

含六杆组八杆机构曲柄存在域自动生成方法

卢天齐 王也 王世光 张克 李永辉 吕黄珍
(中国包装和食品机械有限公司, 北京 100083)

摘要: 对于含六杆组八杆机构的曲柄存在域问题,给出了一种自动生成的方法。该方法首先基于型转化法数值迭代计算出机构所有可能存在的初始位置;然后在每个初始位置的基础上,再次采取型转化法数值迭代进行运动分析,有效避免了高次非线性方程多解无法判断最优解的问题;最后用雅可比矩阵法筛选出无分支缺陷的回路。机构若满足原动件旋转整周均能够求出位置解,则该机构在此回路中存在曲柄。基于上述理论依据,采用VC++和OpenGL联合编程,能够在给定区域内自动生成该类八杆机构曲柄存在域。同时软件能够进行运动仿真,验证了方法的正确性,为含六杆组八杆机构曲柄存在域的自动生成方法奠定了理论基础。

关键词: 八杆机构; 型转化法数值迭代; 初始位值; 雅可比矩阵法; 缺陷判别; 曲柄判别

中图分类号: TH12 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2023)11-0440-11



Automatic Generation Method for Determining Crank Existence Region of Eight-bar Linkage with Six-bar Group

LU Tianqi WANG Ye WANG Shiguang ZHANG Ke LI Yonghui LÜ Huangzhen
(China National Packaging and Food Machinery Corporation, Beijing 100083, China)

Abstract: As planar eight-bar linkages can achieve a more complex kinematic trajectory curve and satisfy the needs of practical applications better in the field of agricultural machinery, an automatic generation method for determining the crank existence region of an eight-bar linkage with a six-bar group was hereby proposed. Compared with the direct solution method of position equations, the numerical iteration solution of the type transformation method (NISTTM) was proved to be more simple in solution programme and more effective in solution time; firstly, all possible initial position solutions of the linkage were solved based on NISTTM; then, based on each initial position solution, NISTTM was also adopted for kinematic analysis, effectively avoiding the problem of higher-order nonlinear equations failing to determine the optimal solution for multiple solutions; finally, the loop without branch defects was screened by using the Jacobian matrix method. The crank can exist in the loop when the position solutions of the linkage can be obtained for the whole rotation cycle of the driving link. Based on the above theoretical basis, the crank existence region of an eight-bar linkage with a six-bar group could be automatically generated in the given region by a VC++ program combined with OpenGL. The numerical example justified the simplicity, effectiveness, and practicability of this method, which can help the designer master the distribution of the crank existence region and be guided to complete the analysis task with no difficulty quickly.

Key words: eight-bar linkage; NISTTM; initial position solutions; Jacobian matrix method; defect discrimination; crank discrimination

0 引言

连杆机构作为机构学的一个重要分支,具有机构简单,易于制造,工作可靠,而且能够实现多

种运动规律和轨迹的优点,因此广泛应用于各种机械设备中^[1-4],其中平面八杆机构能够实现平面四、六杆机构所不能实现的多种功能和更复杂的轨迹曲线,从而能更好地满足实际应用的需要。

收稿日期: 2023-04-22 修回日期: 2023-05-22
基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFD2100403-2)
作者简介: 卢天齐(1990—),女,工程师,主要从事农产品加工与贮藏技术研究,E-mail: 1812889416@qq.com
通信作者: 吕黄珍(1979—),男,研究员,主要从事农产品加工与贮藏研究,E-mail: lvhz@caams.org.cn

新型约束变形可逆型能够满足不同耕作对象的要求^[5];双足下肢协同设计使得人们可以通过使用简单的机制控制双足机器人完成复杂性的运动^[6];手指康复机械用于帮助手指受伤患者进行运动康复治疗^[7];单自由度八杆机械腿模拟实现了人体臀部、膝盖、踝关节、大腿以及腓骨在步行时的运动^[8]。带有曲柄的连杆机构在实际应用中可以执行特定的动作^[9-13]。现有八杆机构中,多功能装载机^[14]、压力机^[15-16]、推包装置^[17]、栽植机构^[18]等在农业领域有广泛的应用。

对于单自由度连杆机构,曲柄指与机架相连且能够连续整周旋转的构件。Grashof 准则建立了平面四杆机构的曲柄存在条件^[19]。但对于四杆以上的多杆复杂机构,由于机构构型复杂,机构参数多,很难给出通用的曲柄存在条件。现有研究成果也仅针对个别机构讨论了曲柄存在条件及判别准则。李辉等^[20]给出了平面五杆机构可装配条件及五杆机构中周转副存在的充要条件,并据此对平面五杆机构构型进行了分析,得出了平面五杆机构中三曲柄、双曲柄、曲柄摇杆机构、双摇杆机构存在的条件。其中平面五杆机构双曲柄的判断方法与平面四杆机构的 Grashof 准则判据相似。当五杆机构中较短杆的长度为零时,五杆机构退化为四杆机构,将 Grashof 准则作为双曲柄判别条件的特例;SHUKLA 等^[21]给出了 Watt 型和 Stephenson 型特定参数平面六杆机构的曲柄判定条件。基于 Watt 型和 Stephenson 型运动链平面六杆机构的曲柄判别方法有很大的不同,而且基于 Stephenson 型运动链演变的特定类型平面六杆机构也无法进行曲柄判定;郭晓宁等^[22]在距离曲线限制线法回路分析的基础上,通过对表示此类机构回路曲线分析,给出了 Stephenson-Ⅱ型六杆机构曲柄存在条件及判断方法,该方法也可推广到其他类型六杆机构的曲柄判别;邹炎火等^[23]在建立 Stephenson-Ⅲ六杆机构环部分分析模型的基础上,提出了一种通过判断该机构各环部是否存在死中心位置来识别 Stephenson-Ⅲ六杆机构是否存在曲柄的新方法;DASGUPTA^[24]提出了针对 RPSPR 运动链的可动性分析和类型识别方法,并给出了该机构的曲柄判定条件;孙艳等^[25]提出了 Stephenson-Ⅲ型球面六杆机构曲柄存在条件。将 Stephenson-Ⅲ型球面六杆机构分为球面四杆机构和球面二杆机构两个单元,结合装配条件,提出了 Stephenson-Ⅲ型球面六杆机构曲柄的判别方法。但关于平面八杆机构曲柄条件的研究尚未见报道。

对于复杂连杆机构,使构件不能转整周的原因有回路缺陷和分支缺陷。机构的一个回路指不破坏

任何运动副连接能够实现的构件所有可能的方位,分支指在一个回路上机构在两个静止位置间的连续系列位置^[26-27]。回路和分支缺陷是连杆机构分析与综合中最基本、最困难的问题,简单的几何条件无法判断复杂连杆机构运动分析中的曲柄存在条件,识别这些连杆缺陷是判断曲柄存在条件的第一步。这就需要对机构进行缺陷判别,即选择无缺陷机构。解决回路缺陷问题,首先要在几何参数已知情况下,求解出机构所有初始位置,即机构在初始位置时所有存在的位置解,机构才能够在确定初始位置的基础上开始运动。机构所有存在的回路均包含于机构初始位置解中,然后再筛选无分支缺陷的回路。对于多杆机构回路和分支问题的研究方法有很多,如环路分解法、雅可比矩阵法、Dixon 结式法等^[28-36]。在运动学分析中,位置分析方程通常是非线性的。求解这些方程需要各种数值方法。对连杆机构进行运动学分析,重点采用具体的方法求解位置,包括位置方程的直接解、一般位置方程的牛顿-拉普森解、方程的降阶解、型转化法数值迭代求解^[37]。

本文采用基于 MFC 的 VC++、OpenGL 编程,提出含六杆组八杆机构曲柄存在区域的自动判别方法,建立含六杆组八杆机构的曲柄存在域,开发含六杆组八杆机构运动分析软件。

1 含六杆组八杆机构

机构是由一个或者若干个自由度为零的运动链依次连接到机架与主动件上组成的,这个自由度为零的运动链称为杆组,也叫做阿苏尔杆组^[38]。针对 16 个八杆运动链,利用阿苏尔杆组法,可以推出八杆机构杆组方式有 3 种^[39]:①3 个二杆组。②1 个二杆组和 1 个四杆组。③1 个六杆组。采用这 3 种任意一种方式,搭接到原动件和机架上均能够构成八杆机构。其中二杆组有 1 种类型,四杆组有 2 种类型,六杆组有 10 种类型,如图 1 所示。其中二杆组为二级杆组,其余杆组为高级杆组。根据阿苏尔杆组法^[38],将一个六杆组直接搭接到机架和原动件上能够构成含六杆组的八杆机构。取六杆组为例,将其搭接到机架和原动件上构成含六杆组的八杆机构,如图 2 所示。其中实线部分为六杆组,虚线部分为原动件,带三角的外副为机架的铰链点。

2 运动分析方法

机构运动分析是在已知机构的结构和几何尺寸的条件下,在原动件的运动规律给定时,确定从动部分任一运动变量的变化规律。机构运动分析包括位置分析、速度和加速度分析。其中位置分

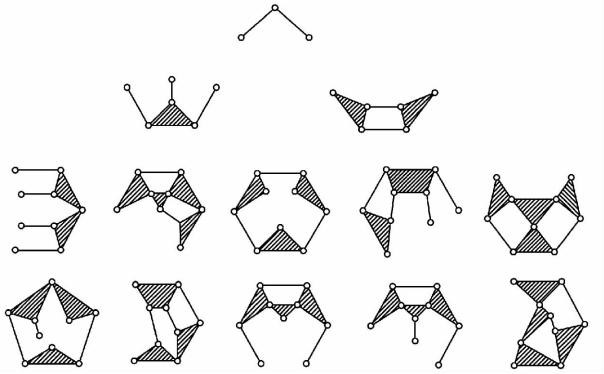


图 1 13 种阿苏尔杆组

Fig. 1 13 types of Assur groups

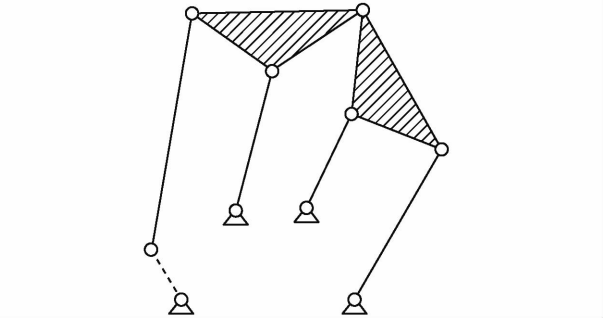


图 2 含六杆组的八杆机构

Fig. 2 Eight-bar linkage with a six-bar group

析方程通常是非线性的,只有简单的二级机构(构成机构的最高级杆组为二级杆组的机构)才能列出输出变量和输入变量之间的显函数表达式。复杂平面连杆机构(构成机构的最高级杆组为二级以上杆组的机构),方程的求解就需要利用各种数值解法。因此连杆机构的运动分析重点在位置求解。至于速度、加速度方程式则为线性方程,因此求解较为简单。

运动分析方法包括:位置方程的直接求解方法、一般位置方程的牛顿-拉普森(Newton-Raphson)求解方法、方程降阶解法和型转化迭代解法。解法实质上只有直接求解非线性方程组和降维迭代,但型转化法更具有通用性^[37]。

非线性方程的解是多个的,关于位置分析的非线性方程,则对应的解为多个位置解。直接求解需首先建立方程,而且求解速度慢,同时在运动分析过程中很难实现解的一一对应问题;方程降阶求解需要首先建立方程,然后进行消元,求解速度慢,也无法实现解的一一对应问题;型转化法数值迭代求解是把一个复杂的杆组通过转化变成多个简单的构件或二杆组,然后直接调用求解二杆组的标准程序求解。相对于前3种方法而言,型转化法数值迭代求解有效避免了高次非线性方程多解无法判断最优解的问题,不用建立方程和进行消元,计算速度快。

本文所用软件版本和硬件环境参数为 Visual Studio 2010,OpenGL 4.6.0,系统为 Windows 10 专业版,CPU 为 i5-11400,内存 16 GB。

2.1 位置方程直接求解

如图 3 所示,该六杆组为具有 6 个构件,9 个低副组成的三级组。六杆组中的各杆长已知,A、B、C、D 为外副且位置已知,运动分析问题就是确定六杆组中各内副的位置。设定 6 个角度变量 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 、 θ_5 、 θ_6 ,并进行求解。如果 6 个变量 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 、 θ_5 、 θ_6 可以通过求解确定,则六杆组中各内副的位置也随之确定。

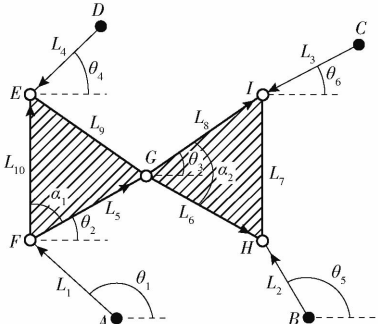


图 3 六杆组

Fig. 3 Geometric parameters of six-bar group

2.1.1 约束方程

根据图 3 的矢量关系可得

$$\boldsymbol{l}_{DE} = \boldsymbol{l}_{DA} + \boldsymbol{l}_{AF} + \boldsymbol{l}_{FE} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{l}_{CI} = \boldsymbol{l}_{CA} + \boldsymbol{l}_{AF} + \boldsymbol{l}_{FG} + \boldsymbol{l}_{GI} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{l}_{BH} = \boldsymbol{l}_{BA} + \boldsymbol{l}_{AF} + \boldsymbol{l}_{FG} + \boldsymbol{l}_{GH} \tag{3}$$

将方程(1)~(3)写成复数形式为

$$L_4 e^{i(\theta_4 + \pi)} = L_{DA} + L_1 e^{i\theta_1} + L_{10} e^{i\alpha_1} e^{i\theta_2} \tag{4}$$

$$L_3 e^{i(\theta_6 + \pi)} = L_{CA} + L_1 e^{i\theta_1} + L_5 e^{i\theta_2} + L_8 e^{i\theta_3} \tag{5}$$

$$L_2 e^{i\theta_5} = L_{BA} + L_1 e^{i\theta_1} + L_5 e^{i\theta_2} + L_6 e^{-i\alpha_2} e^{i\theta_3} \tag{6}$$

其中,A、B、C、D 为各点在复数坐标下的坐标。因为 D、E 两点的距离平方等于矢量 $\boldsymbol{l}_{DE}$ 乘上它的共轭复数 $\bar{\boldsymbol{l}}_{DE}$,所以由式(4)得到

$$L_4^2 = (L_{DA} + L_1 e^{i\theta_1} + L_{10} e^{i\alpha_1} e^{i\theta_2})(L_{DA} + L_1 e^{-i\theta_1} + L_{10} e^{-i\alpha_1} e^{-i\theta_2}) \tag{7}$$

同样,式(5)、(6)变形为

$$L_3^2 = (L_{CA} + L_1 e^{i\theta_1} + L_5 e^{i\theta_2} + L_8 e^{i\theta_3}) \cdot (L_{CA} + L_1 e^{-i\theta_1} + L_5 e^{-i\theta_2} + L_8 e^{-i\theta_3}) \tag{8}$$

$$L_2^2 = (L_{BA} + L_1 e^{i\theta_1} + L_5 e^{i\theta_2} + L_6 e^{-i\alpha_2} e^{i\theta_3}) \cdot (L_{BA} + L_1 e^{-i\theta_1} + L_5 e^{-i\theta_2} + L_6 e^{i\alpha_2} e^{-i\theta_3}) \tag{9}$$

将 $t_1 = e^{i\theta_1}$, $t_2 = e^{i\theta_2}$, $t_3 = e^{i\theta_3}$ 代入式(7)~(9),展开可得

$$H_{11} + H_{12}t_1 + H_{13}t_2 + H_{14}t_1^{-1} + H_{15}t_2^{-1} + H_{16}t_1t_2^{-1} + H_{17}t_1^{-1}t_2 = 0 \tag{10}$$

$$\begin{aligned} & H_{201} + H_{202}t_1 + H_{203}t_2 + H_{204}t_3 + H_{205}t_1^{-1} + \\ & H_{206}t_2^{-1} + H_{207}t_3^{-1} + H_{208}t_1t_2^{-1} + H_{209}t_1t_3^{-1} + \\ & H_{210}t_2t_3^{-1} + H_{211}t_1^{-1}t_2 + H_{212}t_1^{-1}t_3 + H_{213}t_2^{-1}t_3 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & H_{301} + H_{302}t_1 + H_{303}t_2 + H_{304}t_3 + H_{305}t_1^{-1} + H_{306}t_2^{-1} + \\ & H_{307}t_3^{-1} + H_{308}t_1t_2^{-1} + H_{309}t_1t_3^{-1} + H_{310}t_2t_3^{-1} + \\ & H_{311}t_1^{-1}t_2 + H_{312}t_1^{-1}t_3 + H_{313}t_2^{-1}t_3 = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} H_{11} &= (A_x - D_x)^2 + (A_y - D_y)^2 + L_1^2 + L_{10}^2 - L_4^2 \\ H_{12} &= L_1(A_x - D_x) + iL_1(D_y - A_y) \\ H_{13} &= L_{10}(A_x - D_x)\cos\alpha_1 + L_{10}(A_y - D_y)\sin\alpha_1 - \\ & i[L_{10}(A_x - D_x)\cos\alpha_1 - L_{10}(A_y - D_y)\sin\alpha_1] \\ H_{14} &= L_1(A_x - D_x) + iL_1(A_y - D_y) \\ H_{15} &= L_{10}(A_x - D_x)\cos\alpha_1 + L_{10}(A_y - D_y)\sin\theta\alpha_1 + \\ & i[L_{10}(A_x - D_x)\cos\alpha_1 - L_{10}(A_y - D_y)\sin\alpha_1] \\ H_{16} &= L_1L_{10}\cos\alpha_1 - iL_1L_{10}\sin\alpha_1 \\ H_{17} &= L_1L_{10}\cos\alpha_1 + iL_1L_{10}\sin\alpha_1 \\ H_{201} &= (A_x - C_x)^2 + (A_y - C_y)^2 + L_1^2 + L_5^2 + L_8^2 - L_3^2 \\ H_{202} &= L_1(A_x - C_x) + iL_1(C_y - A_y) \\ H_{203} &= L_5(A_x - C_x) + iL_5(C_y - A_y) \\ H_{204} &= L_8(A_x - C_x) + iL_8(C_y - A_y) \\ H_{205} &= L_1(A_x - C_x) - iL_1(C_y - A_y) \\ H_{206} &= L_5(A_x - C_x) - iL_5(C_y - A_y) \\ H_{207} &= L_8(A_x - C_x) - iL_8(C_y - A_y) \\ H_{208} &= L_1L_5 \quad H_{209} = L_1L_8 \\ H_{210} &= L_5L_8 \quad H_{211} = L_1L_5 \\ H_{212} &= L_1L_8 \quad H_{213} = L_5L_8 \\ H_{301} &= (A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2 + L_1^2 + L_5^2 + L_6^2 - L_2^2 \\ H_{302} &= L_1(A_x - B_x) + iL_1(B_y - A_y) \\ H_{303} &= L_5(A_x - B_x) + iL_5(B_y - A_y) \\ H_{304} &= L_6(A_x - B_x)\cos(-\alpha_2) + L_6(A_y - B_y)\sin(-\alpha_2) + \\ & i[L_6(A_x - B_x)\sin(-\alpha_2) - L_6(A_y - B_y)\cos(-\alpha_2)] \\ H_{305} &= L_1(A_x - B_x) - iL_1(B_y - A_y) \\ H_{306} &= L_5(A_x - B_x) - iL_5(B_y - A_y) \\ H_{307} &= L_6(A_x - B_x)\cos(-\alpha_2) + L_6(A_y - B_y)\sin(-\alpha_2) - \\ & i[L_6(A_x - B_x)\sin(-\alpha_2) - L_6(A_y - B_y)\cos(-\alpha_2)] \\ H_{308} &= L_1L_5 \\ H_{309} &= L_1L_6\cos\alpha_2 + iL_1L_6\sin\alpha_2 \\ H_{310} &= L_5L_6\cos\alpha_2 + iL_5L_6\sin\alpha_2 \\ H_{311} &= L_1L_5 \\ H_{312} &= L_1L_6\cos\alpha_2 - iL_1L_6\sin\alpha_2 \\ H_{313} &= L_5L_6\cos\alpha_2 - iL_5L_6\sin\alpha_2 \end{aligned}$$

式中 t_1, t_2, t_3 为变量, 各变量前的系数均为已知量的函数。

从式(10)~(12)可以看出, 式(10)中不包含变量 t_3 , 因此消元过程中可以首先用式(11)、(12)消去 t_3 , 得到一个含 t_1, t_2 的方程, 再用这个方程与式(10)结合, 消去 t_2 , 最后得到一个仅含 t_1 的方程。

将式(11)、(12)分别乘以 t_3 , 并以 t_1 和 t_2 为压缩变量, 则式(11)、(12)可表示为

$$W_{12}t_2^2 + W_{11}t_3 + W_{10} = 0 \quad (13)$$

$$W_{22}t_3^2 + W_{21}t_3 + W_{20} = 0 \quad (14)$$

其中 $W_{12} = H_{204} + H_{212}t_1^{-1} + H_{213}t_2^{-1}$

$$W_{11} = H_{201} + H_{202}t_1 + H_{203}t_2 + H_{205}t_1^{-1} + H_{206}t_2^{-1} +$$

$$H_{208}t_1t_2^{-1} + H_{211}t_1^{-1}t_2$$

$$W_{10} = H_{207} + H_{209}t_1 + H_{210}t_2$$

$$W_{22} = H_{313}t_2^{-1} + H_{312}t_1^{-1} + H_{304}$$

$$W_{21} = H_{301} + H_{308}t_1t_2^{-1} + H_{311}t_1^{-1}t_2 + H_{302}t_1 + H_{303}t_2 +$$

$$H_{305}t_1^{-1} + H_{306}t_2^{-1}$$

将式(13)、(14)分别乘以 t_3 , 可表示为

$$W_{12}t_3^3 + W_{11}t_3^2 + W_{10}t_3 = 0 \quad (15)$$

$$W_{22}t_3^3 + W_{21}t_3^2 + W_{20}t_3 = 0 \quad (16)$$

对式(13)~(16)构成的方程组, 用结式消元法消去变量 t_3 , 即以 $t_3^3, t_3^2, t_3, 1$ 为假想变量, 则方程(15)、(16)有非零解的条件是其系数矩阵的行列式为零, 即

$$\begin{vmatrix} W_{12} & W_{11} & W_{10} & 0 \\ 0 & W_{12} & W_{11} & W_{10} \\ W_{22} & W_{21} & W_{20} & 0 \\ 0 & W_{22} & W_{21} & W_{20} \end{vmatrix} = 0 \quad (17)$$

展开式(17), 得到一个含有变量 t_1, t_2 的方程式。同时, 将方程组系数行列式乘以 $t_1^3t_2^3$, 以 t_1 作为压缩变量, 得到关于 t_2 的方程为

$$M_1t_2^3 + M_2t_2^2 + M_3t_2 + M_4 + M_5t_2^{-1} + M_6t_2^{-2} + M_7t_2^{-3} = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{其中} \quad M_1 &= G_{60}t_1^{-3} + G_{61}t_1^{-2} + G_{62}t_1^{-1} + G_{63} \\ M_2 &= G_{50}t_1^{-3} + G_{51}t_1^{-2} + G_{52}t_1^{-1} + G_{53} + G_{54}t_1 \\ M_3 &= G_{40}t_1^{-3} + G_{41}t_1^{-2} + G_{42}t_1^{-1} + G_{43} + G_{44}t_1 + G_{45}t_1^2 \\ M_4 &= G_{30}t_1^{-3} + G_{31}t_1^{-2} + G_{32}t_1^{-1} + G_{33} + G_{34}t_1 + G_{35}t_1^2 + G_{36}t_1^3 \\ M_5 &= G_{21}t_1^{-2} + G_{22}t_1^{-1} + G_{23} + G_{24}t_1 + G_{25}t_1^2 + G_{26}t_1^3 \\ M_6 &= G_{12}t_1^{-1} + G_{13} + G_{14}t_1 + G_{15}t_1^2 + G_{16}t_1^3 \\ M_7 &= G_{02}t_1^{-1} + G_{03} + G_{04}t_1 + G_{05}t_1^2 + G_{06}t_1^3 \end{aligned}$$

式(18)中 $G_{ij} (i=1, 2, 3, 4, 5, 6; j=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 为仅与六杆几何参数相关的表达式, 可由程序自动求解。

式(10)也可写成关于变量 t_2 的方程式, 即

$$(H_{13} + H_{17}t_1^{-1})t_2^2 + (H_{11} + H_{12}t_1 + H_{14}t_1^{-1})t_2 + H_{15} + H_{16}t_1 = 0 \quad (19)$$

其中变量 t_2 前的系数均为已知参数及变量 t_1 的函数。用式(18)、(19)构造结式消去变量 t_2 , 可得到一个关于 t_1 的一元高次方程。

将式(18)乘以 t_2 得到一个新的方程, 同时将式(19)分别乘以 t_2 、 t_2^2 、 t_2^3 、 t_2^4 、 t_2^5 得到 5 个新方程。式(18)、(19)加上新得到的 6 个方程组, 可写成矩阵形式

$$NT = 0 \quad (20)$$

其中 $T = [t_2^7 \quad t_2^6 \quad t_2^5 \quad t_2^4 \quad t_2^3 \quad t_2^2 \quad t_2 \quad 1]^T$

$$N = \begin{bmatrix} K_{50} & K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} & 0 \\ 0 & K_{50} & K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ Q_1 & Q_2 & Q_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_1 & Q_2 & Q_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_1 & Q_2 & Q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_1 & Q_2 & Q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_1 & Q_2 & Q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_1 & Q_2 & Q_3 \end{bmatrix}$$

$$K_{50} = G_{60}t_1^{-3} + G_{61}t_1^{-2} + G_{62}t_1^{-1} + G_{63}$$

$$K_{51} = G_{50}t_1^{-3} + G_{51}t_1^{-2} + G_{52}t_1^{-1} + G_{53} + G_{54}t_1$$

$$K_{52} = G_{40}t_1^{-3} + G_{41}t_1^{-2} + G_{42}t_1^{-1} + G_{43} + G_{44}t_1 + G_{45}t_1^2$$

$$K_{53} = G_{30}t_1^{-3} + G_{31}t_1^{-2} + G_{32}t_1^{-1} + G_{33} + G_{34}t_1 + G_{35}t_1^2 + G_{36}t_1^3$$

$$K_{54} = G_{21}t_1^{-2} + G_{22}t_1^{-1} + G_{23} + G_{24}t_1 + G_{25}t_1^2 + G_{26}t_1^3$$

$$K_{55} = G_{12}t_1^{-1} + G_{13} + G_{14}t_1 + G_{15}t_1^2 + G_{16}t_1^3$$

$$K_{56} = G_{02}t_1^{-1} + G_{03} + G_{04}t_1 + G_{05}t_1^2 + G_{06}t_1^3$$

$$Q_1 = H_{13} + H_{17}t_1^{-1}$$

$$Q_2 = H_{11} + H_{12}t_1 + H_{14}t_1^{-1}$$

$$Q_3 = H_{15} + H_{16}t_1$$

齐次方程组(20)有非零解的条件是其系数矩阵的行列式为零, 即

$$\text{Det}N = 0 \quad (21)$$

其系数矩阵行列式为零时可解出 t_1 , N 中所有系数均为已知。

将矩阵 N 转换为上三角矩阵, 那么 t_2 线性解为 $(0 - N_{67})/N_{66}$ 。

式(13)、(14)组成二元一次方程组, 求出 t_3 的线性解为 $(W_{20}W_{12} - W_{22}W_{10})/(W_{11}W_{22} - W_{21}W_{12})$, 由 $t_1 = e^{i\theta_1}$, $t_2 = e^{i\theta_2}$, $t_3 = e^{i\theta_3}$ 解得未知数 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 。

由式(4)可得

$$\cos\theta_4 = (A_x - D_x)/L_4 + L_1\cos\theta_1/L_4 + L_{10}\cos(\theta_2 + \alpha_1)/L_4$$
$$\sin\theta_4 = (A_y - D_y)/L_4 + L_1\sin\theta_1/L_4 + L_{10}\sin(\theta_2 + \alpha_1)/L_4$$

根据正弦余弦确定出 θ_4 。同理由式(5)、(6)

可得

$$\cos\theta_5 = L_1\cos\theta_1/L_3 + L_5\cos\theta_2/L_3 + L_8\cos\theta_3/L_3 + (A_x - C_x)/L_3$$
$$\sin\theta_5 = L_1\sin\theta_1/L_3 + L_5\sin\theta_2/L_3 + L_8\sin\theta_3/L_3 + (A_y - C_y)/L_3$$
$$\cos\theta_6 = L_1\cos\theta_1/L_2 + L_5\cos\theta_2/L_2 + L_6\cos(\theta_3 - \alpha_2)/L_2 + (A_x - B_x)/L_2$$
$$\sin\theta_6 = L_1\sin\theta_1/L_2 + L_5\sin\theta_2/L_2 + L_6\sin(\theta_3 - \alpha_2)/L_2 + (A_y - B_y)/L_2$$

根据正弦余弦确定出 θ_5 、 θ_6 。 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 、 θ_5 、 θ_6 6 个角度变量都已求解, 即确定六杆的初始位置。在上述理论推导的基础上, 六杆组的位置方程直接求解程序算法如图 4 所示, 在程序中输入六杆组的几何参数后, 程序将自动进入算法。

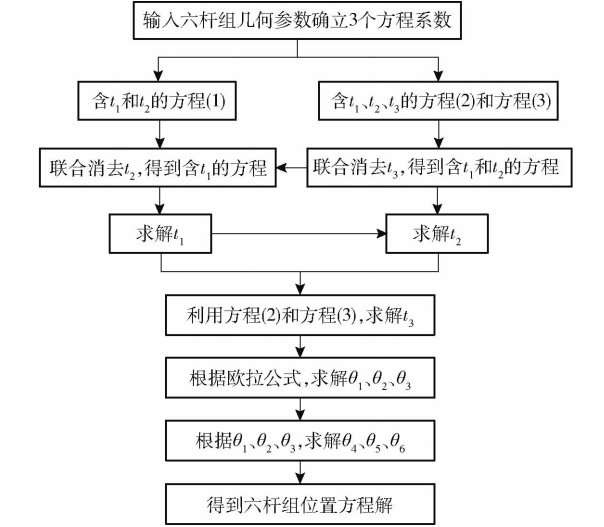


图 4 直接求解流程图

Fig. 4 Program flowchart of direct solution

2.1.2 算例

已知: $A(131.479, -101.649)$, $B(-71.788, -101.649)$, $C(-30.000, -150.000)$, $D(-205.000, -136.699)$, $a_1 = 1.976$, $a_2 = 0.636$, $L_1 = 124.161$, $L_2 = 91.056$, $L_3 = 150.000$, $L_4 = 205.765$, $L_5 = 92.773$, $L_6 = 88.176$, $L_8 = 135.960$, $L_{10} = 83.566$ 。

代入求得关于 t_1 的高次方程(21)的解如表 1 所示。 t_1 的实部和虚部分别对应 θ_1 的正弦和余弦, 需满足平方和等于 1, 所以表 1 中 t_1 的实部和虚部满足平方和等于 1 有 2 个, 如表 2 所示。 t_1 求出来后, 其余变量 t_2 、 t_3 以及角度 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 、 θ_5 、 θ_6 均可以用上文的方法求解得出, 对应六杆组 2 个位置解如图 5 所示。

2.2 型转化法数值迭代求解

2.2.1 型转化法数值迭代

型转化法数值迭代求解是把一个复杂的杆组通

表 1 t_1 的解
Tab. 1 Solutions of t_1

t_1	实部	虚部
1	2. 533 416 303 591 810 2	-0. 184 485 482 521 058 23
2	-0. 207 325 992 954 328 77	2. 301 841 160 350 656 3
3	0. 310 779 862 634 723 24	1. 589 792 368 998 314 4
4	0. 799 294 585 905 031 55	-1. 203 512 659 191 631 2
5	1. 452 130 070 419 327	-0. 535 216 747 307 995 51
6	1. 433 776 799 763 950 8	-0. 269 098 455 630 591 43
7	0. 159 524 011 236 532 07	-0. 987 194 048 725 439 7
8	0. 248 674 341 409 733 49	0. 968 587 152 466 521 72
9	-0. 979 965 703 334 056 97	0. 626 777 009 181 687 22
10	-0. 885 027 571 306 362 67	0. 572 232 174 018 893 81
11	-0. 796 802 805 428 278 64	0. 515 188 697 336 904 09
12	-0. 724 193 463 437 830 75	0. 463 187 447 839 181 7
13	0. 118 436 368 925 243 94	0. 605 860 476 070 604 45
14	-0. 038 814 503 405 669 686	0. 430 938 833 498 482
15	0. 382 929 627 759 760 03	-0. 576 584 231 540 077 43
16	0. 673 726 169 746 974 86	-0. 126 448 322 939 874 79
17	0. 606 282 243 932 517 73	-0. 223 459 604 036 941 82
18	0. 392 641 784 605 638 59	-0. 028 592 501 354 133 906

表 2 t_1 的合理解
Tab. 2 Reasonable solutions of t_1

t_1	实部	虚部
1	0. 159 524 011 236 532 07	-0. 987 194 048 725 439 7
2	0. 248 674 341 409 733 49	0. 968 587 152 466 521 72

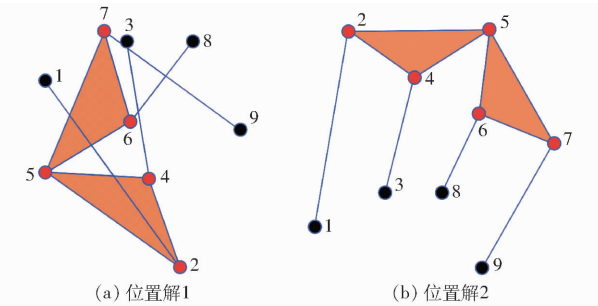


图 5 位置方程的直接求解

Fig. 5 Direct solutions of position equation

过转变成多个简单的构件或二杆组,然后直接调用求解二杆组的标准程序求解。每一个拆分出来的二杆组有两个位置解,并且每个位置解在机构同一个回路中一般是不会变化的。如图 6 所示,二杆组 XYZ 外副 X 和 Z(实心黑点表示)确定,内副 Y 和 Y'(空心圆表示)有两个位置,则二杆组有两个位置解。

理论上,一个六杆组型转化拆分后,假设有 n 个二杆组,由于每个二杆组存在两个位置解,则六杆组则可能产生 2^n 个初始位置,但是同时还需满足单个构件杆长条件,因此可能有些初始位置不存在。

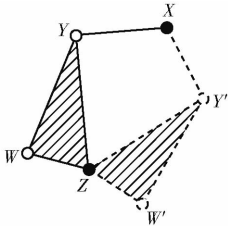


图 6 二杆组两个位置解

Fig. 6 Two position solutions for two-bar group

2.2.2 算例

以所研究六杆组为例进行型转化法数值迭代求解,如图 7 所示,A、B、C、D 为与原件或与机架相连的铰链,用实心圆表示。该六杆组转化为两个二杆组 DGH、BIF 和两个单构件 CG、AE。在求解过程中,在内部运动链中选一个内约束(x 或 y , 本文选 x),虚拟为已知,本文 y 应在以 C 为中心的圆上,即假设 G 以 C 为圆心,杆长 GC 为半径,旋转一周。旋转过程中, x 是否是真正的位置解,需根据依次解得位置后,所得杆长 AE 是否满足原始给定杆长 AE 。不满足就要根据误差情况适当修正 x ,再次求解,直到杆长 AE 满足要求为止。在程序中输入六杆组的几何参数后,程序自动进入算法,如图 8 所示,计算精度为 10^{-4} 。该方法求解结果如图 9 所示。

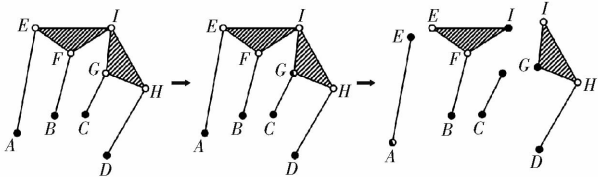


图 7 六杆组型转化迭代求解过程

Fig. 7 Splitting process of six-bar group by NISTTM

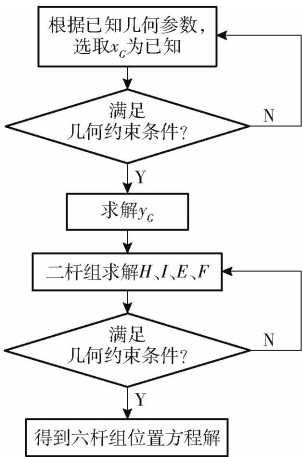


图 8 型转化法数值迭代流程图

Fig. 8 Program flowchart of NISTTM

2.3 运动分析方法选取

由图 5 和图 9 可知,位置方程直接求解和型转化法数值迭代求解结果一样,相互验证了两种方法

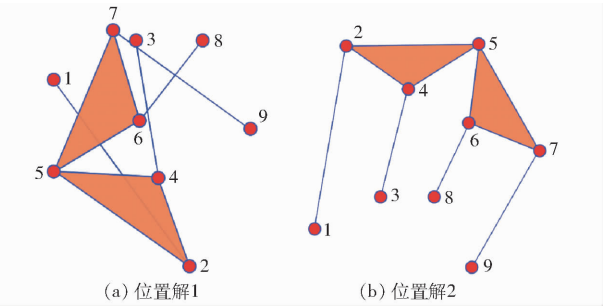


图 9 型转化法数值迭代求解结果

Fig. 9 Results of six-bar group by NISTTM

求解的正确性。由图 4 和图 8 可知,位置方程直接求解方法计算复杂,且无法解决多解——对应问题;型转化法数值迭代求解方法计算相对简单,且能够更好地解决多解的对应问题。表 3 为两种方法的运行时间,可以看出型转化法数值迭代的求解过程比直接求解位置方程所需的时间短。型转化法数值迭代能较好地解决相应的多解问题,并保持较高的计算效率,因此本文采用型转化法数值迭代进行含六杆组八杆机构的运动学分析。

$$J = \begin{bmatrix} L_1 \sin \theta_1 & -L_{10} \sin (\theta_2 + \alpha_1) & 0 & -L_4 \sin \theta_4 & 0 & 0 \\ L_1 \cos \theta_1 & L_{10} \cos (\theta_2 + \alpha_1) & 0 & -L_4 \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ L_1 \sin \theta_1 & -L_5 \sin \theta_2 & -L_8 \sin \theta_3 & 0 & 0 & -L_3 \sin \theta_6 \\ L_1 \cos \theta_1 & -L_5 \cos \theta_2 & -L_8 \cos \theta_3 & 0 & 0 & -L_3 \cos \theta_6 \\ L_1 \sin \theta & -L_5 \sin \theta_2 & -L_6 \sin (\theta_3 - \alpha_1) & 0 & L_2 \sin \theta_5 & 0 \\ L_1 \cos \theta_1 & -L_5 \cos \theta_2 & -L_6 \cos (\theta_3 - \alpha_1) & 0 & L_2 \cos \theta_5 & 0 \end{bmatrix}$$

3.2 曲柄存在域的计算过程

对于含六杆组八杆机构,在其几何参数给定的情况下,进行回路分支缺陷的具体判定过程为:

(1)采用型转化法数值迭代求解机构的初始静止位置,求解出机构可能存在的回路静止位置。解决回路缺陷问题,首先要在机构几何参数已知情况下,采用位置分析方法求解出机构所有初始静止位置。机构所有存在的回路位置均包含于机构初始静止位置中,求解出的机构初始静止位置可在下一步研究中进行回路验证,因此,需首先求解机构所有初始静止位置。以本文六杆组为例,机构初始位置时外副 A、B、C、D 已知,六杆组内副 E、F、G、H、I 未知。通过求解位置求解得出机构有 2 个初始静止位置,这 2 个初始静止位置均满足初始条件,如图 9 所示。

(2)在步骤(1)中所求的机构可能存在的回路静止位置中,采用雅可比矩阵法去除有回路和分支缺陷的静止位置。然后根据剩余已知回路的静止位置,采用型转化法数值迭代求解进行位置分析。

表 3 求解初始位置的计算时间

Tab. 3 Computational time for solving initial positions

方法	时间/s
位置方程直接求解	42.95
型转化法数值迭代求解	4.35×10^{-3}

3 曲柄存在域自动生成

3.1 六杆组雅可比矩阵推导

以六杆组为例,采用雅可比矩阵法进行八杆机构回路、分支缺陷判别。将上述 3 个向量方程(1)~(3)转化为 6 个代数方程

$$\begin{cases} A_x - D_x + L_1 \cos \theta_1 + L_{10} \cos (\theta_2 + \alpha_1) + L_4 \cos \theta_4 = 0 \\ A_y - D_y + L_1 \sin \theta_1 + L_{10} \sin (\theta_2 + \alpha_1) + L_4 \sin \theta_4 = 0 \\ A_x - C_x + L_1 \cos \theta_1 + L_5 \cos \theta_2 + L_8 \cos \theta_3 + L_3 \cos \theta_6 = 0 \\ A_y - C_y + L_1 \sin \theta_1 + L_5 \sin \theta_2 + L_8 \sin \theta_3 + L_3 \sin \theta_6 = 0 \\ A_x - B_x + L_1 \cos \theta_1 + L_5 \cos \theta_2 + L_6 \cos (\theta_3 - \alpha_2) - L_2 \cos \theta_5 = 0 \\ A_y - B_y + L_1 \sin \theta_1 + L_5 \sin \theta_2 + L_6 \sin (\theta_3 - \alpha_2) - L_2 \sin \theta_5 = 0 \end{cases}$$

根据雅可比矩阵定义,利用 6 个方程式求出该六杆组雅可比矩阵为

一个机构初始位置是多解的,机构在运动过程中的位置求解必然也可能是多解。采用型转化法数值迭代求解可以有效避免高次非线性方程多解无法判断最优解的问题。机构所有存在的回路均包含于机构初始位置解中。若能够把初始位置解与运动过程的位置解正确对应,则能够使回路避免分支缺陷。在此基础上,用雅可比矩阵法筛选出无分支缺陷回路,即让可能存在的回路静止位置中对应雅可比矩列式能够构成一条符号相同连续平滑的曲线,并且首尾值能够相接,或者为空间不规则的环状,则满足该机构回路静止位置无回路和分支缺陷,即假设的回路即为存在的回路。

由于步骤(1)中六杆组位置是假设已知,即型转化数值迭代求解过程中拆分的二杆组位置假设已知,但是机构在实际运动过程中有假设的二杆组有两种位置的可能,如果假设一种位置求解有出现雅可比矩阵值不完整的可能,所以在型转化数值迭代求解的过程中,分析了计算当前位置对应的雅可比行列式值,还需计算六杆组拆分的二杆组另外位置的情况下对应的雅可比行列式值,从所有的雅可比

行列式值中判断筛选出能够满足雅可比矩阵法的位置。

机构若满足原动件旋转整周均能够用型转化数值迭代求解出位置解,则满足曲柄存在的条件,为曲柄机构。若不能满足原动件旋转整周均能够用型转化数值迭代求解出位置解,则为非曲柄机构。基于上述方法,设计者可以随机确定一矩形区域,然后程序通过遍历所选区域不断改变原动件固定点进行运动分析。如果原动件能够旋转一周,则该点保留,以此形成曲柄存在区域。同时,该类机构存在曲柄和机构仿真运动的真实性得以验证。程序中,曲柄存在域的主要计算流程如图 10 所示。

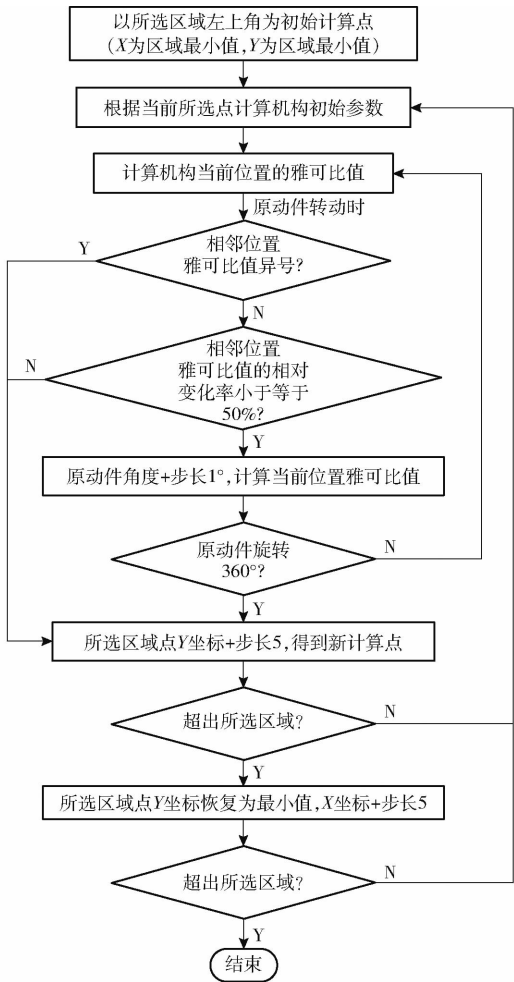


图 10 曲柄存在域计算流程图

Fig. 10 Program flowchart of determining crank existence region

4 软件实现与示例

本软件可实现机构搭接、机构静止位置计算、机构缺陷判别、曲柄区域自动生成、机构运动演示等。

(1)用 VC + +6.0 软件执行程序,可生成图 11 所示软件界面,单击所要搭接的六杆组,以六杆组为例。

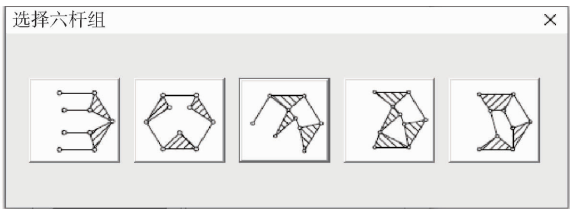


图 11 选择六杆组界面

Fig. 11 Interface box of selecting six-bar group

(2)程序显示如图 12 所示,开始进行机构搭接,首先搭接原动件。如图 13 所示,单击“原动件”按钮,弹出原动件对话框,按对话框中的提示输入原动件参数。

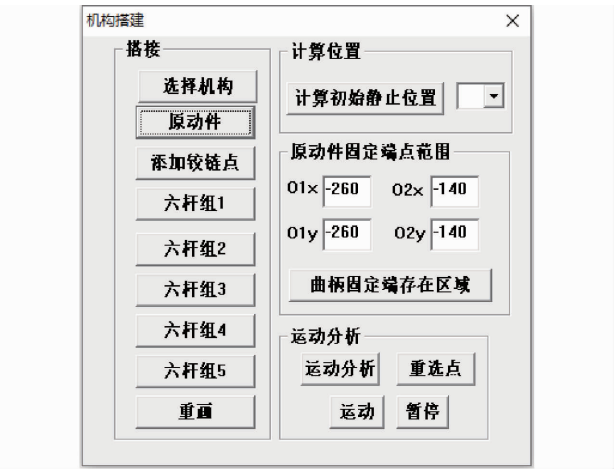


图 12 含六杆组八杆机构程序界面

Fig. 12 Interface of eight-bar linkage included six-bar group

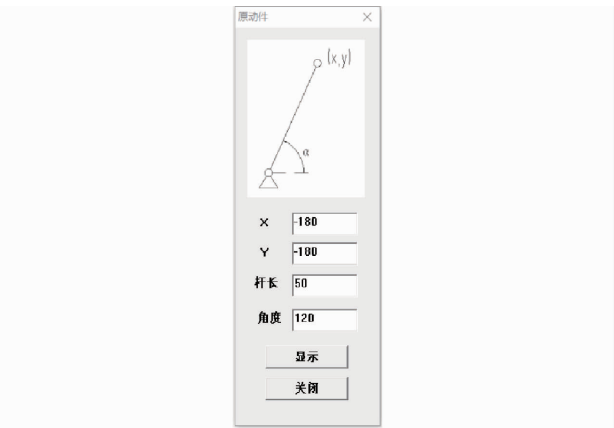


图 13 原动件界面

Fig. 13 Interface of driving link

(3)如图 14 所示,在主对话框里面单击“六杆组 1”(即本文研究的六杆组类型),弹出六杆组 1 的数据输入对话框,按对话框中的提示信息输入六杆组几何参数,以本文研究的几何参数为例。

(4)如图 15 所示,单击主窗口中的“计算初始静止位置”按钮,则程序会计算机构可能存在的初始回路位置。待程序完成计算工作后,将可能存在的回路位置进行标号,显示在按钮右边的下拉菜单中,选择不同的数字表示不同的可能存在的回路位

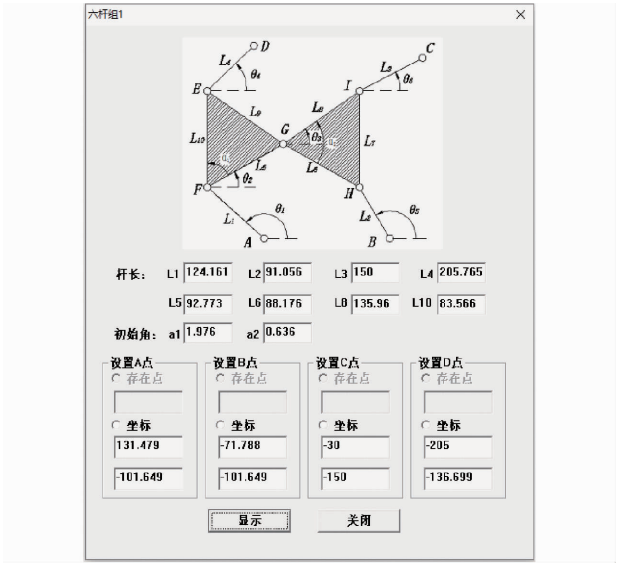


图 14 六杆组 1 界面

Fig. 14 Interface of six-bar 1

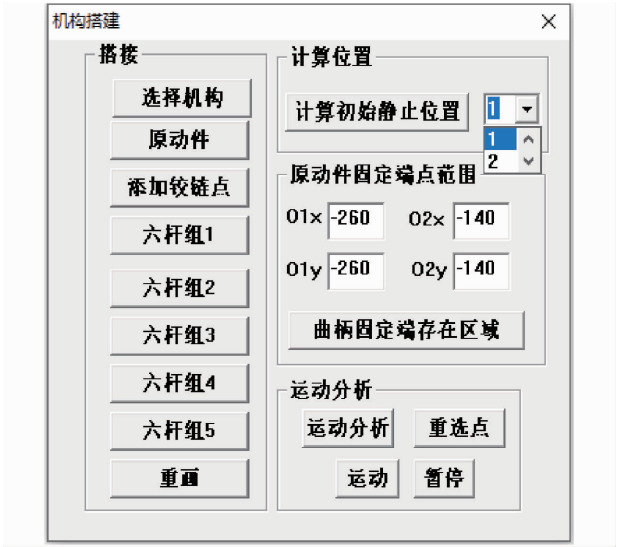


图 15 选择初始静止位置

Fig. 15 Selecting initial rest position

置,用户可以在下拉菜单中选择。选择“1”,则程序窗口同步自动显示编号所对应的初始静止位置,并且位置 1 就是机构搭建完毕的初始位置。

(5)选择初始静态位置完毕后,开始进行八杆机构曲柄域计算。如图 15 所示,在主窗口对话框里面“原动件固定端点范围”里输入范围,“O1x”和“O1y”表示矩形范围左下点,“O2x”和“O2y”表示矩形范围右上点。然后单击“曲柄固定端存在区域”按钮,则程序会在其内部进行预先设定的计算工作,计算所输入的范围的曲柄固定端存在点,计算完毕后将曲柄固定端存在点显示的界面中,绿色的点表示曲柄固定点,灰色的点表示非曲柄固定点。双击其中一个绿点,形成曲柄机构,如图 16 所示。点击“运动分析”按钮,程序进行运动分析,计算完毕后会自动生成该机构当前回路的雅可比矩阵行列式曲

线。如图 17 所示,满足雅可比矩阵法条件。单击“运动”按钮,播放机构运动,进行机构仿真运动;单击“暂停”按钮,使机构暂停;单击“重选点”按钮,可以重新选绿点,然后重复上述操作即可。

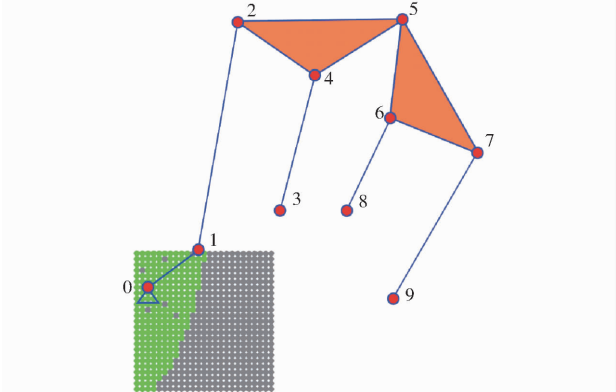


图 16 含六杆组八杆机构

Fig. 16 Eight-bar linkage with a six-bar group

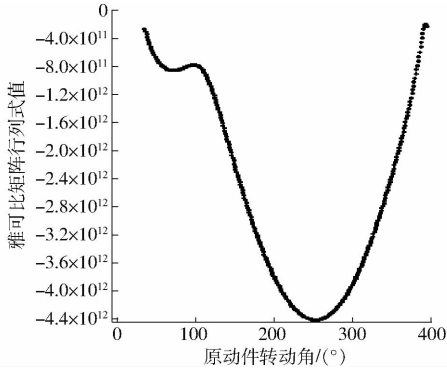


图 17 雅可比矩阵行列式值

Fig. 17 Determinant values of Jacobian matrix

5 结论

(1)针对六杆组分别采用位置方程降阶求解和型转化法数值迭代求解进行了运动分析,并对两种方法的特点进行了对比分析。计算实例表明:型转化法数值迭代求解效率明显高于一般位置方程的直接求解方法。并通过基于 MFC 的 VC + + 6.0 及 OpenGL 编程实现自动计算分析。计算实例给出了该方法的计算过程,同时验证了该方法的正确性和所开发程序的实用性。

(2)阐述了含六杆组八杆机构回路和分支缺陷判别的方法,曲柄存在域的自动生成方法。运用基于 MFC 的 VC + + 6.0 及 OpenGL 编程实现了回路和分支缺陷判别的方法,曲柄存在域的自动生成方法,使得设计者可直接从机构曲柄域中选取无缺陷的曲柄机构,提高了设计者的设计效率。

(3)开发了基于本文内容的含六杆组八杆机构的运动分析软件,同时该机构分析软件验证了本文方法的正确性和可行性。

参 考 文 献

- [1] 徐高伟, 荐世春, 宋裕民, 等. 丘陵山地作物移栽机井窖式成穴机构设计与试验[J]. 农业机械学报, 2022, 53(3): 105 – 113, 125.
XU Gaowei, JIAN Shichun, SONG Yumin, et al. Design and experiment of cellar cavitation mechanism for corps of hilly mountains transplanter[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(3): 105 – 113, 125. (in Chinese)
- [2] 顿国强, 毛宁, 刘文辉, 等. 四杆平移式大豆小区育种排种器设计与试验[J]. 农业机械学报, 2022, 53(4): 70 – 78.
DUN Guoqiang, MAO Ning, LIU Wenhui, et al. Design and experiment of four-bar translational seed metering device for soybean plot breeding[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(4): 70 – 78. (in Chinese)
- [3] 章永年, 王美思, 吴阳, 等. 五连杆足式机器人腿部机构多目标优化算法[J]. 农业机械学报, 2016, 47(10): 398 – 404.
ZHANG Yongnian, WANG Meisi, WU Yang, et al. Multi-objective optimization algorithm of robot leg based on planer five-bar mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(10): 398 – 404. (in Chinese)
- [4] 张恩来, 张航, 朱跃, 等. 含间隙超精密压力机柔性多连杆机构动力学建模与仿真[J]. 农业机械学报, 2017, 48(1): 375 – 385.
ZHANG Enlai, ZHANG Hang, ZHU Yue, et al. Dynamic modeling and simulation of flexible multi-link mechanism including joints with clearance for ultra-precision press[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(1): 375 – 385. (in Chinese)
- [5] SONG Y, CHANG B, JIN G, et al. Dynamics modeling and analysis of a novel constraint metamorphic reversible plough[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019: 1 – 20.
- [6] PANTOJA-GARCÍA J S, VILLARREAL-CERVANTES M G, GARCÍA-MENDOZA C V, et al. Synergistic design of the bipedal lower-limb through multiobjective differential evolution algorithm[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019: 1 – 17.
- [7] WOLBRECHT E T, REINKENSMEYER D J, PEREZ-GRACIA A. Single degree-of-freedom exoskeleton mechanism design for finger rehabilitation[C] // 2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR). Switzerland: IEEE, 2011: 1 – 6.
- [8] CHAKRABORTY J K, PATIL K M. A new modular six-bar linkage trans-femoral prosthesis for walking and squatting[J]. Prosthetics and Orthotics International, 1994, 18: 98 – 108.
- [9] 叶秉良, 唐涛, 杨秋兰, 等. 柳树插条自动喂入装置取料机构优化设计与试验[J]. 农业机械学报, 2022, 53(5): 93 – 99.
YE Bingliang, TANG Tao, YANG Qiulan, et al. Optimization design and tests of picking mechanism of automatic feeding device for willow cuttings[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(5): 93 – 99. (in Chinese)
- [10] 袁挺, 张宇, 尹金亮, 等. 蔬菜移栽机曲柄摇杆-导轨组合式取投苗装置研究[J]. 农业机械学报, 2022, 53(12): 117 – 125.
YUAN Ting, ZHANG Yu, YIN Jinliang, et al. Study on seeding taking and throwing device based on combined structure of crank rocker and guide rail for vegetable transplanter[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(12): 117 – 125. (in Chinese)
- [11] 那明君, 滕乐, 周坤, 等. 旱地钵苗移栽复式作业机栽植机构优化设计与试验[J]. 农业机械学报, 2022, 53(7): 67 – 73.
NA Mingjun, TENG Le, ZHOU Kun, et al. Optimal design and experiment of planting mechanism of dryland pot seedlings transplanting compound machine[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(7): 67 – 73. (in Chinese)
- [12] 胡飞, 郭栋, 陈彩蓉, 等. 复合曲柄摇杆式蔬菜膜上双行栽植装置设计与试验[J]. 农业机械学报, 2021, 52(9): 62 – 69.
HU Fei, GUO Dong, CHEN Cairong, et al. Design and experiment on compound crank rocker double-row planting device of vegetable plug seeding up-film transplanter[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(9): 62 – 69. (in Chinese)
- [13] 张敏, 金梅, 王刚, 等. 油菜割晒机双曲柄五杆拨禾轮设计与试验[J]. 农业机械学报, 2022, 53(1): 115 – 122.
ZHANG Min, JIN Mei, WANG Gang, et al. Design and test of double crank planar five-bar reel in rape windrower[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(1): 115 – 122. (in Chinese)
- [14] 吕云鹏, 金鑫君, 赵志刚, 等. 农业装载机机械的多领域仿真研究及优化[J]. 农业技术与装备, 2020, 36(3): 36 – 39.
LÜ Yunpeng, JIN Xinjun, ZHAO Zhigang, et al. Multi-field simulation research and optimization of agricultural loading machinery[J]. Agricultural Technology and Equipment, 2020, 36(3): 36 – 39. (in Chinese)
- [15] 段伟, 徐斌. 基于改进差分进化算法的压力机杆系参数优化[J]. 机械设计与研究, 2021, 37(3): 1 – 5.
DUAN Wei, XU Bin. Optimization of rod system parameters of press machine based on improved differential evolutionary algorithm[J]. Machine Design and Research, 2021, 37(3): 1 – 5. (in Chinese)
- [16] 王晓丽, 周天源. 压力机八杆内滑块机构的优化设计[J]. 农业机械学报, 2007, 38(12): 232 – 234.
WANG Xiaoli, ZHOU Tianyuan. Optimization design of press eight bar inner slider mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(12): 232 – 234. (in Chinese)
- [17] 段天卓, 邓援超, 徐杨. 袋装饲料自动装车机推包机构的设计优化[J]. 饲料工业, 2021, 42(11): 26 – 31.

- DUAN Tianzhuo, DENG Yuanchao, XU Yang. Design optimization of pushing mechanism of bag load automatic feed loader [J]. Feed Industry, 2021, 42(11): 26–31. (in Chinese)
- [18] 尹文庆, 刘海马, 胡飞, 等. 旱地栽植机八连杆栽植机构优化设计与试验[J]. 农业机械学报, 2020, 51(10): 51–60.
YIN Wenqing, LIU Haima, HU Fei, et al. Optimzation design and experiment on eight-linkage planting mechanism of dryland transplanter[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(10): 51–60. (in Chinese)
- [19] MCCARTHY J M, SOH G S. Geometric design of linkages[M]. Second ed. New York: Springer, 2010.
- [20] 李辉, 李振涛, 袁长明. 混合输入五杆机构的构型及可动性研究[J]. 石家庄铁道学院学报, 2003, 16(4): 30–33.
LI Hui, LI Zhentao, YUAN Changming. Type and mobility of the hybrid-driven five-bar linkage[J]. Journal of Shijiazhuang Railway Institute, 2003, 16(4): 30–33. (in Chinese)
- [21] SHUKLA G, MALLIK A K. Detection of a crank in six-link planar mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(7): 911–926.
- [22] 郭晓宁, 褚金奎. Stephenson-II型六杆机构曲柄存在条件及判断方法[J]. 农业机械学报, 2004, 35(3): 120–123.
GUO Xiaoning, CHU Jinkui. Identification of a crank for Stephenson-II six-bar linkage[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2004, 35(3): 120–123. (in Chinese)
- [23] 邹炎火, 郭晓宁. Stephenson-III型六杆机构死点位置的结式消元法识别[J]. 机械设计与研究, 2010, 26(2): 32–34, 42.
ZOU Yanhuo, GUO Xiaoning. Identification of the dead-center positions of Stephenson-III six-bar linkages by Sylvester resultant[J]. Machine Design and Research, 2010, 26(2): 32–34, 42. (in Chinese)
- [24] DASGUPTA A. Mobility analysis of certain geometries of a RPSPR kinematic chain[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(11): 1287–1306.
- [25] 孙艳, 杨随先. Stephenson-III型球面六杆机构曲柄存在条件探究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2013, 45(增刊1): 173–176.
SUN Yan, YANG Suixian. Detection of a crank in spherical Stephenson-III six-bar mechanism[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2013, 45(Supp.1): 173–176. (in Chinese)
- [26] CHASE T R, MIRTH J A. Circuits and branches of single-degree-of-freedom planar linkages[J]. Journal of Mechanical Design, 1993, 115(2): 223–230.
- [27] MIRTH J A, CHASE T R. Circuit analysis of Watt chain six-bar mechanisms[J]. Journal of Mechanical Design, 1993, 115(2): 214–222.
- [28] WANG J, TING K L, XUE C. Discriminant method for the mobility identification of single-degree-of-freedom double-loop linkages[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(5): 740–755.
- [29] TING K L, WANG J, XUE C, et al. Full rotatability and singularity of six-bar and geared five-bar linkages[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2010, 2(1): 011011–1–011011–9.
- [30] WATANABE K, KATOH H. Identification of motion domains of planar six-link mechanisms of the Stephenson-type[J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 39(10): 1081–1099.
- [31] 邹炎火, 郭晓宁. 基于 Sturm 定理的 Stephenson-III 六杆机构曲柄存在的判断[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2010, 38(1): 69–74, 79.
ZOU Yanhuo, GUO Xiaoning. Identification of a crank in Stephenson-III six-bar linkage based on Sturm theorem[J]. Journal of Fuzhou University (Natural Science Edition), 2010, 38(1): 69–74, 79. (in Chinese)
- [32] 杭鲁滨, 马培恭, 杨廷力. 基于 Dixon 析配法的平面三回路基本运动链装配构形求解[J]. 机械科学与技术, 2003, 22(3): 366–368.
HANG Lubin, MA Peisun, YANG Tingli. Configuration analysis of planar three-loop linkage based on Dixon resultant method[J]. Mechanical Science and Technology, 2003, 22(3): 366–368. (in Chinese)
- [33] KRISHNAMURTY S, TURCIC D A. Branching determination in nondyadic planar multiloop mechanisms[J]. Journal of Mechanical Design, 1992, 114(2): 245–250.
- [34] KRISHNAMURTY S, TURCIC D A. A general method of determining and eliminating branching in planar multiloop mechanisms[J]. Journal of Mechanical Design, 1988, 110(4): 414–422.
- [35] DOU X, TING K L. Module approach for branch analysis of multiloop linkages/manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(5): 565–582.
- [36] 郭晓宁, 褚金奎. Stephenson 六杆链回路及其缺陷的自动识别[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(7): 1581–1587.
GUO Xiaoning, CHU Jinkui. Automatic identification of loops and defects of the Stephenson six-bar chain[J]. Journal of Computer-aided Design & Computer Graphics, 2005, 17(7): 1581–1587. (in Chinese)
- [37] 韩建友, 杨通, 于靖军. 高等机构学[M]. 2版. 北京: 机械工业出版社, 2015.
- [38] 曹惟庆. 连杆机构的分析与综合[M]. 2版. 北京: 科学出版社, 2002.
- [39] 韩建友, 袁玉芹, 吕翔宇, 等. 平面多杆机构杆组自动生成方法[J]. 机械工程学报, 2015, 51(19): 1–10.
HAN Jianyou, YUAN Yuqin, LÜ Xiangyu. Methodology for the automatic generation of Assur groups from planar multi-bar linkages[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(19): 1–10. (in Chinese)