准静态精度。

参 考 文 献

- [1] TANG Z, ZHOU Y, WANG S, et al. An innovative geometric error compensation of the multi-axis CNC machine tools with non-rotary cutters to the accurate worm grinding of spur face gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 169: 104664.
- [2] OSEI S, WANG W, DING Q. A new method to identify the position-independent geometric errors in the rotary axes of five-axis machine tools[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2023, 87: 46–53.
- [3] LEI M H, YANG J, GAO F, et al. Closed-loop thermal error control with a physical-based ensemble model for the precision spindle of a machine tool[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 125: 1859–1877.
- [4] 刘强. 数控机床发展历程及未来趋势[J]. 中国机械工程, 2021, 32(7): 757–770.
LIU Qiang. Development history and future trends of numerical control machine tools[J]. China Mechanical Engineering, 2021, 32(7): 757–770. (in Chinese)
- [5] XIANG S T, ALTINTAS Y. Modeling and compensation of volumetric errors for five-axis machine tools[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2016, 101: 65–78.
- [6] LIN Z, TIAN W, ZHANG D, et al. A method of geometric error identification and compensation of CNC machine tools based on volumetric diagonal error measurements[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 124(1–

- 2): 51–68.
- [7] FAN J, YE Q. Research on geometric error modeling and compensation method of CNC precision cylindrical grinding machine based on differential motion theory and Jacobian matrix[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 120: 1805–1819.
- [8] YANG J, DING H. A new position independent geometric errors identification model of five-axis serial machine tools based on differential motion matrices[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2016, 104: 68–77.
- [9] IBARAKI S, KNAPP W. Indirect measurement of volumetric accuracy for three-axis and five-axis machine tools: a review[J]. International Journal of Automation Technology, 2012, 6(2): 110–124.
- [10] GUO S J, YANG J, QIAO G, et al. Assembly deviation modelling to predict and trace the geometric accuracy of the precision motion system of a CNC machine tool[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 169: 104687.
- [11] DENG M, LI H, XIANG S T, et al. Geometric errors identification considering rigid-body motion constraint for rotary axis of multi-axis machine tool using a tracking interferometer[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2020, 158: 103625.
- [12] JEONG J H, KHIM G, JEONG S, et al. Method for measuring location errors using a touch trigger probe on four-axis machine tools[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 99: 1003–1012.
- [13] WANG J, GUO J. The identification method of the relative position relationship between the rotary and linear axis of multi-axis numerical control machine tool by laser tracker[J]. Measurement, 2019, 132: 369–376.
- [14] ZHONG X, LIU H, MAO X, et al. An optimal method for improving volumetric error compensation in machine tools based on squareness error identification[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2019, 20: 1653–1665.
- [15] CHENG Q, ZHAO H, LIU Z, et al. Robust geometric accuracy allocation of machine tools to minimize manufacturing costs and quality loss[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 230–210: 2728–2744.
- [16] PENG W, XIA H, CHEN X, et al. Position-dependent geometric errors measurement and identification for rotary axis of multi-axis machine tools based on optimization method using double ball bar [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 99: 2295–2307.
- [17] 刘恩. 四轴卧式加工中心空间精度的建模、检测及可靠性分析[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2015.
- LIU En. Volumetric precision modeling, testing and reliability analysis of four axis horizontal machining center[D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2015. (in Chinese)
- [18] TIAN W, YANG G, WANG L, et al. The application of a regularization method to the estimation of geometric errors of a three-axis machine tool using a double ball bar[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32: 4871–4881.
- [19] 刘兴兴. 精密卧式加工中心几何精度优化分配方法研究[D]. 天津: 天津大学, 2017.
- LIU Xingxing. Investigation into geometrical accuracy optimal distribution of high-precision horizontal machining centers[D]. Tianjin: Tianjin University, 2017. (in Chinese)
- [20] GENG Z, TONG Z, JIANG X. Review of geometric error measurement and compensation techniques of ultra-precision machine tools[J]. Light: Advanced Manufacturing, 2021, 2: 1–17.
- [21] XING K, ACHICHE S, ESMAEILI S, et al. Comparison of direct and indirect methods for five-axis machine tools geometric error measurement[J]. Procedia CIRP, 2018, 78: 231–236.
- [22] GUO J K, LIU Z G, LI B, et al. Optimal tolerance allocation for precision machine tools in consideration of measurement and adjustment processes in assembly[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 80: 1625–1640.
- [23] 程强, 刘广博, 刘志峰, 等. 基于敏感度分析的机床关键性几何误差源识别方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(7): 171–179.
- CHENG Qiang, LIU Guangbo, LIU Zhifeng, et al. An identification approach for key geometric error sources of machine tool based on sensitivity analysis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(7): 171–179. (in Chinese)
- [24] 国家市场监督管理总局. 卧式铣镗床精度检验条件 第2部分: 带移动立柱和固定工作台的机床: GB/T 5289.2—2021 [S]. 2021.
- [25] LEE K I, YANG S H. Compensation of position-independent geometric errors of an index table by linear axes circular tests at different angular positions[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 84: 981–988.
- [26] 赵壮, 娄志峰, 张忠宁, 等. 符合阿贝原则的数控机床几何误差建模[J]. 光学精密工程, 2020, 28(4): 885–897.
- ZHAO Zhuang, LOU Zhifeng, ZHANG Zhongning, et al. Geometric error model of CNC machine tools based on Abbe principle[J]. Optics and Precision Engineering, 2020, 28(4): 885–897. (in Chinese)
- [27] 杨枝. 高档数控机床几何误差建模与参数溯源优化技术及其应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
- YANG Zhi. Research and application on geometric error modeling and parameters traceability of CNC machine tools[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014. (in Chinese)
- [28] 杜柳青, 李宝钏, 余永维. 基于混沌表示和特征注意力机制的机床两轴插补动态误差预测[J]. 农业机械学报, 2023, 54(11): 451–458.
- DU Liuqing, LI Baochuan, YU Yongwei. Dynamic error prediction of machine tool two-axis based on chaotic representation and

- feature attention mechanism [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2023, 54(11): 451–458. (in Chinese)
- [29] 罗昊江, 马锡琪, 李创. 基于形状创成理论的机床误差分析方法 [J]. *机械科学与技术*, 1997(6): 46–50.
LUO Haojiang, MA Xiqi, LI Chuang. The method to analyse the error of machine tools based on the form shaping function [J]. *Mechanical Science and Technology*, 1997(6): 46–50. (in Chinese)
- [30] ISO 230-1 (2012) Test code for machine tools-part 1: geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions [S]. 2012.
- [31] 杨立伟, 赖文聪, 刘刚, 等. 基于改进 Harris 角点检测的虚拟樱桃叶片重建方法 [J]. *农业机械学报*, 2022, 53(增刊1): 213–217, 262.
YANG Liwei, LAI Wencong, LIU Gang, et al. Virtual leaf reconstruction method based on improved Harris corner detection [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2022, 53(Supp. 1): 213–217, 262. (in Chinese)
- [32] 张双双, 杨洪涛, 马群, 等. 数控机床在机测量系统最佳测量区确定方法 [J]. *光学精密工程*, 2023, 31(4): 491–502.
ZHANG Shuangshuang, YANG Hongtao, MA Qun, et al. Determination method of optimal measurement area of CNC machine tool on-machine measurement system [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2023, 31(4): 491–502. (in Chinese)

(上接第 445 页)

- [10] NARANG Y S, VLASSAK J J, HOWE R D. Mechanically versatile soft machines through laminar jamming [J]. *Advanced Functional Materials*, 2018, 28(17): 1707136.
- [11] 徐丰羽, 蒋全胜, 江丰友, 等. 基于堵塞原理的变刚度软体机器人设计与试验 [J]. *机械工程学报*, 2020, 56(23): 67–77.
XU Fengyu, JIANG Quansheng, JIANG Fengyou, et al. Design and testing of a soft robot with variable stiffness based on jamming principles [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(23): 67–77. (in Chinese)
- [12] WEI Y, CHEN Y H, REN T, et al. A novel, variable stiffness robotic gripper based on integrated soft actuating and particle jamming [J]. *Soft Robotics*, 2016, 3(3): 134–143.
- [13] ZHOU J S, CAO H W, CHEN W, et al. Bioinspired soft wrist based on multicable jamming with hybrid motion and stiffness control for dexterous manipulation [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2023, 28(3): 1256–1267.
- [14] YANG Y, ZHANG Y Z, KAN Z C, et al. Hybrid jamming for bioinspired soft robotic fingers [J]. *Soft Robotics*, 2020, 7(3): 292–308.
- [15] AMEND J R, BROWN E, RODENBERG N, et al. A positive pressure universal gripper based on the jamming of granular material [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2012, 28(2): 341–350.
- [16] XIE M, ZHU M, YANG Z, et al. Flexible self-powered multifunctional sensor for stiffness-tunable soft robotic gripper by multimaterial 3D printing [J]. *Nano Energy*, 2021, 79: 105438.
- [17] 朱银龙, 赵虎, 苏海军, 等. 四指软体机械手机械特性分析与抓取试验 [J]. *农业机械学报*, 2022, 53(9): 434–442.
ZHU Yinlong, ZHAO Hu, SU Haijun, et al. Mechanical performance analysis and grasping experiment for four-finger soft manipulator [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2022, 53(9): 434–442. (in Chinese)
- [18] AKTAŞ B, NARANG Y S, VASIOS N, et al. A modeling framework for jamming structures [J]. *Advanced Functional Materials*, 2021, 31(16): 2007554.
- [19] 王志恒, 钱少明, 杨庆华, 等. 气动机器人多指灵巧手——ZJUT HAND [J]. *机器人*, 2012, 34(2): 223–230.
WANG Zhiheng, QIAN Shaoming, YANG Qinghua, et al. Pneumatic robot multi-fingered dexterous hand—ZJUT Hand [J]. *Robotics*, 2012, 34(2): 223–230. (in Chinese)
- [20] MOSADEGH B, POLYGERINOS P, KEPLINGER C, et al. Pneumatic networks for soft robotics that actuate rapidly [J]. *Advanced Functional Materials*, 2014, 24(15): 2163–2170.
- [21] SADD M H. *Elasticity: theory, applications, and numerics* [M]. London: Academic Press, 2021.
- [22] MÜLLER I, STREHLLOW P. *Rubber and rubber balloons: paradigms of thermodynamics* [M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2004.
- [23] CASE J C, WHITEEDWARD L, KRAMER-REBECCA K. Soft material characterization for robotic applications [J]. *Soft Robotics*, 2015, 2(2): 80–87.
- [24] XAVIER M S, FLEMING A J, YONG Y K. Finite element modeling of soft fluidic actuators: overview and recent developments [J]. *Advanced Intelligent Systems*, 2020, 3(2): 2000187.
- [25] MARECHAL L, BALLAND P, LINDEMROTH L, et al. Toward a common framework and database of materials for soft robotics [J]. *Soft Robotics*, 2020, 8(3): 284–297.
- [26] CALLI B, WALSMAN A, SINGH A, et al. Benchmarking in manipulation research: using the Yale–CMU–Berkeley object and model set [J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2015, 22(3): 36–52.