

基于改进 LOAM 的森林样地调查系统设计与试验

范永祥¹ 冯仲科² 申朝永³ 闫飞² 苏珏颖² 王蔚²

(1. 季华实验室, 佛山 528000; 2. 北京林业大学精准林业北京市重点实验室, 北京 100083;
3. 贵州省第三测绘院, 贵阳 550004)

摘要: 森林中线、面特征较少等,导致 LOAM 算法去畸变及配准精度低、鲁棒性差,很难将该算法直接用于森林调查。为此以 LOAM 算法为基础设计了 LiDAR SLAM 森林样地调查系统,在 SLAM 系统工作流程中剔除了遮挡线特征,避免视点与立木切线点作为线特征参与运算;引入二次去畸变、二次配准等模块提高了去畸变、配准的鲁棒性及精度;该系统将激光雷达测量精度、位姿估计精度等先验信息引入去畸变及配准优化算法中,提高去畸变及配准精度。使用 32 线激光雷达扫描了 4 块 32 m × 32 m 的森林样地,利用 LiDAR SLAM 森林样地调查系统完成样地建图,利用该点云提取的立木位置及胸径与参考数据对比,完成了新型 SLAM 样地调查系统在森林中建图精度的间接评估。结果显示:立木位置估计值在 x 、 y 轴方向的平均误差分别为 -0.004 m 和 -0.011 m, x 、 y 轴方向均方根误差分别为 0.081 m 和 0.083 m;胸径估计值的偏差为 0.25 cm (相对偏差为 1.18%),均方根误差为 1.03 cm (相对均方根误差为 5.53%);经与 LOAM 估计结果相比,改进系统获取的立木位置及胸径精度均提高。结果表明,所设计的 LiDAR SLAM 森林样地调查系统可用于多线激光雷达扫描森林样地数据的处理,是一种可精确进行森林样地调查的解决方案。

关键词: 森林; 样地调查; 激光雷达; SLAM; LOAM 算法

中图分类号: S758.7 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2022)07-0291-10 **OSID:** 

Design and Experiment of Forest Plot Survey System Based on Improved LOAM

FAN Yongxiang¹ FENG Zhongke² SHEN Chaoyong³ YAN Fei² SU Jueying² WANG Wei²

(1. Jihua Laboratory, Foshan 528000, China

2. Precision Forestry Key Laboratory of Beijing, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China

3. The Third Surveying and Mapping Institute of Guizhou Province, Guiyang 550004, China)

Abstract: The LiDAR frame data can be processed by LiDAR SLAM algorithms to obtain target point cloud of forest plots. As a SLAM algorithm, LOAM can locate and map by extracting line and surface features, which has the advantages of fast computing speed and better robustness than ICP algorithm. However, it is difficult to use this algorithm directly in forest inventory due to poor lines and surface features in forests. A forest LiDAR SLAM system was developed to address the problem as follows: the modules of secondary de-distortion and secondary registration were introduced into the workflow of the new SLAM system to improve the robustness and accuracy of location and mapping; and the priori information, such as LiDAR device measurement accuracy and positional estimation accuracy, was introduced into the optimization algorithm of the de-distortion and registration to improve SLAM accuracy. Four 32 m × 32 m forest sample plots were scanned by 32-line LiDAR, and the raw data for the plot point clouds were processed by using the forest SLAM system. An indirect evaluation of the mapping accuracy of the system in forests was completed by comparing the tree position and DBH extracted from the point clouds with the reference data. The results showed that the mean error of the tree position estimates in the x -axis and y -axis directions were -0.004 m and -0.011 m, respectively. The root mean square error (RMSE) in the x -axis and y -axis directions were 0.081 m and 0.083 m, respectively. The deviation of

收稿日期: 2022-03-15 修回日期: 2022-04-27
基金项目: 季华实验室青年创新基金项目(X201171XE200)和贵州省优秀青年科技人才计划项目(黔科合平台人才[2021]5615)
作者简介: 范永祥(1989—),男,助理研究员,主要从事 SLAM 算法及其在林业中的应用研究,E-mail: fanyx@jihualab.ac.cn
通信作者: 申朝永(1980—),男,研究员,主要从事精准林业、测绘与 3S 集成研究,E-mail: 46596159@qq.com

the DBH estimates was 0.25 cm (relative deviation of 1.18%) and the RMSE was 1.03 cm (relative RMSE of 5.53%). And the estimates had higher accuracy compared with the LOAM system estimates. The results showed that the forest LiDAR SLAM system can be used for processing of the plot data scanned by multi-line LiDAR. It was a potential solution for accurate forest inventory.

Key words: forest; plot survey; LiDAR; SLAM; LOAM

0 引言

森林资源及其监测所获取的可靠信息可以为不同层级、不同目标的林业部门制定可持续发展政策、投资决策等提供支持,从而为森林培育、森林采伐、气候变化影响评估、火灾模型和碳储量估算等奠定基础^[1]。森林资源清查是获取森林资源信息的重要途径。由于不同层级的使用者对森林资源信息的使用目的不同,所关心的森林资源属性也不尽相同^[2]。为满足清查目的,需要根据森林资源及所要求的精度制定不同的调查策略。样地调查是一种重要的森林资源清查方法,其通过在研究区域合理布设样地,然后对样地的森林属性进行调查、统计,从而反演出整个区域总体或平均的森林属性^[3]。通常样地直接调查的属性包含树种、胸径、树高及立木位置等,生物量、碳储量等则可通过以上属性构建的反演模型进行估计^[4]。传统样地调查中,使用一些简单的仪器进行森林调查(如使用胸径尺或卡尺完成胸径测量,使用罗盘及皮尺等完成立木位置测量),这些方法不仅耗时耗力,且无法克服观测者主观因素的干扰。随着测距、测角等相关技术的发展,Laser-relascope^[5]、电子测树枪^[6]等设备提供了同时测量树木胸径、树高、位置等的一体化解决方案,但仍然无法克服安装复杂、观测难、受主观因素干扰等问题。

随着传感器技术的发展以及计算机运算能力的增强,通过点云提取样地单木及林分信息的方法得到快速发展。点云通常通过数字摄影测量技术、ToF(Time of flight)技术等获取。数字摄影测量系统通常以相机作为观测传感器,利用相机记录的纹理信息及角度重建被观测目标的三维采样及三维模型,但由于森林中植被遮挡严重,很难单纯利用摄影测量技术高效完成样地调查;此外,由于林下纹理过于复杂,很难形成样地完整三维点云^[7-9]。ToF相机^[10-13]由于其分辨率低、测距精度低且易受自然光线等影响,也不足以高效完成样地调查^[14-15]。

相比于普通相机及 ToF 相机,激光雷达(Light detection and ranging, LiDAR)具有高效、不受自然光线影响等特性,是近年来比较流行的样地清查解决方案^[16]。地基激光雷达(Terrestrial laser scanning,

TLS)单次扫描由于仅有一个扫描视角,立木遮挡将无法获取到较大样地的完整三维数据,这导致所提取样地属性精度降低或无法获取到完整的样地属性^[17-18]。多次扫描虽然避免了数据遗漏问题,但合并各站点扫描数据具有一定难度,且在大样地中布设太多站点耗时费力,TLS 不适合在较大的样地中使用^[19-20]。移动激光雷达系统(Mobile laser scanning, MLS)通常指以 GNSS(Global navigation satellite system)、IMU(Inertial measurement unit)、激光雷达为主要传感器的运动平台,其通过在样地中动态采集样地数据,后处理时利用 GNSS + IMU 组合获取的姿轨曲线拼接激光雷达数据^[21-22];但通常森林郁闭度较高,受树冠遮挡影响,GNSS 接收机很难在林下正常工作。即时定位及建图(Simultaneous localization and mapping, SLAM)技术的出现使得在林下无 GNSS 信号的区域定位成为可能^[23-26]。随着 SLAM 算法的改进,单台多线激光雷达采集数据即可完成定位及建图,单激光雷达相比于 TLS、MLS 等具有设备简单、成本低等优势,其中一种典型的 LiDAR SLAM 算法为 LOAM(LiDAR odometry and mapping in real-time)^[27-30],该算法以单帧数据中面特征、线特征为单帧去畸变、配准等过程的特征,具有计算速度快等优势;由于森林中线、面特征较少,单帧去畸变过程可能引入较大误差,导致配准精度低、构建点云噪声大等,故很难将该算法直接用于森林调查中。

针对以上问题,本文以 LOAM 为基础构建森林样地调查系统。在 SLAM 系统工作流中引入二次去畸变、二次配准等模块以提高去畸变、配准的鲁棒性及精度;使用 32 线激光雷达扫描 4 块 32 m × 32 m 的森林样地,利用改进的 LOAM 系统完成样地建图;从点云提取立木位置及胸径,并通过参考数据及 LOAM 估计结果对比,完成 LiDAR SLAM 系统在森林样地中建图精度的间接评估。

1 LOAM 算法及其变体

LOAM 是一种利用线、面特征完成定位及建图的 LiDAR SLAM 算法,可实现单激光雷达建图或配合 IMU 松耦合式建图^[27]。在数据采集时,仅要求在静置状态下开启数据记录,以保证起始帧数据为

无运动畸变帧即可。所采集数据序列可设为 $\{\bar{P}_0, P_1 \cdots P_k \cdots P_n\}$, 其中 P_k 为第 k 帧点云或 t_k 时刻至 t_{k+1} 时刻扫描点云, $\bar{P}_0$ 为起始扫描无运动畸变帧点云。

在处理连续单帧 LiDAR 数据时(以第 k 帧 P_k 为例)具体步骤为:

(1) 基于曲率提取单帧点云数据中的线、面特征。

(2) 假设 P_k 扫描期间雷达做匀速运动, 即若 t_k 时刻至 t_{k+1} 时刻雷达位姿变换量为

$$\Delta T_{k,k+1} = [\Delta t_x \quad \Delta t_y \quad \Delta t_z \quad \Delta \theta_x \quad \Delta \theta_y \quad \Delta \theta_z] \quad (1)$$

式中 $[\Delta t_x \quad \Delta t_y \quad \Delta t_z]$ —— x, y, z 三轴方向线元素变换量

$[\Delta \theta_x \quad \Delta \theta_y \quad \Delta \theta_z]$ —— x, y, z 三轴方向角元素变换量

则 t_k 时刻至 t_i 时刻雷达位姿变换量可线性内插为

$$\Delta T_{k,i} = \frac{t_i - t_k}{t_{k+1} - t_k} \Delta T_{k,k+1} \quad (2)$$

在该假设下, 将位姿变换量 $\Delta T_{k,k+1}$ 作为待优化参数, 通过当前帧线、面点特征与上一去畸变帧 $\bar{P}_{k-1}$ 线、面特征关联并优化, 可获取位姿变换量 $\Delta T_{k,k+1}$ 的最佳估计; 利用线性内插获取的变换量可将所有点映射至 t_k 时刻雷达坐标系内并描述为 $\bar{P}'_k$; 最后利用 $\Delta T_{k,k+1}$ 将 $\bar{P}'_k$ 映射至 t_{k+1} 时刻雷达坐标系内并描述为 $\bar{P}_k$, 显然该帧点云为去畸变帧点云。

(3) 设当前全局数据为 $\{({}^wT_0, {}^w\bar{P}_0) \quad ({}^wT_1, {}^w\bar{P}_1) \cdots ({}^wT_j, {}^w\bar{P}_j) \cdots ({}^wT_m, {}^w\bar{P}_m)\}$, 其中 wT_j 为第 j 个关键帧在世界坐标系中位姿, ${}^w\bar{P}_j$ 为第 j 个关键帧去畸变点云数据, $({}^wT_j, {}^w\bar{P}_j)$ 为第 j 组关键帧数据, m 为关键帧总数。从全局数据中索引与最新关键帧 $({}^wT_m, {}^w\bar{P}_m)$ 最近的 K 个历史关键帧, 并基于其位姿将关键帧点云变换到世界坐标系, 拼接为局部世界地图; 将 $\bar{P}_k$ 中的线、面点特征与局部地图中特征进行关联与配准优化, 获取当前帧在世界坐标系中的位姿 T_k 。

(4) 基于与上一关键帧的位姿变换量判别当前帧是否为关键帧, 若是关键帧则将 $(T_k, \bar{P}_k)$ 直接重命名为 $({}^wT_{m+1}, {}^w\bar{P}_{m+1})$, 并添加到全局数据中(图 1)。

从 LOAM 的结构中可以看出其主要结构为雷达里程计, 并不包含传统 SLAM 系统的后端(回环检测及图优化), 故并不适用于较大的建图场景。

LeGO-LOAM (Lightweight and ground-optimized LiDAR odometry and mapping on variable terrain) 作为一种重要的 LOAM 变体^[28], 主要进行了如下改进: ①将单帧点云中地面及周围点云进行了分类。

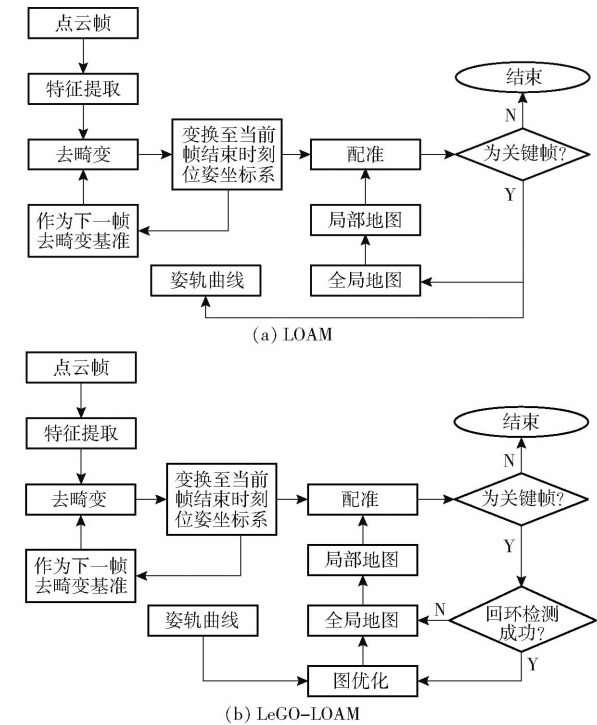


图 1 LOAM 及其变体工作流程图 Fig. 1 Workflow of LOAM and its alternatives

②在特征提取时, 提取地面点云中的面特征、周围点云中的线特征。③在去畸变时, 利用面特征完成竖直方向的线元素及翻滚角、俯仰角的优化, 利用线特征完成其他元素的优化。④以 ICP (Iterative closest point) 算法为基础构建了回环检测功能, 并添加了图优化功能。相比于 LOAM, 该系统在室内或有建筑物的室外等场景建图精度更佳, 且适用于更大规模的建图场景。

2 LiDAR SLAM 算法改进

相比于室内或有建筑物的室外场景, 森林中具有较少的线、面特征, 故使用特征进行去畸变及配准精度可能性相对较低。本文以 LOAM 为基础构建了适合于森林条件的 LiDAR SLAM 算法, 其工作流程如图 2 所示。

2.1 SLAM 系统工作流程设计

针对森林中具有较少线、面特征的特点, 对 SLAM 系统工作流程进行优化, 以提高 SLAM 系统位姿估计鲁棒性并提高构建三维点云精度。相比于 LOAM, 本文构建系统进行了优化:

(1) 在单帧点云特征提取时, 将点云分为 3 类, 即用于配准的下采样线特征、下采样面特征及其它点, 在保存关键帧数据时, 将用于配准的线、面特征存在内存中, 其它点(占单帧点云总数约 80%)则缓存至本地, 相比于传统 LOAM 及 LeGO-LOAM, 该方案可构建密度更大、范围更大的三维点云。

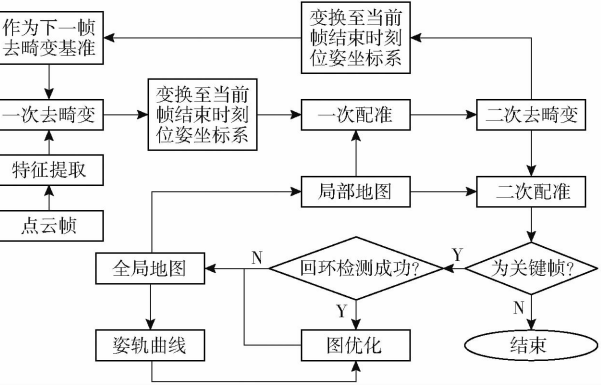


图2 森林 LOAM 工作流程图

Fig.2 Workflow of LOAM for forest inventory

(2) 所使用线特征仅保留连续点形成的曲率较大点,遮挡形成线点被剔除(即仅保留两侧连续点与线特征点的深度差小于 30 cm 的特征),防止立木切线被作为线特征参与运算。

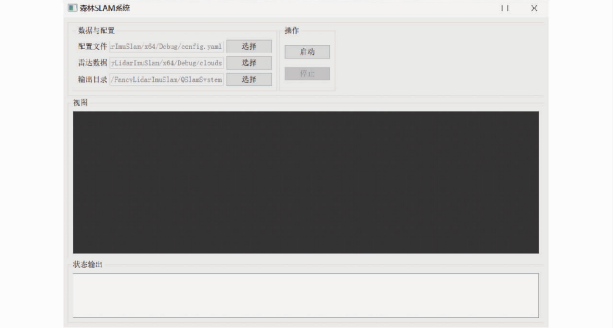
(3) 采用二次去畸变完成对单帧点云的畸变修正。以第 k 帧数据 P_k 为例:①“一次去畸变”与上文 LOAM 系统“去畸变”模块相同,以单帧数据采集期间雷达做匀速运动假设为前提,通过与去畸变帧 $\bar{P}_{k-1}$ 特征匹配和优化估计单帧内雷达位姿变换量 $\Delta T_{k,k+1}$,然后通过线性内插该变换量获取帧内各点位姿变换量以消除其畸变,并利用 $\Delta T_{k,k+1}$ 将去畸变数据映射至 P_k 测量结束时刻 t_{k+1} (或者说下一帧起始时刻)雷达坐标系内并描述为 $\bar{P}_k$ 。② $\bar{P}_k$ 与局部地图“一次配准”完成后,获取到 t_{k+1} 时刻激光雷达位姿 T_k ,显然 $k-1$ 帧位姿 T_{k-1} 到 T_k 的变换量 $\Delta \hat{T}_{k,k+1}$ 即为第 k 帧内雷达位姿变换量且理论上与 $\Delta T_{k,k+1}$ 值相等,由于 $\Delta \hat{T}_{k,k+1}$ 为通过“帧与局部地图”利用大量特征配准获取,而 $\Delta T_{k,k+1}$ 利用“帧与帧”配准获取,前者精度更高。③“二次去畸变”正是在单帧数据采集期间雷达做匀速运动假设前提下,重新线性内插 $\Delta \hat{T}_{k,k+1}$ 并对 P_k 重新去畸变,获取到鲁棒性及精度更高的去畸变帧 $\bar{P}_k$ 。④将“二次去畸变”获取去畸变帧 $\bar{P}_k$ 与局部地图“二次配准”可以获取更高精度的位姿 T_k ,实现精确建图的目的。

(4) 采用基于里程计的回环检测及基于表面的回环检测(Scan Context + +^[29])完成回环帧的判别,然后使用基于线、面特征的配准获取回环帧与当前帧约束;相比于 ICP 算法,基于线、面特征的特征关联方法更高效且可靠性更强。

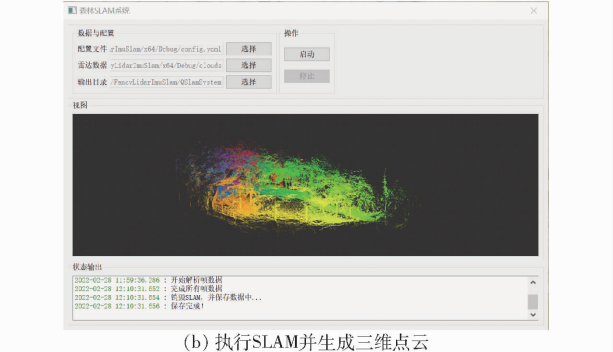
(5) 不仅为其构建了 UI 界面,通过进一步改造,使其摆脱 ROS 环境,可在 Windows、Ubuntu 等操作系统下编译并运行(图 3)。

2.2 带有先验条件的 SLAM 优化算法设计

LOAM 及其变体进行去畸变及配准优化中,将



(a) 选择配置文件与激光雷达数据,并设置输出目录



(b) 执行SLAM并生成三维点云

图3 森林 LiDAR SLAM 系统界面及其操作

Fig.3 Forest LiDAR SLAM system interface and its operations

当前帧线/面特征与参考帧(或局部地图)特征进行关联后基于点到线、面的距离最小化完成位姿估计,点到线、面的距离可表达为

$$d_L = \frac{|(\mathbf{X}_{k,i}^L - \mathbf{X}_{k-1,j}^L) \times (\mathbf{X}_{k-1,l}^L - \mathbf{X}_{k-1,j}^L)|}{|\mathbf{X}_{k-1,l}^L - \mathbf{X}_{k-1,j}^L|} \quad (3)$$

$$d_S = \frac{\left| \begin{matrix} \mathbf{X}_{k-1,j}^S - \mathbf{X}_{k,i}^S \\ (\mathbf{X}_{k-1,j}^S - \mathbf{X}_{k-1,l}^S) \times (\mathbf{X}_{k-1,j}^S - \mathbf{X}_{k-1,m}^S) \end{matrix} \right|}{|(\mathbf{X}_{k-1,j}^S - \mathbf{X}_{k-1,l}^S) \times (\mathbf{X}_{k-1,j}^S - \mathbf{X}_{k-1,m}^S)|} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{X}_{k,i}^L$ ——当前帧(第 k 帧)中第 i 个线特征点
 $\mathbf{X}_{k-1,j}^L, \mathbf{X}_{k-1,l}^L$ ——参考帧(第 $k-1$ 帧)中与 $\mathbf{X}_{k,i}^L$ 对应线特征上的点
 $\mathbf{X}_{k,i}^S$ ——当前帧(第 k 帧)中第 i 个面特征点
 $\mathbf{X}_{k-1,j}^S, \mathbf{X}_{k-1,l}^S, \mathbf{X}_{k-1,m}^S$ ——参考帧(第 $k-1$ 帧)中与 $\mathbf{X}_{k,i}^S$ 对应面特征上的点

以上方程均可线性化为广义平差误差方程

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \mathbf{B}\mathbf{X} - \mathbf{l} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{X} = [t_x \quad t_y \quad t_z \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z]$
 $\mathbf{A}$ ——单位矩阵
 $\mathbf{v}$ ——点到线或面的偶然误差
 $\mathbf{B}$ ——线性化矩阵(即 d_L 或 d_S 对位姿线元素及角元素的导数)
 $\mathbf{l}$ ——给定初始位姿 $\mathbf{X}^0$ 条件下点到线、面的距离负值
 $\mathbf{X}$ ——待求初始位姿的改正数

利用以上广义平差误差方程式,便可利用牛顿迭代或买夸特算法等估计待求改正数,从而逼近位姿真值,实现去畸变或位姿估计。

将激光雷达的先验条件等用于“去畸变”及“配准”算法,以提高位姿估计及建图精度。在“去畸变”优化中,线特征平差误差公式中参数可表达为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\partial d_L}{\partial \boldsymbol{X}_{k-1,j}^L} & -\frac{\partial d_L}{\partial \boldsymbol{X}_{k-1,l}^L} & -\frac{\partial d_L}{\partial \boldsymbol{X}_{k,i}^L} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_L}{\partial \boldsymbol{X}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} -d_L \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{d_L}^T & \boldsymbol{v}_{X_{k-1,j}^L}^T & \boldsymbol{v}_{X_{k-1,l}^L}^T & \boldsymbol{v}_{X_{k,i}^L}^T \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

式中 $\boldsymbol{v}_{d_L}$ ——线特征到线的偶然误差
 $\boldsymbol{v}_{X_{k-1,j}^L}$ 、 $\boldsymbol{v}_{X_{k-1,l}^L}$ 、 $\boldsymbol{v}_{X_{k,i}^L}$ —— $\boldsymbol{X}_{k-1,j}^L$ 、 $\boldsymbol{X}_{k-1,l}^L$ 、 $\boldsymbol{X}_{k,i}^L$ 的偶然误差

面特征平差误差公式中参数可表达为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\partial d_s}{\partial \boldsymbol{X}_{k-1,j}^S} & -\frac{\partial d_s}{\partial \boldsymbol{X}_{k-1,l}^S} & -\frac{\partial d_s}{\partial \boldsymbol{X}_{k-1,m}^S} & -\frac{\partial d_s}{\partial \boldsymbol{X}_{k,i}^S} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_s}{\partial \boldsymbol{X}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} -d_s \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{d_s}^T & \boldsymbol{v}_{X_{k-1,j}^S}^T & \boldsymbol{v}_{X_{k-1,l}^S}^T & \boldsymbol{v}_{X_{k-1,m}^S}^T & \boldsymbol{v}_{X_{k,i}^S}^T \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

式中 $\boldsymbol{v}_{d_s}$ ——面特征到面的偶然误差
 $\boldsymbol{v}_{X_{k-1,j}^S}$ 、 $\boldsymbol{v}_{X_{k-1,l}^S}$ 、 $\boldsymbol{v}_{X_{k-1,m}^S}$ 、 $\boldsymbol{v}_{X_{k,i}^S}$ —— $\boldsymbol{X}_{k-1,j}^S$ 、 $\boldsymbol{X}_{k-1,l}^S$ 、 $\boldsymbol{X}_{k-1,m}^S$ 、 $\boldsymbol{X}_{k,i}^S$ 的偶然误差

$\boldsymbol{v}_{X_{k-1,j}^S}$ 、 $\boldsymbol{v}_{X_{k-1,l}^S}$ 、 $\boldsymbol{v}_{X_{k-1,m}^S}$ 及 $\boldsymbol{v}_{X_{k,i}^S}$ 的协因数阵通过优化获取到的单位权方差求取(设 SLAM 系统初始化第 1 帧位姿线元素及角元素等于 0 为前提条件); $\boldsymbol{v}_{X_{k,i}^L}$ 及 $\boldsymbol{v}_{X_{k,i}^S}$ 表达了激光雷达的测量精度,激光雷达直接观测值为水平角 θ 、竖直角 φ 及距离 d ,该极坐标值可以通过

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\cos\varphi\cos\theta \\ d\cos\varphi\sin\theta \\ d\sin\varphi \end{bmatrix} \quad (14)$$

转换为直角坐标系值。极坐标观测值的精度在激光雷达说明书中已经给出,或通过使用前检校可获取。若令

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} -d\cos\varphi\sin\theta & -d\sin\varphi\cos\theta & \cos\varphi\cos\theta \\ d\cos\varphi\cos\theta & -d\sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi\sin\theta \\ 0 & d\cos\varphi & \sin\varphi \end{bmatrix} \quad (15)$$

则 $\boldsymbol{v}_{X_{k,i}^L}$ 及 $\boldsymbol{v}_{X_{k,i}^S}$ 的协方差阵均可表达为

$$\boldsymbol{\Sigma}_X = \boldsymbol{M}\boldsymbol{\Sigma}_p\boldsymbol{M}^T \quad (16)$$

式中 $\boldsymbol{\Sigma}_p$ ——极坐标观测值(θ φ d)^T 协方差阵

本文 SLAM 系统在“配准”时,将去畸变后线、面特征精度(协方差阵)代入到配准优化过程中,其中线特征配准平差误差公式参数可表达为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\partial d_L}{\partial \boldsymbol{X}_{k,i}^L} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_L}{\partial \boldsymbol{X}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} -d_L \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{d_L}^T & \boldsymbol{v}_{X_{k,i}^L}^T \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

面特征配准平差误差公式参数可表达为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\partial d_s}{\partial \boldsymbol{X}_{k,i}^S} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_s}{\partial \boldsymbol{X}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} -d_s \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{d_s}^T & \boldsymbol{v}_{X_{k,i}^S}^T \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

式中, $\boldsymbol{v}_{X_{k,i}^L}$ 及 $\boldsymbol{v}_{X_{k,i}^S}$ 的协方差均由去畸变后获取的单位权方差求得。

3 三维点云构建与立木检尺参数提取

3.1 研究区域概况

选择位于北京市近郊西山试验林场(39°58'N, 116°11'E)为研究区域,该林场主要以人工林为主体。选择其中 4 块 32 m×32 m 的方形样地为研究对象。所选样地地面具有较少灌木且容易到达,不同径阶组比较均衡。表 1 总结了不同样地的基本属性。

表 1 样地属性的描述统计

Tab.1 Summary statistics of plot attributes

样地编号	立木株数	主导树种	胸径/cm	
			均值	标准差
1	74	旱柳	20.30	5.14
2	58	杨树	27.10	2.65
3	78	榆树	16.86	4.64
4	72	旱柳	18.25	2.30

3.2 数据采集与处理

选择 Velodyne VLP-32C 型激光雷达为数据采集设备,该设备测距范围为 200 m、典型场景下测量精度为±3 cm、垂直视场角为 40°、水平视场角为 360°、水平角分辨率最大可达 0.1°(本文选择最高分辨率下进行样地扫描)。为方便手持并减少遮挡,为其加装了手持柄;为判断激光雷达竖直状态,在激光雷达顶端安装了万向水准器。改装后设备如图 4 所示。



图4 用于样地扫描的激光雷达系统

Fig.4 LiDAR system for scanning forest plots

1. 水准仪 2. 激光雷达 3. 数据采集系统 4. 手持柄 5. 移动电源

为保证样地扫描点云完整性,并最大限度利用SLAM系统回环检测减少位姿漂移,以提高建图精度,设计了固定的样地扫描路径(图5),即扫描起点为样地中心,沿西北方向开始扫描;到达西北角点后开始类航空摄影测量航线式扫描,扫描平行轨迹间距为6 m;完成类航线扫描后到达东南角,最后还需回到样地中心。修正扫描路径:①相邻平行轨迹间利用回环检测实现局部位姿漂移修正。②轨迹起始段及终止段轨迹与类航线相交,利用回环检测可实现局部位姿漂移修正。③轨迹终止点与起始点重合,利用回环检测实现全局扫描路径位姿漂移修正。

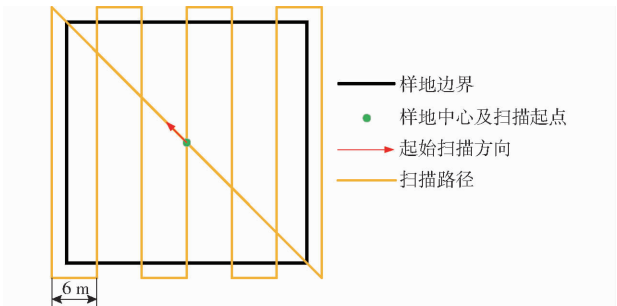


图5 样地扫描路径

Fig.5 Plot scanning path

为保证激光雷达坐标系与其他参考坐标系的转换,具体样地数据采集过程为:①在样地中心及正北方向边界处放置激光反射标志(图6)。②手持激光雷达至样地中心,保持水平后开启数据采集。③沿规划路径完成样地扫描。

在完成森林样地扫描后,将数据导入本文构建LOAM系统完成样地三维点云构建;然后,使用LiDAR 360软件通过坐标变换、地面提取、DEM生成与高度归一化、胸高提取及胸高圆柱体拟合等,完成样地立木胸径及位置提取(图7)。

3.3 研究方法

利用LiDAR SLAM系统及LOAM系统构建了森林样地三维点云。然后,将点云中提取立木胸径

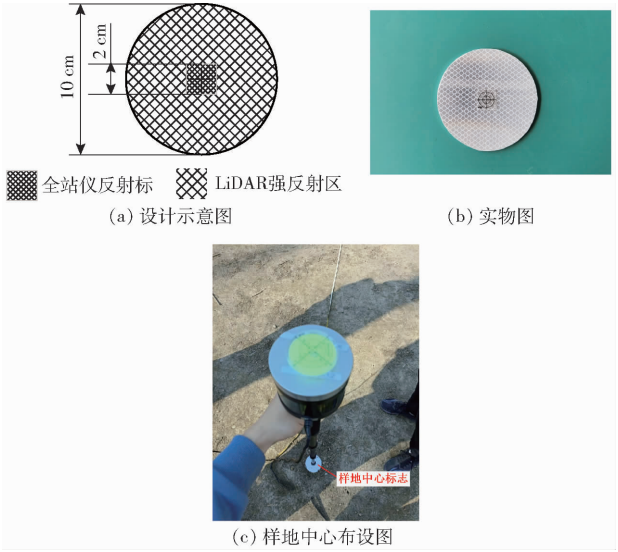


图6 激光反射标志

Fig.6 Laser reflection mark

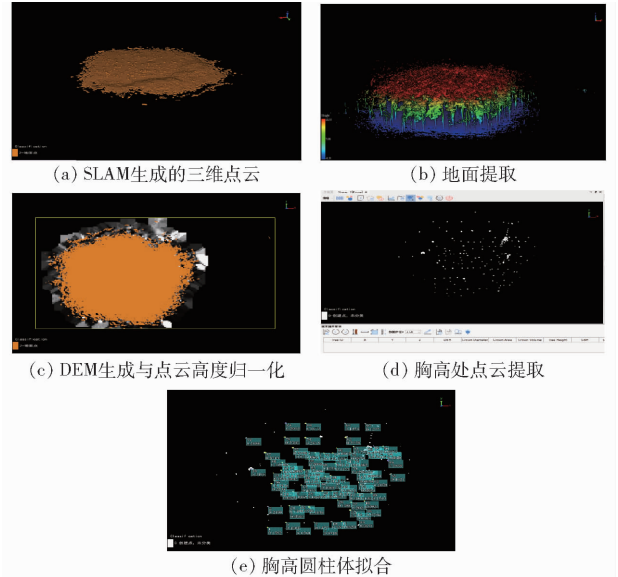


图7 森林样地点云后处理

Fig.7 Post-processing of forest plot point cloud

及立木位置与参考值对比,实现对SLAM系统生产点云精度的间接评估;通过对比SLAM系统与LOAM系统后处理数据统计结果,评价本文所构建SLAM系统。本文使用胸径尺测量胸径作为胸径参考值,全站仪(Leica TS60型)测量立木位置数据与胸径参考值联合计算立木位置为立木位置参考值。在使用全站仪对立木位置进行测量时,将全站仪架设于样地中心(即与布设于样地中心的激光反射标志十字中心对齐),通过瞄准布设于样地正北方向的反射标志完成北向初始化。若由于遮挡,部分立木无法被观测,可通过“合并多站”方式完成所有立木位置观测。本文采用由立木位置误差统计获取的均值向量 μ 及二维协方差阵 Σ 对立木位置估计值精度进行评价,其定义式为

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_x \\ \mu_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{ir})}{n} \\ \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ir})}{n} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\Sigma = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} x_i - x_{ir} - \mu_x \\ y_i - y_{ir} - \mu_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i - x_{ir} - \mu_x \\ y_i - y_{ir} - \mu_y \end{bmatrix}^T \quad (26)$$

式中 (x_i, y_i) ——立木位置估计值
 (x_{ir}, y_{ir}) ——参考值
 n ——立木总数

此外,协方差阵 Σ 的最大特征值 $\sigma_{\max}$ 可表示为

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\max(\text{eigenvalues}(\Sigma))} \quad (27)$$

式中 $\text{eigenvalues}()$ —— Σ 所有特征值
该值为立木位置最大变异性方向的标准差,本文用其评价立木位置精度。

使用偏差 (BIAS)、均方根误差 (Root mean squared error, RMSE)、相对偏差 (relBIAS) 及相对均方根误差 (relRMSE) 对胸径估计值进行评估 (其中 RMSE 也用于立木位置精度评估)。

4 试验结果分析

4.1 SLAM 后处理数据定性评估

利用 SLAM 系统及 LOAM 系统分别对样地原始帧数据进行后处理,构建森林三维密集点云数据。从定性角度看:①2 种 SLAM 解算获取的姿轨曲线并非完全重合,故 2 种解算方法获取森林点云具有一定区别 (图 8 红色轨迹为森林 SLAM 解算姿轨曲线,蓝色轨迹为 LOAM 解算姿轨曲线;灰色点为样地点云)。②SLAM 剔除了遮挡线特征,避免立木与视点切线被作为线特征参与运算,采用回环检测方法修正位姿图,建图漂移更小,不同关键帧拼接而成的胸高点云分层较 LOAM 系统小,故点云厚度较薄;而 LOAM 中将立木与视点切线特征作为线特征将产生误匹配,胸高圆柱体中心往往被填充

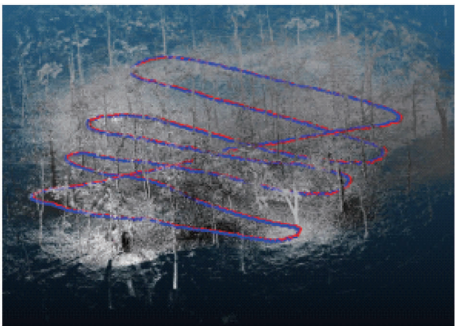
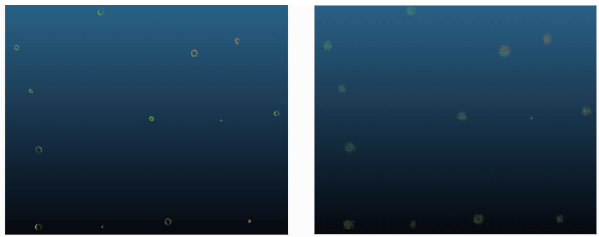


图 8 SLAM 与 LOAM 后处理姿轨曲线定性对比
Fig. 8 Comparison of post-processing trajectory curves between forest SLAM and LOAM

(图 9)。



(a) 森林SLAM解算结果 (b) LOAM解算结果
图 9 SLAM 与 LOAM 后处理胸高点云数据定性对比
Fig. 9 Comparison of post-processing DBH point clouds between forest SLAM and LOAM

4.2 立木位置精度评估

由 LiDAR SLAM 系统及 LOAM 系统获取立木位置估计值,如图 10 所示,显然 LiDAR SLAM 估计值较 LOAM 偏差小。表 2 统计结果表明:①SLAM 系统解算结果中,各样地 x, y 两轴估计值的平均误差为 $-0.029 \sim 0.027$ m,即无明显偏差;而 LOAM 解算结果虽然总体接近无偏差,但各样地平均误差较大 ($-0.101 \sim 0.092$ m)。②SLAM 系统解算结果中, x, y 两轴协方差值接近于 0,说明两轴间估计值无明显相关性,LOAM 解算结果有类似结论。③SLAM 系统解算结果中,最大误差方向的协方差 $\sigma_{\max}$ ($0.066 \sim 0.098$ m) 及 RMSE ($0.052 \sim 0.104$ m) 均明显小于 LOAM 计算结果 ($\sigma_{\max}$ 为 $0.112 \sim 0.148$ m, RMSE 为 $0.114 \sim 0.144$ m),显然森林 SLAM 估计值变异性较小 (图 11)。

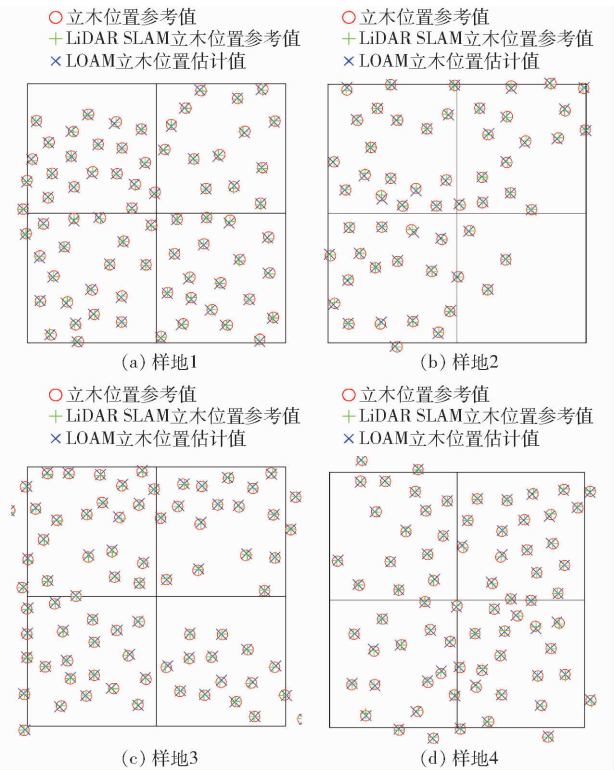


图 10 立木位置图
Fig. 10 Estimated and reference stem positions

表 2 立木位置估计值的精度

Tab.2 Accuracies of stem position estimations

样地	解算方法	μ_x/m	μ_y/m	σ_x/m	σ_y/m	ρ_{xy}	$\sigma_{\max}/\text{m}$	RMSE_x/m	RMSE_y/m
1	改进的 LOAM	-0.048	-0.069	0.073	0.069	-0.001	0.077	0.087	0.097
	LOAM	-0.101	-0.070	0.084	0.112	0.001	0.112	0.132	0.132
2	改进的 LOAM	0.002	0.008	0.062	0.059	0.001	0.066	0.060	0.058
	LOAM	-0.046	0.002	0.112	0.148	-0.002	0.148	0.118	0.144
3	改进的 LOAM	0.027	-0.001	0.096	0.075	-0.001	0.098	0.100	0.075
	LOAM	0.027	0.092	0.110	0.089	0.002	0.114	0.114	0.128
4	改进的 LOAM	0.003	0.022	0.062	0.086	-0.001	0.089	0.062	0.089
	LOAM	-0.045	0.038	0.105	0.127	0.001	0.129	0.114	0.133
总体	改进的 LOAM	-0.004	-0.011	0.081	0.082	0.000	0.082	0.081	0.083
	LOAM	-0.040	0.017	0.113	0.133	0.003	0.140	0.120	0.134

注: ρ_{xy} 为立木位置 x 、 y 轴方向的协方差; RMSE_x 及 RMSE_y 分别为 x 、 y 轴方向均方根误差。

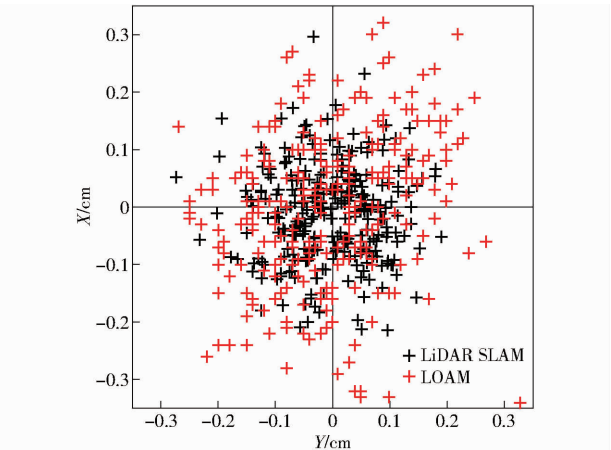


图 11 所有样地立木位置误差

Fig. 11 Position errors of all trees in plots

4.3 胸径精度评估

由 LiDAR SLAM 系统及 LOAM 解算立木胸径估计值如图 12 所示,SLAM 估计值较 LOAM 估计值更接近于两轴中线,显然 SLAM 胸径估计值可靠性更强。表 3 统计结果显示,SLAM 解算各样地胸径估计值 BIAS 为 $-0.08 \sim 0.65 \text{ cm}$ (relBIAS 为 $-0.59\% \sim 2.42\%$),与 LOAM 估计结果 (BIAS 为 $1.89 \sim 2.62 \text{ cm}$,relBIAS 为 $10.09\% \sim 14.42\%$) 相比

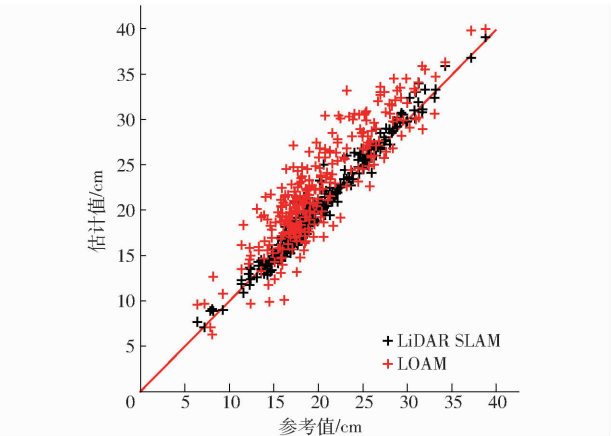


图 12 胸径估计值散点图

Fig. 12 Scatter plot of estimated DBH

具有较小偏差;RMSE 为 $0.087 \sim 1.23 \text{ cm}$ (relRMSE 为 $3.61\% \sim 4.94\%$),显然较 LOAM 估计值 (RMSE 为 $3.37 \sim 3.86 \text{ cm}$,relRMSE 为 $14.48\% \sim 25.08\%$) 精度更高。从图 13 可以看出,不同径阶 SLAM 立木

表 3 胸径估计值

Tab.3 Accuracies of DBH estimations

样地	解算方法	BIAS/cm	relBIAS/%	RMSE/cm	relRMSE/%
1	改进的 LOAM	0.25	1.22	0.94	4.87
	LOAM	2.47	12.80	3.37	17.46
2	改进的 LOAM	0.65	2.42	1.07	4.02
	LOAM	2.62	10.09	3.69	14.48
3	改进的 LOAM	0.28	1.89	0.84	5.64
	LOAM	1.89	12.46	3.86	25.08
4	改进的 LOAM	-0.08	-0.59	1.23	6.84
	LOAM	2.58	14.42	3.66	20.70
总体	改进的 LOAM	0.25	1.18	1.03	5.53
	LOAM	2.37	12.59	3.67	20.27

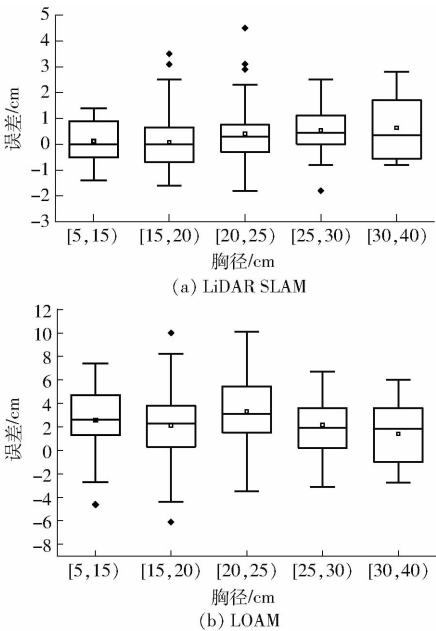


图 13 不同径阶组胸径误差箱形图

Fig. 13 Errors of DBH observations under different DBH

胸径估计值均具有较小误差且变异性比较一致;而不同径阶 LOAM 胸径估计值虽变异性比较一致,但有约 2 cm 的估计偏差。

5 结论

(1)针对森林环境中线、面特征少,无法精确建图的缺点,构建了 LiDAR SLAM 森林样地调查系统,以便仅利用单台多线激光雷达可精确完成森林样地调查。该 SLAM 算法利用二次去畸变、二次配准改善了位姿估计及点云地图的鲁棒性;该系统将激光

雷达测量精度、位姿估计精度等先验信息融入去畸变及配准算法中,提高了位姿估计及点云地图精度。

(2)该系统在 4 块 32 m × 32 m 方形样地中进行了测试,通过从该系统产生点云中提取的立木位置和胸径对系统精度间接评估。经与参考值进行对比表明,该系统所获取点云在立木位置及胸径估计时均能获取比 LOAM 算法精度更高的结果。显然,改进的 LiDAR SLAM 算法使单台多线激光雷达高精度完成森林样地调查成为可能。

参 考 文 献

- [1] CABO C, ORDÓÑEZ C, LÓPEZ-SÁNCHEZ C A, et al. Automatic dendrometry: tree detection, tree height and diameter estimation using terrestrial laser scanning[J]. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 2018, 69(2): 164 – 174.
- [2] MACDICKEN K G. Global forest resources assessment 2015: what, why and how? [J]. Forest Ecology and Management, 2015, 352: 3 – 8.
- [3] REUTEBUCH S E, ANDERSEN H E, MCGAUGHEY R J. Light detection and ranging (LiDAR): an emerging tool for multiple resource inventory[J]. Journal of Forestry, 2005, 103(6): 286 – 292.
- [4] LIANG X, KANKARE V, HYYPPÄ J, et al. Terrestrial laser scanning in forest inventories [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2016, 115: 63 – 77.
- [5] 徐伟恒. 手持式超站测树仪研制及功能测试研究[D]. 北京:北京林业大学,2014.
XU Weiheng. Study on handheld tree measurement smart station manufacture and function test[D]. Beijing: Beijing Forestry University, 2014. (in Chinese)
- [6] KALLIOVIRTA J, LAASASENAHO J, KANGAS A. Evaluation of the laser-relascope[J]. Forest Ecology and Management, 2005, 204(2 – 3): 181 – 194.
- [7] LIANG X, JAAKKOLA A, WANG Y, et al. The use of a hand-held camera for individual tree 3D mapping in forest sample plots[J]. Remote Sensing, 2014, 6(7): 6587 – 6603.
- [8] FORSMAN M, BÖRLIN N, HOLMGREN J, et al. Estimation of tree stem attributes using terrestrial photogrammetry with a camera rig[J]. Forests, 2016, 7(3): 61.
- [9] CAMPOS M B, TOMMASELLI A M G, HONKAVAARA E, et al. A backpack-mounted omnidirectional camera with off-the-shelf navigation sensors for mobile terrestrial mapping: development and forest application[J]. Sensors, 2018, 18(3): 827.
- [10] FOIX S, ALENYA G, TORRAS C. Lock-in time-of-flight (tof) cameras: a survey[J]. IEEE Sensors Journal, 2011, 11(9): 1917 – 1926.
- [11] HYYPPÄ J, VIRTANEN J P, JAAKKOLA A, et al. Feasibility of Google Tango and Kinect for crowdsourcing forestry information[J]. Forests, 2017, 9(1): 6.
- [12] KERALIA D, VYAS K K, DEULKAR K. Google Project Tango—a convenient 3D modeling device[J]. Int. J. Curr. Eng. Technol., 2014, 4(5): 3139 – 3142.
- [13] JAFRI R, CAMPOS R L, ALI S A, et al. Utilizing the Google Project Tango tablet development kit and the unity engine for image and infrared data-based obstacle detection for the visually impaired [C] // Proceedings of the 2016 International Conference on Health Informatics and Medical Systems (HIMS'15), Las Vegas, Nevada, USA. 2016: 163 – 164.
- [14] TOMAŠTÍK J, SALOŇ Š, TUNÁK D, et al. Tango in forests—an initial experience of the use of the new Google technology in connection with forest inventory tasks[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2017, 141(2): 109 – 117.
- [15] FAN Y, FENG Z, MANNAN A, et al. Estimating tree position, diameter at breast height, and tree height in real-time using a mobile phone with RGB – D SLAM[J]. Remote Sensing, 2018, 10(11): 1845.
- [16] SRINIVASAN S, POPESCU S C, ERIKSSON M, et al. Terrestrial laser scanning as an effective tool to retrieve tree level height, crown width, and stem diameter[J]. Remote Sensing, 2015, 7(2): 1877 – 1896.
- [17] LIANG X, LITKEY P, HYYPPÄ J, et al. Automatic plot-wise tree location mapping using single-scan terrestrial laser scanning[J]. Photogramm. J. Finland, 2011, 22(2): 37 – 48.
- [18] LIANG X, LITKEY P, HYYPPÄ J, et al. Automatic stem mapping using single-scan terrestrial laser scanning[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(2): 661 – 670.
- [19] LIANG X, HYYPPÄ J. Automatic stem mapping by merging several terrestrial laser scans at the feature and decision levels [J]. Sensors, 2013, 13(2): 1614 – 1634.
- [20] MOKROŠ M, MIKITA T, SINGH A, et al. Novel low-cost mobile mapping systems for forest inventories as terrestrial laser scanning alternatives[J]. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 2021, 104:102512.
- [21] BAUWENS S, BARTHOLOMEUS H, CALDERS K, et al. Forest inventory with terrestrial LiDAR: a comparison of static and hand-held mobile laser scanning[J]. Forests, 2016, 7(6): 127.
- [22] FORSMAN M, HOLMGREN J, OLOFSSON K. Tree stem diameter estimation from mobile laser scanning using line-wise intensity-based clustering[J]. Forests, 2016, 7(9): 206.

- [23] RYDING J, WILLIAMS E, SMITH M, et al. Assessing handheld mobile laser scanners for forest surveys[J]. *Remote Sensing*, 2015, 7(1): 1095–1111.
- [24] HOLMGREN J, TULLDAHL H M, NORDLÖF J, et al. Estimation of tree position and stem diameter using simultaneous localization and mapping with data from a backpack-mounted laser scanner[J]. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences*, 2017, 42:59–63.
- [25] 齐咏生,陈培亮,刘利强,等. 基于单目视觉的动态环境同步定位与多地图构建算法[J]. *农业机械学报*, 2022, 53(4): 280–292.
- QI Yongsheng, CHEN Peiliang, LIU Liqiang, et al. Simultaneous localization and multi-mapping algorithm in dynamic environment based on monocular vision[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2022, 53(4): 280–292. (in Chinese)
- [26] 范永祥,冯仲科,陈盼盼,等. 基于RGB-D SLAM 手机的森林样地调查系统研究[J]. *农业机械学报*, 2019, 50(8): 226–234.
- FAN Yongxiang, FENG Zhongke, CHEN Panpan, et al. Research on forest plot survey system based on RGB-D SLAM mobile phone[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2019, 50(8): 226–234. (in Chinese)
- [27] ZHANG J, SINGH S. LOAM: LiDAR odometry and mapping in real-time[C]// *Robotics: Science and Systems*, 2014: 1–9.
- [28] SHAN T, ENGLÖT B. Lego-loam: lightweight and ground-optimized lidar odometry and mapping on variable terrain[C]// *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, 2018: 4758–4765.
- [29] KIM G, CHOI S, KIM A. Scan context + + : structural place recognition robust to rotation and lateral variations in urban environments[C]// *IEEE Transactions on Robotics*, 2021.
- [30] SHAN T, ENGLÖT B, MEYERS D, et al. Lio-sam: tightly-coupled lidar inertial odometry via smoothing and mapping[C]// *2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, 2020: 5135–5142.

(上接第 281 页)

- [7] PAGÈS L, MOREAU D, SARLIKIOTI V, et al. ArchiSimple: a parsimonious model of the root system architecture[C]// *IEEE 4th International Symposium on Plant Growth Modeling, Simulation, Visualization and Applications*, 2012: 297–303.
- [8] SCHNEPF A, LEITNER D, LANDL M, et al. CRootBox: a structural-functional modelling framework for root systems[J]. *Annals of Botany*, 2018, 121(5): 1033–1053.
- [9] 杨乐,彭军,杨红云,等. 基于微分 L-系统的水稻根系三维生长模型研究[J]. *农业机械学报*, 2019, 50(10): 208–214.
- YANG Le, PENG Jun, YANG Hongyun, et al. Three dimensional growth modeling of rice root based on differential L-system[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2019, 50(10): 208–214. (in Chinese)
- [10] YANG L, WU P, LIAO M, et al. Three-dimensional modeling and visualization of rice root system based on the improved dual-scale automaton and L-system[J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2022, 195: 106823.
- [11] GRUBER B D, GIEHL R F H, FRIEDEL S, et al. Plasticity of the arabidopsis root system under nutrient deficiencies[J]. *Plant Physiology*, 2013, 163(1): 161–179.
- [12] KOEVOETS I T, VENEMA J H, ELZENGA J T, et al. Roots withstanding their environment: exploiting root system architecture responses to abiotic stress to improve crop tolerance[J]. *Frontiers in Plant Science*, 2016, 7: 1335.
- [13] JIN W, AUFRECHT J, PATINO-RAMIREZ F, et al. Modeling root system growth around obstacles[J]. *Scientific Reports*, 2020, 10(1): 1–16.
- [14] TURNBULL C. *Plant architecture and its manipulation*[M]. Taylor and Francis, 2012: 182–208.
- [15] MCQUILLAN I, BERNARD J, PRUSINKIEWICZ P. Algorithms for inferring context-sensitive L-systems[C]// *International Conference on Unconventional Computation and Natural Computation*. Springer, Cham, 2018: 117–130.
- [16] BOUDON F, PRADAL C, COKELAER T, et al. L-Py: an L-system simulation framework for modeling plant architecture development based on a dynamic language[J]. *Frontiers in Plant Science*, 2012, 3: 76.
- [17] VAN MOSSEL D P, MADAN A, LUI T M, et al. Controlling procedural modelling interactively with guiding curves[C]// *Graphics Interface*, 2019: 12:1–12:8.
- [18] YANG L, PENG J, SHAO P. Modeling and visualization of rice roots based on morphological parameters[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 23407–23416.
- [19] IJIRI T, OWADA S, IGARASHI T. The sketch L-system: global control of tree modeling using free-form strokes[C]// *International Symposium on Smart Graphics*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2006: 138–146.
- [20] LONGAY S, RUNIONS A, BOUDON F, et al. TreeSketch: interactive procedural modeling of trees on a tablet[C]// *SBIM@ Expressive*, 2012: 107–120.
- [21] PALUBICKI W, HOREL K, LONGAY S, et al. Self-organizing tree models for image synthesis[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2009, 28(3): 1–10.
- [22] PRUSINKIEWICZ P, LINDENMAYER A. *The algorithmic beauty of plants*[M]. Springer Science & Business Media, 2012.
- [23] 夏桂敏,王宇佳,王淑君,等. 灌溉方式与生物炭对花生根系、磷素利用及产量的影响[J]. *农业机械学报*, 2022, 53(2): 316–326.
- XIA Guimin, WANG Yujia, WANG Shujun, et al. Effects of irrigation methods and biochar on peanut root, phosphorus utilization and yield[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2022, 53(2): 316–326. (in Chinese)