

平面平台型 6-PSS 并联机构构型选择与参数优化

王启明 张汉祖 蒋江月 宋 景 覃俊雄

(上海理工大学机械工程学院, 上海 200093)

摘要: 针对 4 种典型平面平台型 6-PSS 并联机构构型特点,研究了最优构型选择及其参数优化。建立平面平台型 6-PSS 并联机构的运动学模型,并进行 ADAMS 仿真验证;绘制不同构型下的平面平台型 6-PSS 并联机构的可达工作空间图和灵巧度分布图,求解工作空间体积 V 和全局灵巧度 G_{cl} ,经过对比分析,构型Ⅲ的可达工作空间范围、工作空间体积、灵巧度分布和全局灵巧度等性能指标均最优,确定构型Ⅲ为机构的最优构型;针对构型Ⅲ分析各结构参数对其工作空间和灵巧性的影响规律,结果表明,在一定的结构参数范围内,工作空间体积和全局灵巧度呈正相关;以工作空间体积 V 为目标函数进行优化,得到了最优结构参数,优化后工作空间体积 V 和全局灵巧度 G_{cl} 相比优化前均有明显提高,证明了优化模型的正确性和有效性,并对优化后的机构进行了误差分析,为平面平台型 6-PSS 并联机构设计提供了依据。

关键词: 6-PSS 并联机构; 构型选择; 工作空间; 灵巧性; 优化设计

中图分类号: TH112 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2022)05-0449-10 OSID: 

Configuration Selection and Parameter Optimization of 6-PSS Parallel Mechanism with Planar Platform

WANG Qiming ZHANG Hanzu JIANG Jiangyue SONG Jing QIN Junxiong

(School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: The configuration selection and parameter optimization of 6-PSS parallel mechanism with planar platform were studied. According to the characteristics of 6-PSS parallel mechanism with planar platform, the essence of configuration selection was to solve layout problem of linear guides on base, and four typical configurations of 6-PSS parallel mechanism with planar platform were given. Firstly, the inverse kinematics model was established and the Jacobian matrix was derived and verified by ADAMS simulation. Secondly, in order to observe the shapes and ranges of workspace, workspace maps and their projections were drawn. Similarly, dexterity distribution diagrams were drawn to intuitively observe the distribution of dexterity. In addition, their workspace volume and global dexterity were calculated. By comparing the reachable workspace range, volume, dexterity distribution and global dexterity value of the four configurations, it was concluded that configuration Ⅲ had better performance in the above aspects. Then, for configuration Ⅲ, for the purpose of analyzing the effects of structural parameters on its workspace and dexterity. The projections of workspace corresponding to different structural parameters were drawn, and the workspace volume and the global dexterity corresponding to different structural parameters were calculated. The results showed that the workspace volume and global dexterity were positively correlated within a certain range of structural parameters, and its reasons were analyzed. Finally, the workspace volume was optimized and the optimal structural parameters were obtained. The workspace volume and global dexterity were significantly improved after optimization. And error analysis of the optimized mechanism was carried out. The research result had a strong guiding significance and reference value for the design of 6-PSS parallel mechanism with planar platform.

Key words: 6-PSS parallel mechanism; configuration selection; workspace; dexterity; optimization design

收稿日期: 2021-06-06 修回日期: 2021-08-07

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51575232)和上海市科委青年科技英才扬帆计划项目(19YF1434600)

作者简介: 王启明(1991—),女,讲师,博士,主要从事并联机构结构优化设计研究,E-mail: wang.qiming2008@163.com

0 引言

与串联机构相比,并联机构具有刚度大、承载能力强、运动精度高等优点,与此同时,6-PSS 并联机构不同于传统 Stewart 并联机构,其驱动装置安装于基座而非连杆,因此 6-PSS 并联机构还具有惯性小、速度快、重心低等优点。

由于 6-PSS 并联机构的优越性能,其在众多领域得到了应用。胡圣鑫^[1]鉴于星载 SAR 天线阵面调整机构刚度大、天线架背与阵面之间间距小、调整精度高等要求,选择了构型 I 机构作为基础构型,将雅可比矩阵的条件数作为机构运动性能的评价指标,将全局误差系数作为机构运动精度的评价指标,通过优化得到了具有更高灵巧度和运动精度的设计参数。光电封装系统中的六自由度运动平台应具有行程大、精度高、稳定性好等特点,HOU 等^[2]提出采用柔性铰链的机构作为光电封装平台,并对其进行了逆运动学建模。郭抗等^[3]根据光刻物镜中光学元件轴向调节机构轴向结构紧凑、调节精度高的使用需求,设计一种光学元件轴向调节机构,为提高机构可靠性和降低制作成本,将 6-PSS 并联机构中的 6 个运动支链分为 3 对,每对共用一个移动副,最后制作了样机,进行了试验验证;王宗平等^[4]对提出的机构进行了动力学分析,该机构具有刚度高、运动精度高等优点。6-PSS 并联机构的应用还有:仿生下颌平台^[5]、送料机械手^[6]、空间望远镜副镜调整机构^[7]、地震模拟器^[8]、仿生机械马^[9]等。

工作空间、灵巧性等运动学性能是衡量一个机构优良的重要评价指标^[10]。张伟中等^[11]以规则圆台工作空间体积和全局运动/力传递性能为目标函数,通过粒子群算法对 2-PUR-PSR 并联机构进行了优化。孙小勇等^[12]通过优化数学模型对 6-PSS 并联机构的工作空间和动力学特性进行了多目标优化。许允斗等^[13]提出了一款构型为 R(2RPR)R/SP-RR 的五自由度混联机器人,并综合考虑工作空间与力传递效率等指标对其并联结构部分进行了关键尺度优化。李仕华等^[14]提出了一种基于球面 5R 机构的空间二维指向机构,以工作空间、灵巧性和承载能力作为优化指标,采用图谱法对机构的结构参数进行了优化设计。HOU 等^[15]以 3-PSS/S 并联机构工作空间大小和性能为优化目标,采用遗传算法进行尺度参数优化。张良安等^[16]提出改进混沌粒子群算法,并利用该算法对 Ahut-Delta 并联机构进行尺度优化。叶伟等^[17]提出了一种用于微创手术的远中心并联机构,通过分析运动/力传递指标的性能,表明机构在工作空间内性能良好,以优质空间

为目标对机构进行了尺度优化。目前,鲜有文献研究平面平台型 6-PSS 并联机构的构型选择与参数优化问题,该领域仍需深入研究。

本文主要考虑基座和动平台的球铰副中心分别位于同一平面上的平面平台型 6-PSS 并联机构,其构型选择与参数优化的本质是解决直线导轨在基座上的布置方式与尺寸综合问题。给出 4 种典型的平面平台型 6-PSS 机构构型,建立其运动学逆解模型并推导其雅可比矩阵,通过 ADAMS 仿真验证其正确性;对比分析 4 种典型构型机构的可达工作空间、转动能力和灵巧性,确定平面平台型 6-PSS 并联机构的最优构型;针对最优构型分析其结构参数对工作空间和灵巧性的影响规律,并以工作空间体积最大化为优化目标,得到最优结构参数值,并对优化后的机构进行误差分析,以期对平面平台型 6-PSS 并联机构提供设计依据。

1 平面平台型 6-PSS 机构运动学模型

1.1 机构描述与坐标系建立

本文研究的平面平台型 6-PSS 并联机构主要由基座(6 个驱动电机、6 条直线导轨、6 个滑块)、下球铰、6 条长度相同的连杆、上球铰、动平台等组成,通过电机驱动滑块运动,带动连杆从而实现动平台的六自由度运动。

结合图 1 对平面平台型 6-PSS 并联机构的 4 种典型构型进行说明。构型 I 的导轨按照 1-1-1-1-1-1 分为 6 组,呈轮辐式布置,每条导轨的延长线通过基座中心;构型 II 的导轨按照 1-2-1-2 分为 4 组,呈十字形正交布置,2 个一组的导轨相互平行;构型 III 的导轨按照 2-2-2 分为 3 组,呈 120°对称布置,每组 2 条导轨相互平行;构型 IV 的导轨按照 3-3 分为两组,呈横向对称布置,每组 3 条导轨相互平行。

如图 1 所示, A_i 、 B_i ($i=1,2,\cdots,6$) 分别为动平台和滑块的球铰副中心; B_{0i} 为滑块初相位也就是滑块位移为 0 时的球铰副中心; A_i 、 B_{0i} 两两一组分为 3 组,分别均布在半径为 r 和 R 的圆周上,呈 120°对称分布;每组动平台球铰副中心之间的夹角为 θ_a ;每组滑块球铰副中心之间的夹角为 θ_b 。6 条连杆的长度均为 L 。6 条直线导轨长度均为 S_0 。4 种构型的导轨布置方式不同,但结构参数相同。

如图 1 所示,以动平台中心为原点建立动坐标系 $O_A X_A Y_A Z_A$,以基座中心为原点建立静坐标系 $OXYZ$ 。

1.2 运动学逆解

并联机构逆解是已知动平台的位姿参数 $q =$

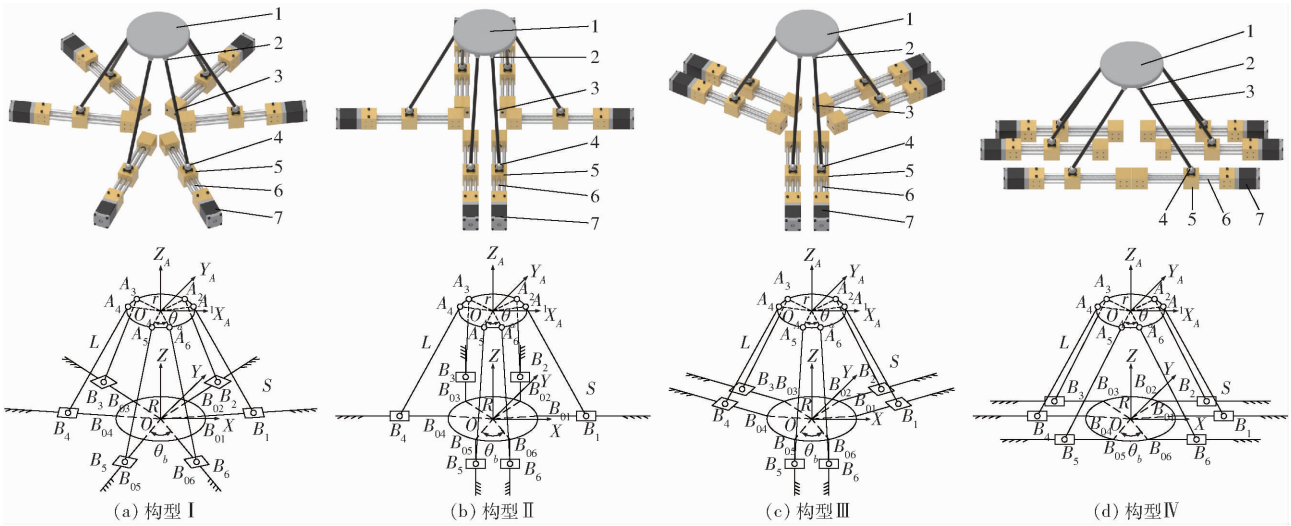


图1 4种构型的平面平台型6-PSS并联机构的三维模型及其机构简图

Fig. 1 3D models and schematic drawings of four configurations of parallel mechanism with planar platform

1. 动平台 2. 上球铰 3. 连杆 4. 下球铰 5. 滑块 6. 直线导轨 7. 驱动电机

$(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$, 反求6个滑块位移 S_i ($i = 1, 2, \dots, 6$), S_i 表示滑块球铰副中心 B_i 到初相位 B_{0i} 的距离。动平台球铰副中心 A_i 在动坐标系中的坐标矢量 $A'_i = (A'_{ix}, A'_{iy}, 0)^T$ 可由机构几何参数得出, 然后通过坐标变换公式得到其在静坐标系中的坐标矢量 $A_i = (A_{ix}, A_{iy}, A_{iz})^T$, 坐标变换公式为

$$A_i = RA'_i + T \quad (1)$$

其中

$$R = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & sas\beta c\gamma - cas\gamma & cas\beta c\gamma + sas\gamma \\ c\beta s\gamma & sas\beta s\gamma + cas\gamma & cas\beta s\gamma - sac\gamma \\ -s\beta & sac\beta & cac\beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T = [x \ y \ z]^T \quad (3)$$

式中 R ——旋转变换矩阵

T ——平移变换矩阵

c 表示 $\cos$, s 表示 $\sin$ 。

滑块球铰副中心 B_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) 在固定坐标系中的坐标矢量 $B_i = (B_{ix}, B_{iy}, 0)^T$ 可由机构结构参数和滑块位移 S_i 得出。

根据运动过程中杆长长度不变, 建立方程

$$\|A_i - B_i\| = L \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (4)$$

当位姿参数 $q = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$ 和机构结构参数已知时, 求解式(4)可得到滑块位移 S_i 。

1.3 机构雅可比矩阵

由刚体速度投影定理可知, 连杆两端球铰副中心在连杆上的速度投影相等, 以此建立等式。

第 i 个动平台球铰副中心的速度矢量为

$$V_{A_i} = V_{O_A} + \omega_A \times (RA'_i) \quad (5)$$

其中 $V_{O_A} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$ $\omega_A = (\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma})^T$

式中 V_{O_A} ——动平台坐标原点速度矢量

ω_A ——动平台绕动坐标系转动角速度

动平台球铰副中心在连杆上的速度投影为

$$V_{A_i} L_i = [L_i \quad RA'_i \times L_i] \begin{bmatrix} V_{O_A} \\ \omega_A \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中

$$L_i = (L_{ix}, L_{iy}, L_{iz})^T$$

式中 L_i ——连杆方向向量

由导轨的位置分布特点, 可得到滑块球铰副中心速度矢量 V_{B_i} 和其速度标量 $\dot{S}_i$ 之间的关系

$$V_{B_i} = \dot{S}_i m_i \quad (7)$$

其中

$$m_i = (\cos\theta_i, \sin\theta_i, 0)^T$$

式中 θ_i ——第 i 条导轨与 X 轴正方向的夹角

令 $V_{A_i} L_i = V_{B_i} L_i$, 则可得

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \\ \vdots \\ \dot{S}_6 \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} V_{O_A} \\ \omega_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_1^T}{L_1 m_1} & \frac{[RA'_1 \times L_1]^T}{L_1 m_1} \\ \frac{L_2^T}{L_2 m_2} & \frac{[RA'_2 \times L_2]^T}{L_2 m_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{L_6^T}{L_6 m_6} & \frac{[RA'_6 \times L_6]^T}{L_6 m_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(8)中 $J_{6 \times 6}$ 即所求解的雅可比矩阵, 反映了并联机构输入构件和输出构件之间的传动比。

1.4 误差模型

本文主要研究结构参数误差(驱动副安装位置误差、杆长误差、动平台球铰副安装位置误差)对机构末端位姿误差的影响, 采用矢量微分法求误差模型, 由矢量闭环公式可得

$$u_i l_i = RA'_i + T - B_i \quad (9)$$

其中

$$u_i = L_i / l_i$$

式中 u_i ——连杆方向单位向量

l_i ——连杆实际长度

对式(9)两端进行全微分可得

$$\delta u_i l_i + u_i \delta l_i = \delta R A'_i + R \delta A'_i + \delta T - \delta B_i \quad (10)$$

参照文献[18]对式(10)进行推导和整理,得到结构参数误差和末端位姿误差的映射关系为

$$\delta q = J_p^{-1} \delta l_i - J_p^{-1} J_o \delta e \quad (11)$$

其中
$$\delta q = (\delta x, \delta y, \delta z, \delta \alpha, \delta \beta, \delta \gamma)^T$$

$$\delta l_i = (\delta l_1, \delta l_2, \delta l_3, \delta l_4, \delta l_5, \delta l_6)^T$$

$$J_p = \begin{bmatrix} u_1^T & (RA'_1 \times u_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ u_6^T & (RA'_1 \times u_6)^T \end{bmatrix}$$

$$J_o = \begin{bmatrix} u_1^T R & -u_1^T & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_6^T R & -u_6^T \end{bmatrix}$$

$$\delta e = (\delta A'_1, \delta B_1, \cdots, \delta A'_6, \delta B_6)^T$$

$$\delta A'_i = (\delta A'_{ix}, \delta A'_{iy}, \delta A'_{iz})^T$$

$$\delta B_i = (\delta B_{ix}, \delta B_{iy}, \delta B_{iz})^T$$

式中 δq ——机构末端位姿误差向量
 δl_i ——连杆长度误差向量
 J_p ——杆长误差传递矩阵
 J_o ——球铰副中心位置误差传递矩阵
 δe ——上下球铰副中心位置误差向量

1.5 运动学模型验证

以构型Ⅲ为例,设如表1所示结构参数。初始位姿 $q = (0, 0, 420, 0, 0, 0)^T$, 时间 $t \in (0, 5 \text{ s})$, 给定动平台位姿变化函数

$$\begin{cases} x = 10t \\ y = 10t \\ z = 420 + 6t \\ \alpha = \pi t / 90 \end{cases} \quad (12)$$

表1 机构的一组结构参数

Tab.1 A set of parameter values of mechanism						
参数	R/mm	r/mm	L/mm	S_0/mm	$\theta_a/(\text{^\circ})$	$\theta_b/(\text{^\circ})$
数值	200	100	500	200	60	45

利用 Matlab 位姿逆解求得上述给定过程的滑块位移和其速度变化曲线;利用 ADAMS 模拟机构运动得到仿真结果。将理论计算和运动仿真结果进行线性拟合^[19],结果如图2所示,二者位移最大误差量级为 10^{-2} mm ,速度最大误差量级为 10^{-2} mm/s ,均在允许范围之内,验证了理论模型的正确性。

2 不同构型机构运动性能

2.1 工作空间

并联机构工作空间按照定义不同可分为完全工作空间、可达工作空间及灵活工作空间等^[20]。考虑到六维工作空间很难描述,本文主要分析固定姿态

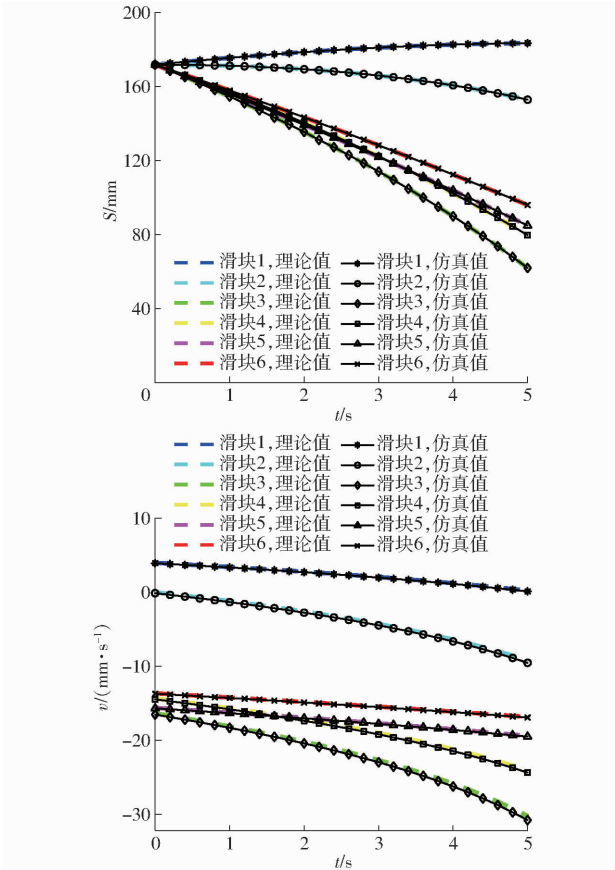


图2 理论与仿真结果对比

Fig.2 Comparison of theoretical and simulation results
角为 $(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ 下的可达工作空间。

工作空间的约束条件主要有以下两种:

(1) 球铰副转角限制

球铰副转角 φ 定义为与球铰副连接的连杆方向向量和球铰副底座面的法向量之间的夹角。本文选择球铰副最大转角 $\varphi_{\max} = 45^\circ$, 则各球铰副的转角应满足

$$\begin{cases} \varphi_{ai} = \arccos(L_i n_{ai} / L) \leq \varphi_{\max} \\ \varphi_{bi} = \arccos(L_i n_{bi} / L) \leq \varphi_{\max} \end{cases} \quad (13)$$

式中 $\varphi_{ai}, \varphi_{bi}$ ——动平台和滑块上各球铰的转角
 n_{ai} ——与动平台连接的球铰副底座面的单位法向量
 n_{bi} ——与滑块连接的球铰副底座面的单位法向量

(2) 滑块行程限制

受直线导轨长度限制,滑块在各自运行方向行程亦受限,其位移约束为

$$0 \leq S_i \leq S_0 \quad (14)$$

采用极坐标边界搜索法^[21]求解可达工作空间边界。首先根据机构结构参数确定工作空间的最低边界点 $(0, 0, Z_{\min})$ 和最高边界点 $(0, 0, Z_{\max})$; 其次用平行于 XOY 的平面将工作空间分为若干高度为

Δz 的子空间,在第 i 个子空间里,位置点的 Z 轴坐标为 z_i ,极角 σ 从 0 开始以增量 $\Delta\sigma$ 增加到 2π ,在每一个极角方向上,极径 ρ 从 0 开始以增量 $\Delta\rho$ 逐渐增加,直到位置点不满足约束条件则停止搜索,并记录下来该搜索方向的极径 ρ_j ;然后开始下一个极角方向的搜索,该方法求解的工作空间体积可表示为

$$V = \frac{1}{2} \sum_{z_i = Z_{\min}}^{Z_{\max}} \sum_{\sigma = 0}^{2\pi} \rho_j^2 \Delta\sigma \Delta z \quad (15)$$

图 3 为 4 种构型的机构可达工作空间及其投影轮廓图。由图 3 可知,4 种构型机构在 X 、 Y 、 Z 方向可达工作空间范围分别为:构型 I 210、232、90 mm;构型 II 201、193、76 mm;构型 III 251、248、89 mm;构型 IV 173、286、55 mm。

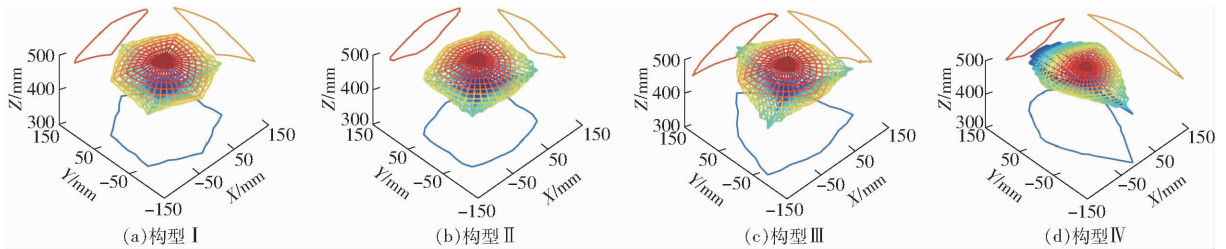


图 3 4 种构型的平面平台型 6-PSS 并联机构的可达工作空间及其投影图

Fig. 3 Reachable workspace and projection of 6-PSS parallel mechanism with planar platform

通过式(15)计算 4 种构型工作空间体积分别为 1.0845×10^6 、 9.789×10^5 、 1.2221×10^6 、 $6.668 \times 10^5 \text{ mm}^3$ 。构型 IV 的工作空间体积相比于其他 3 种较小。构型 III 在各方向上的可达工作空间范围和工作空间体积都相对较大。

2.2 转动能力

采用边界数值搜索法求解机构在不同高度工作空间平面上的所能达到的最小转角和最大转角。由于机构具有对称性,因此只需对比绕 X 轴转角 α ,工作空间 k 处的高度 H_k 为

$$H_k = Z_{\min} + k(Z_{\max} - Z_{\min}) \quad (0 \leq k \leq 1) \quad (16)$$

如图 4 所示,构型 IV 的转动范围略不同于其它 3 种构型。构型 I、构型 II、构型 III 在各自工作空间高度 $1/2$ 处到 $3/4$ 处之间转动范围达到最大,绕 X 轴转角 α 为 $[-18^\circ, 18^\circ]$,从图 4 可知,前 3 种构型的转动能力相差不大。

2.3 灵巧性

雅可比矩阵条件数 $K(J)$ 可定量反映机构输入与输出之间运动/力传递关系。通常 $1 \leq K(J) \leq \infty$,一般采用雅可比矩阵条件数的倒数来表示机构局部灵巧度,条件数越小,灵巧度越大,机构运动/力传递性能越好^[22]。局部灵巧度指标计算式为

$$L_{cl} = \frac{1}{K(J)} = \frac{1}{\|J\| \|J^{-1}\|} \quad (17)$$

由于 L_{cl} 只能判断机构在单个位形下的运动/力传递性能,利用全局灵巧度指标 G_{cl} 来评价机构在整个工作空间里的运动/力传递性能,计算式为

$$G_{cl} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_{cl_i} \quad (18)$$

式中 n ——工作空间内离散点的数量

图 5 为 4 种构型机构在各自 $Z = \frac{1}{4}H$ 、 $Z = \frac{1}{2}H$

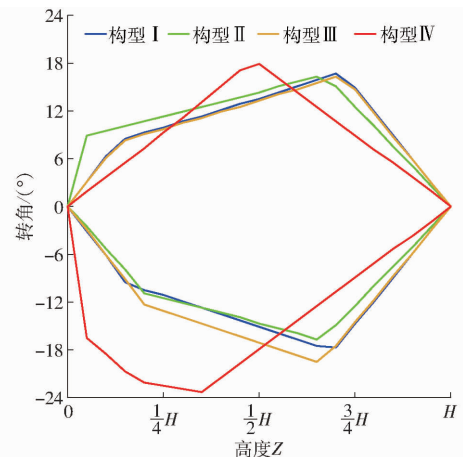


图 4 4 种构型的机构在不同工作空间高度上的绕 X 轴转角 α 范围

Fig. 4 Comparison of rotation capacity between different configurations

和 $Z = \frac{3}{4}H$ 平面上的灵巧度分布及其投影轮廓,可知 4 种构型的机构灵巧度均随 Z 的增加而减小,构型 II 和构型 IV 的灵巧度在各个方向均衡性较差;对比同比例的工作空间高度 Z 所对应的灵巧度可知,构型 III 更优。由式(18)计算 4 种构型的全局灵巧度分别为 0.191 6、0.207 4、0.298 4、0.179 1,量化验证构型 III 的灵巧性最优。

综上所述,构型 III 可达工作空间范围、工作空间体积、不同工作空间高度上的灵巧度分布、全局灵巧度都较优越,因此本文采用最优构型 III 的 6-PSS 并联机构。

3 结构参数优化设计

3.1 结构参数

图 6 为 6 个结构参数工作空间在 $Y = 0$ 平面上

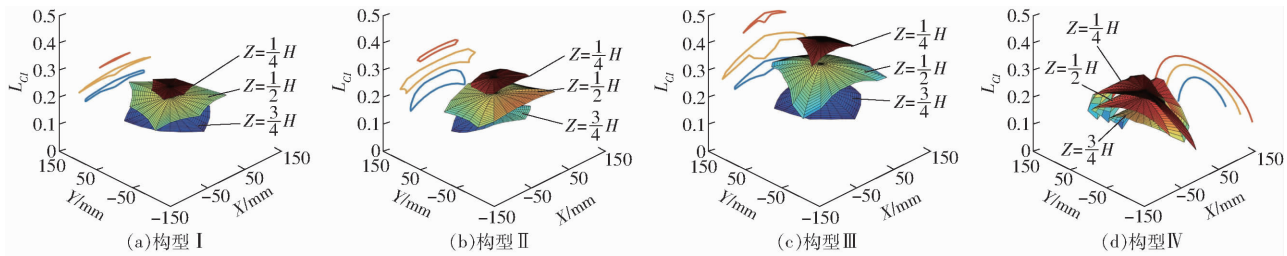


图 5 4 种构型的 6-PSS 并联机构的灵巧度分布图

Fig. 5 Distributions of dexterity of four configurations of 6-PSS parallel mechanism with planar platform

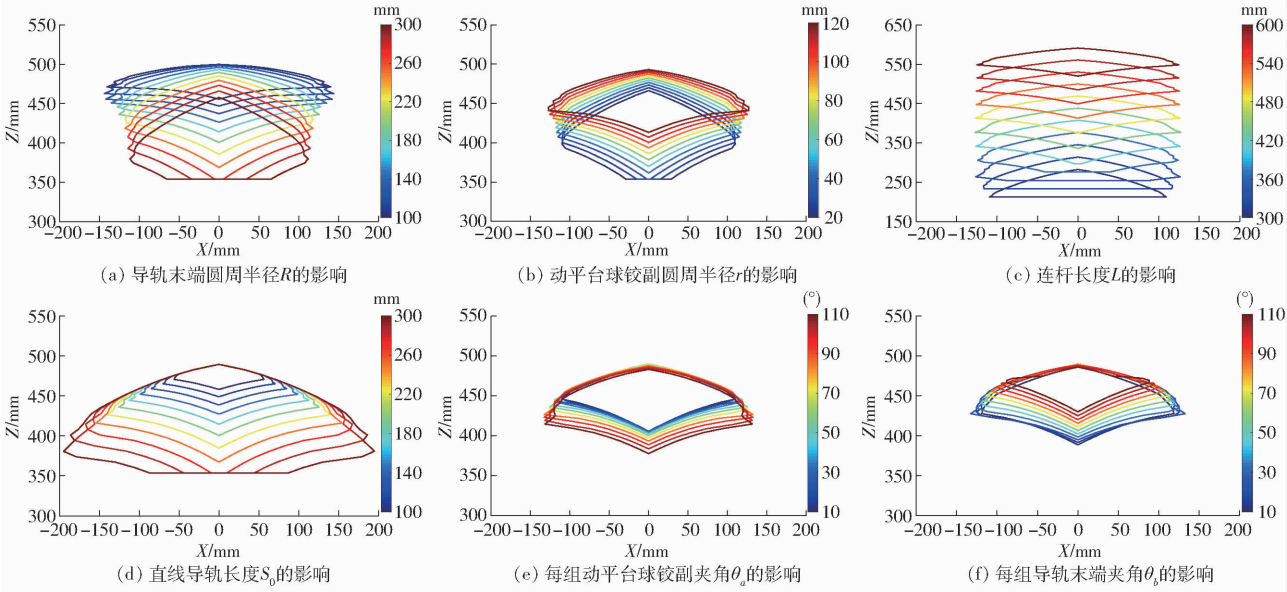


图 6 不同结构参数对可达工作空间的影响

Fig. 6 Influence of different structural parameters on reachable workspace

的投影轮廓图。单个结构参数改变,对 workspace 投影的影响趋势如表 2 所示。

表 2 工作空间投影范围的变化趋势				
Tab. 2 Variation trend of workspace projection				
参数	X 方向投影	Z 方向投影	最高点 Z	最低点 Z
	范围变化 幅度/%	范围变化 幅度/%	坐标变化 幅度/mm	坐标变化 幅度/mm
R	-20.37	135.13	-42.13	-101.98
r	-15.75	29.28	-26.74	-59.78
L	-14.08	-1.76	-309.08	-307.86
S_0	334.96	246.15	0	-104.73
θ_a	16.92	27.36	-4.54	-27.23
θ_b	25.54	42.36	1.37	-41.28

由图 6 和表 2 可知, R 增大,workspace 在 X 方向的投影范围减小,在 Z 方向的投影范围显著增大,最高点下移,最低点显著下移,当 R 增大到一定值,workspace 最低位置不再下降,且由一点变为一个平面;由图 6 和表 2 可知, r 减小,workspace 在 X 方向的投影范围减小,在 Z 方向的投影范围增大,最高点下移,最低点下移,当 r 减小到一定值,workspace 最低位置不再下降,且由一点变为一个平面;由图 6 和表 2 可知, L 减小,workspace 整体下移,workspace 在 X 方向和 Z 方向投影范围变化较小,当 L 减小到

一定值,workspace 最低位置由一点变为一个平面;由图 6 和表 2 可知, S_0 增大,workspace 投影最高点无变化,workspace 在 X 方向和 Z 方向的投影范围都显著增大,当 S_0 增大到一定值,workspace 最低位置不再下降,且由一点变为一个平面;由图 6 和表 2 可知, θ_a 增大或 θ_b 减小,workspace 在 X 方向和 Z 方向的投影范围增大,最高点位置几乎不变,最低点下移。

上文所述及图 6 中 workspace 最低位置为一点的情况如图 7 所示,当所有滑块都到达最大行程时,动平台下降到最低点。workspace 最低位置为一个平面

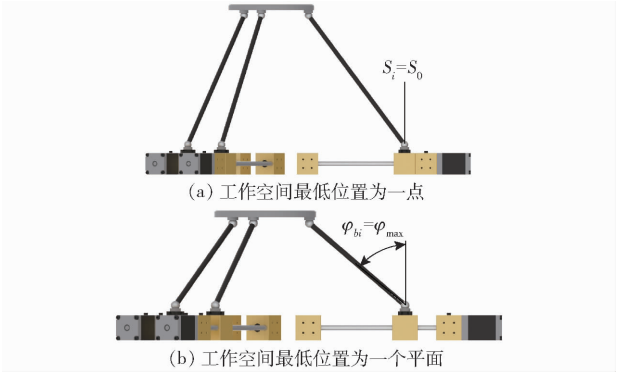


图 7 工作空间最低位置情况

Fig. 7 Illustration of the lowest position in workspace

的情况如图 7 所示,球铰副转角已达到最大值,但所有滑块尚未达到最大行程,此时滑块仍可移动,从而工作空间最低位置形成一个平面。结构参数改变,当 R 越大、 r 越小、 L 越小、 S_0 越大时均会出现不同程度的最低平面。

为了优化构型 III 的结构参数,通过式 (15)、

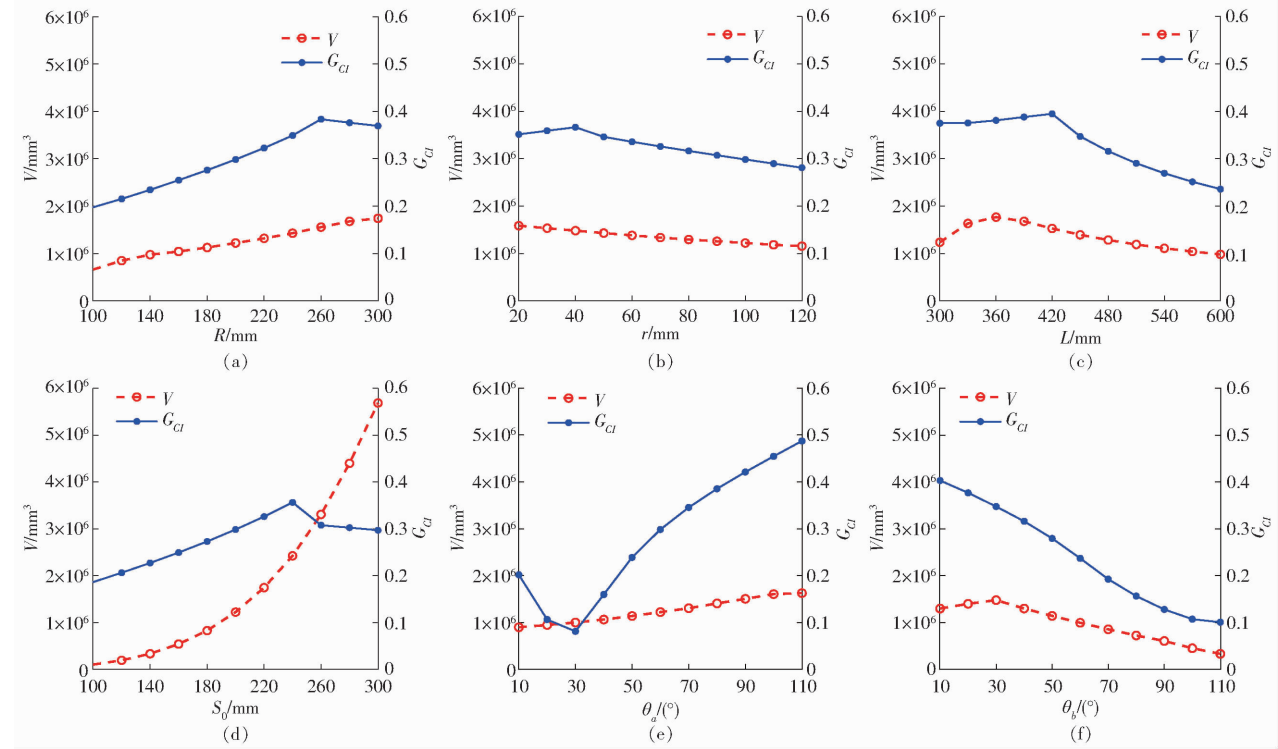


图 8 结构参数与性能之间的关系

Fig. 8 Relationships between structural parameters and performance

究其原因,由第 2.3 节可知,如图 5 所示,工作空间内的点,其纵坐标 Z 越小,局部灵巧度 L_{cl} 越大;由图 6、8 可知,机构结构参数改变(R 增大, r 减小, L 减小, S_0 增大),工作空间均增大,主要是工作空间偏下部分体积增大所致;工作空间逐步偏下,纵坐标 Z 减小,局部灵巧度 L_{cl} 越大,而偏下部分体积越大,则高的局部灵巧度 L_{cl} 比例增大,全局灵巧度 G_{cl} 越大。随着结构参数在给定范围内继续变化,出现了工作空间最低位置为一个平面的情况,此时工作空间增大变缓,而工作空间偏下部分体积又逐步减小,全局灵巧度开始减小且拐点之后工作空间体积和全局灵巧度不再呈正相关。

在参数优化时,确保机构在每组结构参数下的工作空间最低位置是一个点,即可保证工作空间体积和全局灵巧度正相关,此时只需将工作空间体积作为优化目标,就可得到工作空间大、全局灵巧性好的结构参数。

3.2 优化模型

工作空间体积 V 作为优化目标函数,可由式 (15) 计算得到。选取机构的结构参数为设计变

(18) 计算机构的工作空间体积和全局灵巧度,由此分析判断各结构参数对性能指标的影响。如图 8a~8d 所示,可知在一定的结构参数范围内,工作空间体积 V 和全局灵巧度 G_{cl} 呈正相关。如图 8e、8f 所示, θ_a 、 θ_b 对全局灵巧度 G_{cl} 影响较大,但是对工作空间体积 V 影响较小。

量。为了参数优化的标准化和普适性^[23],取导轨长度为固定值 $S_0 = 200$ mm,其他设计变量变化范围如式 (19) 所示,则优化模型为

$$\begin{cases} \max f(R, r, L, S_0, \theta_a, \theta_b) = V \\ \text{s. t.} \begin{cases} 100 \text{ mm} \leq R \leq 200 \text{ mm} \\ 50 \text{ mm} \leq r \leq 100 \text{ mm} \\ 300 \text{ mm} \leq L \leq 500 \text{ mm} \\ S_0 = 200 \text{ mm} \\ 20^\circ \leq \theta_a \leq 100^\circ \\ 20^\circ \leq \theta_b \leq 100^\circ \end{cases} \end{cases} \quad (19)$$

3.3 优化结果

采用粒子群算法求解上述优化问题。该算法中,粒子拥有记忆功能会记录自身最优位置,受到自身经验的引导,同时基于信息共享机制受到群体经验的影响,使得粒子同时具有向自身最优位置和全局最优位置逼近的趋势,具有较好的全局搜索能力和收敛速度^[24]。粒子群算法的控制参数设置为:种群规模 40,最大迭代次数 80,学习因子 1 和 2 都取 1.5,惯性权重为 0.4~0.8。结构参数优化设计的

圆整结果如表 3 所示,其中解 1 和解 2 为挑选的局部最优解,解 3 为全局最优解。

3 个解所对应的工作空间投影图如图 9 所示,可知工作空间体积增大主要是由于竖直 Z 方向的

表 3 优化结果对比

Tab. 3 Comparison of optimization results

解序号	R/mm	r/mm	L/mm	S_0/mm	$\theta_a/(\text{^\circ})$	$\theta_b/(\text{^\circ})$	V/mm^3	G_{CI}
1	133	71	420	200	60	31	$1.454\,0\times10^6$	0.349 2
2	168	91	401	200	63	33	$1.713\,3\times10^6$	0.428 9
3	199	70	490	200	95	30	$1.887\,2\times10^6$	0.529 8

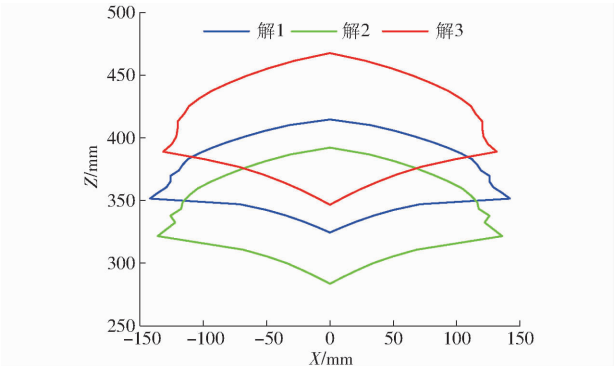


图 9 优化结果对应的工作空间投影图

Fig. 9 Workspace projection maps of optimization results

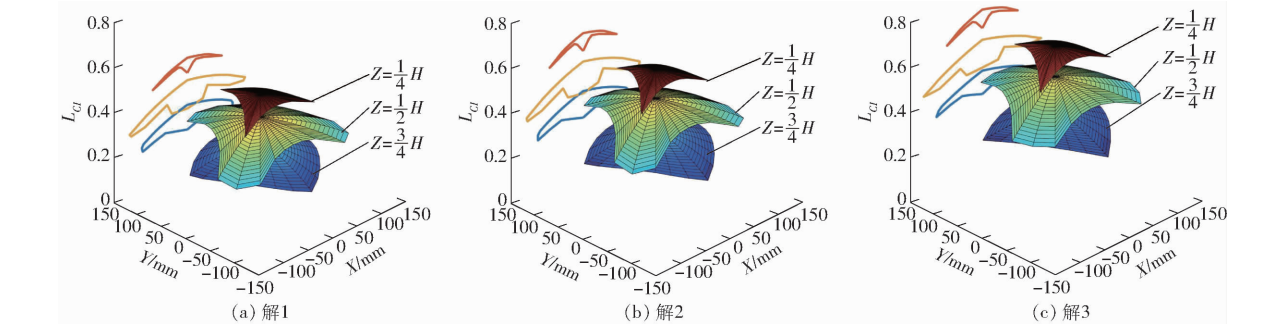


图 10 结构优化结果所对应的灵巧度分布

Fig. 10 Distributions of dexterity of optimization results

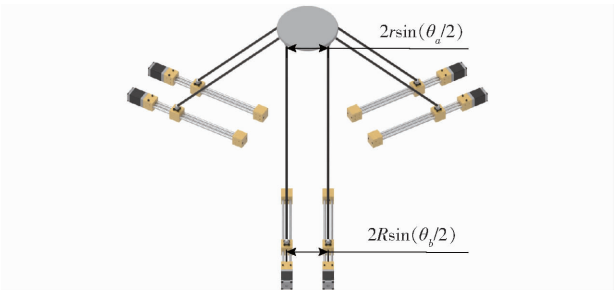


图 11 最优结构参数对应的三维模型

Fig. 11 3D model correspond to optimal structural parameters

6-PSS 并联机构的设计原则。首先,按照构型Ⅲ布置直线导轨,具体为 2-2-2 分为 3 组,呈 120°对称分布,每组的两条导轨相互平行;然后,由实际应用需求决定导轨长度 S_0 ,需获得较大工作空间,则选用较大导轨末端布置圆周半径 R 和较小的动平台球铰副布置圆周半径 r ;通过调整连杆长度 L ,来使工作空间最低位置为一点,即动平台在最低位置时,球铰副转角小于最大转角;通过调整每组动平台球铰副夹角 θ_a

和每组导轨末端夹角 θ_b ,来满足 $2r\sin(\theta_a/2) = 2R\sin(\theta_b/2)$,即可得到运动性能优越的平面平台型 6-PSS 并联机构。本文为平面平台型 6-PSS 并联机构的设计提供了依据。

3.4 误差分析

由于零件制造和机构装配水平的限制,实际结构参数与理论结构参数不可避免地存在误差^[25]。并联机构误差来源有驱动误差、间隙误差、变形误差等。本文主要研究结构参数误差,如驱动副安装位置误差 δR_i 、 $\delta \theta_b$ 、杆长误差 δl_i 、动平台球铰副安装位置误差 δr_i 、 $\delta \theta_a$ 。

由式(11)可知,任意一条支链有 5 项结构参数误差,共有 30 项结构参数误差,数量较多且不易同时进行分析,所以本文将研究单条支链上单项误差对机构末端位姿误差的影响,设长度误差为 0.2 mm、角度误差为 1°,取机构在工作空间内代表机构升降、平移、俯仰、偏航等运动的几个位姿点,应用 Matlab 进行仿真计算,结果如表 4 所示。

表 4 单支链上单项误差对机构末端位姿误差的影响

Tab.4 Influence of structural parameter error on pose error of mechanism end							
位姿点	结构参数	位置误差/mm			姿态误差/(°)		
	误差	δx	δy	δz	$\delta \alpha$	$\delta \beta$	$\delta \gamma$
(0,0,400 mm,0°,0°,0°)	$\delta R_1 = 0.2\text{ mm}$	$2.625\ 6 \times 10^{-2}$	$8.327\ 4 \times 10^{-2}$	$-2.278\ 2 \times 10^{-2}$	$4.378\ 3 \times 10^{-2}$	$2.530\ 0 \times 10^{-2}$	$3.573\ 4 \times 10^{-2}$
	$\delta r_1 = 0.2\text{ mm}$	$-1.831\ 5 \times 10^{-2}$	$-5.808\ 8 \times 10^{-2}$	$1.589\ 2 \times 10^{-2}$	$-3.054\ 1 \times 10^{-2}$	$-1.764\ 8 \times 10^{-2}$	$-2.492\ 7 \times 10^{-2}$
	$\delta l_1 = 0.2\text{ mm}$	$-4.705\ 1 \times 10^{-2}$	$-1.492\ 25 \times 10^{-1}$	$4.082\ 5 \times 10^{-2}$	$-7.845\ 9 \times 10^{-2}$	$-4.533\ 7 \times 10^{-2}$	$-6.403\ 5 \times 10^{-2}$
	$\delta \theta_{a1} = 1^\circ$	$6.127\ 1 \times 10^{-2}$	$1.943\ 26 \times 10^{-1}$	$-5.316\ 4 \times 10^{-2}$	$1.217\ 2 \times 10^{-1}$	$5.903\ 9 \times 10^{-2}$	$8.338\ 9 \times 10^{-2}$
	$\delta \theta_{b1} = 1^\circ$	$-6.098\ 1 \times 10^{-2}$	$-1.934\ 06 \times 10^{-1}$	$5.291\ 2 \times 10^{-2}$	$-1.016\ 9 \times 10^{-1}$	$-5.875\ 9 \times 10^{-2}$	$-8.299\ 3 \times 10^{-2}$
(50 mm,50 mm,430 mm,0°,0°,0°)	$\delta R_1 = 0.2\text{ mm}$	$2.132\ 3 \times 10^{-2}$	$8.613\ 2 \times 10^{-2}$	$-2.402\ 3 \times 10^{-2}$	$3.393\ 7 \times 10^{-2}$	$1.988\ 6 \times 10^{-2}$	$3.723\ 2 \times 10^{-2}$
	$\delta r_1 = 0.2\text{ mm}$	$-1.581\ 0 \times 10^{-2}$	$-6.386\ 0 \times 10^{-2}$	$1.781\ 1 \times 10^{-2}$	$-2.516\ 2 \times 10^{-2}$	$-1.474\ 4 \times 10^{-2}$	$-2.760\ 4 \times 10^{-2}$
	$\delta l_1 = 0.2\text{ mm}$	$-4.521\ 0 \times 10^{-2}$	$-1.826\ 18 \times 10^{-1}$	$5.093\ 4 \times 10^{-2}$	$-7.195\ 4 \times 10^{-2}$	$-4.216\ 2 \times 10^{-2}$	$-7.893\ 9 \times 10^{-2}$
	$\delta \theta_{a1} = 1^\circ$	$4.529\ 4 \times 10^{-2}$	$1.829\ 57 \times 10^{-1}$	$-5.102\ 8 \times 10^{-2}$	$7.208\ 8 \times 10^{-2}$	$4.224\ 0 \times 10^{-2}$	$7.908\ 5 \times 10^{-2}$
	$\delta \theta_{b1} = 1^\circ$	$-3.411\ 4 \times 10^{-2}$	$-1.377\ 96 \times 10^{-1}$	$3.843\ 3 \times 10^{-2}$	$-5.429\ 4 \times 10^{-2}$	$-3.181\ 4 \times 10^{-2}$	$-5.956\ 4 \times 10^{-2}$
(0,0,430 mm,10°,0°,0°)	$\delta R_1 = 0.2\text{ mm}$	$1.987\ 3 \times 10^{-2}$	$7.542\ 7 \times 10^{-2}$	$-2.118\ 5 \times 10^{-2}$	$3.215\ 6 \times 10^{-2}$	$2.259\ 1 \times 10^{-2}$	$3.818\ 6 \times 10^{-2}$
	$\delta r_1 = 0.2\text{ mm}$	$-1.581\ 2 \times 10^{-2}$	$-6.001\ 3 \times 10^{-2}$	$1.685\ 6 \times 10^{-2}$	$-2.558\ 5 \times 10^{-2}$	$-1.797\ 5 \times 10^{-2}$	$-3.038\ 3 \times 10^{-2}$
	$\delta l_1 = 0.2\text{ mm}$	$-4.171\ 1 \times 10^{-2}$	$-1.583\ 17 \times 10^{-1}$	$4.446\ 5 \times 10^{-2}$	$-6.749\ 2 \times 10^{-2}$	$-4.741\ 7 \times 10^{-2}$	$-8.015\ 1 \times 10^{-2}$
	$\delta \theta_{a1} = 1^\circ$	$2.765\ 5 \times 10^{-2}$	$1.049\ 66 \times 10^{-1}$	$-2.948\ 1 \times 10^{-2}$	$4.474\ 8 \times 10^{-2}$	$3.143\ 9 \times 10^{-2}$	$5.314\ 1 \times 10^{-2}$
	$\delta \theta_{b1} = 1^\circ$	$-4.580\ 0 \times 10^{-2}$	$-17.383\ 6 \times 10^{-2}$	$4.882\ 4 \times 10^{-2}$	$-7.410\ 9 \times 10^{-2}$	$-5.206\ 6 \times 10^{-2}$	$-8.800\ 7 \times 10^{-2}$
(0,0,430 mm,0°,0°,10°)	$\delta R_1 = 0.2\text{ mm}$	$2.951\ 8 \times 10^{-2}$	$8.334\ 1 \times 10^{-2}$	$-2.124\ 1 \times 10^{-2}$	$3.036\ 3 \times 10^{-2}$	$2.532\ 9 \times 10^{-2}$	$3.699\ 3 \times 10^{-2}$
	$\delta r_1 = 0.2\text{ mm}$	$-2.464\ 6 \times 10^{-2}$	$-6.958\ 5 \times 10^{-2}$	$1.773\ 5 \times 10^{-2}$	$-2.535\ 2 \times 10^{-2}$	$-2.114\ 8 \times 10^{-2}$	$-3.088\ 7 \times 10^{-2}$
	$\delta l_1 = 0.2\text{ mm}$	$-6.309\ 9 \times 10^{-2}$	$-1.781\ 6 \times 10^{-1}$	$4.540\ 7 \times 10^{-2}$	$-6.490\ 7 \times 10^{-2}$	$-5.414\ 4 \times 10^{-2}$	$-7.907\ 8 \times 10^{-2}$
	$\delta \theta_{a1} = 1^\circ$	$5.366\ 1 \times 10^{-2}$	$1.551\ 5 \times 10^{-1}$	$-3.861\ 6 \times 10^{-2}$	$5.519\ 9 \times 10^{-2}$	$4.604\ 6 \times 10^{-2}$	$6.725\ 0 \times 10^{-2}$
	$\delta \theta_{b1} = 1^\circ$	$-5.786\ 2 \times 10^{-2}$	$-1.633\ 7 \times 10^{-1}$	$4.163\ 8 \times 10^{-2}$	$-5.952\ 0 \times 10^{-2}$	$-4.965\ 0 \times 10^{-2}$	$-7.251\ 4 \times 10^{-2}$

由表 4 可知,杆长误差和上、下球铰副中心位置误差都是影响机构末端位姿误差的主要因素。不同位姿点对结构参数误差的敏感度不一样,但总的来说,杆长误差 δl_i 对机构末端位姿误差的影响大于导轨末端布置圆周半径误差 δR_i 的影响大于动平台球铰副布置圆周半径 δr_i 的影响。

4 结论

(1)针对 4 种典型的平面平台型 6－PSS 并联机构构型,根据坐标变换及机构几何关系,建立了运动学逆解模型,通过刚体速度投影定理,推导了机构的雅可比矩阵,通过矢量微分法建立了误差模型,并采用 ADAMS 仿真,验证了运动学模型的正确性。

(2)绘制了 4 种构型的平面平台型 6－PSS 并联机构的工作空间图和灵巧度分布图,求解了工作空间体积 V 和全局灵巧度 G_{Cl} ,经过对比分析得出构型Ⅲ的性能最优。

(3)分析了构型Ⅲ的结构参数对其工作空间和灵巧性的影响规律,结果表明在一定的结构参数范围内,工作空间体积和全局灵巧度正相关。

(4)以工作空间体积为优化目标函数,以机构结构参数为设计变量,通过粒子群优化算法求解,得到了最优结构参数,并与其他局部最优解结构参数进行对比,验证了优化结果的正确性,并对优化后的机构进行了误差分析,为平面平台型 6－PSS 并联机构的设计提供了依据。

参 考 文 献

[1] 胡圣鑫. 星载 SAR 天线 6－PSS 调整机构研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2019.
HU Shengxin. On the 6－PSS parallel adjusting mechanism for space-borne SAR Antenna[D]. Xi'an: Xidian University,2019. (in Chinese)

[2] HOU Fulong, LUO Meizhu, ZHANG Zijiao. An inverse kinematic analysis modeling on a 6－PSS compliant parallel platform for optoelectronic packaging[J]. CES Transactions on Electrical Machines and Systems,2019,3(1):81－87.

[3] 郭抗,巩岩. 6－PSS 型光学元件精密轴向调节机构[J]. 光学精密工程,2013,21(10):2648－2655.
GUO Kang, GONG Yan. Precise axial adjustment mechanism with 6－PSS type of optical elements[J]. Optics and Precision Engineering,2013,21(10):2648－2655. (in Chinese)

[4] 王宗平,赵登峰,曾国英. 一种六自由度并联机构的动力学模型[J]. 机械设计与制造,2018(增刊):71－74,77.
WANG Zongping, ZHAO Dengfeng, ZENG Guoying. The dynamic model of a 6-DOF parallel mechanism[J]. Machinery Design & Manufacture,2018(Supp.):71－74,77. (in Chinese)

[5] 李晓锋,王加森,卢慧,等. 6－PSS 仿生下颌咀嚼平台工作空间分析及其优化[J]. 机械设计,2016,33(1):48－54.
LI Xiaofeng, WANG Jiasen, LU Hui, et al. Workspace analysis and optimization of bionic 6－PSS jaw platform[J]. Journal of

- Machine Design, 2016, 33(1): 48 – 54. (in Chinese)
- [6] 张忠雷, 金振林, 张金柱. 新型送料机械手及其工作空间分析[J]. 中国机械工程, 2016, 27(13): 1743 – 1747.
ZHANG Zhonglei, JIN Zhenlin, ZHANG Jinzhu. Workspace analysis of a novel feeding manipulator[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(13): 1743 – 1747. (in Chinese)
- [7] CAO Xiaotao, ZHAO Weiguo, ZHAO Haibo, et al. 6 – PSS precision positioning stewart platform for the space telescope adjustment mechanism[C] // IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, 2018.
- [8] 张建政, 高峰, 赵现朝, 等. 六维并联地震模拟器机构的动力学分析与仿真[J]. 上海交通大学学报, 2011, 45(9): 1263 – 1268.
ZHANG Jianzheng, GAO Feng, ZHAO Xianchao, et al. Dynamic analysis and simulation of a 6-degree of freedom parallel earthquake simulator[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2011, 45(9): 1263 – 1268. (in Chinese)
- [9] ZHU Qiguang, WANG Hongrui, CHEN Ying. Study on the workspace of 6 – PSS bionic parallel machine horse[C] // IEEE International Conference on Robotics & Biomimetics, 2010.
- [10] 赵元, 毕长飞. 3 – PUU 并联机构工作空间分析与优化[J]. 机床与液压, 2016, 44(3): 14 – 18.
ZHAO Yuan, BI Changfei. Workspace analysis and optimization of 3 – PUU parallel manipulator[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2016, 44(3): 14 – 18. (in Chinese)
- [11] 张伟中, 李金平, 叶敏, 等. 2 – PUR – PSR 并联机构尺度综合多目标优化[J]. 农业机械学报, 2020, 51(11): 403 – 410.
ZHANG Weizhong, LI Jinping, YE Min, et al. Multi-objective optimization of dimensional synthesis for 2 – PUR – PSR parallel manipulator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(11): 403 – 410. (in Chinese)
- [12] 孙小勇, 郑彬, 鲍捷, 等. 高速 6 – PSS 并联机器人参数优化设计[J]. 农业机械学报, 2015, 46(5): 372 – 378.
SUN Xiaoyong, ZHENG Bin, BAO Jie, et al. Parameter optimization design of high-speed 6 – PSS parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(5): 372 – 378. (in Chinese)
- [13] 许允斗, 徐郑和, 杨帆, 等. 考虑工作空间与力传递效率的新型五自由度混联机器人设计与分析[J]. 中国机械工程, 2019, 30(16): 1996 – 2002.
XU Yundou, XU Zhenghe, YANG Fan, et al. Design and analysis of a new 5-DOF hybrid robot considering workspace and force transmission efficiency[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(16): 1996 – 2002. (in Chinese)
- [14] 李仕华, 孙静, 单彦霞, 等. 空间光学镜并联指向机构优化[J]. 光学精密工程, 2019, 27(3): 637 – 644.
LI Shihua, SUN Jing, SHAN Yanxia, et al. Optimization of novel parallel pointing mechanism for space optical mirror[J]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27(3): 637 – 644. (in Chinese)
- [15] HOU Yulei, HU Xinzhe, ZENG Daxing, et al. Biomimetic shoulder complex based on 3 – PSS/S spherical parallel mechanism[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(1): 29 – 37.
- [16] 张良安, 万俊, 谭玉良, 等. Ahut – Delta 并联机构改进混沌粒子群算法尺度综合[J]. 农业机械学报, 2015, 46(8): 344 – 351.
ZHANG Liang'an, WAN Jun, TAN Yuliang, et al. Dimensional synthesis of Ahut – Delta parallel mechanism based on improved chaotic particle swarm algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(8): 344 – 351. (in Chinese)
- [17] 叶伟, 谢镇涛, 李秦川. 一种可用于微创手术的并联机构运动学分析与性能优化[J]. 机械工程学报, 2020, 56(19): 103 – 112.
YE Wei, XIE Zhentao, LI Qinchuan. Kinematics analysis and performance optimization of a parallel manipulator for minimally invasive surgery[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(19): 103 – 112. (in Chinese)
- [18] 张树梅. 6 – PTRT 并联机器人运动学与位姿误差分析[D]. 抚顺: 辽宁石油化工大学, 2020.
ZHANG Shumei. Analysis of kinematics and pose error for 6 – PTRT parallel robot[D]. Fushun: Liaoning Shihua University, 2020. (in Chinese)
- [19] 刘渊. 误差理论与数据处理[D]. 大连: 大连理工大学, 2009.
LIU Yuan. Error theory and data processing[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2009. (in Chinese)
- [20] 艾青林, 祖顺江, 胥芳. 并联机构运动学与奇异性研究进展[J]. 浙江大学学报(工学版), 2012, 46(8): 1345 – 1359.
AI Qinglin, ZU Shunjiang, XU Fang. Review of kinematics and singularity of parallel manipulator[J]. Journal of Zhejiang University(Engineering Science), 2012, 46(8): 1345 – 1359. (in Chinese)
- [21] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2014: 181 – 184.
- [22] 陈修龙, 蒋德玉, 陈林林, 等. 冗余并联机构运动学性能分析与优化[J]. 农业机械学报, 2016, 47(6): 340 – 347.
CHEN Xiulong, JIANG Deyu, CHEN Linlin, et al. Kinematics performance analysis and optimal design of redundant actuation parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(6): 340 – 347. (in Chinese)
- [23] SONG Jingke, ZHAO Chen, ZHAO Kun, et al. Singularity analysis and dimensional synthesis of a 2R1T 3 – UPU parallel mechanism based on performance atlas[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2022, 15(1): 011001.
- [24] 包子阳, 余继周, 杨杉. 智能优化算法及其 MATLAB 实例[M]. 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2018: 111 – 119.
- [25] 李官明, 曲海波, 郭盛. 平面结构冗余并联机构的误差敏感度分析[J]. 机械工程学报, 2020, 56(23): 45 – 57.
LI Guanming, QU Haibo, GUO Sheng. Sensitivity analysis of a planar parallel manipulator with kinematic redundancy[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(23): 45 – 57. (in Chinese)