

基于改进复合三角函数的伺服压力机轨迹规划研究

徐道春<sup>1,2</sup> 吕明青<sup>1,2</sup> 邵珠峰<sup>3,4</sup> 陈涵玉<sup>3,4</sup> 胡益玮<sup>3,4</sup> 王传英<sup>5</sup>

(1. 北京林业大学工学院, 北京 100083; 2. 北京林业大学林业装备与自动化国家林草局重点实验室, 北京 100083;  
3. 清华大学摩擦学国家重点实验室, 北京 100084; 4. 清华大学精密超精密制造装备及控制北京市重点实验室, 北京 100084;  
5. 济南二机床集团有限公司, 济南 250022)

**摘要:** 为使伺服压力机具有良好的拉深性能, 需要对其轨迹进行合理规划。针对六连杆大型伺服压力机, 构建一种主传动机构轨迹规划方法。基于库伦-粘性摩擦模型, 建立主传动机构的高精度动力学模型。考虑冲压过程中的工艺约束和要求, 提出基于复合三角函数的伺服电机加减速控制的改进模型。针对主传动机构的能耗和效率进行分析, 以滑块运动的周期能耗和生产节拍为优化指标, 通过线性加权的方式构造多目标优化函数, 引入机械手送料时间、滑块最大速度、主动件角速度、伺服电机动态限和热极限等约束, 采用遗传算法完成了多目标优化设计。结果显示: 优化后, 伺服压力机主传动机构在一个周期的能效提升 4.54%, 生产节拍时间减小 3.23%, 实现了良好的拉深工艺模式。

**关键词:** 伺服压力机; 轨迹规划; 库伦-粘性摩擦模型; 加减速控制; 多目标优化

**中图分类号:** TP273; TG315.9      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1298(2023)02-0450-09

**OSID:**



Trajectory Planning of Servo Press Based on Improved Composite Trigonometric Functions

XU Daochun<sup>1,2</sup> LÜ Mingqing<sup>1,2</sup> SHAO Zhufeng<sup>3,4</sup> CHEN Hanyu<sup>3,4</sup> HU Yiwei<sup>3,4</sup> WANG Chuanying<sup>5</sup>

(1. School of Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China  
2. Key Laboratory of State Forestry and Grassland Administration on Forestry Equipment and Automation, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China  
3. State Key Laboratory of Tribology, Tsinghua University, Beijing 100084, China  
4. Beijing Key Laboratory of Precision/Ultra-precision Manufacturing Equipments and Control, Tsinghua University, Beijing 100084, China  
5. Jier Machine-Tool Group Co., Ltd., Ji'nan 250022, China)

**Abstract:** In order to make the servo pressure machine have good drawing performance, it is necessary to plan its trajectory reasonably. The six-link drive mechanism was dimensionally optimised in the previous work to improve the basic motion performance of the press, while the acceleration and deceleration control of the servo motor and the planning of the motion trajectory of the slider are required in order to give full play to the advantages of the high energy efficiency and high efficiency of the servo press. A trajectory planning method for the main drive mechanism was developed for a large six-link servo press. Firstly, a high-precision kinetic model of the main drive mechanism was established based on the "Coulomb-viscous" friction model. Then, considering the process constraints and requirements in the stamping process, an improved model of servo motor acceleration and deceleration control based on composite trigonometric function was proposed. Finally, the energy consumption and efficiency of the main drive mechanism were analysed. Taking the periodic energy consumption and production beat of the slider movement as the optimization index, the multi-objective optimization function was constructed by linear weighting. The constraints such as manipulator feeding time, maximum speed of the slider, angular speed of the driving part, dynamic limit and thermal limit of the servo motor were introduced, and the multi-

收稿日期: 2022-03-31    修回日期: 2022-04-25

基金项目: 国家重点研发计划项目(2020YFB1710700)

作者简介: 徐道春(1979—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事先进制造与高速切削研究, E-mail: xudaochun@bjfu.edu.cn

通信作者: 邵珠峰(1983—), 男, 副教授, 博士生导师, 主要从事智能制造与索驱动并联机器人研究, E-mail: shaozf@tsinghua.edu.cn

objective optimization design was completed by using genetic algorithm. The results showed that after optimization, the energy efficiency of the main transmission mechanism of the servo press in one cycle was increased by 4.54%, the production beat time was reduced by 3.23%, and a good drawing process mode was realized.

**Key words:** servo press; trajectory planning; “Coulomb-viscous” friction model; acceleration and deceleration control; multi-objective optimization

0 引言

随着汽车工业的高速发展,高强度钢板、铝合金板材、非等厚拼焊钢板等在汽车中的应用日益普及。机械压力机的滑块运动特性单一、柔性差,难以适用不同材料的冲压成形工艺。伺服压力机是基于伺服控制技术的一种新型冲压成形设备,可灵活调整滑块的运动曲线,能够满足不同材料的多种成形工艺要求,具有加工柔性好、成形精度高、节能增效等特性<sup>[1-2]</sup>。同时,大型伺服压力机滑块等主传动部件的惯性较大,且速度变化剧烈,合理的运动轨迹能有效降低系统能耗,提高加工精度<sup>[3]</sup>。伺服压力机主传动机构轨迹规划的重点是主驱动伺服电机的加减速控制。

目前加减速控制算法主要包括 S 形曲线加减速<sup>[4-8]</sup>、多项式加减速<sup>[9]</sup>、三角函数加减速<sup>[10]</sup>、NURBS 曲线<sup>[11]</sup>、Bezier 曲线<sup>[12-14]</sup>、B 样条曲线<sup>[15-16]</sup>等。其中,S 形曲线加减速存在加加速度突变,三角函数和多项式加减速满足加速度和加加速度连续的要求,避免了加工的柔性冲击<sup>[17]</sup>,NURBS 和 B 样条曲线具有局部可调性,使对关键点的建模更灵活,但会在求解中导致最优关键点的不唯一,Bezier 曲线的每个控制点均影响曲线形状,求解复杂。郝齐等<sup>[6]</sup>采用 S 形曲线优化了轨迹的最大加速度,降低了最大驱动力及对电动机的要求。刘志峰等<sup>[7]</sup>采用五阶段 S 形曲线优化了加加速度幅值来抑制同步带传动印刷机系统的扭振。张相胜等<sup>[8]</sup>将传统 S 形曲线加减速控制模型的加加速度变化规律设计为三角形,以此解决算法本身存在的加加速度阶跃的问题。宋清玉等<sup>[18]</sup>采用 2 个不同周期的三角函数叠加进行加减速模型构造,从而降低对电动机功率的要求,但该算法固定了变速区间的时间占比。

在伺服压力机拉深工艺的轨迹规划中,压力机质量最大的运动部件滑块做变速运动时所产生的惯性力会造成较大的振动,进而影响冲压件的精度与模具的寿命。生产节拍即一个冲压周期完成的冲压件数量,直接影响生产效率。为了降低压力机滑块的变速冲击,提高冲压件的精度和模具寿命,QU<sup>[12]</sup>和尚万峰等<sup>[13]</sup>以滑块加速度和加加速度峰值最小

化为优化目标,降低了滑块的加速度从而降低其惯性力对冲压件的冲击。SONG 等<sup>[19]</sup>以实现冲压生产节拍最高为优化目标,缩短了伺服压力机的冲压周期,提高了生产效率。上述研究重点关注冲压工作段的轨迹,分别研究了避免冲击和提高效率等方面,但是缺乏综合性能和能耗优化的考虑,大型伺服压力机频繁的加减速变化和克服工件的变形所需的能量完全由伺服电机提供,从而使伺服电机的能耗巨大,因此本文将降低能耗考虑在优化目标中以降低生产成本。

本文对大型伺服压力机高效拉深工艺模式进行研究,首先需通过建立包含关节摩擦力的高精度动力学模型以保证后续轨迹规划建模的精确性,同时为实现提高伺服压力机的生产节拍要求,对现有的伺服电机柔性加减速控制方法进行改进。在此基础上,为同时降低伺服电机的能耗,综合冲压生产节拍最大化和能耗最低为优化目标,建立大型伺服压力机高效拉深工艺轨迹优化设计数学模型,并研究该优化问题的求解方法,以期完成伺服压力机电机转速优化和滑块轨迹规划。

1 伺服压力机拉深工艺模式

研究的六连杆式伺服压力机结构如图 1 所示,其主传动机构及简图如图 2 和图 3 所示,曲柄为主动杆件,三角杆起到调速作用,偏心轮与三角杆中点为摇杆。

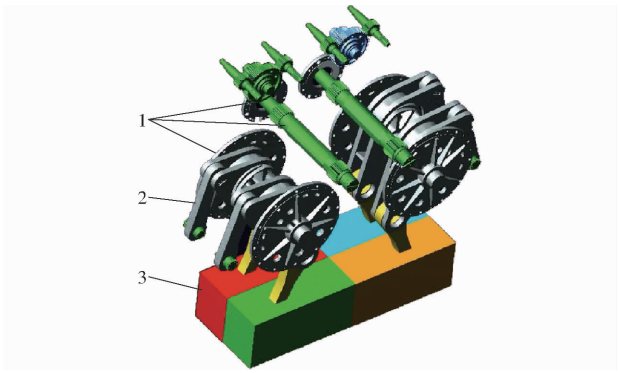


图 1 六连杆伺服压力机

Fig. 1 Six-link servo press

1. 传动齿轮 2. 主传动机构 3. 滑块

主驱动伺服电机通过传动机构驱动下方滑块进行冲压工作,其工序成型能量为 800 kJ,公称力为

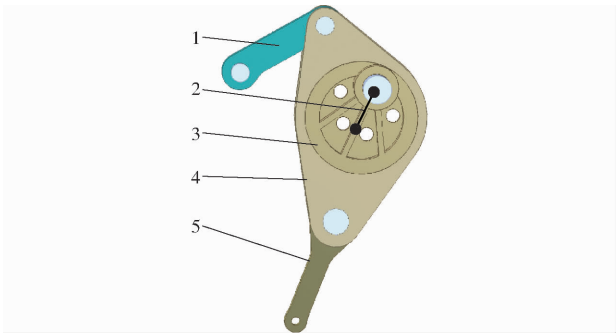


图2 六连杆主传动机构

Fig. 2 Six-link main drive mechanism

1. 曲柄 2. 摇杆 3. 偏心轮 4. 三角杆 5. 摆杆

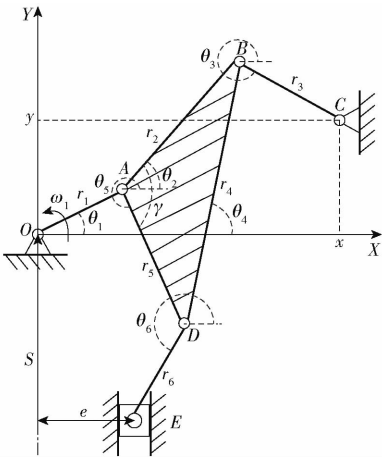


图3 六连杆主传动机构简图

Fig. 3 Schematic of six-link main drive mechanism

8 500 kN 的行程为 8 mm, 载荷作用范围为 0 ~ 250 mm。通过前期研究的运动学建模和遗传算法优化得到机构尺寸。针对机构运动稳定性、传力性能、位置精度及增力特性进行分析, 以滑块速度波动、压力角、侧向力和机构的机械增益为优化性能指标, 通过统一量纲和线性加权的方式构造出反映综合性能的多目标优化函数, 引入几何以及行程约束, 并添加压力机的工作空间和杆件不干涉等约束条件, 采用遗传算法完成多目标优化设计, 如图 4 ~ 7 所示。由图 4 ~ 7 可知, 其尺寸优化后, 机构运动稳定性更好、侧向力减小即对滑块位置精度影响更小、传力性能及增力特性更优。从传动机构的基本结构构型进行尺寸优化设计, 利于压力机基本的运动性能提升, 同时为了充分发挥伺服压力机高效能和高效率的优势, 需对伺服电机加减速控制和其滑块的运动轨迹进行规划。以优化后尺寸为基础, 建立包含关节摩擦力的高精度动力学模型。

伺服压力机工艺模式分为 4 个阶段<sup>[19-20]</sup>, 如图 8 所示, 空载高速向下进给 I, 工作行程匀速向下运动 II, 空载快速返回 III, 曲柄低速运行段 IV,  $t_{41}$  为机械手取件并传输所需的安全时间。

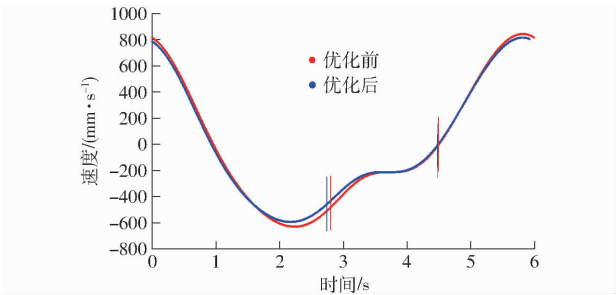


图4 滑块速度曲线

Fig. 4 Speed curves of slider

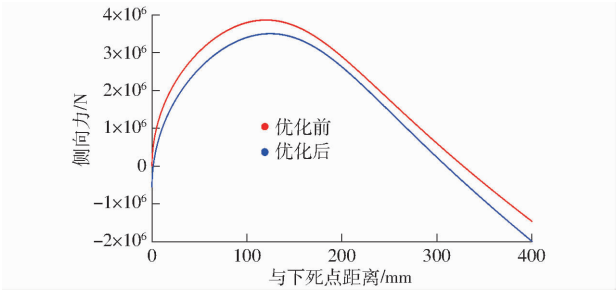


图5 滑块侧向力曲线

Fig. 5 Lateral force curves of slider

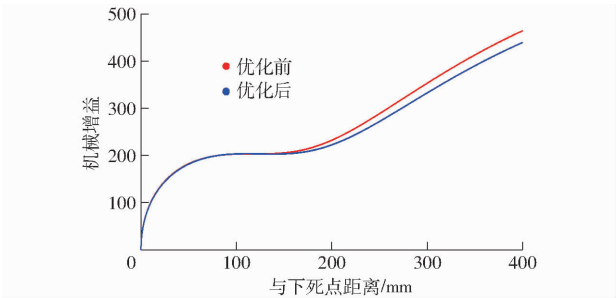


图6 机械增益曲线

Fig. 6 Mechanical gain curves

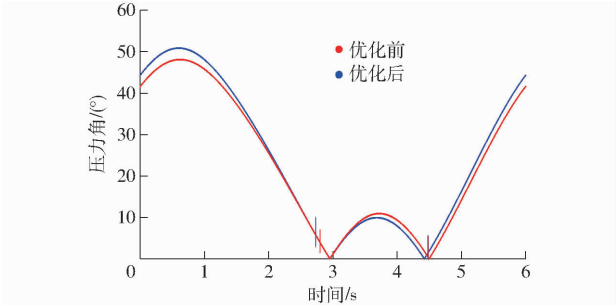


图7 滑块处压力角曲线

Fig. 7 Pressure angle curves of slider

由关键点进行控制, 关键点 1: 设置滑块闭合角  $\theta_1$ , 据此可得滑块下移高度  $s_1$ 。  $\theta_1$  为让机械手安全离开压力机时的曲柄转角, 对应的  $s_1$  是机械手离开需要的高度空间。 关键点 2: 设置冲压起始的转速  $N_2$  以及需要的冲压起始角  $\theta_2$ , 并根据方程计算出对应滑块高度  $s_2$  以及滑块速度  $v_2$ 。 关键点 3: 设置冲压结束转速  $N_3$  以及冲压结束角  $\theta_3$ , 同样计算出对应滑块速度  $v_3$ , 以及冲压结束时滑块高度  $s_3$ 。 关键点 4: 设置滑块开启角  $\theta_4$ , 据此计算出该角度下滑块

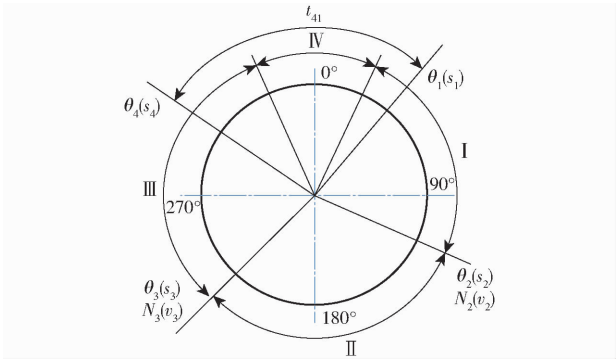


图8 伺服压力机运动分相图

Fig.8 Split-phase diagram of servo press motion

所处的高度  $s_4$ 。

为了提高生产效率,伺服压力机通常采用连续工作模式。即在机械手传输时伺服电机低速运行,

而不是停在上死点处。因此工作段Ⅱ需要滑块匀速冲压,非工作段Ⅰ和Ⅲ为高速运动段,提高生产节拍,非工作段Ⅳ为低速运动段,为机械手传输冲压件留出时间。伺服压力机的连续工作模式避免了伺服电机频繁启停操作。

2 动力学分析

2.1 动力学建模

对该伺服压力机的六连杆系统进行动力学分析,如图9所示。采用达朗贝尔原理,引入惯性力建立各杆的力和力矩平衡方程,建模中考虑滑块自接触板料时输出的工作载荷压力  $F$ 、曲柄扭矩  $M$ 、滑块下方所受气压装置平衡力  $F_p$ 、滑块处摩擦力、各转动关节摩擦力和力矩。

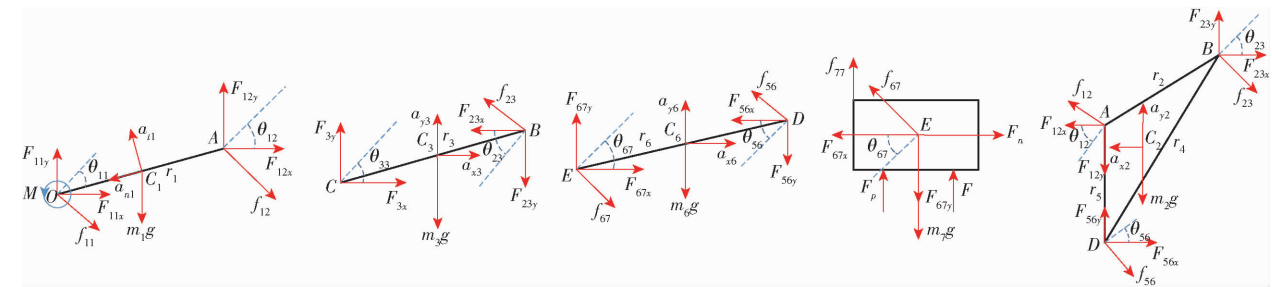


图9 六连杆机构的动力学受力图

Fig.9 Dynamic force diagram of six-link mechanism

在大型机械传动中,关节间的摩擦损耗不可避免,并且对能耗的影响很大。因此在动力学建模中考虑关节间摩擦。在压力机主传动六连杆机构中,摩擦主要是由于关节铰链之间的转动和滑块移动产生,故在此机构的动力学分析中,将关节间摩擦力用“库伦-粘性”摩擦模型进行计算,使模型更接近实际情况。

以杆  $OA$  为研究对象,对其进行受力分析可得

$$F_{11x} + F_{12x} + f_{11} \sin \theta_{11} + f_{12} \sin \theta_{12} = -m_1 a_{t1} \sin \theta_1 - m_1 a_{n1} \cos \theta_1 \tag{1}$$

$$F_{12y} + F_{11y} - m_1 g - f_{11} \cos \theta_{11} - f_{12} \cos \theta_{12} = m_1 a_{t1} \cos \theta_1 - m_1 a_{n1} \sin \theta_1 \tag{2}$$

考虑平衡力矩,计算得

$$M - (F_{12x} + f_{12} \sin \theta_{12}) r_1 \sin \theta_1 + (F_{12y} - f_{12} \cos \theta_{12}) r_1 \cos \theta_1 - m_1 g R_{C1} \cos \theta_1 = J_{z1} \alpha_1 \tag{3}$$

其中

$$a_{t1} = \alpha_1 R_{C1} = \alpha_1 \lambda_{C1} r_1$$

$$a_{n1} = \omega_1^2 R_{C1} = \omega_1^2 \lambda_{C1} r_1$$

$$\theta_{11} = \arctan \frac{F_{11y}}{F_{11x}} \quad \theta_{12} = \arctan \frac{F_{12y}}{F_{12x}}$$

$$f_{11} = (\mu_{11} \sqrt{F_{11x}^2 + F_{11y}^2} + \eta_{11} |\omega_1| r_{11}) \operatorname{sgn}(\omega_1)$$

$$f_{12} = (\mu_{12} \sqrt{F_{12x}^2 + F_{12y}^2} + \eta_{12} |\omega_1 - \omega_2| r_{12}) \operatorname{sgn}(\omega_1 - \omega_2)$$

$$J_{z1} = m_1 \lambda_{z1} r_1^2$$

- 式中  $R_{C1}$ ——杆  $OA$  质心到转动中心  $O$  的距离  
 $J_{z1}$ ——杆  $OA$  绕点  $O$  的转动惯量  
 $F_{11x}$ ——杆  $OA$  在转动副  $O$  处所受力的水平分量  
 $F_{11y}$ ——杆  $OA$  在转动副  $O$  处所受力的垂直分量  
 $F_{12x}$ ——杆  $OA$  在转动副  $A$  处所受力的水平分量  
 $F_{12y}$ ——杆  $OA$  在转动副  $A$  处所受力的垂直分量  
 $m_1$ ——杆  $OA$  质量  
 $f_{11}$ ——点  $O$  处关节摩擦力  
 $f_{12}$ ——点  $A$  处关节摩擦力  
 $\theta_{11}$ ——合力  $F_{11}$  与  $X$  轴的夹角  
 $\alpha_1$ ——杆  $OA$  角加速度  
 $\omega_1$ ——杆  $OA$  角速度  
 $\lambda_{C1}$ ——杆  $OA$  质心位置系数  
 $r_1$ ——杆  $OA$  长度  
 $\theta_{12}$ ——合力  $F_{12}$  与  $X$  轴的夹角  
 $a_{n1}$ ——杆  $OA$  法向加速度  
 $a_{t1}$ ——杆  $OA$  切向加速度  
 $\eta_{11}$ ——杆  $OA$  在转动副  $O$  处的粘性摩擦系数

$\eta_{12}$ ——杆  $OA$  在转动副  $A$  处的粘性摩擦系数  
杆  $BC$  和杆  $DE$  的分析过程类似,不再赘述。

以三角杆  $ABD$  为研究对象,对其进行受力分析可得

$$F_{56x} + F_{23x} - F_{12x} + f_{56} \sin \theta_{56} - f_{12} \sin \theta_{12} + f_{23} \sin \theta_{23} = m_2 a_{x2} \tag{4}$$

$$F_{56y} - F_{12y} + F_{23y} - f_{56} \cos \theta_{56} + f_{12} \cos \theta_{12} - f_{23} \cos \theta_{23} = m_2 a_{y2} \tag{5}$$

考虑平衡力矩,计算得

$$-(F_{23x} + f_{23} \sin \theta_{23}) r_2 \sin \theta_2 + (F_{23y} - f_{23} \cos \theta_{23}) r_2 \cos \theta_2 - (F_{56x} + f_{56} \sin \theta_{56}) r_5 \sin \theta_5 + (F_{56y} - f_{56} \cos \theta_{56}) r_5 \cos \theta_5 - m_2 g R_{C2} \cos(\theta_2 + \gamma_1) = J_{22} \alpha_2 \tag{6}$$

其中

$$J_{22} = m_2 \lambda_{22} r_2^2 \quad \theta_{56} = \arctan \frac{F_{56y}}{F_{56x}} \quad \theta_{23} = \arctan \frac{F_{23y}}{F_{23x}}$$

$$f_{23} = (\mu_{23} \sqrt{F_{23x}^2 + F_{23y}^2} + \eta_{23} |\omega_2 - \omega_3| r_{23}) \operatorname{sgn}(\omega_2 - \omega_3)$$
$$f_{56} = (\mu_{56} \sqrt{F_{56x}^2 + F_{56y}^2} + \eta_{56} |\omega_5 - \omega_6| r_{56}) \operatorname{sgn}(\omega_5 - \omega_6)$$
$$a_{x2} = -\alpha_1 r_1 \sin \theta_1 - \omega_1^2 r_1 \cos \theta_1 - \frac{\alpha_2 r_2 \sin \theta_2 + \omega_2^2 r_2 \cos \theta_2}{3} - \frac{\alpha_5 r_5 \sin \theta_5 + \omega_5^2 r_5 \cos \theta_5}{3}$$
$$a_{y2} = r_1 \alpha_1 \cos \theta_1 - r_1 \omega_1^2 \sin \theta_1 + \frac{r_2 \alpha_2 \cos \theta_2 - r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2}{3} + \frac{r_5 \alpha_5 \cos \theta_5 - r_5 \omega_5^2 \sin \theta_5}{3}$$

式中  $m_2$ ——三角杆  $ABD$  质量  
 $\gamma_1$ ——杆  $BD$  的中线与杆  $AB$  的夹角  
 $\mu_{23}$ ——杆  $BC$  在转动副  $B$  处的粘性摩擦系数  
 $\mu_{56}$ ——杆  $DE$  在转动副  $D$  处的粘性摩擦系数  
 $\eta_{23}$ ——杆  $BC$  在转动副  $B$  处的库伦摩擦系数  
 $\eta_{56}$ ——杆  $DE$  在转动副  $D$  处的库伦摩擦系数  
 $R_{C2}$ ——三角杆  $ABD$  质心到转动中心  $A$  的距离  
 $J_{22}$ ——三角杆  $ABD$  绕点  $A$  的转动惯量  
 $\theta_2$ ——杆  $AB$  与  $X$  轴夹角  
 $r_2$ ——杆  $AB$  长度  
 $\theta_5$ ——杆  $AD$  与  $X$  轴夹角  
 $r_5$ ——杆  $AD$  长度  
 $f_{23}$ ——点  $B$  处关节摩擦力  
 $f_{56}$ ——点  $D$  处关节摩擦力  
 $\theta_{23}$ ——合力  $F_{23}$  与  $X$  轴的夹角  
 $\theta_{56}$ ——合力  $F_{56}$  与  $X$  轴的夹角  
 $a_{x2}$ ——三角杆  $ABD$  质心加速度的水平分量  
 $a_{y2}$ ——三角杆  $ABD$  质心加速度的垂直分量  
以滑块  $E$  为研究对象,对其进行受力分析可得

$$F_{67x} + f_{67} \sin \theta_{67} = F_n \tag{7}$$

$$F_p + F - m_7 g + f_{67} \cos \theta_{67} - F_{67y} + f_{77} = -m_i a \tag{8}$$

其中  $f_{77} = \mu_{77} F_n \operatorname{sgn}(v)$   
 $m_i = \lambda_{mi} \rho r \quad (i = 1, 2, 3, 6, 7)$   
 $F_p = (\lambda_1 m_1 + \lambda_2 m_2 + \lambda_3 m_3 + \lambda_6 m_6 + \lambda_7 m_7) g$   
式中  $\lambda_i$ ——平衡力系数  
 $\rho$ ——杆系材料线密度  
 $\lambda_{mi}$ ——杆系质量系数  
 $m_3$ ——杆  $BC$  质量  
 $m_6$ ——杆  $DE$  质量  
 $m_7$ ——滑块质量  
 $f_{77}$ ——滑块处滑动摩擦力  
 $v$ ——滑块速度  
 $a$ ——滑块加速度  
 $\theta_{67}$ ——合力  $F_{67}$  与  $X$  轴的夹角

2.2 模型参数选取

建立的杆系动力学方程中包含杆系质量、关节摩擦系数、平衡力和工作段载荷模型等影响参数。因此需要对这些模型参数进行合理地选择和辨识,以提高系统优化的准确性。

2.2.1 杆系质量

伺服压力机制造过程中,杆系材料一般为 45 钢或 Q235,其材料密度为  $7\,800 \sim 7\,850 \text{ kg/m}^3$ 。查阅现有的压力机图纸,近似认为杆件的线密度为  $500 \text{ kg/m}$ 。而实际伺服压力机由 4 个结构相同、空间位置对称的杆系组成,所以在计算中取杆件线密度为  $2\,000 \text{ kg/m}$ 。对于六连杆当中的三角杆,由于其实心的三角形结构,且上面附有质量较大的偏心轮,因此在计算时乘以系数  $\lambda_{m2}$ 。查阅已有的三角杆图纸并计算其质量,取  $\lambda_{m2} = 12$ 。

2.2.2 关节摩擦系数

选用“库伦-粘性”摩擦模型对各转动副关节进行动力学建模,摩擦力为  $f = \mu N + \eta \omega r$ ,其中的库伦摩擦系数  $\mu$  和粘性摩擦系数  $\eta$  都需要根据实际情况进行合理的取值,以确保模型尽可能地贴合实际。

曾宇翔<sup>[21]</sup>曾对伺服压力机杆系动力学中的摩擦力进行了系统性的建模与分析,并利用实验数据对库伦-粘性摩擦系数进行了辨识。根据其研究成果,本文库伦摩擦系数  $\mu$  取 0.1,粘性摩擦系数  $\eta$  取 0.25。

2.2.3 平衡力

为了消除杆系质量和转动副间隙对压力机工作性能的影响,保证传动机构平稳运动,压力机通常会使用平衡器对重力进行平衡。在此次建模中,近似认为平衡力作用在滑块上,其大小恒定,为  $F_p = \lambda \sum m_i g$ 。其中  $\lambda$  为平衡系数,需要根据实际情况和仿真结果进行选取。图 10 为不同平衡系数下的



曲柄转矩,可以看出随着平衡系数的改变,非工作段内的曲柄转矩会受到较大影响。在与实际的工作数据进行比对后,选择平衡系数  $\lambda = 0.95$ 。

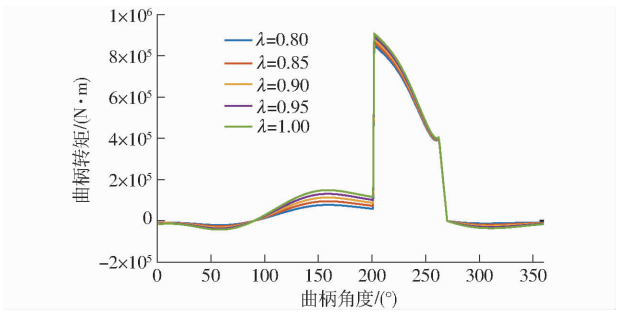


图 10 不同平衡系数对曲柄转矩的影响

Fig. 10 Effect of different balance factors on crank torque

2.2.4 载荷模型

在工作段,滑块会受到巨大的工作力,而工作力会随着与下死点距离发生改变。在板料成型的过程中,通常认为对于同种材料、同一个模具来说,板材变形的能量是固定的,由此再根据实际测量的部分关键点工作力数据,可以推导工作载荷的近似模型。原载荷模型分段采集呈阶梯状,由于存在一定的间断点,并不能完全贴合实际情况。在考虑到实际问题的性质,选用  $F(s) = as^b + c$  作为载荷模型,由载荷参数得边界条件为

$$\begin{cases} \int_0^{250} F(s) ds = 8\,500 \times 8 + \int_8^{250} (as^b + c) ds = 800\,000 \\ F(8) = 8\,500 \\ F(250) = 2\,500 \end{cases} \quad (9)$$

解得  $F(s) = 46\,779s^{-0.97} + 2\,279.5$  (kN)。图 11 为修改前后载荷模型的载荷,从图 11 中可以看到,修改后载荷模型能够在有效贴合实际情况,同时提

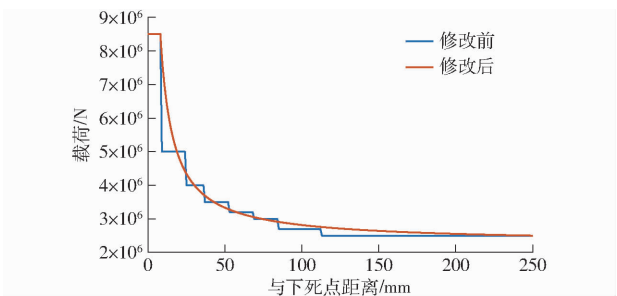


图 11 不同载荷模型载荷对比

Fig. 11 Load comparison of different load models

$$\omega(t) = \begin{cases} -x(\omega_2 - \omega_1)A_a \cos\left(\frac{\pi}{2xt_0}t\right) + x\omega_2 + (1-x)\omega_1 & (t \in [0, xt_0]) \\ -(1-x)(\omega_2 - \omega_1) \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}t_0 - \pi xt_0\right) + x\omega_2 + (1-x)\omega_1 & (t \in (xt_0, t_0]) \end{cases} \quad (13)$$

对式(13)进行积分,求解角度随时间变化的关

系,同时代入边界条件进行计算,最后得到

3 伺服电机转速优化及滑块轨迹规划建模

3.1 复合三角函数加减速控制模型改进

加减速过程采用复合三角函数进行建模,即采用两个不同周期的三角函数叠加作为伺服电机加减速的构造函数,如图 12 所示。宋清玉等<sup>[18]</sup>采用加速区间分阶段的  $x$  为 0.25 的加减速曲线,并成功降低了系统对伺服电机功率的要求,在此基础上,对占比进行优化以获得更加良好的转速曲线。

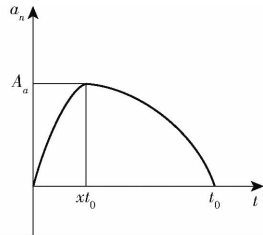


图 12 复合三角函数的角加速度示意图

Fig. 12 Angular acceleration diagram of composite trigonometric functions

函数角加速度方程为

$$a_n(t) = \begin{cases} A_a \sin\left(\frac{\pi}{2xt_0}t\right) & (t \in [0, xt_0]) \\ A_a \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}t_0 - \pi xt_0\right) & (t \in (xt_0, t_0]) \end{cases} \quad (10)$$

通过积分得到角速度函数为

$$\omega(t) = \begin{cases} -\frac{2xt_0}{\pi}A_a \cos\left(\frac{\pi}{2xt_0}t\right) + C_1 & (t \in [0, xt_0]) \\ -A_a \frac{t_0 - xt_0}{\frac{\pi}{2}} \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}t_0 - \pi xt_0\right) + C_2 & (t \in (xt_0, t_0]) \end{cases} \quad (11)$$

根据边界条件  $\omega(0) = \omega_1, \omega(t_0) = \omega_2$ , 以及函数连续的条件,求解得

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = x\omega_2 + (1-x)\omega_1 \\ A_a = \frac{\pi(\omega_2 - \omega_1)}{2t_0} \end{cases} \quad (12)$$

因此角速度表达式为

$$\omega(t) = \begin{cases} -x(\omega_2 - \omega_1)A_a \cos\left(\frac{\pi}{2xt_0}t\right) + x\omega_2 + (1-x)\omega_1 & (t \in [0, xt_0]) \\ -(1-x)(\omega_2 - \omega_1) \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}t_0 - \pi xt_0\right) + x\omega_2 + (1-x)\omega_1 & (t \in (xt_0, t_0]) \end{cases} \quad (13)$$

系,同时代入边界条件进行计算,最后得到

$$\theta(t)=\begin{cases}-x(\omega_2-\omega_1)\frac{2xt_0}{\pi}\sin\frac{\pi}{2x t_0}t+[x\omega_2+(1-x)\omega_1]t+\theta_1 & (t\in[0,xt_0])\\-(1-x)(\omega_2-\omega_1)\frac{t_0-xt_0}{\frac{\pi}{2}}\sin\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{t_0-xt_0}t+\frac{\frac{\pi}{2}t_0-\pi xt_0}{t_0-xt_0}\right)+[x\omega_2+(1-x)\omega_1]t+\theta_2-[x\omega_2+(1-x)\omega_1]t_0 & (t\in(xt_0,t_0])\end{cases}$$

(14)

同时有

$$t_0=\frac{\theta_2-\theta_1}{(1-2x)(\omega_2-\omega_1)\frac{2}{\pi}+[x\omega_2+(1-x)\omega_1]}$$

(15)

伺服电机在工作过程中的角速度曲线如图 13 所示。根据  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_4$  确定选取的角速度极值角度范围即  $\theta_{12}$ 、 $\theta_{34}$ 、 $\theta_{41}$ 。其中, $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_4$  以及  $\omega_2$ 、 $\omega_3$  为已知参变量,而其余 3 个极值位置角度  $\theta_{12}$ 、 $\theta_{34}$ 、 $\theta_{41}$ ,角速度  $\omega_{12}$ 、 $\omega_{34}$ 、 $\omega_{41}$ ,5 个角度  $\theta_{12}$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_{34}$ 、 $\theta_{41}$ 之间的  $x_{12}$ 、 $x_{23}$ 、 $x_{34}$ 、 $x_{45}$ 、 $x_{51}$ 取值为需要优化的参变量。

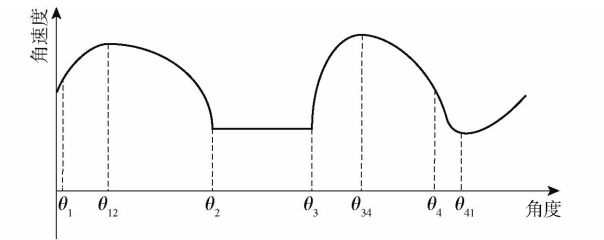


图 13 伺服电机整周工作的角速度曲线及关键点  
Fig. 13 Angular velocity curve and key points of servo motor working in whole cycle

3.2 滑块轨迹规划约束条件

约束条件主要考虑实际的生产加工状况,有:  
①换料时间  $t_{41} > 1.75\text{ s}$ 。② 5 个  $x$  的取值范围为  $0 \sim 1$ 。③ 3 个  $\theta$  的取值满足关键点角度范围。  
④滑块最大速度小于  $3.5\text{ m/s}$ 。⑤主动杆  $OA$  最大角速度小于  $0.8\pi\text{ rad/s}$ ,最小角速度大于  $\frac{1}{30}\pi\text{ rad/s}$ 。  
⑥滑块工作时速度小于  $2.5\text{ m/s}$ 。⑦伺服电机的动态限要求:伺服电机的动态限指的是在一次冲压周期内,产生的转矩应低于其理论转矩曲线,即,  $|T(uN_i, T_{ci})| - (1 - \chi)T(uN_i) \leq 0$ ,其中  $T(uN_i, T_{ci})$  是以伺服电机转速为横坐标、转矩为纵坐标描述的伺服电机实际转矩曲线,  $T(uN_i)$  是伺服电机理论转矩曲线,  $\chi$  为伺服电机安全裕度系数。⑧伺服电机的热极限要求:伺服电机的热极限指的是伺服电机在一次冲压周期内平均转速下的有效转矩应低于其理论热极限曲线,平均转速和有效转矩计算式为

$$N_{\text{mean}} = \sum_{i=1}^{360} \frac{u(N_i + N_{i+1})(t_{i+1} - t_i)}{2t_c}$$

(16)

$$T_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{360} T_{ci}^2(t_{i+1} - t_i)}{t_c}}$$

(17)

式中  $t_c$ ——伺服压力机冲压周期  
 $u$ ——传动比

电机要满足  $T(N_{\text{mean}}, T_{\text{rms}}) \leq T(Sl)$ ,前者为伺服电机实际热极限点,后者为伺服电机理论热极限曲线。

3.3 滑块轨迹规划目标函数

为实现效率与能耗的综合优化,确定综合优化目标函数为

$$f = \min \left( w_1 \frac{W}{W_{\text{max}}} + w_2 \frac{T}{T_{\text{max}}} \right)$$

(18)

其中

$$W = \int M\omega dt$$

$$T = t_{12} + t_{23} + t_{34} + t_{41}$$

式中  $W$ ——压力机周期能耗  
 $w_1$ 、 $w_2$ ——权重

$T$ ——压力机周期节拍时间

$W_{\text{max}} = 5.4 \times 10^6\text{ J}$ ,  $T_{\text{max}} = 6\text{ s}$ ,  $w_1$ 、 $w_2$  在此优化中均取 0.5,视为二者的优化效果相当,可根据实际需求进行调整。

4 优化结果分析

采用上述数学模型和遗传算法<sup>[22]</sup>进行电机转速和滑块轨迹的优化,得到优化结果如表 1 所示。

表 1 六连杆伺服电机的转速轨迹参数

Tab.1 Speed trajectory parameters of six-link servo motor

| 参数                                           | 初始值  | 优化值  |
|----------------------------------------------|------|------|
| $\theta_{12}/\text{rad}$                     | 1.05 | 1.12 |
| $\theta_{34}/\text{rad}$                     | 2.62 | 2.48 |
| $\theta_{41}/\text{rad}$                     | 5.24 | 5.86 |
| $\omega_{12}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$ | 0.24 | 0.32 |
| $\omega_{34}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$ | 2.09 | 2.41 |
| $\omega_{41}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$ | 2.09 | 2.41 |
| $x_{12}$                                     | 0.25 | 0.13 |
| $x_{23}$                                     | 0.25 | 0.52 |
| $x_{34}$                                     | 0.25 | 0.76 |
| $x_{45}$                                     | 0.25 | 0.31 |
| $x_{51}$                                     | 0.25 | 0.54 |

由表 1 取由目标函数得到的优化值,求解过程如图 14 所示。

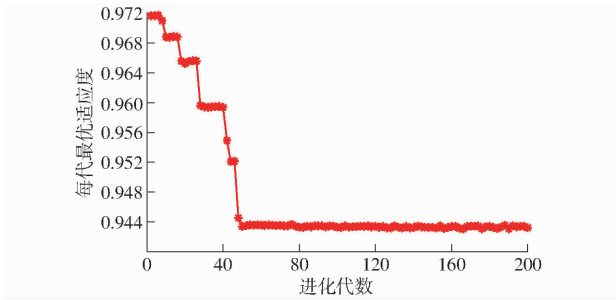


图 14 多目标求解过程图

Fig. 14 Diagram of multi-objective solution process

将表 1 优化后的数值建模得到电机优化后的曲柄转速和能耗对比见表 2。

| 表 2 目标值对比                          |        |         |
|------------------------------------|--------|---------|
| Tab. 2 Comparison of target values |        |         |
|                                    | 节拍时间/s | 周期内做功/J |
| 优化前                                | 4. 856 | 878 010 |
| 优化后                                | 4. 699 | 838 150 |

优化前后生产节拍时间如图 15 所示,其时间减小 3. 23%。

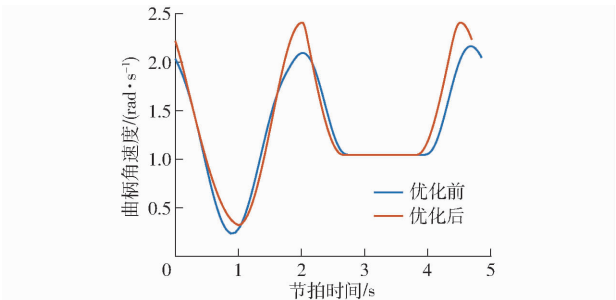


图 15 曲柄角速度曲线

Fig. 15 Crank rolling speed curves

优化前后曲柄转矩如图 16 所示,其能效提升 4. 54%。

图 17 为伺服电机在一个冲压周期内的动态限和热极限校核结果,伺服电机理论加载转矩和热极限点满足边界要求,伺服电机校核结果安全。

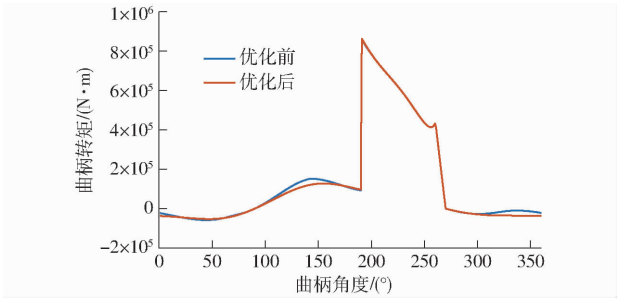


图 16 曲柄转矩曲线

Fig. 16 Crank torque curves

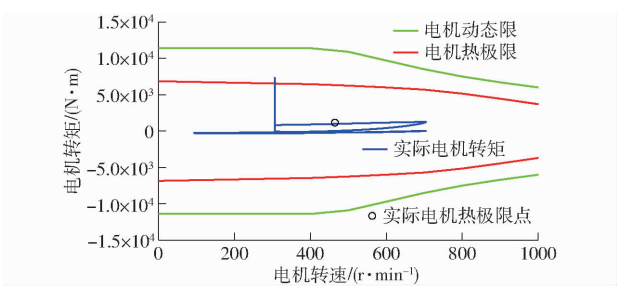


图 17 伺服电机动态限和热极限校核结果

Fig. 17 Calibration results for dynamic limits and thermal limits of servo motor

5 结论

(1) 建立了伺服压力机主传动机构的动力学模型,以库伦-粘性摩擦模型为基础考虑了其关节摩擦力,同时完善了滑块处的工作载荷模型,提高了模型的准确性。

(2) 改进了基于复合三角函数的伺服电机柔性加减速控制模型,既保留曲柄转速、加速度和加加速度变化连续的优势,避免了加减速过程对伺服压力机的柔性冲击,又优化了变速区间的时间占比,提高了生产效率,可用于伺服压力机拉深轨迹规划。

(3) 建立了大型伺服压力机高效拉深工艺轨迹规划数学模型,提出了综合冲压生产节拍最大化和能耗最低的优化目标,并提出了更全面有效的实际工程约束条件,优化结果表明,滑块运动轨迹更优。

参 考 文 献

[1] 彭发忠,王传英,柴恒辉,等. 基于分层结构的伺服压力机滑块轻量化设计[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2020, 60(12): 1016-1022.  
PENG Fazhong, WANG Chuanying, CHAI Henghui, et al. Lightweight slider design for a servo press based on its layered structure[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2020, 60(12): 1016-1022. (in Chinese)

[2] 彭发忠,张朋,王立平,等. 基于飞轮转速自适应规划的伺服线能量管理[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2020, 60(11): 927-933.  
PENG Fazhong, ZHANG Peng, WANG Liping, et al. Energy management of servo press lines based on flywheel speed adaptive planning[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2020, 60(11): 927-933. (in Chinese)

[3] 杨亮亮,许守金,史伟民,等. 始末速度不为零的 S 型加减速时间规划算法研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(23): 199-206.  
YANG Liangliang, XU Shoujin, SHI Weimin, et al. Research on S type acceleration and deceleration time planning algorithm with beginning and end speed non-zero[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(23): 199-206. (in Chinese)



- [4] 冯雪峰. 伺服压力机数控系统的设计与实现[D]. 南京: 东南大学, 2019.  
FENG Xuefeng. Design and implementation of servo-press CNC system[D]. Nanjing: Southeast University, 2019. (in Chinese)
- [5] 李志杰, 蔡力钢, 刘志峰. 加加速度连续的 S 型加减速规划算法[J]. 计算机集成制造系统, 2019, 25(5): 1192–1201.  
LI Zhijie, CAI Ligang, LIU Zhifeng. S type acceleration & deceleration fast planning algorithm with continuous jerk[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2019, 25(5): 1192–1201. (in Chinese)
- [6] 郝齐, 关立文, 王立平. 重载混联机床智能加减速控制算法对驱动力的影响[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2009, 49(11): 1770–1773, 1778.  
HAO Qi, GUAN Liwen, WANG Liping. Intelligent acceleration/deceleration control algorithm for drive force for a heavy duty hybrid machine tool[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2009, 49(11): 1770–1773, 1778. (in Chinese)
- [7] 刘志峰, 张森, 蔡力钢, 等. 基于粒子群优化五阶段 S 曲线加减速控制算法[J]. 北京工业大学学报, 2015, 41(5): 641–648.  
LIU Zhifeng, ZHANG Sen, CAI Ligang, et al. Five-phase S-curve method based on particle swarm optimization[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2015, 41(5): 641–648. (in Chinese)
- [8] 张相胜, 朱道坤, 潘丰. 数控加工中 S 型曲线柔性加减速控制算法研究[J]. 制造业自动化, 2020, 42(12): 68–73, 124.  
ZHANG Xiangsheng, ZHU Daokun, PAN Feng. Research on S-curve flexible Acc/Dec control algorithm in NC machining[J]. Manufacturing Automation, 2020, 42(12): 68–73, 124. (in Chinese)
- [9] CHEN J, YEH S, SUN J. An S-curve acceleration/deceleration design for CNC machine tools using quintic federate function[J]. Computer-Aided Design and Applications, 2011(4): 583–592.
- [10] 郭新贵, 李从心. 一种新型柔性加减速算法[J]. 上海交通大学学报, 2003, 37(2): 205–207, 212.  
GUO Xingui, LI Congxin. A new flexible acceleration and deceleration algorithm[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2003, 37(2): 205–207, 212. (in Chinese)
- [11] 陈岳云, 郭为忠, 高峰. 基于 NURBS 曲线的伺服压力机冲压过程建模与加工工艺轨迹规划[J]. 上海交通大学学报, 2009, 43(1): 138–142.  
CHEN Yueyun, GUO Weizhong, GAO Feng. NURBS-based feature modeling and trajectory planning for ram motion of servo mechanical presses[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2009, 43(1): 138–142. (in Chinese)
- [12] QU Juxin. Design and simulations of non-uniform velocity motion curves for a slider-crank servo press[J]. Assembly Automation, 2018, 38(3): 336–346.
- [13] 尚万峰, 赵升吨. 伺服压力机加工工艺的 Bezier 模型及其优化研究[J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(3): 31–35.  
SHANG Wanfeng, ZHAO Shengdun. Servo press processing Bezier-model with optimum[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2012, 46(3): 31–35. (in Chinese)
- [14] 曹如月, 张振乾, 李世超, 等. 基于改进 A\* 算法和 Bezier 曲线的多机协同全局路径规划[J]. 农业机械学报, 2021, 52(增刊): 548–554.  
CAO Ruyue, ZHANG Zhenqian, LI Shichao, et al. Multi-machine cooperation global path planning based on A-star algorithm and Bezier curve[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(Supp.): 548–554. (in Chinese)
- [15] 古劲, 吴泰羽, 李传军, 等. 基于改进三次 B 样条的灌木修剪运动轨迹光顺算法研究[J]. 农业机械学报, 2021, 52(增刊): 89–97.  
GU Jin, WU Taiyu, LI Chuanjun, et al. Trajectory fairing algorithm for shrub pruning based on improved cubic B-spline[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(Supp.): 89–97. (in Chinese)
- [16] CHENG Piying, CHEN Pinjun, LIN Yuting. Small mechanical press with double-axis servo system for forming of small metal products[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 68(9–12): 2371–2381.
- [17] 罗晖淼. 基于 Milne–Hamming 法的 NURBS 曲线插补算法及加减速控制研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020.  
LUO Huimiao. The research on interpolation algorithm of NURBS curve based on Milne–Hamming method and acceleration/deceleration control algorithm[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020. (in Chinese)
- [18] 宋清玉, 郭宝峰, 李建, 等. 伺服压力机柔性加减速控制算法[J]. 农业机械学报, 2013, 44(6): 269–273.  
SONG Qingyu, GUO Baofeng, LI Jian, et al. Flexible acceleration and deceleration control algorithm for servo press[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(6): 269–273. (in Chinese)
- [19] SONG Qingyu, GUO Baofeng, LI Jian. Drawing motion profile planning and optimizing for heavy servo press[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 69(9–12): 2819–2831.
- [20] ZHANG Zhigang, WANG Liping, CAO Yanke. Phase-Division-Based dynamic optimization of linkages for drawing servo presses[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 30(6): 1426–1437.
- [21] 曾宇翔. 连杆机构中摩擦对动力学特性的影响[D]. 深圳: 深圳大学, 2015.  
ZENG Yuxiang. The effects of friction on the dynamic characteristics of linkage[D]. Shenzhen: Shenzhen University, 2015. (in Chinese)
- [22] 叶绍干, 葛纪刚, 侯亮, 等. 基于遗传算法的轴向柱塞泵配流盘密封环结构多目标优化[J]. 农业机械学报, 2022, 53(1): 441–450.  
YE Shaogan, GE Jigang, HOU Liang, et al. Multi-objective optimization of cylinder/valve-plate sealing ring in axial piston pump based on genetic algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(1): 441–450. (in Chinese)