

基于逆雅可比矩阵的三转动弱耦合并联机构构型综合

牛云展^{1,2} 李富娟^{1,2} 徐继龙³ 李仕华^{1,2}

(1.燕山大学河北省并联机器人与机电系统重点实验室,秦皇岛 066004;
2.燕山大学机械工程学院,秦皇岛 066004; 3.燕山大学电气工程学院,秦皇岛 066004)

摘要: 为获得承载能力大且容易控制的三转动并联机构,本文以逆雅可比矩阵中奇异向量的含义为切入点,将机构的运动耦合性与驱动力螺旋之间的空间几何关系建立联系,进而提出一种三转动弱耦合并联机构构型综合方法。首先,根据机构不同方向运动耦合性需求,构造逆雅可比矩阵,并以此推导各支链中驱动力螺旋需满足的空间几何条件;其次,根据驱动力螺旋与被动副运动螺旋之间的关系及约束螺旋与所有运动副运动螺旋之间的关系,得到支链中运动副的类型和布置条件,并对驱动副为机架副的支链进行了综合;进一步,制定了支链的选取和组合原则,基于上述原则,完成了三转动弱耦合并联机构构型综合;最后,通过对3个实例进行运动耦合性分析,验证了所提方法的正确性。

关键词: 三转动弱耦合并联机构; 奇异向量; 逆雅可比矩阵; 驱动力螺旋

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2023)08-0402-09

OSID:



Type Synthesis of Weakly-coupled Three-rotational Parallel Mechanisms Based on Inverse Jacobian Matrix

NIU Yunzhan^{1,2} LI Fujuan^{1,2} XU Jilong³ LI Shihua^{1,2}

(1. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province,
Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. College of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

3. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: To obtain the three-rotational parallel mechanism with large bearing capacity and easy control, the connection between the motion coupling of the parallel mechanism and the spatial geometric conditions of the transmission wrench screws was established by analyzing the meaning of the singular vectors in the inverse Jacobian matrix, and then a configuration synthesis method for the weakly-coupled three-rotational parallel mechanisms was proposed. Firstly, according to the motion coupling requirements of the parallel mechanism in different directions, the inverse Jacobian matrix was constructed, and the spatial geometric conditions of all transmission wrench screws were derived based on the inverse Jacobian matrix. Secondly, according to the relationship between the transmission wrench screws and the twist screws of the passive joints and the relationship between the constraint screws and twist screws of the active and passive joints, the types and arrangement conditions of the joints in each branch chain were obtained. On this basis, many branch chains whose active joints were mounted on the fixed platform were synthesized. Furthermore, the principles of selection and combination of branch chains were formulated, and based on the above principles, the configuration synthesis of the weakly-coupled three-rotational parallel mechanism was completed. Finally, the correctness of the proposed method was verified by the analysis of the motion coupling of three examples.

Key words: weakly-coupled three-rotational parallel mechanisms; singular vector; inverse Jacobian matrix; transmission wrench screw

收稿日期: 2023-01-10 修回日期: 2023-03-31

基金项目: 国家自然科学基金项目(52275032)、河北省自然科学基金项目(E2022203077)和河北省重点研发计划项目(202230808010057)

作者简介: 牛云展(1989—),女,博士生,主要从事并联机器人设计理论及应用研究,E-mail: 1046486208@qq.com

通信作者: 李仕华(1966—),男,教授,博士生导师,主要从事并联机器人技术及理论研究,E-mail: shli@ysu.edu.cn

0 引言

三转动并联机构可实现绕空间任意轴线的转动,且具有稳定性好、承载能力强、精度高等显著优点,被广泛应用于关节仿生^[1-3]、康复医疗^[4-6]、航空航天^[7-9]、舰载模拟^[10]等领域。

球面并联机构作为三转动并联机构的典型代表,已被国内外诸多学者加以研究^[11-13]。近年来,随着并联机构在工程上的逐步应用,不同种类的三转动并联机构被相继提出。ZUO 等^[14]提出一种用于人体踝关节康复的三转动并联机构 2-UPS/RRR。CARBONARI 等^[15-16]提出一种具有可重构功能的三自由度并联机构,该机构可通过锁定运动副来实现转动运动。SUN 等^[17]提出一种用于大型机身/机翼加工和装调的定位机构 3-PUS/S。以上研究所涉及的三转动并联机构往往具有强耦合性,这类机构虽具有良好的承载能力,但其在结构设计、装配、运动学分析以及控制等方面存在诸多困难,一定程度上影响了其应用范围和使用效果。

为解决这一问题,国内外学者对三转动解耦并联机构开展了大量研究工作。GOGU^[18]基于线性变换理论对三转动解耦并联机构进行了综合,得到了若干三转动解耦并联机构。ZHANG 等^[19]基于机构雅可比矩阵的物理含义和支链驱动原理,综合出全 R 副的 3R 全局各向同性转动并联机构并对之进行了运动分析。魏俊等^[20]对完全解耦的可重构踝关节康复并联机构进行了构型综合,此类机构具有 3 个转动自由度。ZENG 等^[21]以螺旋理论为基础,提出了并联机构的转动解耦条件,阐述了分支输入副的选择准则,确立了分支运动副的配置原则,进而提出转动解耦并联机构构型综合理论。此外,曾达幸等^[22]根据机构运动与分支运动之间的关系,提出一种新型广义解耦并联机构型综合方法,并对三转动广义解耦并联机构进行型综合,得到了大量三转动广义解耦并联机构构型。

从承载能力和控制复杂程度两方面来看,强耦合并联机构和解耦并联机构互为对立,这两类机构很难同时兼有承载能力大和控制容易的优点。为此,介于强耦合并联机构与解耦并联机构之间的弱耦合并联机构,逐渐受到学者们的关注^[23-26],但目前关于三转动弱耦合并联机构的构型综合尚缺乏研究。

本文通过分析逆雅可比矩阵中奇异向量的含义,得到三转动并联机构具有运动弱耦合特性的条件;根据逆雅可比矩阵的螺旋表达形式,推断各支链中驱动力螺旋需满足的空间几何条件;进一步,根据

驱动力螺旋与被动副运动螺旋之间的数值关系,得到支链中运动副的类型和布置条件,进而对支链类型进行综合;最后,制定支链的选择方法及原则,对三转动弱耦合并联机构进行构型综合,并得到多种新型并联机构。

1 三转动并联机构弱耦合条件分析

1.1 逆雅可比矩阵中奇异向量

对于三转动并联机构,其逆雅可比矩阵表示动平台角速度与驱动副速度的映射关系,其表达式为

$$A_c \omega = \dot{\theta} \tag{1}$$

式中 A_c ——逆雅可比矩阵

ω ——动平台角速度

$\dot{\theta}$ ——驱动副速度

对于非冗余驱动力的三转动并联机构,其逆雅可比矩阵 $A_c \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 。根据矩阵奇异值分解可知,对于任意的 A_c ,存在酉矩阵 $U_c \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 、 $V_c \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 和半正定对角阵 $\Sigma_c \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$,存在

$$A_c = U_c \Sigma_c V_c^T \tag{2}$$

令 z_i 、 μ_i 、 b_i ($i=1,2,3$) 分别表示 A_c 的左奇异向量、奇异值、右奇异向量,且下角标相同的奇异向量和奇异值一一对应,则式(2)可表示为

$$A_c = [z_1 \quad z_2 \quad z_3] \begin{bmatrix} \mu_1 & & \\ & \mu_2 & \\ & & \mu_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1^T \\ b_2^T \\ b_3^T \end{bmatrix} \tag{3}$$

当 $\omega = b_i$ 时,将式(3)代入式(1)可得

$$\dot{\theta} = A_c b_i = \mu_i z_i \tag{4}$$

由式(4)可知,在机构学中,右奇异向量 b_i 可表示动平台单位角速度矢量,左奇异向量 z_i 可表示与 b_i 对应的驱动副的单位速度矢量,奇异值 μ_i 可表示与 b_i 对应的驱动副速度矢量的模。

1.2 三转动弱耦合机构中奇异向量

根据奇异向量的含义可知,右奇异向量 b_i 的表达形式由所选坐标系决定,左奇异向量 z_i 的表达形式由工作电机的个数及各电机驱动速度的比值决定。根据酉矩阵定义可知,左奇异向量 b_1 、 b_2 和 b_3 为单位向量且相互正交,故可将 b_1 、 b_2 、 b_3 定义为 3 个输出变量的轴线方向,此时,可根据 z_i 中所含元素个数评判机构的运动耦合性强弱。

由于 z_1 、 z_2 和 z_3 为单位向量且相互正交,可得到三转动并联机构具有运动弱耦合特性的条件为:

(1) z_e 和 z_f ($e=1,2,3; f=1,2,3; e \neq f$) 均为含有 1 个零元素的向量,且 z_e 和 z_f 中零元素的位置相同。

(2) $\mathbf{z}_g (g=1,2,3; g \neq e; g \neq f)$ 中仅含有一个非零元素,该非零元素的位置与 $\mathbf{z}_e$ 中零元素位置相同。

(3) $\mathbf{z}_e$ 和 $\mathbf{z}_f$ 对应的奇异值需满足 $\mu_e \neq \mu_f$ 。此条件的原因在于:当奇异值存在 n 个重根时,其对应的左奇异向量基础解系个数为 n ,若 $\mu_e = \mu_f$,则存在一组解为 $\mathbf{z}_e$ 和 $\mathbf{z}_f$ 均只含有一个非零元素,此时,机构具有解耦特性。

1.3 各支链驱动力螺旋的空间几何关系

令 $\$_{aj}$ 表示支链 $j (j=1,2,3)$ 的驱动力螺旋,其表达式为

$$\$_{aj} = (\mathbf{S}_j; \mathbf{S}_j^0) \tag{5}$$

式中 $\mathbf{S}_j$ —— $\$_{aj}$ 的原部,用于确定 $\$_{aj}$ 的轴线方向
 $\mathbf{S}_j^0$ —— $\$_{aj}$ 的对偶部,用于确定 $\$_{aj}$ 的轴线位置与旋距

根据文献[27]可知,当坐标系原点与转动中心重合时,三转动并联机构的逆雅可比矩阵 $\mathbf{A}_c$ 的螺旋表达形式为

$$\mathbf{A}_c = \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{S}_1^0 & \mathbf{S}_2^0 & \mathbf{S}_3^0 \\ \mathbf{a}_1 \circ \mathbf{S}_1 & \mathbf{a}_2 \circ \mathbf{S}_2 & \mathbf{a}_3 \circ \mathbf{S}_3 \end{array} \right]^T \tag{6}$$

式中 $\mathbf{S}_j$ ——支链 j 中驱动副的运动螺旋
联立式(3)、(6)可得

$$\mathbf{A}_c \mathbf{A}_c^T \mathbf{z}_i = \mu_i^2 \mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} \eta_1^2 & \eta_1 \eta_2 \cos \varphi_{12} & \eta_1 \eta_3 \cos \varphi_{13} \\ \eta_1 \eta_2 \cos \varphi_{12} & \eta_2^2 & \eta_2 \eta_3 \cos \varphi_{23} \\ \eta_1 \eta_3 \cos \varphi_{13} & \eta_2 \eta_3 \cos \varphi_{23} & \eta_3^2 \end{bmatrix} \mathbf{z}_i \tag{7}$$

其中 $\eta_j = |\mathbf{S}_j^0| / \$_{aj} \circ \$_{aj}$
式中 φ_{ij} —— $\mathbf{S}_i^0$ 与 $\mathbf{S}_j^0$ 的夹角

假设, $\mathbf{z}_g$ 中第 1 个元素为非零项。将 $\mathbf{z}_g$ 、 $\mathbf{z}_e$ 和 $\mathbf{z}_f$ 分别代入式(7),可得各支链驱动力螺旋的空间几何关系为: $\mathbf{S}_1^0 \perp \mathbf{S}_2^0$ 、 $\mathbf{S}_1^0 \perp \mathbf{S}_3^0$ 且 $\mathbf{S}_2^0$ 与 $\mathbf{S}_3^0$ 不垂直。

2 三转动弱耦合并联机构构型综合

三转动弱耦合并联机构构型综合流程为:

(1)构造机构的逆雅可比矩阵。由于机构在某一方向上的运动耦合性与其在该方向上的承载能力成正相关,故可根据机构不同方向承载力需求,构造逆雅可比矩阵的左奇异向量 $\mathbf{z}$ 和右奇异向量 $\mathbf{b}_i$ 。进而,通过奇异值分解的逆运算,求解逆雅可比矩阵 $\mathbf{A}_c$ 。

(2)确定驱动力螺旋的空间几何条件。分析逆雅可比矩阵 $\mathbf{A}_c$ 中各行向量之间的位置关系,判定各支链中驱动力螺旋需满足的空间几何条件。

(3)综合支链类型。支链中驱动力螺旋满足如下关系:①驱动力螺旋与被动副运动螺旋的互易积为零。②驱动力线矢与约束力线矢垂直。根据上述

条件,对支链类型进行综合。

(4)综合机构构型。对综合得到的支链进行选择 and 布置,构建并联机构并验证其自由度,进而完成三转动弱耦合并联机构的构型综合。

绘制综合流程图如图 1 所示。

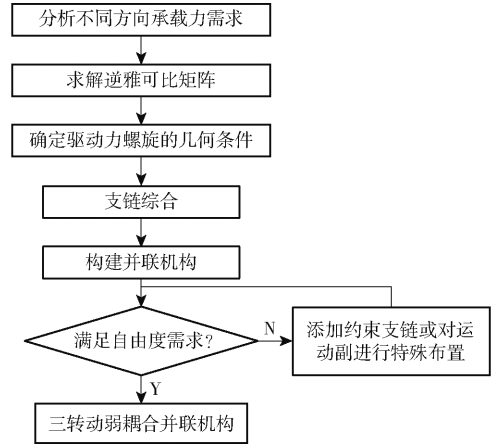


图 1 三转动弱耦合并联机构构型综合流程图

Fig. 1 Flow chart of weakly-coupled three-rotational PM

2.1 机构逆雅可比矩阵构造

假设,机构在 x 轴和 y 轴方向上需要较大的承载能力,其在 z 轴方向上需要较小的承载能力。则动平台在绕 x 轴和 y 轴方向转动时,设计两条主动支链进行驱动;动平台在绕 z 轴方向转动时,设计一条主动支链进行驱动。根据上述分析,对 $\mathbf{z}_i$ 和 $\mathbf{b}_i$ 进行构造,构造结果为

$$\mathbf{b}_1^T = [1 \ 0 \ 0] \quad \mathbf{b}_2^T = [0 \ 1 \ 0] \\ \mathbf{b}_3^T = [0 \ 0 \ 1] \quad \mathbf{z}_3^T = [0 \ 0 \ 1] \\ \mathbf{z}_1^T = [\cos \psi \ \sin \psi \ 0] \quad \mathbf{z}_2^T = [-\sin \psi \ \cos \psi \ 0]$$

其中 $\psi \neq \frac{m\pi}{2} \quad (m \text{ 为整数})$

将上述数据代入式(3),可得机构逆雅可比矩阵 $\mathbf{A}_c$ 的表达式为

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mu_1 \cos \psi & -\mu_2 \sin \psi & 0 \\ \mu_1 \sin \psi & \mu_2 \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{bmatrix} \tag{8}$$

2.2 各支链中驱动力螺旋的空间几何条件

通过分析式(8)中 $\mathbf{A}_c$ 各行向量 $\mathbf{A}_c(j,:)$ ($j=1,2,3$) 与坐标轴之间的位置关系,可知: $\mathbf{A}_c(1,:) \perp z$ 、 $\mathbf{A}_c(2,:) \perp z$ 、 $\mathbf{A}_c(3,:) // z$ 。将上述结果与式(6)中 $\mathbf{A}_c$ 的螺旋表达形式相结合,可得各支链中驱动力螺旋应满足的条件为: $\mathbf{S}_k^0 \perp z (k=1,2)$ 、 $\mathbf{S}_3^0 // z$ 且 $\mathbf{S}_1^0$ 与 $\mathbf{S}_2^0$ 不垂直。

由于支链的驱动力螺旋存在力线矢和力偶两种形式,故需对驱动力螺旋进行分类讨论。本文定义力线矢 $\$_{aj}^F$ 和力偶 $\$_{aj}^C$ 的表达形式分别为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{aj}^F = (\mathbf{s}_j^a; \mathbf{r}_j^a \times \mathbf{s}_j^a) \\ \mathcal{S}_{aj}^C = (0; \mathbf{s}_j^a) \end{cases} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{s}_j^a$ ——驱动力螺旋的方向
 $\mathbf{r}_j^a$ —— $\mathcal{S}_{aj}^F$ 的位置矢量

当驱动力螺旋为力偶时,根据式(9)可知, $\mathcal{S}_j^0 = \mathbf{s}_j^a$ 。进一步,根据条件 $\mathcal{S}_k^0 \perp z, \mathcal{S}_3^0 // z$ 可知,支链 1 和支链 2 中驱动力偶 $\mathcal{S}_{ak}^C$ 应满足条件: $\mathbf{s}_k^a \perp z$; 支链 3 中驱动力偶 $\mathcal{S}_{a3}^C$ 应满足条件: $\mathbf{s}_3^a // z$ 。

当驱动力螺旋为力线矢时,根据式(9)可知, $\mathcal{S}_j^0 = \mathbf{r}_j^a \times \mathbf{s}_j^a$ 。根据条件 $\mathcal{S}_k^0 \perp z, \mathcal{S}_3^0 // z$ 可知,支链 1 和支链 2 中驱动力线矢 $\mathcal{S}_{ak}^F$ 应满足条件: $\mathbf{r}_k^a // z$ 或 $\mathbf{s}_k^a // z$; 支链 3 中驱动力线矢 $\mathcal{S}_{a3}^F$ 应满足条件: $\mathbf{r}_3^a \perp z$ 且 $\mathbf{s}_3^a \perp z$ 。

根据上述分析,分别绘制支链 1、支链 2 和支链 3 的驱动力螺旋,如图 2 所示。

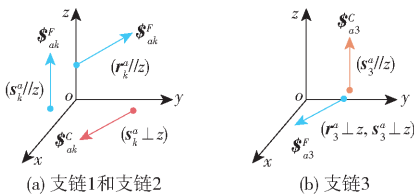


图 2 各支链的驱动力螺旋

Fig. 2 Transmission wrench screw of branch chain

在进行运动学分析时,机构的输出速度既可以用绕定坐标系各轴的转动角速度表示,也可以用绕动坐标系各轴的转动角速度表示。因此,图 2 中坐标系既可以是定坐标系,也可以是动坐标系。

2.3 支链 1 和支链 2 类型综合

为便于描述,支链中转动副、移动副、万向铰、球副分别用 R、P、U、S 表示。如果运动副的运动轴线有方向要求,可通过上角标表明其方向,如 R^z 表示转动轴线平行于 z 的转动副;如果运动副为驱动副,可通过下划线表示,如 $\underline{R}$ 表示转动副为驱动副。

(1) 驱动力螺旋为力偶

根据机构自由度条件可知,支链 1 和支链 2 均至少拥有 3 个转动自由度。

根据驱动力螺旋与被动副运动螺旋的互易积为零的条件可知,支链中驱动力偶与被动转动副的轴线垂直,且驱动副为转动副。由此可推断出,支链 1 和支链 2 应满足的条件为:①支链中至少存在一个 R^z ,且 R^z 与定平台或动平台之间不存在其它方向的转动副。②支链的驱动副为 $\underline{R}^z$ 或 $\underline{R}^y$,且驱动副与所有被动转动副的方向不一致。③支链中含有两种不同方向的被动转动副,且相同方向被动转动副相邻。

(2) 驱动力螺旋为力线矢

根据 2.2 节可知,在全域范围内,支链 1 和支链 2 的驱动力线矢应满足条件: $\mathbf{s}_k^a // z$ 或 $\mathbf{r}_k^a // z$,故需对支链进行分类综合。

当驱动力线矢满足条件 $\mathbf{s}_k^a // z$,根据机构的自由度条件可知,支链 1 和支链 2 均至少拥有 3 个转动自由度和 1 个移动自由度。

根据驱动力螺旋与被动副运动螺旋的互易积为零的条件可知,支链中驱动力线矢与被动移动副轴线垂直,与被动转动副轴线相交或平行。同时,支链的驱动力线矢与约束力螺旋相垂直。由上述分析可推断出,支链 1 和支链 2 应满足的条件为:①支链中有且仅有 1 个 R^z 和 R^y ,且二者均位于 R^z 的同一侧。②支链中至少存在 1 个 R^z ,且 R^z 与定平台或动平台之间不存在其它方向的转动副。③支链中所有被动移动副均垂直于 z 轴。④当支链自由度小于 6 时,支链的驱动副为 $\underline{P}^z$,且 $\underline{P}^z$ 与 R^z 之间不存在其它方向的转动副。

当驱动力线矢满足条件 $\mathbf{r}_k^a // z$,由于 $\mathbf{r}_k^a$ 和 z 均与所选坐标系有关,需根据所选坐标系对机构的运动耦合性进行分类讨论。当所选坐标系的 z 轴不过机构的转动中心时,与 z 轴相交的力可对机构产生绕 z 轴方向的力矩,导致机构在 z 轴方向发生运动,此时机构具有运动强耦合特性;当所选坐标系的 z 轴过机构的转动中心时,与 z 轴相交且不过转动中心的力线矢仅产生绕 x 轴和 y 轴方向的力矩,机构不会在 z 轴方向发生运动,此时机构具有运动弱耦合特性。

综上所述,所选坐标系的 z 轴应过机构的转动中心。同时,为保证支链在全域内满足条件 $\mathbf{r}_k^a // z$,机构的转动中心应为定平台或动平台上某一固定点,支链的驱动力线矢应过定平台或动平台上另一固定点,且 $\mathbf{s}_k^a$ 不平行于 z 轴。

根据上述分析及驱动力线矢与运动副位置关系可知,支链 1 和支链 2 需满足条件:①支链应具有 6 个自由度。②支链中至少存在 2 个被动转动副轴线相交,且交点位置相对定平台或动平台保持不变。③支链中其他被动转动副的轴线方向相同,且不平行于 z 轴,同时这些转动副的轴线方向与被动移动副的运动方向垂直。④支链中存在 3 个不同方向的被动转动副,且这 3 个方向向量线性无关。

根据上述分析,对支链 1 和支链 2 的类型进行综合。当支链中驱动副为非机架副时,机构具有较大的转动惯量,致使其动态性能变差,为此,本文主要对驱动副为机架副的支链进行综合,综合结果见表 1。

表 1 支链 1 和支链 2 的类型综合结果

Tab.1 Type synthesis of branch chain 1 and branch chain 2

力螺旋	自由度	支链结构	
力偶	3	$\underline{R^y R^x R^z} \quad \underline{R^x R^y R^z}$	
	4	$\underline{R^y R^x R^x R^z} \quad \underline{R^y R^x R^z R^z} \quad \underline{R^x R^y R^y R^z} \quad \underline{R^x R^y R^z R^z} \quad \underline{R^y P R^x R^z} \quad \underline{R^x P R^y R^z}$	
	5	$\underline{R^y R^x R^x R^x R^z} \quad \underline{R^y R^x R^x R^z R^z} \quad \underline{R^x R^y R^y R^y R^z} \quad \underline{R^x R^y R^z R^z R^z} \quad \underline{R^y R^x R^x R^z R^z} \quad \underline{R^x P P R^y R^z}$	
		$\underline{R^x R^y R^y R^z R^z} \quad \underline{R^y P R^x R^x R^z} \quad \underline{R^y P R^x R^z R^z} \quad \underline{R^x P R^y R^y R^z} \quad \underline{R^x P R^y R^z R^z} \quad \underline{R^y P P R^x R^z}$	
	6	$\underline{R^y R^x R^x R^x R^z R^z} \quad \underline{R^y R^x R^x R^z R^z R^z} \quad \underline{R^y P^x R^x R^x R^z} \quad \underline{R^y P^x R^x R^z R^z} \quad \underline{R^y P^y R^x R^z P^z R^z} \quad \underline{R^y P^x R^x R^z P^z R^z}$	
		$\underline{R^x P^y R^y R^y R^z R^z} \quad \underline{R^x P^x R^y R^y R^z R^z} \quad \underline{R^x R^y P^z R^z R^z R^z} \quad \underline{R^x R^y R^y P^z R^z R^z} \quad \underline{R^x P^x P^y R^y R^y R^z} \quad \underline{R^x P^x R^y R^z P^z R^z}$	
	力线矢	4	$\underline{P^z R^z R^x R^y}$
		5	$\underline{P^z R^z R^z R^x R^y} \quad \underline{P^z P^{xoy} R^z R^x R^y}$
		6	$\underline{R^{yoz} R^x R^x S} \quad \underline{R^{xoz} R^y R^y S} \quad \underline{R^{xoz} P^{xoz} R^y R^y U^{xoz}} \quad \underline{R^{yoz} P^{yoz} R^x R^x U^{yoz}} \quad \underline{P^x R^x R^x R^x U^{yoz}}$
			$\underline{r_k^a // z} \quad \underline{P^y R^y R^y R^y U^{xoz}} \quad \underline{R^{xoz} P^x P^z R^y U^{xoz}} \quad \underline{R^{yoz} P^y P^z R^x U^{yoz}} \quad \underline{P^x P^{yoz} R^x R^x U^{yoz}}$
		6	$\underline{P^y P^{xoz} R^y R^y U^{xoz}} \quad \underline{P^y P^x P^z R^y U^{xoz}} \quad \underline{P^x P^y P^z R^x U^{yoz}}$
			$\underline{P^z R^z R^z R^x R^y} \quad \underline{P^z P^{xoy} R^z R^z R^x R^y} \quad \underline{P^z P^x P^y R^z R^x R^y} \quad \underline{R^{xoy} S R^z R^z} \quad \underline{R^{xoy} S P^{xoy} R^z}$
$\underline{s_k^a // z} \quad \underline{P^z S R^z R^z} \quad \underline{P^z S P^{xoy} R^z} \quad \underline{P^z U^{xoy} P^x P^y R^z}$			

注:表中无上角标标注的 P 副,其位置可任意布置;同一支链中无上角标标注的两个 P 副轴线不平行; P^{yoz} 表示移动副轴线可沿 yoz 平面内任一方向布置。下同。

2.4 支链 3 类型综合

(1) 驱动力螺旋为力偶

根据机构的自由度条件可知,支链 3 至少具有 3 个转动自由度。根据驱动力偶与运动副之间的位置关系及 $s_3^a // z$,可知支链 3 应满足条件:①支链 3 中至少存在一个 R^x 和一个 R^y ,且不存在 R^z 。②支链的驱动副为 $\underline{R^z}$,且 $\underline{R^z}$ 与定平台或动平台之间不存在其他方向的转动副。

(2) 驱动力螺旋为力线矢

根据机构自由度条件可知,支链 3 至少有 3 个转动自由度和 1 个移动自由度。根据 $r_3^a \perp z$ 、 $s_3^a \perp z$

以及驱动力线矢与运动副、约束力线矢之间的关系可知,支链 3 应满足条件:①支链中至少存在 2 个被动转动副轴线相交,其交点位置相对定平台或动平台保持不变。②支链中存在 1 个平行于 z 轴的约束力线矢,或至少存在两个方向相同且垂直于 z 轴的被动转动副,或者存在 1 个 P^z 。

根据上述分析,对驱动副为机架副的支链 3 的类型进行综合,结果见表 2。

2.5 机构构型综合

根据支链驱动力螺旋类型、对应的坐标系及支链的自由度,制定机构构型设计方法:

表 2 支链 3 类型综合结果

Tab.2 Type synthesis of branch chain 3

力螺旋	自由度	支链结构
力偶	3	$\underline{R^z R^x R^y}$
	4	$\underline{R^z R^x R^x R^y} \quad \underline{R^z R^x R^y R^y} \quad \underline{R^z R^x P R^y}$
	5	$\underline{R^z R^x R^x R^x R^y} \quad \underline{R^z R^x R^x R^y R^y} \quad \underline{R^z R^x R^y R^y R^y} \quad \underline{R^z R^x P R^y R^y} \quad \underline{R^z R^x P R^x R^y} \quad \underline{R^z R^x P P R^y}$
		$\underline{R^z R^x R^x R^x R^y R^y} \quad \underline{R^z R^x R^x R^y R^y R^y} \quad \underline{R^z P^z R^x R^x R^y R^y} \quad \underline{R^z P^x R^x R^x R^y R^y} \quad \underline{R^z P^x R^x R^x R^y R^y}$
	6	$\underline{R^z R^x P^y R^y R^y R^y} \quad \underline{R^z R^x R^x P^y R^y R^y} \quad \underline{R^z P^z P^x R^x R^x R^y} \quad \underline{R^z P^z R^x P^y R^y R^y} \quad \underline{R^z P^x R^x P^y R^y R^y}$
		$\underline{R^z P^x R^x R^x P^y R^y} \quad \underline{R^z P^z P^x R^x P^y R^y}$
	4	$\underline{R^z R^z U^{xoy}} \quad \underline{P^{xoy} R^z U^{xoy}} \quad \underline{P^x R^x U^{yoz}} \quad \underline{P^y R^y U^{xoz}}$
	5	$\underline{R^z R^z R^z U^{xoy}} \quad \underline{R^z R^z P^{xoy} U^{xoy}} \quad \underline{P^{xoy} R^z R^z U^{xoy}} \quad \underline{P^x R^x R^x U^{yoz}} \quad \underline{P^y R^y R^y U^{xoz}} \quad \underline{P^x P^y R^z U^{xoy}}$
		$\underline{P^y P^x R^z U^{xoy}} \quad \underline{P^x R^z P^y U^{xoy}} \quad \underline{P^y R^z P^x U^{xoy}} \quad \underline{P^x P^y R^x U^{yoz}} \quad \underline{P^y P^x R^y U^{xoz}} \quad \underline{P^x P^z R^x U^{yoz}}$
	6	$\underline{R^z R^x R^x S} \quad \underline{R^z R^y R^y S} \quad \underline{R^z P^z R^z S} \quad \underline{R^z P^z R^x R^x U^{yoz}} \quad \underline{R^z P^z R^y R^y U^{xoz}} \quad \underline{R^z P^x R^y R^y U^{xoz}}$
		$\underline{R^z P^y R^x R^x U^{yoz}} \quad \underline{P^x R^x R^x R^x U^{yoz}} \quad \underline{P^y R^y R^y R^y U^{xoz}} \quad \underline{P^y P^{xoz} R^y R^y U^{xoz}} \quad \underline{P^x P^{yoz} R^x R^x U^{yoz}}$
	6	$\underline{P^{xoy} P^z R^z R^z U^{xoy}} \quad \underline{P^x P^y P^z R^x U^{yoz}} \quad \underline{P^x P^y P^z R^z U^{xoy}} \quad \underline{P^x P^y P^z R^x U^{yoz}} \quad \underline{P^x P^x P^z R^y U^{xoz}}$

(1) 根据表 1, 选取两条相同或不同的支链作为支链 1 和支链 2, 这两条支链应满足原则: ① 当两条支链的驱动力螺旋均为力偶时, 两条支链的力偶方向应不相同; 当两支链均为 $\underline{r}_k^a // z$ 类支链时, 两条支链的驱动力线矢方向应不相同。② 两支链中 R^z 的轴线应相对于同一平台 (动平台或定平台) 不发生转动。

(2) 根据表 2, 选取 1 条支链作为支链 3。

(3) 根据上述选取支链的类型, 将机构分为 3 类进行构型设计: ① 当 3 条支链的约束自由度之和等于 3 时, 3 条支链无特殊要求, 如 $2P^zR^zR^zR^zR^z/R^zR^zR^zU^{xoy}$ (简化为 2CS/RRS), 见图 3a。② 当 3 条支链的约束自由度之和大于 3 时, 则需要对支链中运动副进行特殊布置, 如 $\underline{R}^yR^xR^z/\underline{R}^xR^yR^z/\underline{R}^zR^xR^y$ (简化为 3RRR), 见图 3b。③ 当 3 条支链的约束自由度之和小于 3, 则需要添加约束支链, 如 $2R^{xoy}SR^zR^z/\underline{R}^zR^xR^xS/S$ (简化为 2RSRR/RRRS/S), 见图 3c。

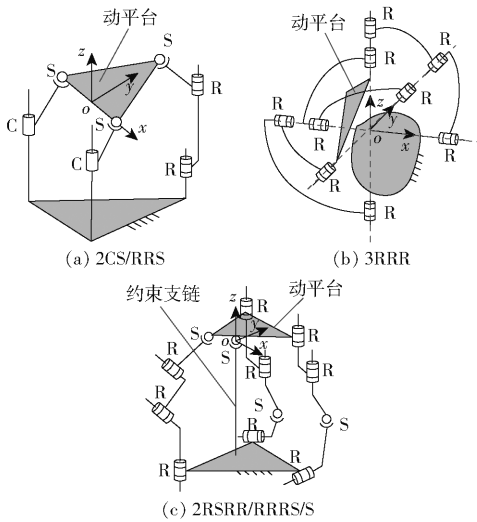


图 3 三转动弱耦合并联机构

Fig. 3 Weakly-coupled three-rotational PMs

3 综合实例

3.1 实例 1

选取表 1 中 $\underline{P}^zR^zR^zR^zR^z$ 作为支链 1 和支链 2; 选取表 2 中 $\underline{R}^zR^yR^x$ 作为支链 3。通过计算可知, 3 条支链的约束自由度之和等于 3, 故 3 条支链在组合成机构时可任意布置。为便于计算, 将支链 $\underline{P}^zR^zR^zR^zR^z$ 中 $\underline{P}^zR^z$ 用圆柱副 $\underline{C}^z$ 代替, $R^zR^zR^z$ 用球副 S 代替, 支链 $\underline{R}^zR^yR^x$ 中 R^yR^x 用 U 副代替, 可得到一种新型三转动弱耦合并联机构 $2C^zR^zS/R^zU$, 绘制机构简图, 建立其坐标系, 如图 4 所示。

令 A_1 、 A_2 分别表示支链 1 和支链 2 中球副的转动中心, o 表示支链 3 中 U 副的转动中心。在点 o

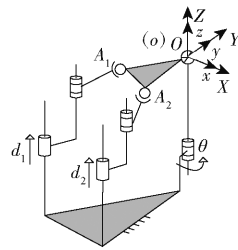


图 4 2CRS/RU 的坐标系

Fig. 4 Coordinate system of 2CRS/RU

分别建立定坐标系 $OXYZ$ 和动坐标系 $oxyz$, 其中, x 轴与 U 副中靠近动平台的转动轴线重合, z 轴垂直于动平台, y 轴由右手定则确定。在初始位姿下, $OXYZ$ 与 $oxyz$ 重合。点 A_1 、 A_2 在 $oxyz$ 中的坐标为 ${}^oA_1 = [-a \quad -b \quad 0]^T$, ${}^oA_2 = [a \quad -b \quad 0]^T$ 。

令 d_1 、 d_2 和 θ 分别表示支链 1、支链 2 和支链 3 的输入变量; α 、 β 和 γ 分别表示动平台绕动坐标系中 x 轴、 y 轴和 z 轴的转动角。选用 $z-y-x$ 型欧拉角描述动平台的姿态, 则 $oxyz$ 相对于 $OXYZ$ 的旋转变换矩阵 R 为

$$R = R_z(\gamma)R_y(\beta)R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma & s\alpha s\gamma + c\alpha s\beta c\gamma \\ c\beta s\gamma & c\alpha c\gamma + s\alpha s\beta s\gamma & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma \\ -s\beta & s\alpha c\beta & c\alpha c\beta \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中 c 表示 $\cos$; s 表示 $\sin$ 。

当动平台姿态变化后, 点 A_k 在 $OXYZ$ 中的坐标为

$${}^oA_k = R^oA_k \quad (11)$$

由支链 k 结构可知, 其球副中心在 Z 轴方向的坐标等于输入变量 d_k ; 由支链 3 结构可知, $\gamma = \theta$; 结合式 (10) 和式 (11) 可得

$$\begin{cases} d_1 = a s\beta - b c\beta s\alpha \\ d_2 = -a s\beta - b c\beta s\alpha \\ \theta = \gamma \end{cases} \quad (12)$$

由式 (12) 可知, γ 仅与 θ 有关, α 、 β 仅与 d_1 、 d_2 有关。由此说明, 设计的 $2C^zR^zS/R^zU$ 机构具有运动弱耦合特性。

3.2 实例 2

选取图 3a 中 2CS/RRS 并联机构作为案例 2, 建立机构的坐标系, 如图 5 所示。图中 A_k 表示支链 k

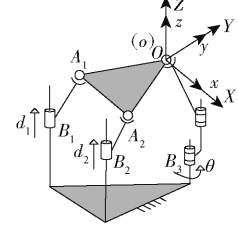


图 5 2CS/RRS 的坐标系

Fig. 5 Coordinate system of 2CS/RRS

中球副的转动中心; B_k 表示支链 k 中滑块的中心; B_3 表示支链 3 中第 1 个转动副的中心; o 表示支链 3 中球副的转动中心。在点 o 分别建立定坐标系 $OXYZ$ 和动坐标系 $oxyz$, 其中, x 轴平行于 A_1A_2 , z 轴垂直于动平台, y 轴过线段 A_1A_2 的中点。

在初始姿态下, $OXYZ$ 与 $oxyz$ 重合。点 A_1 和 A_2 在 $oxyz$ 中的坐标分别为: ${}^oA_1 = [-a \quad -b \quad 0]^T$, ${}^oA_2 = [a \quad -b \quad 0]^T$, $O = [0 \quad 0 \quad 0]^T$ 。

由支链 1 和支链 2 的结构可知, 任意时刻下, 向量 A_kB_k 和 OB_3 在 $OXYZ$ 中沿 Z 轴方向的坐标保持不变。令 d_1 、 d_2 和 θ 分别表示支链 1、支链 2 和支链 3 的输入变量, 则向量 A_1A_2 和 A_1O 沿 Z 轴方向的分量 $Z_{A_1A_2}$ 和 Z_{A_1O} 为

$$\begin{cases} Z_{A_1A_2} = d_2 - d_1 \\ Z_{A_1O} = -d_1 \end{cases} \quad (13)$$

令 α 、 β 和 γ 分别表示动平台绕 x 、 y 和 z 轴的转动角度。选用与案例 1 相同类型的欧拉角, 则 $oxyz$ 相对于 $OXYZ$ 的旋转变换矩阵为 R 。采用欧拉角形式求得 $Z_{A_1A_2}$ 和 Z_{A_1O} 的表达式为

$$\begin{cases} Z_{A_1A_2} = R(3, :)({}^oA_2 - {}^oA_1) \\ Z_{A_1O} = R(3, :)(O - {}^oA_1) \end{cases} \quad (14)$$

式中 $R(3, :)$ —— R 中第 3 行的行向量

联立式(10)、(13)、(14)求得

$$\begin{cases} d_1 = as\beta - bc\beta s\alpha \\ d_2 = -as\beta - bc\beta s\alpha \end{cases} \quad (15)$$

进一步, 经公式推导求得 θ 的表达式中含有变量 α 、 β 和 γ 。由于 θ 与各杆件的长度、支链的安装位置等参数均有关, 其推导过程及表达式较为复杂, 故此处未列出。

综上所述可知, 2CS/RRS 机构具有运动弱耦合特性。

3.3 实例 3

选取 $R^{xoy}SR^zR^z$ 作为支链 1 和支链 2, $R^zR^xR^y$ 作为支链 3, 为便于计算, 将其简化为 2RSRR/RU。建立机构的坐标系, 如图 6 所示。

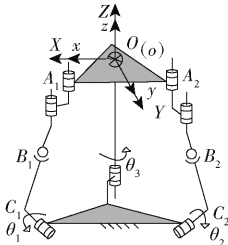


图 6 2RSRR/RU 的坐标系

Fig. 6 Coordinate system of 2RSRR/RU

图 6 中, A_k 表示支链 k 中与动平台相连的运动副中心; B_k 表示支链 k 中球副的中心; C_k 表示支链 k

中驱动副轴线上一点, 且 B_kC_k 与驱动副轴线垂直; o 表示支链 3 中 U 副的中心。在点 o 分别建立定坐标系 $OXYZ$ 和动坐标系 $oxyz$, 其中, x 轴平行于 A_1A_2 , z 轴垂直于动平台, y 轴过 A_1A_2 的中点。初始位姿下, $OXYZ$ 与 $oxyz$ 重合。在动坐标系中点 A_k 的坐标为: ${}^oA_1 = [a \quad b \quad 0]^T$, ${}^oA_2 = [-a \quad b \quad 0]^T$ 。

令 θ_1 、 θ_2 和 θ_3 分别表示支链 1、支链 2 和支链 3 的输入变量, α 、 β 和 γ 分别表示动平台绕 x 、 y 和 z 轴的转动角度。选用 $z-x-y$ 型欧拉角描述动平台的姿态, 则 $oxyz$ 相对于 $OXYZ$ 的旋转变换矩阵 R_1 为

$$R_1 = R_z(\gamma)R_x(\alpha)R_y(\beta) = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma - s\alpha s\beta s\gamma & -c\alpha s\gamma & s\alpha s\gamma c\beta + s\beta c\gamma \\ c\beta s\gamma + s\alpha s\beta c\gamma & c\alpha c\gamma & s\beta s\gamma - s\alpha c\beta c\gamma \\ -c\alpha s\beta & s\alpha & c\alpha c\beta \end{bmatrix} \quad (16)$$

由支链 3 结构可知, $\theta_3 = \gamma$ 。任意姿态下, A_k 在 $OXYZ$ 中的坐标 oA_k 为

$${}^oA_k = R_1 {}^oA_k \quad (17)$$

由支链 k 结构可知, 向量 A_kB_k 沿 z 轴方向的分量保持不变, 其值定义为 l 。在 $OXYZ$ 中, 点 B_k 沿 Z 轴方向的分量 Z_{Bk} 的表达式为

$$Z_{Bk} = R_1(3, :){}^oA_k - lR_1(3, 3) \quad (18)$$

式中 $R_1(3, 3)$ —— R_1 中第 3 行第 3 列的元素

令 h 表示点 C_k 沿 Z 方向的分量, l_k 表示 C_kB_k 的长度。用输入变量 θ_k 表示 Z_{Bk} , 其表达式为

$$Z_{Bk} = h + l_k s\theta_k \quad (19)$$

联立式(18)和式(19)求得

$$\begin{cases} \theta_1 = \arcsin((g_1 - lc\alpha c\beta)/l_1) \\ \theta_2 = \arcsin((g_1 + lc\alpha c\beta)/l_2) \\ \theta_3 = \gamma \end{cases} \quad (20)$$

其中 $g_1 = bs\alpha - ac\alpha s\beta - h$

由式(20)可知, 该机构为弱耦合机构。通过上述 3 个实例分析, 可验证本文所提方法的正确性和有效性。案例 1 和案例 3 具有固定的转动中心, 其运动学正解简单, 控制容易, 且其绕 x 、 y 轴方向具有较好的承载能力, 在踝关节康复方面具有良好的应用前景。案例 2 通过合理的结构设计, 可实现大范围转动, 应用于具有大转角需求的领域。

4 结论

(1) 通过分析逆雅可比矩阵中奇异向量的含义, 将奇异向量与机构的运动耦合性建立了联系, 并根据逆雅可比矩阵的螺旋表达形式, 得到了三转动弱耦合并联机构中驱动力螺旋需满足的空间几何条件。

(2) 基于驱动力螺旋与支链中运动副的位置关系及驱动力螺旋与约束力螺旋的位置关系, 提出一种三转动弱耦合并联机构的构型综合新方法, 该方法中机构的输出变量既可以是绕定坐标系各轴的转动角度, 也可以是绕动坐标系各轴的

转动角度。

(3) 利用所提方法对三转动弱耦合并联机构进行了综合, 得到了一系列驱动副为机架副的三转动弱耦合并联机构, 并通过案例验证了所提方法的正确性。

参 考 文 献

- [1] BAJAJ N M, SPIERS A J, DOLLAR A M. State of the art in artificial wrists; a review of prosthetic and robotic wrist design[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2019, 35(1): 261 – 277.
- [2] LEAL-NARANJO J A, WANG M, PAREDES-ROJAS J C, et al. Design and kinematic analysis of a new 3-DOF spherical parallel manipulator for a prosthetic wrist[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2020, 42(1): 1 – 12.
- [3] 杨亚敬, 孙通帅, 周玉林. 基于偏置输出 3 – RRR + (S – P) 球面并联机构的仿生髋关节[J]. *中国机械工程*, 2016, 27(11): 1421 – 1428.
YANG Yajing, SUN Tongshuai, ZHOU Yulin. Bionic hip joints based on bias output 3 – RRR + (S – P) spherical parallel mechanisms[J]. *China Mechanical Engineering*, 2016, 27(11): 1421 – 1428. (in Chinese)
- [4] ZOU Y P, ZHANG A D, ZHANG Q, et al. Design and experimental research of 3 – RRS parallel ankle rehabilitation robot[J]. *Micromachines*, 2022, 13(6): 950.
- [5] CHANG T C, ZHANG X D. Kinematics and reliable analysis of decoupled parallel mechanism for ankle rehabilitation[J]. *Microelectronics Reliability*, 2019, 99: 203 – 212.
- [6] KUMAR S, BONGARDT B, SIMNOFSKE M, et al. Design and kinematic analysis of the novel almost spherical parallel mechanism active ankle[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2019, 94(2): 303 – 325.
- [7] VALASEK M, ZICHA J, KARASEK M, et al. Hexasphere-redundantly actuated parallel spherical mechanism as a new concept of agile telescope[J]. *Advances in Astronomy*, 2010, 2010: 348286.
- [8] ZHANG G, XIA X, HOU Y, et al. Optimal design and trajectory tracking experiment of a novel 3-DOF parallel antenna mechanism[J]. *AIP Advances*, 2022, 12(2): 025321.
- [9] LI H, LUO J, HUANG C, et al. Design and control of 3-DOF spherical parallel mechanism robot eyes inspired by the binocular vestibule-ocular reflex[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2015, 78(3): 425 – 441.
- [10] ZHANG L, GUO F, LI Y, et al. Global dynamic modeling of electro-hydraulic 3 – UPS/S parallel stabilized platform by bond graph[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 29(6): 1176 – 1185.
- [11] 侯雨雷, 魏晓晨, 周治宇, 等. 球面并联机构功耗比评价指标及性能分析[J]. *中国机械工程*, 2018, 29(1): 89 – 94, 103.
HOU Yulei, WEI Xiaochen, ZHOU Zhiyu, et al. Evaluation index and performance analysis of power consumption ratio of spherical parallel mechanisms[J]. *China Mechanical Engineering*, 2018, 29(1): 89 – 94, 103. (in Chinese)
- [12] 徐瀚, 李静, 陈原, 等. 基于螺旋理论的水下机器人矢量推进球面并联机构的运动学建模[J]. *机器人*, 2016, 38(6): 738 – 745, 753.
XU Han, LI Jing, CHEN Yuan, et al. Kinematic modeling of spherical parallel manipulator with vectored thrust function for underwater robot based on screw theory[J]. *Robot*, 2016, 38(6): 738 – 745, 753. (in Chinese)
- [13] KONG X, JIN Y. Type synthesis of 3-DOF multi-mode translational/spherical parallel mechanisms with lockable joints[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 96: 323 – 333.
- [14] ZUO S, LI J, DONG M, et al. Design and performance evaluation of a novel wearable parallel mechanism for ankle rehabilitation[J]. *Frontiers in Neurorobotics*, 2020, 14: 9.
- [15] CARBONARI L, CALLEGARI M, PALMIERI G, et al. A new class of reconfigurable parallel kinematic machines[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 79: 173 – 183.
- [16] PALPACELLI M C, CARBONARI L, PALMIERI G, et al. Analysis and design of a reconfigurable 3-DOF parallel manipulator for multimodal tasks[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2014, 20(4): 1975 – 1985.
- [17] SUN T, SONG Y, DONG G, et al. Optimal design of a parallel mechanism with three rotational degrees of freedom[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2012, 28(4): 500 – 508.
- [18] GOGU G. Fully-isotropic three-degree-of-freedom parallel wrists[C] // *Robotics and Automation, Proceedings 2007 IEEE International Conference on*. IEEE, 2007: 895 – 900.
- [19] ZHANG Dan, ZHANG Fan. Design and analysis of a totally decoupled 3-DOF spherical parallel manipulator[J]. *Robotica*, 2011, 29(7): 1093 – 1100.
- [20] 魏俊, 贾维涵, 刘承磊, 等. 驱动支链完全解耦的可重构踝关节康复并联机构型综合[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(19): 45 – 56.
WEI Jun, JIA Weihang, LIU Chenglei, et al. Type synthesis of reconfigurable parallel mechanisms for ankle rehabilitation with

- completely decoupled actuated limb[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(19):45–56. (in Chinese)
- [21] ZENG D X, HUANG Z. Type synthesis of the rotational decoupled parallel mechanism based on screw theory[J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(4):998–1004.
- [22] 曾达幸,王华明,樊明洲,等. 3 自由度转动广义解耦并联机构构型综合[J]. 机械工程学报,2017,53(3):17–24.
ZENG Daxing, WANG Huaming, FAN Mingzhou, et al. Type synthesis of three degrees of freedom rotational generalized decoupling parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(3):17–24. (in Chinese)
- [23] 朱小蓉,李世杰,周宇东,等. 含双驱动五杆回路的弱耦合并联机构型综合[J]. 农业机械学报,2021,52(10):434–442.
ZHU Xiaorong, LI Shijie, ZHOU Yudong, et al. Structural synthesis of parallel mechanisms containing dual drive five-bar loop [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(10):434–442. (in Chinese)
- [24] 朱伟,戴志明,刘晓飞,等. 一种新型弱耦合三平移并联机器人机构及其运动学分析[J]. 中国机械工程,2017,28(13):1561–1566.
ZHU Wei, DAI Zhiming, LIU Xiaofei, et al. A novel weak-coupling three-translation parallel robot mechanisms and its kinematics analysis[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(13):1561–1566. (in Chinese)
- [25] TIAN C, FANG Y, GE Q J. Design and analysis of a partially decoupled generalized parallel mechanism for 3T1R motion[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 140:211–232.
- [26] SHEN H, ZHAO Y, LI J, et al. A novel partially-decoupled translational parallel manipulator with symbolic kinematics, singularity identification and workspace determination[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 164:104388.
- [27] JOSHI S A, TSAI L W. Jacobian analysis of limited-DOF parallel manipulators[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124(2):254–258.
-

(上接第 401 页)

- [20] 谯建春,刘宇,李明生. 拖拉机牵引阻力传感器设计与试验[J]. 农机化研究,2020,42(2):250–255.
QIAO Jianchun, LIU Yu, LI Mingsheng. Design and test of tractor traction resistance sensor[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research,2020,42(2):250–255. (in Chinese)
- [21] 白学峰,纪鸿波,李林,等. 拖拉机牵引性能综合测试系统发展研究[J]. 江苏农机化,2020(2):22–25.
- [22] 熊祖品,张亚,谢亚玲. 交流电力测功机在负荷拖车上的应用[J]. 专用汽车,2014(2):72–73,77.
XIONG Zupin, ZHANG Ya, XIE Yaling. Application of AC power dynamometer on load trailer[J]. Special Purpose Vehicle, 2014(2):72–73,77. (in Chinese)
- [23] 李忠利,闫祥海,周志立. 负荷车电涡流缓速器加载控制系统研究[J]. 西安交通大学学报,2018,52(3):126–131.
LI Zhongli, YAN Xianghai, ZHOU Zhili. Study on the eddy current retarder loading control system of loading vehicle[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University,2018,52(3):126–131. (in Chinese)
- [24] 王天颖,项昌乐,李明喜,等. 负荷车试验系统的模糊自适应 PID 控制[J]. 哈尔滨工业大学学报,2007(6):997–1000.
WANG Tianying, XIANG Changle, LI Mingxi, et al. Fuzzy auto tuning PID control strategy for the test system of the mobile dynamometer vehicle[J]. Journal of Harbin Institute of Technology,2007(6):997–1000. (in Chinese)
- [25] 张锦辉,李彦明,齐文超,等. 基于神经网络 PID 的丘陵山地拖拉机姿态同步控制系统[J]. 农业机械学报,2020, 51(12):356–366.
ZHANG Jinhui, LI Yanming, QI Wenchao, et al. Synchronous control system of tractor attitude in hills and mountains based on neural network PID [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(12):356–366. (in Chinese)
- [26] 魏宏飞,石新龙. 基于模糊 PID 的农用电动汽车直线开关磁阻电机控制[J]. 农机化研究,2022,44(10):244–247,252.
WEI Hongfei, SHI Xinlong. Control of linear switched reluctance motor for agricultural electric vehicle based on fuzzy PID[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research,2022,44(10):244–247,252. (in Chinese)
- [27] 李涛,安长江,康璟. 轮式拖拉机牵引试验方法研究[J]. 农机质量与监督,2018(3):26–28.
- [28] 农业拖拉机试验规程第 9 部分:牵引功率试验:GB/T 3871.9—2006[S]. 2006.