

3-PUS-PU 柔顺并联机构运动学分析与优化设计

周亚杰^{1,2} 李仕华^{1,2} 徐奇^{1,2} 张凤奎^{1,2}

(1.燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室,秦皇岛 066004;
2.燕山大学机械工程学院,秦皇岛 066004)

摘要:提出一种具有高精度、高刚度的3-PUS-PU柔顺并联机构,并对该机构进行运动学分析及优化设计。根据柔性铰链结构与机构间几何关系,对3-PUS-PU柔顺并联机构的运动原理进行阐述,并分析了该机构运动特性。采用空间闭环矢量法建立机构的运动学模型,对机构的输入-输出关系和速度特性进行了分析。基于力学理论,通过求解柔性铰链的极限转角,对机构的工作空间进行分析。根据机构的工作要求,提出定位精度指标和紧凑性指标,并进一步分析机构几何尺寸参数对其性能指标的影响。基于提出的性能指标,采用粒子群优化算法对机构的结构尺寸参数进行优化设计。结果表明,相比优化前,优化后的柔顺并联机构的定位精度提高25%,紧凑性提高81%,机构整体运动性能有了较大的提升,为后续样机研制提供了参考依据。

关键词:3-PUS-PU;柔顺并联机构;运动性能;粒子群算法;优化设计

中图分类号:TP242 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2022)09-0417-08 **OSID:** 

Kinematic Analysis and Optimal Design of 3-PUS-PU
Compliant Parallel Mechanism

ZHOU Yajie^{1,2} LI Shihua^{1,2} XU Qi^{1,2} ZHANG Fengkui^{1,2}

(1. Parallel Robot and Mechatronik System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China
2. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: The 3-PUS-PU compliant parallel mechanism with high precision and high stiffness was proposed. Its kinematic analysis and optimization design were carried out. According to the structure of the flexible hinges and the geometric relations of mechanisms, the motion principle of 3-PUS-PU compliant parallel mechanism was described, and the motion characteristics of the mechanism were analyzed. The kinematics model of the mechanism was established by the closed-loop vector method, and the input-output relationship and velocity characteristics of the mechanism were analyzed. Then, the limit angle of flexure hinges was analyzed based on the theory of elasticity. According to constraint conditions and geometric parameters, the workspace of the mechanism was obtained by the numerical search method. According to the work requirements of the mechanism, the performances of positioning accuracy and compact were proposed. Then, the influence of structure parameters of the mechanism on the performances were analyzed. Finally, the particle swarm optimization algorithm was adopted to optimize the size parameters of the mechanism. Compared with the original mechanism, the optimal mechanism was improved by 25% and 81% for positioning accuracy and compactness, respectively. The results showed that the optimal mechanism performance of the kinematics was good. It can provide guidance for the subsequent prototype development.

Key words: 3-PUS-PU; compliant parallel mechanisms; performance of the kinematics; particle swarm algorithm; optimal design

收稿日期:2021-09-27 修回日期:2021-10-19
基金项目:国家自然科学基金项目(51775475)和河北省军民融合项目(2020B030)
作者简介:周亚杰(1990—),男,博士生,主要从事柔性机构综合及分析理论研究,E-mail: 906789544@qq.com
通信作者:李仕华(1966—),男,教授,博士生导师,主要从事并联机器人技术及理论研究,E-mail: shli@ysu.edu.cn

0 引言

并联机构以其高精度、高刚度等优势,引起广泛的关注。其中,含恰约束支链的并联机构不仅能增大机构的承载能力,提升机构本身运动特性,而且不会影响原本机构的运动自由度,应用越来越广泛,大量学者对其进行了研究^[1-6]。叶伟等^[7]提出一种冗余驱动的三平移并联机构,对其进行运动学分析及优化设计。XU 等^[8]提出一种具有冗余驱动的 2-RPR-P 并联机构,对其驱动力进行分析。WANG 等^[9]提出一种具有恰约束分支的 3-SPS-S 并联机构,并对其运动学进行分析。LIANG 等^[10]基于 3-RPS 并联机构,采用五杆机构作为其恰约束运动链,设计得到一种具有恰约束支链的并联机构。

含恰约束支链的并联机构具有大的承载能力,但是传动精度过低的问题并未解决,而且由于加入了恰约束支链,增加了加工和装配难度。相比对应的刚性机构,柔顺机构作为一类利用材料的弹性变形来传递或转换运动、力或能量的机构,具有无间隙、无摩擦、免润滑、免装配等优点,能够实现高精度运动,大量的学者进行了相关研究^[11-14]。

为得到性能优良的柔顺机构,XU 等^[15]提出以偏差路径和应变能为性能指标对柔性四杆机构进行参数优化设计,得到运动轨迹最优的机构构型。PAN 等^[16]以柔顺度指标对三平移柔顺并联机构进行优化设计。CHAU 等^[17]针对具有柔性杆与刚性杆的机构运动精度不高的问题,提出一种智能优化算法,实现二自由度柔顺并联机构输出运动的优化设计。DWARSHUIS 等^[18]针对拓扑优化中变形量不易确定的问题,提出了一种运动学分析方法,实现了平面柔顺并联机构的运动学优化设计。崔浩洋^[19]设计一种具有两转一移(Two rotations and one translation, 2R1T)运动柔性并联机构并对其进行热力耦合优化分析。ZHAN 等^[20]基于映射约束法对平面三自由度柔性机构进行优化设计。ZHANG 等^[21]提出一种三自由恒力柔性机构,并以力的波动变化为优化目标进行多目标优化设计。而柔顺机构刚度不足一直是限制其进一步应用的重要因素。

为了得到高精度、高刚度的柔顺并联机构,对含恰约束支链的柔顺并联机构进行了相关研究。ZHANG 等^[22]基于 3-SPS-RPR 并联机构,采用刚体替换法设计得到一种新型三自由度柔性并联机构,并进行优化设计。崔学良等^[23]推导了 3-RPS-UPS 冗余驱动并联机构各支链的运动协调性方程,确立了冗余驱动支链的动力学方程,由此建立其目标阻抗控制模型。CHEN 等^[24]提出了 4-UPS-

UPU 柔性并联机构并对其建立了非线性弹性动力学模型,并对其动态响应、相图、动力学行为进行了分析。然而,含恰约束支链的柔顺并联机构的优化设计方面研究不足,对其运动学性能指标少有研究。

基于空间调姿机构高精度、高刚度的设计要求,通过引入恰约束支链的方式,提高机构刚度。本文提出一种具有恰约束支链的 3-PUS-PU 柔顺并联机构,并对其进行运动学和工作空间分析,考虑空间环境的特殊性和具体的工作要求,提出定位精度指标和紧凑性指标,并对该柔顺并联机构进行参数优化设计,以期为样机加工提供依据。

1 机构描述及运动学分析

1.1 机构描述

如图 1 所示,该柔顺并联机构由动平台、定平台、3 条完全相同的 PUS 柔顺支链和一条 PU 柔顺支链及 3 个音圈电机驱动器组成。柔顺支链中 P、U、S 分别表示柔性移动副、柔性虎克铰和柔性球铰。3 条 PUS 主动柔顺支链提供运动,而中间恰约束柔顺支链 PU 为机构提供约束,该机构能够实现两转一移运动,自由度为 3。

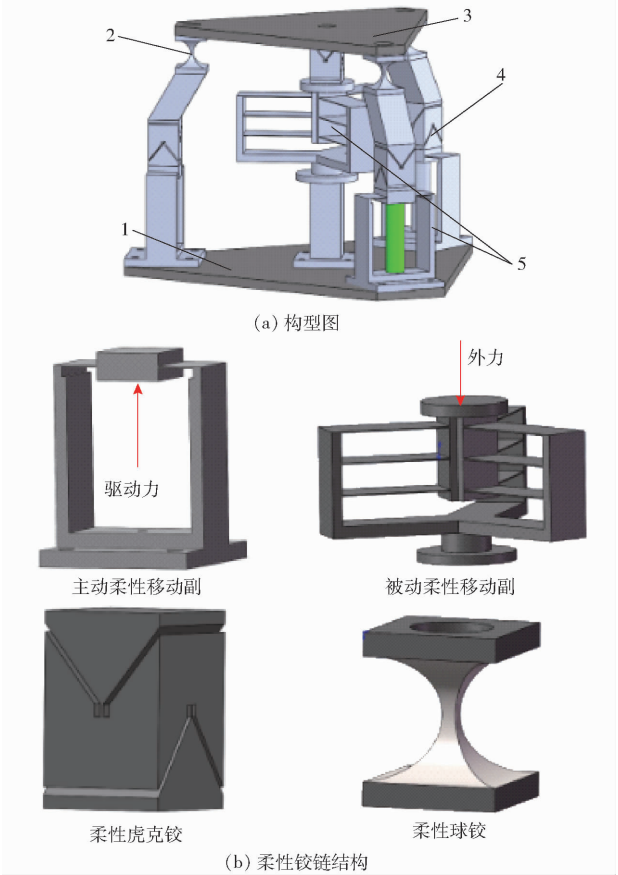


图 1 3-PUS-PU 柔顺并联机构

Fig. 1 3-PUS-PU compliant parallel mechanism

1. 定平台 2. 柔性球铰 3. 动平台 4. 柔性虎克铰 5. 柔性移动副

3-PUS-PU 柔顺并联机构中的柔性铰链的具体结构如图 1 所示。PUS 支链中的主动柔性 P 副采用平行四杆型柔性移动副,通过板簧的变形产生一个方向的位移。PU 支链中的被动柔性 P 副采用簧片组合型柔性移动副,多个簧片组合增大了该柔性铰链刚度,进一步保证了机构高刚度的实现;通过施加外力引起板簧变形,对称设计保证了其具有更好的直线运动能力。柔性 U 副采用簧片形式的柔性虎克铰,由两转动轴线相互垂直的柔性转动副组成,来实现两个方向的转动。柔性 S 副采用双轴正圆缺口型柔性铰链,依靠柔性材料的变形来实现运动。

1.2 位置逆解

建立如图 2 所示的坐标系。 $A_i (i=1,2,3)$ 表示 PUS 主动柔顺支链的 P 副与定平台相连的点; $B_i (i=1,2,3)$ 表示 PUS 主动柔顺支链的 S 副与动平台相连的点; $C_i (i=1,2,3)$ 表示 PUS 主动柔顺支链中柔性移动副与柔性虎克铰的交点; C_4 表示 PU 恰约束柔顺支链的移动副与柔性虎克铰的交点; B_4 在 $B_i (i=1,2,3)$ 张成的平面 B 上,且位于平面 B 的中心位置, A_0 在 $A_i (i=1,2,3)$ 张成的平面 A 上,且位于平面 A 的中心位置。以定平台中心 A_0 为原点建立基坐标系 $A_0X_0Y_0Z_0$,其中 Z_0 轴垂直定平台向上, X_0 轴与 A_0A_1 重合,方向由 A_0 指向 A_1 ,根据右手定则确定 Y_0 轴。在动平台中心 B_4 建立动坐标系 $B_4X_4Y_4Z_4$, Z_4 轴垂直于动平台向上,初始状态下动坐标系 $B_4X_4Y_4Z_4$ 与基坐标系 $A_0X_0Y_0Z_0$ 各轴平行。

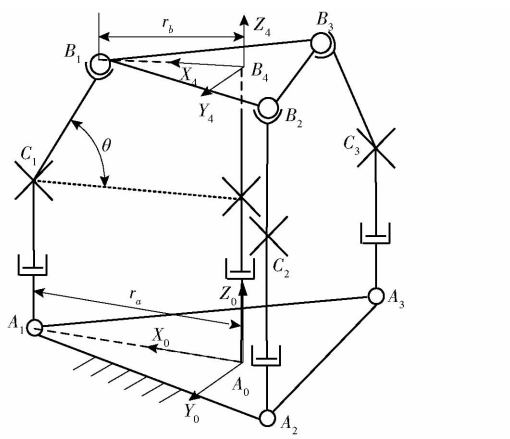


图 2 3-PUS-PU 柔顺并联机构结构简图

Fig. 2 Structural diagram of 3-PUS-PU compliant parallel mechanism

如图 2 所示,在基坐标系下,得到铰接点 A_i 和 $B_i (i=1,2,3)$ 的位置矢量,建立闭环约束矢量方程,从而求出位置逆解。

定平台铰点 A_i 在基坐标系 $A_0X_0Y_0Z_0$ 下的位置矢量为

$$\begin{cases} \mathbf{a}_1 = r_a [1 & 0 & 0]^T \\ \mathbf{a}_2 = r_a [-1/2 & \sqrt{3}/2 & 0]^T \\ \mathbf{a}_3 = r_a [-1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0]^T \end{cases} \quad (1)$$

在动坐标系 $B_4X_4Y_4Z_4$ 下动平台铰点 B_i 的位置矢量为

$$\begin{cases} \mathbf{b}_{10} = r_b [1 & 0 & 0]^T \\ \mathbf{b}_{20} = r_b [-1/2 & \sqrt{3}/2 & 0]^T \\ \mathbf{b}_{30} = r_b [-1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0]^T \end{cases} \quad (2)$$

在基坐标系中动坐标系原点 B_4 位置矢量为

$$\mathbf{r} = (x, y, z)^T \quad (3)$$

在基坐标系下动平台铰点 B_i 位置矢量为

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{R}_4 \mathbf{b}_{i0} \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{R}_4 = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha & -\sin\alpha\cos\beta \\ -\cos\alpha\sin\beta & \sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix}$$

式中

- r_a ——定平台外接圆半径
- r_b ——动平台外接圆半径
- $\mathbf{R}_4$ ——旋转变换矩阵
- α ——绕 X_0 轴旋转角
- β ——绕 Y_0 轴旋转角

根据空间闭环矢量法,在基坐标系 $A_0X_0Y_0Z_0$ 中,该柔顺并联机构闭环矢量约束方程为

$$\begin{cases} \mathbf{r} = q_4 \mathbf{w} \\ \mathbf{r} = \mathbf{a}_i + q_i \mathbf{w} + l_i \mathbf{w}_i - \mathbf{b}_i \quad (i=1,2,3) \end{cases} \quad (5)$$

式中

- q_i ——主动链中移动副长度
- $\mathbf{w}$ ——移动副单位矢量
- q_4 ——PU 支链杆长
- l_i ——各支链中定长杆长
- $\mathbf{w}_i$ ——各支链定长杆单位矢量

联立式(1)~(3)得到机构位置逆解表达式为

$$q_i = (\mathbf{r}^T + \mathbf{b}_i^T) \mathbf{w} - \sqrt{P - Q - l_i^2} \quad (6)$$

其中 $P = (\mathbf{r}^T \mathbf{w} + \mathbf{b}_i^T \mathbf{w})^2$ $Q = \|\mathbf{r} - \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i\|^2$

1.3 速度分析

根据 3-PUS-PU 柔顺并联机构的结构特点,将机构分解为 3-PUS 并联驱动子系统和 PU 串联约束子系统,分别得到并联部分的 Jacobian 矩阵和串联部分的 Jacobian 矩阵,进而建立整个机构的 Jacobian 矩阵,得到其速度之间的映射关系。

对于 3-PUS 并联驱动子系统,式(6)两边同时对时间求导可得

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_a \dot{\mathbf{L}} \quad (7)$$

其中

$$J_a = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{w}_1^T}{\mathbf{w}_1^T \mathbf{w}} & \frac{(\mathbf{b}_1 \times \mathbf{w}_1)^T}{\mathbf{w}_1^T \mathbf{w}} \\ \frac{\mathbf{w}_2^T}{\mathbf{w}_2^T \mathbf{w}} & \frac{(\mathbf{b}_2 \times \mathbf{w}_2)^T}{\mathbf{w}_2^T \mathbf{w}} \\ \frac{\mathbf{w}_3^T}{\mathbf{w}_3^T \mathbf{w}} & \frac{(\mathbf{b}_3 \times \mathbf{w}_3)^T}{\mathbf{w}_3^T \mathbf{w}} \end{bmatrix} v$$

$$\dot{\mathbf{L}} = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z] \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$$
$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3]$$

式中 $\dot{\mathbf{L}}$ ——动平台运动速度

$\omega_x、\omega_y、\omega_z$ —— $X、Y、Z$ 方向的角速度

$\dot{\mathbf{q}}$ ——驱动副运动速度

J_a ——该机构并联部分的 Jacobian 矩阵

对于中间 PU 串联约束子系统,旋转矩阵 $\mathbf{R}_4$ 的第 3 列恰为中间支链的单位向量。同时,动平台参考点 B_4 坐标 (x, y, z) 也可以表示中间支链的单位向量,由对应关系可得并联机构的约束方程,整理得

$$\begin{cases} x = \frac{z \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} \\ y = -\frac{z \sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} \end{cases} \quad (8)$$

动平台线速度和有效速度矢量之间关系为

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial z} & \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial \beta} \\ \frac{\partial y}{\partial z} & \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \beta} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_v \mathbf{L}_p \quad (9)$$

式中 $\mathbf{L}_p$ ——中间变量

$\mathbf{J}_v$ ——线速度对应的部分雅可比矩阵

动平台角速度和欧拉角 $\alpha、\beta$ 以及 z 之间关系为

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha \\ 0 & 0 & \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_\omega \mathbf{L}_p \quad (10)$$

式中 $\mathbf{J}_\omega$ ——角速度对应的部分雅可比矩阵

根据驱动方程和约束方程建立的运动学模型可以反映并联机构的整体运动特性,可以得到整个机构量纲统一的 Jacobian 矩阵

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_a \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_\omega \end{bmatrix} \quad (11)$$

2 工作空间分析

采用数值法中的极限边界搜索法^[25]进行工作空间的求解,首先确定机构杆长、运动副转角等约束条件,然后基于运动学位置逆解,采用极限边界搜索法得到机构的工作空间。

2.1 约束条件

3-PUS-PU 柔顺并联机构的驱动器限制是限制其工作空间一个关键因素,根据工作空间的要求,本文选择直线音圈电机作为驱动器,确定其进给量

$$-5 \text{ mm} \leq q_i \leq 5 \text{ mm} \quad (12)$$

3-PUS-PU 柔顺并联机构工作空间另一关键影响因素是转动副转动范围,故必须保证虎克铰和球铰偏转角都在一定范围内。

对于柔顺并联机构,柔性铰链的极限转角同样是决定其工作空间的关键。如图 3 所示,本文采用双轴正圆缺口型柔性球铰和簧片形式的柔性虎克铰。

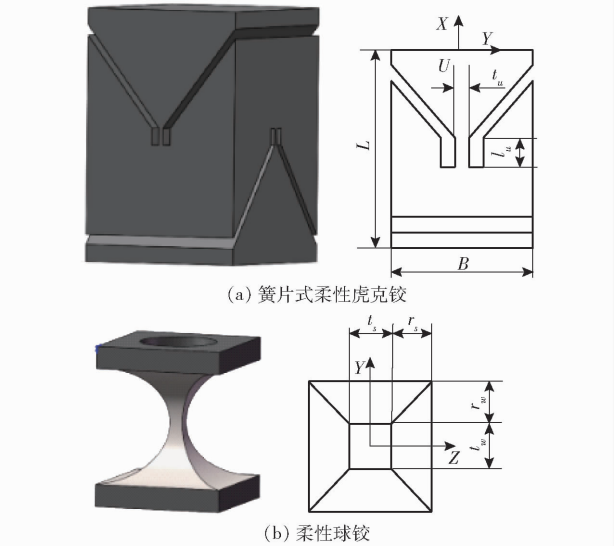


图 3 柔性铰链示意图

Fig. 3 Schematics of flexible hinges

基于力学理论^[26]求得柔性球铰和柔性虎克铰的极限转角为

$$\phi_{q\max} = \frac{W_z [\sigma]}{K_{\phi q}} \quad (13)$$

$$\phi_{h\max} = \frac{W_z [\sigma]}{K_{\phi h}} \quad (14)$$

式中 $K_{\phi q}$ ——柔性球铰转动刚度

$K_{\phi h}$ ——柔性虎克铰转动刚度

W_z ——抗弯截面系数

$[\sigma]$ ——许用弯曲应力

对于柔性球铰,影响其极限转角的尺寸参数主要为半径 r_s 和中截面(最窄截面)的宽 $2t_s$,其极限转角与铰链结构尺寸参数关系如图 4a 所示;对于柔性虎克铰,其极限转角主要取决于簧片厚度 t_u 和长度 l_u ,其极限转角与铰链结构尺寸参数的关系如图 4b 所示。

由图 4a 可看出,柔性球铰极限转角随着半径 r_s 的增大而增大,初始变化比较平缓,当其大于某值时,转角呈指数式增大;极限转角随着最小截面 t_s 的

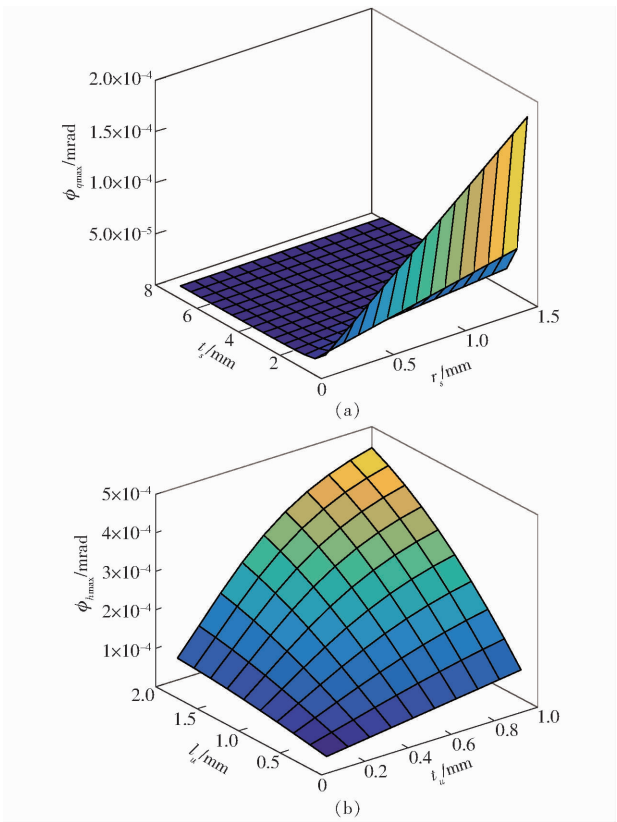


图 4 极限转角
Fig. 4 Maximum rotational angle

减小而增大,初始变化比较平缓,当其小于某值时,同样出现呈指数式增加的情况。由图 4b 可以看出,柔性虎克铰极限转角随着长度 l_u 增加而增大,随着厚度 t_u 减小而增大,且其厚度 t_u 对其影响更加明显。

空间调姿机构的工作空间需要达到毫米级行程和角分级转角,首先需保证柔顺虎克铰的转动范围大于 0.5° ,柔性球铰转动范围大于 0.2° ,确定柔性铰链结构参数如表 1 所示。

表 1 柔性铰链结构尺寸参数

Tab.1 Structure size parameters of flexure hinges					
mm					
参数	L	B	H	t_u	l_u
数值	30	20	20	1	2
参数	r_w	t_w	r_s	t_s	
数值	9.5	1	9.5	1	

2.2 工作空间

3-PUS-PU 柔顺并联机构的可达工作空间指其动平台上参考点所能达到的空间范围,选取 $r_b = 120\text{ mm}$, $r_a = 150\text{ mm}$, $\theta = 60^\circ$ (定平台与 PUS 支链定杆的夹角,图 2),采用数值搜索法,得到 3-PUS-PU 柔顺并联机构的可达工作空间,如图 5 所示。

由图 5 可以看出,3-PUS-PU 柔顺并联机构的工作空间关于 XOZ 平面和 YOZ 平面对称,具有很好的对称性,整个工作空间内部没有空洞,连续

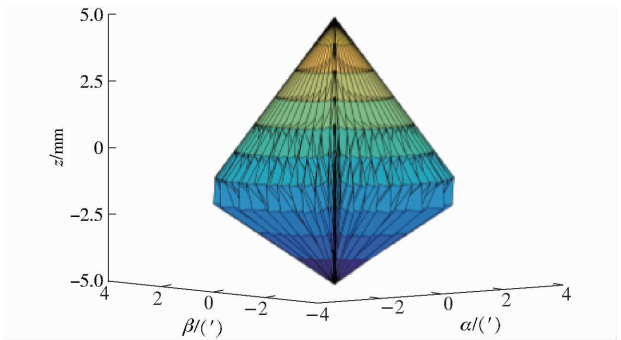


图 5 3-PUS-PU 柔顺并联机构的工作空间
Fig.5 Workspace of 3-PUS-PU compliant parallel mechanism

性好。

其中绕 X 轴和 Y 轴的最大转动范围 $\alpha = \beta = \pm 2.5'$,沿 Z 轴方向的位移最大行程 $z = \pm 5\text{ mm}$ 。由于其 z 向的位移由驱动副决定,所以不予考虑,用 α 和 β 两者之间的乘积表征工作空间 V_s ,即

$$V_s = \alpha\beta \tag{15}$$

3 性能指标分析

考虑空间调姿机构的工作需求及特殊的工作环境,提出定位精度指标和紧凑性指标,分析机构关键结构尺寸参数对其性能指标的影响。

3.1 定位精度指标

机构的 Jacobian 矩阵能够表征柔顺并联机构的运动学性能,误差放大因子能够表征柔顺机构的定位精度。即假设驱动单元输入速度有偏差 δ_q ,则动平台运动速度也会有偏差 δ_p ,可得

$$\begin{cases} \dot{q} = J\dot{P} \\ J^{-1}\delta_q = \delta_p \end{cases} \tag{16}$$

对式(16)两边取范数可得

$$\frac{\|\delta_p\|}{\|\dot{P}\|} \leqslant C(J) \leqslant \frac{\|\delta_q\|}{\|\dot{q}\|} \tag{17}$$

其中 $C(J) = \|J\| \|J^{-1}\| = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \tag{18}$

式中 $\lambda_{\max}$ —— J 的奇异值 λ_i 最大值
 $\lambda_{\min}$ —— J 的奇异值 λ_i 最小值

$\frac{1}{C(J)}$ 相当于误差放大因子,可表征机构的定位精度,其与柔顺并联机构的定、动平台外接圆半径 r_a 、 r_b 和定长杆与定平台夹角 θ 有关,在结构参数范围内 $\frac{1}{C(J)}$ 越大表示其定位精度越高。通过对比

$\frac{1}{C(J)}$ 判断空间调姿机构的定位精度。

3.2 紧凑性指标

受使用条件的限制,对空间调姿机构大小提出

了很高的要求,为表征工作空间与机构大小的关系,提出紧凑性指标。初始状态下动、定平台半径和高度乘积 V 表示其空间占用体积,空间调姿机构工作空间用 V_s 表示,将 V_s 与 V 的比值表征机构的相对占用空间,定义紧凑性指标 E_v 为

$$E_v = \frac{V_s}{V}$$

(19)

为满足应用需求,需要保证机构具有紧凑的结构;为满足空间任务需求,需要保证调姿机构具有大的工作空间,在合理的结构尺寸范围内 E_v 越小表示其紧凑性越好。

3.3 灵敏度分析

3-PUS-PU 柔顺并联机构的主要结构参数为 r_b 、 r_a 和 θ 。采用保持变量法,分析机构的结构参数对定位精度和紧凑性的影响。

当保持 $\theta = 60^\circ$ 不变,得到 $\frac{1}{C(J)}$ 随 r_b 和 r_a 的变化规律,如图 6a 所示;当保持 $r_b = 120\text{ mm}$, $r_a = 150\text{ mm}$ 不变,得到 $\frac{1}{C(J)}$ 随 θ 的变化规律,如图 6b 所示。当保持 $r_b = 120\text{ mm}$, $r_a = 150\text{ mm}$ 不变, E_v 随 θ 的变化规律如图 7a 所示,当保持 $\theta = 60^\circ$ 不变, E_v 随 r_b 和 r_a 的变化规律如图 7b 所示。

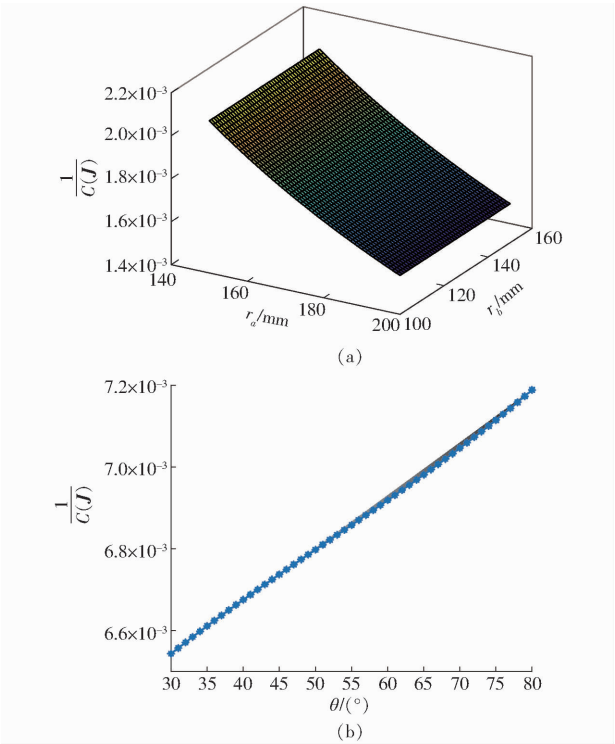


图 6 $\frac{1}{C(J)}$ 的变化规律

Fig. 6 Change rules of $\frac{1}{C(J)}$

由图 6a 可以看出,随着动平台外接圆半径变大 $\frac{1}{C(J)}$ 逐渐变小,精度变得越来越差;随着定平台外

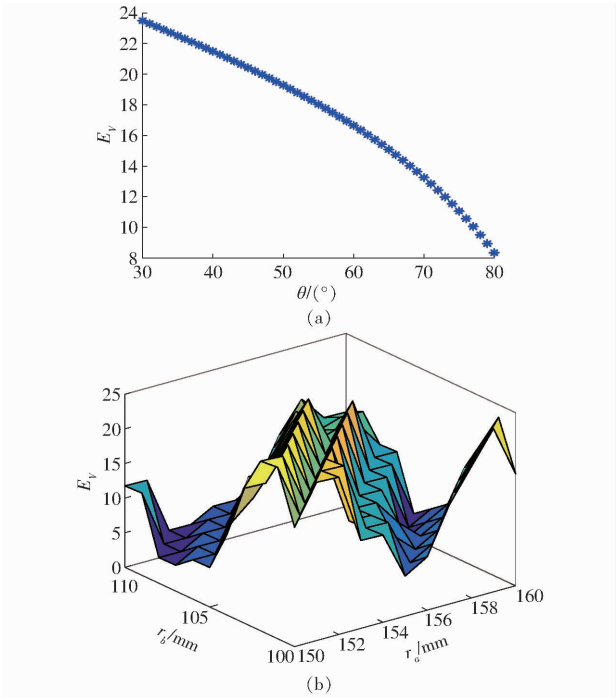


图 7 E_v 的变化规律

Fig. 7 Change rules of E_v

接圆半径逐渐变大, $\frac{1}{C(J)}$ 基本没有变化,表示定平台外接圆半径对其变化影响不大。由图 6b 中可以看出,随着柔顺并联机构的夹角 θ 逐渐增大, $\frac{1}{C(J)}$ 逐渐变大。由图 7a 可以看出,随着夹角 θ 逐渐增大,调姿机构的 E_v 变得越来越小,紧凑性越来越好;由图 7b 可以看出, E_v 与动平台外接圆半径和定平台外接圆半径相关,且其定平台外接圆半径对其影响较大。

4 优化设计

4.1 数学模型建立

为得到一个确定的 3-PUS-PU 柔顺并联机构,需要确定 3 个设计变量,即 r_a 、 r_b 和 θ (图 2)。

对于 3-PUS-PU 柔顺并联机构,在工作空间足够且精度满足要求的前提下,通常希望机构结构越紧凑越好。根据第 3 节提出的定位精度指标和紧凑性指标,采用分配权重因子法将两个指标统一,得到机构的目标函数

$$J = \min \left\{ \frac{1}{10} \left[\sum_{i=1}^{10} n_1 C(J_i) + n_2 E_{vi} \right] \right\} \quad (20)$$

其中 $n_1 + n_2 = 1$

式中 n_1 、 n_2 ——权重因子

$C(J_i)$ ——第 i 个位姿的雅可比矩阵条件数

E_{vi} ——第 i 个位姿的机构体积比

为保证 3-PUS-PU 柔顺并联机构设计方案的可行性,考虑实际的工况条件,给出 3-PUS-PU 柔

顺并联机构的各设计变量的变化范围及初始值,如表 2 所示。

表 2 机构主要设计变量
Tab.2 Key design parameters of mechanism

设计变量	初值	边界条件
r_a/mm	150	$[150,200]$
r_b/mm	120	$[80,150]$
$\theta/(\text{^\circ})$	60	$[30,80]$

4.2 优化算例

根据目标函数的比重,选取 $n_1 = 0.8, n_2 = 0.2$ 代入式 (20), 得到目标函数, 采用粒子群算法 (PSO) 对 3-PUS-PU 柔顺并联机构进行结构参数优化计算, 其中 PSO 的参数选择直接影响优化结果。本优化主要的 PSO 参数配置如表 3 所示, 优化结果如表 4 所示, 目标函数随迭代次数变化曲线如图 8 所示。

表 3 粒子群算法参数
Tab.3 Parameters of particle swarm optimization

参数	种群大小	速度限制	惯性权重	自我学习因子	群体学习因子
数值	30	$[-1,1]$	0.8	0.9	0.9

表 4 优化结果
Tab.4 Optimal results

项目	r_a/mm	r_b/mm	$\theta/(\text{^\circ})$	定位精度	紧凑性	目标函数	运行时间/s
优化前	150	120	60	2.10×10^{-3}	17.38	0.028	
优化后	200	135.25	79.8	1.58×10^{-3}	1.87	0.022	112.2

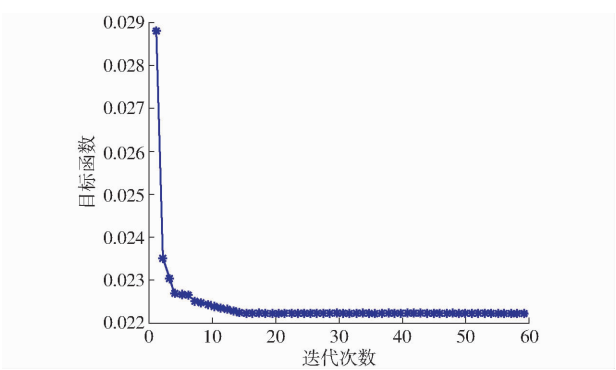


图 8 目标函数变化曲线

Fig.8 Curve of objective function values

由图 8 可以看出,随着迭代次数逐渐增大,目标函数逐渐趋于某一固定值,大约在第 20 次迭代,达

到最优值,迭代速度较快。由此可以看出,建立的优化模型及选择的优化算法是正确、有效的。

由表 4 可以看出,优化后的 3-PUS-PU 柔顺并联机构的定平台外接圆半径 r_a 、动平台外接圆半径 r_b 和夹角 θ 都有所增大,其中 r_a 和 r_b 增大令机构的横向尺寸变大而 θ 的增大令机构的纵向尺寸有所减小,通过计算可以得到该机构的整体占用空间有所降低。

定位精度指标和紧凑性指标相比原方案有明显的增加,定位精度指标增加 25%,紧凑性指标增加 81%,最优目标函数提高 25%。考虑到机构的实际加工精度和制造成本,将优化后设计的参数圆整,得到一组机构的优化设计参数为: $r_a = 200\text{ mm}, r_b = 135\text{ mm}, \theta = 80^\circ$ 。并得到最优结果的机构的工作空间,如图 9 所示。

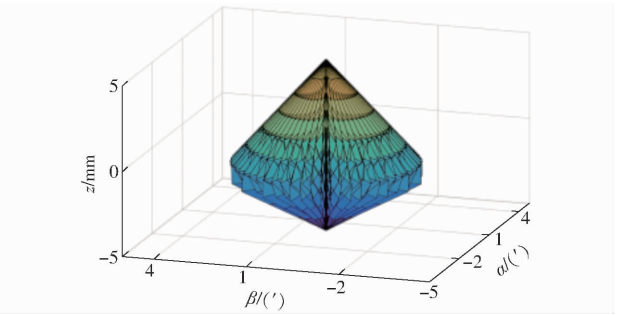


图 9 机构优化后工作空间

Fig.9 Workspace after optimization

图 9 表示优化后这组设计参数对应并联机构的工作空间,与未优化前相比,其工作空间由 $\pm 2.5'$ 增加到 $\pm 2.56'$ 。优化后机构的空间占用体积降低,工作空间增大,即紧凑性指标有所增大。由此可知,优化后并联机构的结构更加紧凑,具有良好的工作能力。该组优化设计参数可为后续 3-PUS-PU 柔顺并联机构的样机设计提供参考。

5 结论

- (1)提出了一种新型高精度、高刚度的三自由度柔顺并联空间调姿机构。
- (2)建立了机构的运动学模型,分析了机构的工作空间,进一步提出了定位精度和紧凑性指标。
- (3)采用粒子群优化算法,对该机构进行了尺寸优化设计。结果表明,优化后的机构定位精度指标提高了 25%,紧凑性指标提高了 81%。

参 考 文 献

[1] 王庚祥, 刘宏昭, 原大宁. 空间 4-SPS/CU 并联机构的受力分析[J]. 农业工程学报, 2012, 28(22): 30-38.
WANG Gengxiang, LIU Hongzhao, YUAN Daning. Force analysis of spatial 4-SPS/CU parallel mechanism[J]. Transactions of the CSAE, 2012, 28(22): 30-38. (in Chinese)

[2] 王庚祥, 原大宁, 刘宏昭, 等. 空间 4-SPS/CU 并联机构运动学分析[J]. 农业机械学报, 2012, 43(3): 207-212.

- WANG Gengxiang, YUAN Daning, LIU Hongzhao, et al. Kinematics analysis of spatial 4-SPS/CU parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(3): 207-212. (in Chinese)
- [3] VARALAKSHMI K V, SRINIVAS J. Optimized configurations of kinematically redundant planar parallel manipulator following a desired trajectory[J]. Procedia Technology, 2014, 14: 133-140.
- [4] WEN S H, QIN G Q, ZHANG B W, et al. The study of model predictive control algorithm based on the force/position control scheme of the 5-DOF redundant actuation parallel robot[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2016, 79: 12-25.
- [5] 张海强, 房海蓉. 含约束支链的冗余驱动并联机构性能分析[J]. 北京交通大学学报, 2018, 42(1): 133-138. ZHANG Haiqiang, FANG Hairong. Performance analysis of a redundantly actuated parallel manipulator with suitable constraint branch[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2018, 42(1): 133-138. (in Chinese)
- [6] 刘晓飞, 唐艳华, 刘鑫, 等. 含约束支链的冗余驱动并联机构动力学性能优化[J]. 农业机械学报, 2021, 52(5): 378-385. LIU Xiaofei, TANG Yanhua, LIU Xin, et al. Dynamics performance optimization for redundantly actuated parallel manipulator with constraint branch[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(8): 378-385. (in Chinese)
- [7] 叶伟, 胡利焕, 夏董新, 等. 冗余驱动的三平动并联机构性能分析与优化[J]. 农业机械学报, 2021, 52(11): 421-430. YE Wei, HU Lihuan, XIA Dongxin, et al. Performance analysis and optimization of redundantly actuated three translational parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(11): 421-430. (in Chinese)
- [8] XU Y D, JIANG Z, JU Z J, et al. Force analysis of the redundantly actuated parallel mechanism 2RPR+P considering different control methodologies[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2021(1): 1-11.
- [9] WANG L T, LI J, ZHAO L. Kinematic analysis and speed control of 3SPS-1S parallel mechanism for end actuator of segment erector[C]//12th International Conference on Intelligent Robotics and Applications, ICIRA 2019.
- [10] LIANG X H, TAKEDA Y. Transmission index of a class of parallel manipulators with 3-RS(SR) primary structures based on pressure angle and equivalent mechanism with 2-SS chains replacing RS chain[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 139: 359-378.
- [11] 于靖军, 郝广波, 陈贵敏, 等. 柔性机构及其应用研究进展[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 53-68. YU Jingjun, HAO Guangbo, CHEN Guimin, et al. State of art of compliant mechanisms and their applications[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 53-68. (in Chinese)
- [12] GARAI GORDO BIL A, ANSOLA R, VEGUERÍA E, et al. Overhang constraint for topology optimization of self-supported compliant mechanisms considering additive manufacturing[J]. Computer-Aided Design, 2019, 109: 33-48.
- [13] WANG N F, LIANG X H, ZHANG X M. Pseudo-rigid-body model for corrugated cantilever beam used in compliant mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 27(1): 122-129.
- [14] BEN ABDALLAH M A, KHEMILI I, AIFA OUI N. Flexible slider crank mechanism synthesis using meta-heuristic optimization techniques: a new designer tool assistance for a compliant mechanism synthesis[J]. Artificial Intelligence Review, 2019, 53(4): 2809-2840.
- [15] XU Ke, LIU Haitao, YUE Wei, et al. Kinematic modeling and optimal design of a partially compliant four-bar linkage using elliptic integral solution[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 157: 1-15.
- [16] PAN H, CHEN G L, KANG Y Z, et al. Design and kinematic analysis of a flexible-link parallel mechanism with a spatially quasi-translational end effector[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2020, 13(1): 1-17.
- [17] CHAU N L, TRAN N T, DAO T P. Design optimization for a compliant mechanism based on computational intelligence method[J]. Neural Computing and Applications, 2021, 21: 1-23.
- [18] DWARSHUIS K, AARTS R, ELLENBROEK M, et al. Kinematically started efficient position analysis of deformed compliant mechanisms utilizing data of standard joints[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 152: 1-22.
- [19] 崔浩洋. 一类三自由度柔性并联机构分析与研究[D]. 邯郸: 河北工程大学, 2016. CUI Haoyang. Analysis and research on a class of three-freedom flexible parallel mechanism[D]. Handan: Hebei Engineering University, 2016. (in Chinese)
- [20] ZHAN W H, HE X H, YANG J M, et al. Optimal design method for 3-DOF planar compliant mechanisms based on mapping matrix constraints[J]. Structures, 2020, 26: 1-5.
- [21] ZHANG X Z, XU Q S. Design and development of a new 3-DOF active-type constant-force compliant parallel stage[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 140: 654-665.
- [22] ZHANG D, GAO Z, FASSI I. Design optimization of a spatial hybrid mechanism for micromanipulation[J]. International Journal of Mechanics and Materials in Design, 2011, 7(1): 55-70.
- [23] 崔学良, 陈五一, 韩先国, 等. 冗余驱动支链对3RPS并联机构刚度的改善[J]. 中国机械工程, 2015, 26(23): 3162-3167. CUI Xueliang, CHEN Wuyi, HAN Xianguo, et al. Improvement of stiffness of 3RPS parallel mechanism by redundant driving branch chain[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(23): 3162-3167. (in Chinese)
- [24] CHEN X L, WU L K, DENG Y, et al. Dynamic response analysis and chaos identification of 4-UPS-UPU flexible spatial parallel mechanism[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 87(4): 2311-2324.
- [25] 王启明, 张汉祖, 蒋江月, 等. 平面平台型6-PSS并联机构构型选择与参数优化[J]. 农业机械学报, 2022, 53(5): 449-458. WANG Qiming, ZHANG Hanzu, JIANG Jiangyue, et al. Configuration selection and parameter optimization of 6-PSS parallel mechanism with planar platform[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(5): 449-458. (in Chinese)
- [26] LOBONTIU N. Compliance-based modeling and design of straight-axis/circular-axis flexible hinges with small out-of-plane deformations[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 80: 166-183.