

基于有限位置法的冲压机构摆动力完全平衡设计

沈惠平 聂亚彪 李 菊 杨廷力

(常州大学现代机构学研究中心, 常州 213016)

摘要: 基于有限位置法对一种具有两个末端执行器的零耦合度平面高速冲压机构进行摆动力完全平衡设计。通过拓扑分析将该机构划分成3个子运动链(SKC),根据树系统划分原则分别确定了各子运动链中连枝构件以及树枝构件的个数;对机构进行位置分析,依次求解各子运动链的质量矩,得到机构总质量矩与各个构件角位置之间的关系;通过求取机构在5个不同位置上的总质量矩建立线性方程,求解得到机构摆动力完全平衡时各树枝构件的平衡配重参数 m_i^* 和 p_i^* ;分析了配重参数 m_i^* 、 p_i^* 对平衡后总质心轨迹波动及总惯性力的影响。结果表明,改变配重质量参数 m_i^* 对最终平衡效果影响较大,取 m_i^* 为0.002 kg时,机构总质心轨迹波动和总惯性力在 x 、 y 轴方向上分量比平衡前分别下降了44.44%、59.78%和72.94%、5.40%,验证了摆动力完全平衡条件的有效性。

关键词: 冲压机构; 有限位置法; 质量矩; 摆动力完全平衡

中图分类号: TH113.2⁺5 文献标识码: A 文章编号: 1000-1298(2021)04-0384-08 **OSID:** 

Design and Analysis of Complete Shaking Force Balance of Stamping Mechanism Based on Finite Position Method

SHEN Huiping NIE Yabiao LI Ju YANG Tingli

(Research Center for Advanced Mechanism Theory, Changzhou University, Changzhou 213016, China)

Abstract: Based on the finite position method, a zero coupling planar high-speed stamping mechanism with two end effectors was designed and analyzed for complete shaking force balance. Firstly, the mechanism was divided into three sub-kinematic chains (SKC) by topological analysis, and the number of connecting branches and branches in each sub-kinematic chain was determined according to the principle of tree system division. Then, the position of the mechanism was analyzed. The mass moment of each sub chain was solved in turn, and the relationship between the total mass moment and the angular position of each component was obtained. By calculating the total mass moment of the mechanism at five different positions, multiple linear equations were established, and the balance weight parameters m_i^* and p_i^* of each branch member were obtained. Finally, the influence trend of m_i^* and p_i^* on the total center of mass track fluctuation and the total inertial force after balancing was analyzed. It was found that the change of m_i^* had a greater impact on the final balance effect. When m_i^* was 0.002 kg, compared with that before balancing, the components of the total mass center trajectory fluctuation and the total inertial force in the x and y directions were decreased by 44.44%, 59.78%, 72.94% and 5.40%, respectively, which verified the validity of the condition of complete balance of the pendulum force. The finite position method was simple, effective and easy to program by computer. The research result provided an idea for solving the condition of complete balance of mechanism shaking force.

Key words: stamping mechanism; finite position method; mass moment; complete balance of shaking force

0 引言

实现摆动力和摆动力矩平衡是高速机构设计必

须考虑的问题。国内外学者提出了机构摆动力和摆动力矩完全平衡的一些理论和研究方法^[1-7]。

BERKOF等^[8]提出了线性独立矢量法,并给出

了一般平面机构摆动力完全平衡条件的求解步骤；文献[9]提出了质量静替代法,通过对机构各杆件质量的重新分配,实现了一平面四杆机构的摆动力完全平衡；BAGCI^[10]通过在机构中附加杆组或子机构的方法,实现了对某些特殊机构的摆动力平衡；文献[11-12]提出了质量矩替代法,通过将机构中所有连枝构件的质量矩均转换为与之相邻的树枝构件的质量矩,推导了所有树枝构件摆动力平衡条件；BRIOT 等^[13]提出一种基于机构总质心最优控制的方法,求解了高速机械手的摆动力平衡问题,并通过对不同运动轨迹的数值模拟,验证了该方法的有效性；OUYANG 等^[14-15]提出一种通过调整机构运动学参数使机构总质心静止不动的方法,从而实现其摆动力的完全平衡。CHAUDHARY 等^[16]以机构摆动力和摆动力矩为目标函数,基于遗传进化算法(GA)得到了一组最优解,并验证了该解的有效性；GENG 等^[17]在不增加机构整体质量的前提下,通过优化机构总质心轨迹,使机构达到了较好的摆动力平衡效果。上述摆动力完全平衡的方法几乎都是基于解析法导出机构平衡条件,以适应机构运动的任意位置。而有限位置法^[18-20]的思路是:如机构在有限个位置(一般为 $v+f+1$, v 为独立回路数, f 为自由度)上摆动力完全平衡,则机构在任意位置上的摆动力也一定完全平衡。

本文应用有限位置法对降耦优化得到的一种含 3 个回路的零耦合度平面高速冲压机构进行摆动力完全平衡设计与分析。

1 拓扑结构分析及树系统划分

1.1 拓扑结构分析

图 1 为零耦合度($\kappa=0$)平面八杆冲压机构,是针对文献[21]中耦合度 $\kappa=1$ 的平面八杆冲压机构(只能求得数值型位置正解),根据机构拓扑降耦设计方法^[22-24]进行拓扑优化设计得到的。

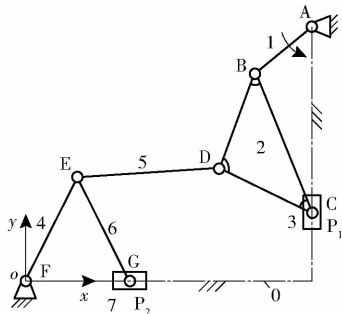


图 1 平面八杆冲压机构($\kappa=0$)

Fig. 1 Plane eight-bar stamping mechanism($\kappa=0$)

该高速冲压机构主要由驱动构件 1 和 3 个平面Ⅱ级杆组(2,3)、(4,5)、(6,7)组成,其中,机架为

0,移动副 P_1 为主冲压头,移动副 P_2 为辅助推料器,其余 7 个关节(A~G)均为转动副。机构中每一构件都存在一条只由转动副组成的通路,满足通路定理^[15],因此,该机构可用配重法实现摆动力完全平衡。

显然,该机构包含 3 个独立回路,每个回路的独立位移方程数 $\xi_{L_i}=3$ ($i=1,2,3$),根据全周自由度公式^[25]可得

$$F = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{i=1}^3 \xi_{L_i} = 10 - (3 + 3 + 3) = 1$$

因此,机构仅需一个原动件,当冲压机头 P_1 向下冲压时,辅助推料器 P_2 完成自左向右的冲压料自动推送,从而完成冲压,保证了操作人员人身安全。

3 个回路 A-B-C(P_1)、F-E-D、E-G- P_2 的约束度分别为

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{m_1} f_i - I_1 - \xi_{L_1} = 4 - 1 - 3 = 0$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i - I_2 - \xi_{L_2} = 3 - 0 - 3 = 0$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=1}^{m_3} f_i - I_3 - \xi_{L_3} = 3 - 0 - 3 = 0$$

因此,上述 3 个回路分别构成 3 个子运动链(SK_C),分别为 SK_{C1}、SK_{C2}、SK_{C3},它们耦合度^[25]分别为

$$\kappa_i = \frac{1}{2} |\Delta_i| = 0 \quad (i=1,2,3)$$

因机构耦合度为零,机构具有解析式位置正解。

1.2 树系统划分

因每个 SK_C 可看作一个完整的树系统,根据连枝构件选取原则,可将每个 SK_C 的构件进行划分。

SK_{C1}: A-B-C(P_1)中,选取构件 3 为连枝构件,构件 1、2 为树枝构件。

SK_{C2}: F-E-D 中,选取构件 5 为连枝构件,构件 4 为树枝构件。

SK_{C3}: E-G- P_2 中,选取构件 7 为连枝构件,构件 6 为树枝构件。

由图 1 可知,树枝构件 4、6 与连枝构件 5 通过一个复合铰链 R_E 连接,因此,树枝构件 6 和连枝构件 7 又可看作树枝构件 4 的子树系统。

2 位置分析与验证

应用有限位置法进行机构摆动力完全平衡计算时,需要对机构进行位置分析,故将图 2 机构在 SolidWorks 中建立三维模型。

2.1 参数设置

杆件长度: $l_{AB}=l_1=40$ mm, $l_{BC}=l_2=113.14$ mm,

$l_{DE} = l_3 = 170\text{ mm}$, $l_{EF} = l_4 = 109\text{ mm}$, $l_{EG} = l_5 = 109\text{ mm}$ 。
机架长度: $l_m = 235\text{ mm}$, $l_n = 205\text{ mm}$ 。

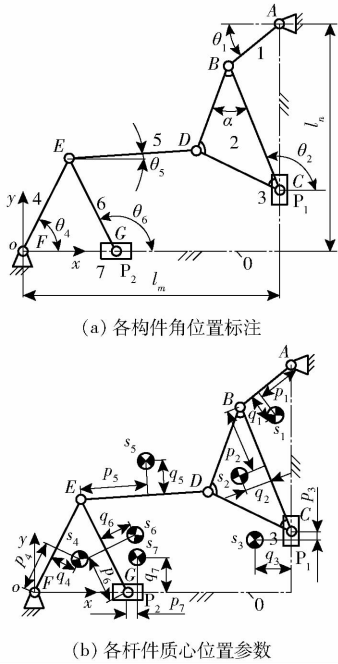


图 2 冲压机构运动学参数
Fig. 2 Kinematic parameters of stamping mechanism

设平衡前各杆为质量均匀分布,即除三副杆 2 之外,其余各杆质心都位于其连杆直线上,即质心参数 $q_i (i = 1, 3, 4, \cdots, 7)$ 均为零。

由建立的 SolidWorks 模型可知,各杆件其他质心位置参数为 $p_1 = 20\text{ mm}$, $p_2 = 56.83\text{ mm}$, $q_2 = 11.59\text{ mm}$, $p_3 = 0$, $p_4 = 48\text{ mm}$, $p_5 = 79\text{ mm}$, $p_6 = 48\text{ mm}$, $p_7 = 0$ 。各杆件质量为 $m_1 = 0.001\text{ kg}$, $m_2 = 0.007\text{ kg}$, $m_3 = 0.006\text{ kg}$, $m_4 = 0.003\text{ kg}$, $m_5 = 0.004\text{ kg}$, $m_6 = 0.003\text{ kg}$, $m_7 = 0.006\text{ kg}$ 。其他参数:三副杆 2 为等腰直角 ($\alpha = 45^\circ$),且 $l_{BC} = l_{CD} = 80\text{ mm}$, θ_3 表示构件 3 与机架的夹角,恒为 90° ; θ_7 表示构件 7 与机架的夹角,恒为 0° ,未在图中标出。

2.2 位置参数求解

由图 2 可知,点 A、B、C、E、G 坐标为 $A = (l_m, l_n)$ 、 $B = (l_m + l_1 \cos \theta_1, l_n + l_1 \sin \theta_1)$ 、 $C = (l_m, B_y - l_2 \sin \theta_2)$ 、 $E = (F_x + l_4 \cos \theta_4, F_y + l_4 \sin \theta_4)$ 、 $G = (2l_4 \cos \theta_4, 0)$ 。

已知 θ_1 为驱动角,易求得构件 2、4、5、6 的角位置 θ_2 、 θ_4 、 θ_5 、 θ_6 分别为

$$\theta_2 = \arccos \frac{l_1 \cos \theta_1}{l_2}$$
$$\theta_4 = \arccos \frac{l_4^2 + l_{FD}^2 - l_3^2}{2l_4 l_{FD}} + \arctan \frac{y_D}{x_D}$$
$$\theta_5 = \arcsin \frac{y_D - y_E}{l_3}$$
$$\theta_6 = \pi - \theta_4$$

其中 $l_{FD} = \sqrt{x_D^2 + y_D^2}$
利用 Matlab 编程计算和 ADAMS 仿真计算,验证了上述位置求解公式的正确性,为求解各树枝构件的配重参数奠定了基础。

3 摆动力完全平衡求解

3.1 有限位置法的基本原理及求解步骤

对于基本回路数为 v 、自由度为 f 的平面机构,为实现摆动力完全平衡,需对该机构中 $(v + f)$ 个树枝构件添加配重;机构摆动力完全平衡时,机构在任意位置上总质量矩为同一常量,故任取机构 $(v + f + 1)$ 个位置上总质量矩,便可建立 $(v + f)$ 个线性方程组,则机构中 $(v + f)$ 个配重参数便可求解。

通过有限个位置上的质量矩导出的平衡参数,也同样适用于机构运动的其他任意位置。该方法的特点在于,完成机构位置分析后,取有限个 $(v + f + 1)$ 位置的数值结果建立线性方程组,即可求解得摆动力平衡条件。

为便于理解,给出有限位置法的主要求解步骤,如图 3 所示。

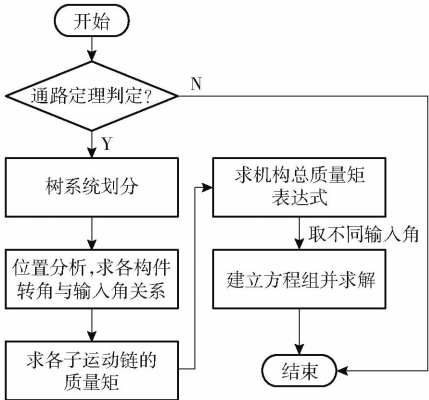


图 3 有限位置法求解流程图
Fig. 3 Solving flow chart by finite position method

3.2 各构件参数 f_i 、 g_i

(1) SKC₁: A - B - C (P₁) 的质量矩求解
构件 1、2、3 质量矩分别为

$$\begin{cases} m_1 r_{s_{1x}} = m_1 (l_m + p_1 \cos \theta_1 - q_1 \sin \theta_1) \\ m_1 r_{s_{1y}} = m_1 (l_n + p_1 \sin \theta_1 + q_1 \cos \theta_1) \end{cases} \quad (1)$$
$$\begin{cases} m_2 r_{s_{2x}} = m_2 (l_m + l_1 \cos \theta_1 + p_2 \cos \theta_2 - q_2 \sin \theta_2) \\ m_2 r_{s_{2y}} = m_2 (l_n + l_1 \sin \theta_1 + p_2 \sin \theta_2 + q_2 \cos \theta_2) \end{cases} \quad (2)$$
$$\begin{cases} m_3 r_{s_{3x}} = m_3 (l_m + l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos \theta_2 + p_3 \cos \theta_3 - q_3 \sin \theta_3) \\ m_3 r_{s_{3y}} = m_3 (l_n + l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin \theta_2 + p_3 \sin \theta_3 + q_3 \cos \theta_3) \end{cases} \quad (3)$$

由式(1)~(3)相加,可得 SKC₁ 质量矩为

$$\begin{cases} M_1 R_{1x} = C_{s_{1x}} + \sum_{i=1}^3 f_i \cos \theta_i - \sum_{i=1}^3 g_i \sin \theta_i \\ M_1 R_{1y} = C_{s_{1y}} + \sum_{i=1}^3 f_i \sin \theta_i + \sum_{i=1}^3 g_i \cos \theta_i \end{cases} \quad (4)$$

其中 $M_1 = \sum_{i=1}^3 m_i$ $C_{s_{1x}} = M_1 l_m$ $C_{s_{1y}} = M_1 l_n$
 $f_i = \left(\sum_{j=i+1}^3 m_j \right) l_i + m_i p_i$ $g_i = m_i q_i$

式中 M_1 ——SKC₁ 总质量
 R_{1x} 、 R_{1y} ——SKC₁ 在 x 、 y 方向上的质心位置

(2) SKC₂: F-E-D 的质量矩求解

构件 4、5 质量矩分别为

$$\begin{cases} m_4 r_{s_{4x}} = m_4 (p_4 \cos \theta_4 - q_4 \sin \theta_4) \\ m_4 r_{s_{4y}} = m_4 (p_4 \sin \theta_4 + q_4 \cos \theta_4) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} m_5 r_{s_{5x}} = m_5 (l_4 \cos \theta_4 + p_5 \cos \theta_5 - q_5 \sin \theta_5) \\ m_5 r_{s_{5y}} = m_5 (l_4 \sin \theta_4 + p_5 \sin \theta_5 + q_5 \cos \theta_5) \end{cases} \quad (6)$$

由式(5)、(6)相加,可得 SKC₂ 质量矩为

$$\begin{cases} M_2 R_{2x} = C_{s_{2x}} + \sum_{i=1}^3 f_i \cos \theta_i - \sum_{i=1}^3 g_i \sin \theta_i \\ M_2 R_{2y} = C_{s_{2y}} + \sum_{i=1}^3 f_i \sin \theta_i + \sum_{i=1}^3 g_i \cos \theta_i \end{cases} \quad (7)$$

其中 $M_2 = m_4 + m_5$ $C_{s_{2x}} = 0$ $C_{s_{2y}} = 0$

$$f_i = \left(\sum_{j=i+1}^5 m_j \right) l_i + m_i p_i \quad g_i = m_i q_i$$

式中 M_2 ——SKC₂ 总质量

R_{2x} 、 R_{2y} ——SKC₂ 在 x 、 y 方向上的质心位置

(3) SKC₃: E-G-P₂ 的质量矩求解

构件 6、7 质量矩分别为

$$\begin{cases} m_6 r_{s_{6x}} = m_6 (2l_4 \cos \theta_4 + p_6 \cos \theta_6 - q_6 \sin \theta_6) \\ m_6 r_{s_{6y}} = m_6 (2l_4 \sin \theta_4 + p_6 \sin \theta_6 + q_6 \cos \theta_6) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} m_7 r_{s_{7x}} = m_7 (2l_4 \cos \theta_4 + p_7 \cos \theta_7 - q_7 \sin \theta_7) \\ m_7 r_{s_{7y}} = m_7 (2l_4 \sin \theta_4 + p_7 \sin \theta_7 + q_7 \cos \theta_7) \end{cases} \quad (9)$$

由式(8)、(9)相加,可得 SKC₃ 质量矩为

$$\begin{cases} M_3 R_{3x} = C_{s_{3x}} + \sum_{i=1}^3 f_i \cos \theta_i - \sum_{i=1}^3 g_i \sin \theta_i \\ M_3 R_{3y} = C_{s_{3y}} + \sum_{i=1}^3 f_i \sin \theta_i + \sum_{i=1}^3 g_i \cos \theta_i \end{cases} \quad (10)$$

其中 $M_3 = m_6 + m_7$ $C_{s_{3x}} = 0$ $C_{s_{3y}} = 0$

$$f_i = 2l_4 \cos \theta_4 + m_i p_i \quad g_i = 2l_4 \sin \theta_4 + m_i q_i$$

式中 M_3 ——SKC₃ 总质量

R_{3x} 、 R_{3y} ——SKC₃ 在 x 、 y 方向上的质心位置

进一步,由式(4)、(7)、(10),得到整个机构质量矩为

$$\begin{cases} MR_x = C_x + \sum_{i=1}^7 f_i \cos \theta_i - \sum_{i=1}^7 g_i \sin \theta_i \\ MR_y = C_y + \sum_{i=1}^7 f_i \sin \theta_i + \sum_{i=1}^7 g_i \cos \theta_i \end{cases} \quad (11)$$

其中 $C_x = \sum C_{sx}$ $C_y = \sum C_{sy}$

式中 M ——机构总质量

R_x 、 R_y ——机构总质心位置

各个构件的平衡参数 f_i 、 g_i (单位: kg·mm) 为

$$\begin{cases} f_1 = m_3 l_1 + m_2 l_1 + m_1 p_1 = 0.54 \\ g_1 = m_1 q_1 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} f_2 = -m_3 l_2 + m_2 p_2 = -0.359 \\ g_2 = m_2 q_2 = 0.0811 \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} f_3 = m_3 p_3 = 0 \\ g_3 = m_3 q_3 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} f_4 = 2m_7 l_4 + 2m_6 l_4 + m_5 l_4 + m_4 p_4 = 2.564 \\ g_4 = m_4 q_4 = 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} f_5 = m_5 p_5 = 0.316 \\ g_5 = m_5 q_5 = 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} f_6 = m_6 p_6 = 0.144 \\ g_6 = m_6 q_6 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} f_7 = m_7 p_7 = 0 \\ g_7 = m_7 q_7 = 0 \end{cases} \quad (18)$$

由式(15)可知,构件 4 的 f_4 、 g_4 ,除了与本身质量参数有关,同时还会受到构件 5、6、7 的影响,这也表明,在树系统划分中,树枝构件 6 和树枝构件 7 组成的 SKC₃,被看作是树枝构件 4 的子树系统,其子树系统质量矩会影响其质量矩。

3.3 配重参数求解

机构动力平衡时,机构在任意位置上总质量矩相等,由式(11)可知,该机构总质量矩是一个关于 θ_i ($i=1,2,\cdots,7$) 的函数,取机构在 5 个不同运动位置 ($v+f+1=5$),各构件角位置记为 θ_{ik} (i 表示构件编号, k 表示机构运动位置编号, $k=0,1,2,3,4$),将 θ_{ik} 代入式(11),可得

$$\begin{cases} MR_{xk} = C_x + \sum_{i=1}^{2v+f} f_i \cos \theta_{ik} - \sum_{i=1}^{2v+f} g_i \sin \theta_{ik} \\ MR_{yk} = C_y + \sum_{i=1}^{2v+f} f_i \sin \theta_{ik} + \sum_{i=1}^{2v+f} g_i \cos \theta_{ik} \end{cases} \quad (19)$$

式中 MR_{xk} 、 MR_{yk} ——第 k 个运动位置上机构总质量矩 x 、 y 方向上的分量

若取机构中 ($v+f$) 个合适的构件 (($v+f$) 指整个机构中所有树枝构件的数目),并附加以适当的配重,使机构摆动力完全平衡,即其总质量矩为常量,则由式(19)可知

$$\begin{cases} MR_{xj} - MR_{x_0} = 0 \\ MR_{yj} - MR_{y_0} = 0 \end{cases} \quad (j=1,2,3,4) \quad (20)$$

将式(19)代入式(20),可得

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2v+f} f_i \Delta C_{ik} - \sum_{i=1}^{2v+f} g_i \Delta S_{ik} = 0 \\ \sum_{i=1}^{2v+f} f_i \Delta S_{ik} + \sum_{i=1}^{2v+f} g_i \Delta C_{ik} = 0 \end{cases} \quad (k=1,2,3,4)$$

(21)

其中 $\Delta C_{ik} = \cos\theta_{ik} - \cos\theta_{i0}$ $\Delta S_{ik} = \sin\theta_{ik} - \sin\theta_{i0}$
为便于计算机编程和求解,将式(21)改写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \Delta C_I & -\Delta S_I & \cdots & \Delta C_{II} & -\Delta S_{II} \\ \Delta S_I & \Delta C_I & \cdots & \Delta S_{II} & \Delta C_{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_I & G_I & \cdots & F_{II} & G_{II} \end{bmatrix}^T = O$$

(22)

其中

$$\Delta C_I = \begin{bmatrix} \Delta C_{11} & \cdots & \Delta C_{(v+f)1} \\ \vdots & & \vdots \\ \Delta C_{1(v+f)} & \cdots & \Delta C_{(v+f)(v+f)} \end{bmatrix}$$
$$\Delta S_I = \begin{bmatrix} \Delta S_{11} & \cdots & \Delta S_{(v+f)1} \\ \vdots & & \vdots \\ \Delta S_{1(v+f)} & \cdots & \Delta S_{(v+f)(v+f)} \end{bmatrix}$$

ΔC_{II} 、 ΔS_{II} 的形式类比于 ΔC_I 、 ΔS_I ,下标 I 表示树枝构件的位置参数,下标 II 表示连枝构件的位置参数。

应当注意,式(22)成立的前提是所有树枝构件都已添加完配重,即所有树枝构件的 f_i 、 g_i ($i=1、2、4、6$)参数都存在各自的配重质量 m_i^* ,以及相应配重参数($m_i^* p_i^*$)及($m_i^* q_i^*$),故式(22)也可简写为

$$\begin{bmatrix} F_I^* \\ G_I^* \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_I \\ G_I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta C_I & -\Delta S_I \\ \Delta S_I & \Delta C_I \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta C_{II} & -\Delta S_{II} \\ \Delta S_{II} & \Delta C_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{II} \\ G_{II} \end{bmatrix}$$

(23)

其中

$$F_I = [f_1 \quad f_2 \quad f_4 \quad f_6]^T$$
$$G_I = [g_1 \quad g_2 \quad g_4 \quad g_6]^T$$
$$F_{II} = [f_3 \quad f_5 \quad f_7]^T \quad G_{II} = [g_3 \quad g_5 \quad g_7]^T$$
$$F_I^* = [m_1^* p_1^* \quad m_2^* p_2^* \quad m_4^* p_4^* \quad m_6^* p_6^*]^T$$
$$G_I^* = [m_1^* q_1^* \quad m_2^* q_2^* \quad m_4^* q_4^* \quad m_6^* q_6^*]^T$$

式中 F_I^* ——各树枝构件 f_i 参数组成的矩阵
 G_I^* ——各树枝构件 g_i 参数组成的矩阵

3.4 数值求解

任取机构 5 个($v+f+1=5$)运动位置,即当主动输入角 θ_1 分别为 $10^\circ、20^\circ、30^\circ、40^\circ、50^\circ$ 时,可求得各构件的角位置变化,并将其代入 ΔC_I 、 ΔS_I 、 ΔC_{II} 、 ΔS_{II} 中,可得

$$\Delta C_I = \begin{bmatrix} \Delta C_{11} & \Delta C_{21} & \Delta C_{41} & \Delta C_{61} \\ \Delta C_{12} & \Delta C_{22} & \Delta C_{42} & \Delta C_{62} \\ \Delta C_{13} & \Delta C_{23} & \Delta C_{43} & \Delta C_{63} \\ \Delta C_{14} & \Delta C_{24} & \Delta C_{44} & \Delta C_{64} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -0.366\,0 & -0.124\,8 & -0.036\,8 & -0.015\,0 \\ -0.866\,0 & -0.295\,4 & -0.051\,1 & 0.002\,6 \\ -1.366\,0 & -0.465\,9 & -0.037\,0 & 0.039\,9 \\ -1.732\,1 & -0.590\,7 & 0.007\,5 & 0.077\,3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta C_{II} = \begin{bmatrix} \Delta C_{31} & \Delta C_{51} & \Delta C_{71} \\ \Delta C_{32} & \Delta C_{52} & \Delta C_{72} \\ \Delta C_{33} & \Delta C_{53} & \Delta C_{73} \\ \Delta C_{34} & \Delta C_{54} & \Delta C_{74} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.015\,0 & 0 & 0 \\ 0.002\,6 & 0 & 0 \\ 0.039\,9 & 0 & 0 \\ 0.077\,3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta S_I = \begin{bmatrix} \Delta S_{11} & \Delta S_{21} & \Delta S_{41} & \Delta S_{61} \\ \Delta S_{12} & \Delta S_{22} & \Delta S_{42} & \Delta S_{62} \\ \Delta S_{13} & \Delta S_{23} & \Delta S_{43} & \Delta S_{63} \\ \Delta S_{14} & \Delta S_{24} & \Delta S_{44} & \Delta S_{64} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.366\,0 & 0.030\,0 & 0.009\,7 & 0.027\,6 \\ 0.500\,0 & 0.044\,6 & 0.013\,1 & -0.005\,0 \\ 0.366\,0 & 0.030\,0 & 0.009\,8 & -0.085\,9 \\ 0 & 0 & -0.002\,2 & -0.195\,2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta S_{II} = \begin{bmatrix} \Delta S_{31} & \Delta S_{51} & \Delta S_{71} \\ \Delta S_{32} & \Delta S_{52} & \Delta S_{72} \\ \Delta S_{33} & \Delta S_{53} & \Delta S_{73} \\ \Delta S_{34} & \Delta S_{54} & \Delta S_{74} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.027\,6 & 0 & 0 \\ -0.005\,0 & 0 & 0 \\ -0.085\,9 & 0 & 0 \\ -0.195\,2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将式(12)~(18)及上述求得的 ΔC_I 、 ΔS_I 、 ΔC_{II} 、 ΔS_{II} 代入式(23)中,即可求得所有树枝构件的配重参数为

$$\begin{cases} m_1^* p_1^* = -0.54 \\ m_1^* q_1^* = 0 \end{cases}$$

(24)

$$\begin{cases} m_2^* p_2^* = 0.281 \\ m_2^* q_2^* = -0.081\,1 \end{cases}$$

(25)

$$\begin{cases} m_4^* p_4^* = -2.542 \\ m_4^* q_4^* = 0 \end{cases}$$

(26)

$$\begin{cases} m_6^* p_6^* = -0.46 \\ m_6^* q_6^* = 0 \end{cases}$$

(27)

当主动输入转角 θ_1 分别为 $30^\circ、60^\circ、90^\circ、120^\circ、150^\circ$ 时,得到各树枝构件的配重参数,和式(24)~(27)计算结果一致,证明了有限位置法的正确性。

4 配重参数敏感度分析及机构平衡分析

敏感度用来衡量机构中某个变量对最终结果的影响程度,敏感度越大表示该变量对最终结果影响较大;一般选择敏感度大的变量进行优化和调整。

由式(24)~(27)可知,树枝构件配重质量 m_i^* 以及配重方位 p_i^* 、 q_i^* ,决定机构的平衡效果,其中,配重质心位置参数 q_i^* 为零(除三副构件2),因此,通过分析 m_i^* 和 p_i^* 分别对平衡后质心轨迹波动以

及总惯性力的敏感度,可确定两个变量中对结果影响较大的为设计变量,并选择其合适的范围,验证其平衡效果。

4.1 配重参数对总质心轨迹的影响

机构摆动力完全平衡的充要条件是:机构总质心静止不动,即质心轨迹所围成的面积越小,则表示机构质心越稳定。

为验证变量 m_i^* 、 p_i^* 分别对机构总质心轨迹的影响,通过两组数值计算(不断增加变量值),分别讨论其对平衡机构总质心波动的影响程度;同时,考虑到设计制造以及分析方便,此处设各树枝构件的配重质量 m_i^* 和配重位置参数 p_i^* 均为一致($i = 1、2、4、6$)。

(1)取不同配重质量 m_i^* ,并分别计算其对总质心轨迹波动的影响,如图 4 所示。

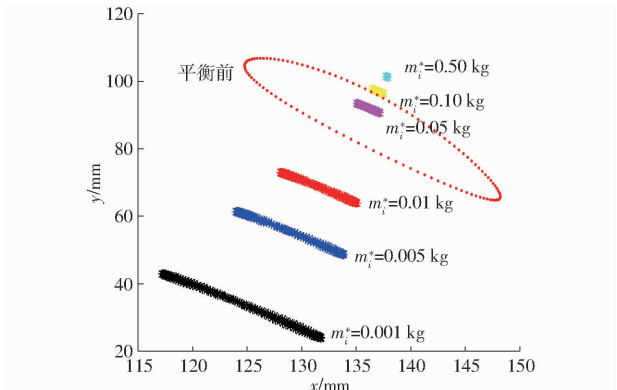


图 4 配重质量 m_i^* 对总质心轨迹的影响

Fig. 4 Influence of counterweight mass m_i^* on trajectory of total mass center

由图 4 可知,配重质量 m_i^* 与平衡后质心轨迹波动呈负相关,即随着各树枝构件配重质量的增加,质心轨迹波动反而越小,特别是当 $m_i^* > 0.5 \text{ kg}$ 时,总质心轨迹逐渐收缩为一个点,表明此时机构总质心保持恒定,机构达到了完全平衡,但是,此时平衡方案实际意义不大,因为平衡前机构各构件质量很小(最小者仅为 0.001 kg),当配重质量远大于构件质量时,无实际意义;同时,过大配重质量,将会导致整体机构过于庞大笨重,也不利于设计制造和生产安全。

(2)取不同配重位置参数 p_i^* ,并分别计算其对总质心轨迹波动的影响,如图 5 所示。

由图 5 可知,配重位置参数 p_i^* 与平衡后的质心轨迹呈正相关,即随着配重位置参数 p_i^* 越大,则质心轨迹波动也越大。

对比图 4、5 可知,不断改变 m_i^* 对改善总质心轨迹波动,特别是横向(x 轴方向)的波动较为明显,而不断改变 p_i^* 对改善总质心轨迹纵向(y 轴方向)的波动较为明显;同时可知,相比于 p_i^* ,不断改变配

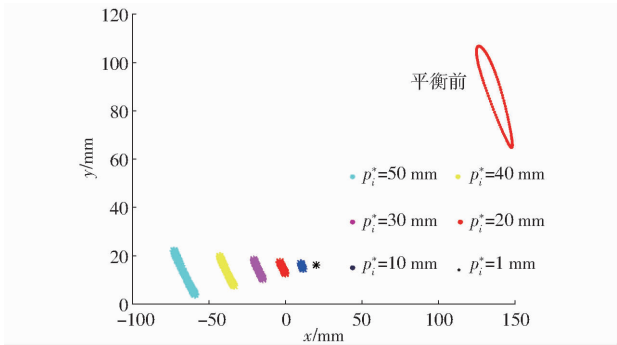


图 5 配重位置参数 p_i^* 对总质心轨迹的影响

Fig. 5 Influence of counterweight position parameter p_i^* on total center of mass trajectory

重质量 m_i^* ,对改善平衡后的总质心波动效果更加明显。

4.2 配重参数对总惯性力的影响

机构总惯性力为

$$\begin{cases} F_x = M \ddot{x}_s \\ F_y = M \ddot{y}_s \end{cases} \quad (28)$$

式中 $\ddot{x}_s、\ddot{y}_s$ ——总质心 $x、y$ 轴方向上的加速度

取不同配重质量 m_i^* ,并计算其对机构总惯性力的影响趋势,如图 6 所示。

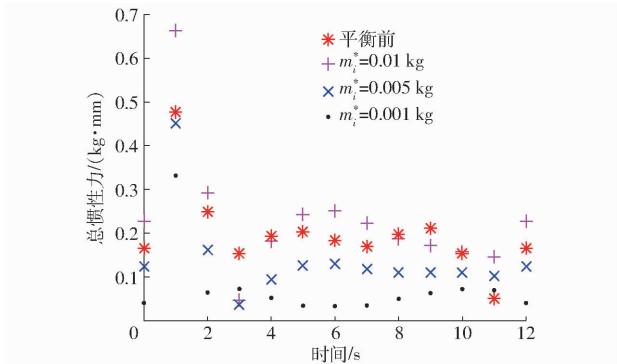


图 6 配重质量 m_i^* 对总惯性力的影响

Fig. 6 Influence of counterweight mass m_i^* on total inertia force

由图 6 可知,配重质量 m_i^* 与平衡后的总惯性力呈正相关,即随着 m_i^* 逐渐增大,平衡后的总惯性力也增大;当 $m_i^* < 0.01 \text{ kg}$ 时,平衡后总惯性力都几乎接近于零;当 $m_i^* > 0.01 \text{ kg}$ 时,机构惯性力会出现较大的波动,这和 m_i^* 对总质心轨迹波动的影响趋势相反,因此,在追求总质心稳定的同时,若盲目地增加配重质量,反而会使得平衡后的总惯性力增大。

取不同配重位置参数 p_i^* ,并分别讨论其对机构总惯性力的影响趋势,如图 7 所示。

由图 7 可知,配重位置参数 p_i^* 与平衡后的总惯性力呈负相关,计算表明,当 $p_i^* > 20 \text{ mm}$ 时,平衡后总惯性力都几乎接近于零;当 $p_i^* < 20 \text{ mm}$,机构惯

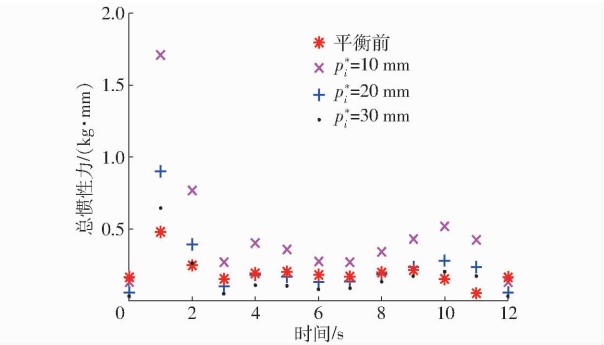


图7 配重位置参数 p_i^* 对总惯性力的影响

Fig. 7 Influence of total position of counterweight p_i^* on inertia parameters

性力会出现较大的波动,主要是因为随着 p_i^* 的减小,配重质量 m_i^* 反而会增加,进而影响机构的总惯性力。

由图4~7可知,相比于 p_i^* , m_i^* 对平衡后机构总质心波动以及总惯性力的敏感度都相对较大。

4.3 设计变量选取及部分平衡设计

改变参数 m_i^* ,对改变总质心波动和总惯性力

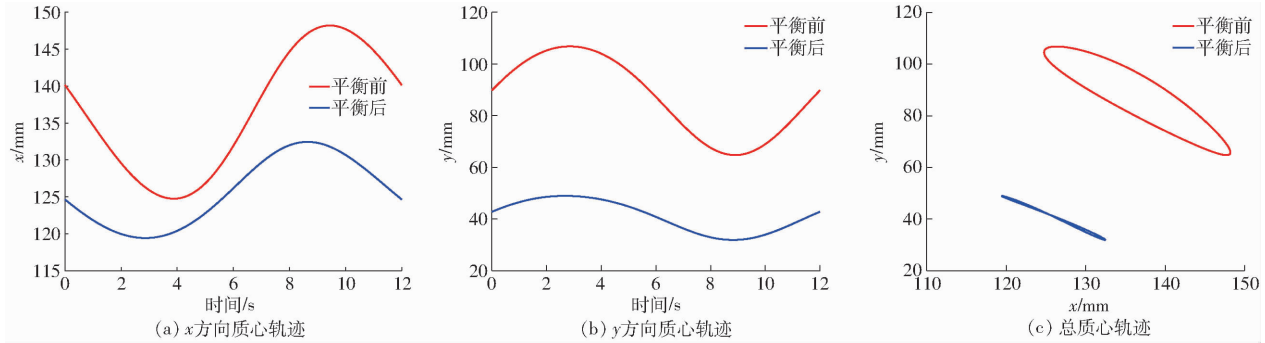


图8 平衡前后质心轨迹对比

Fig. 8 Comparison of centroid trajectory before and after balancing

由图8a可知,平衡前后 x 轴方向的质心轨迹波动极差(最大值与最小值之间的差距)分别为 23.4、13 mm,后者比前者优化了 44.44%。由图8b可知,平衡前后 y 轴方向的质心轨迹波动极差为 42.04、16.91 mm,后者比前者优化了 59.78%。由图8c可知,平衡前机构总质心轨迹所围成面积较大,而平衡后的面积却很小,表明了平衡后机构总质心更加稳

作用都比较明显,参数 m_i^* 对平衡后的总惯性力影响较大,虽然,较大的配重质量会使得平衡后质心轨迹波动很小,但会加速增大总惯性力的增长趋势,甚至还会出现平衡后的总惯性力大于平衡前的总惯性力,因此,在满足平衡条件下,尽可能减小配重质量,这样会减小平衡后的惯性力,故选择 m_i^* 作为设计变量。

由4.1节可知,当配重质量 $m_i^* > 0.01$ kg时,平衡后总质心波动,比平衡前的波动小的多,特别是 $m_i^* > 0.5$ kg时,平衡后的机构总质心几乎保持恒定;由4.2节可知,当配重质量 $m_i^* > 0.01$ kg时,机构总惯性力反而会比平衡前机构总惯性力大,而当配重质量 $m_i^* < 0.01$ kg时,平衡后机构总惯性力几乎趋近于零,故综合考虑, m_i^* 可在 0.001 ~ 0.01 kg内选取。

选取 $m_i^* = 0.002$ kg,并代入式(24)~(27)中,得到平衡前后总质心轨迹波动以及总惯性力平衡情况,如图8所示。

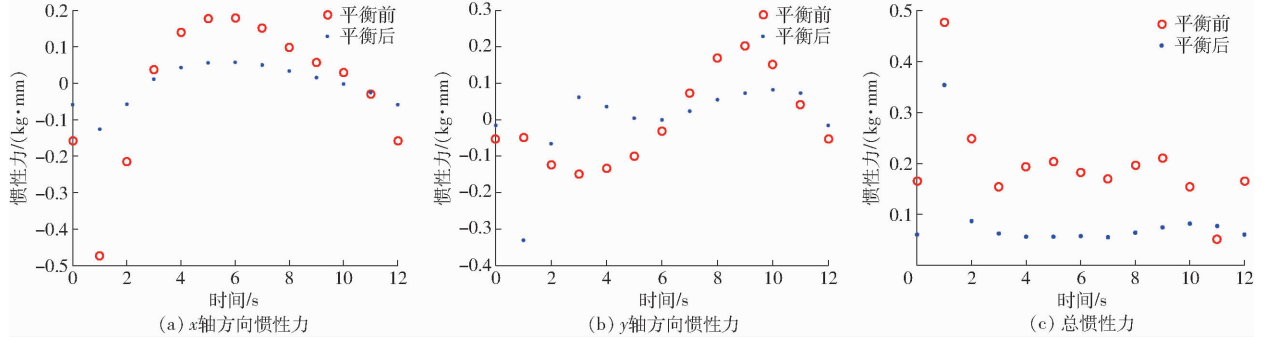


图9 机构平衡前后惯性力对比

Fig. 9 Comparison of inertia force before and after mechanism balancing

后者比前者波动减小 31.22%。

可见,有限位置法的摆动力平衡效果较为有效。

5 结论

正相关和负相关,而配重位置参数 p_i^* 正好相反; m_i^* 对平衡后平衡效果的敏感度明显大于 p_i^* ,故以 m_i^* 为设计变量,并确定了 m_i^* 的取值范围。

(1)采用有限位置法对具有两个末端执行器的零耦度平面高速冲压机构进行了动平衡计算,得到了机构摆动力完全平衡条件,并对其进行了数值求解验证。

(2)基于摆动力完全平衡条件分析了配重参数 m_i^* 、 p_i^* 对平衡后机构总质心轨迹及总惯性力的影响。结果表明:不断增加配重质量参数 m_i^* 对改善平衡后的总质心轨迹波动及总惯性力的影响分别呈

(3)取 $m_i^* = 0.002\text{ kg}$,分析对比了平衡前后总质心轨迹波动以及总惯性力的平衡情况。相比于平衡前,平衡后机构总质心轨迹在 x 、 y 方向上的波动分别下降 44.44%、59.78%,平衡后机构总惯性力及总惯性力在 x 、 y 轴方向上分量分别下降 31.22%、72.94%、5.40%。表明平衡后,机构总质心波动更加稳定、振动更小,同时也验证了摆动力完全平衡条件的有效性。

参 考 文 献

[1] ZHANG D, WEI B. Dynamic balancing of mechanisms and synthesizing of parallel robots [M]. Switzerland: Springer International Publishing, 2016.

[2] CHAUDHARY H, SAHA S K. Dynamic and balancing of multibody systems[J]. Lecture Notes in Applied & Computational Mechanics, 2009,37:1 – 182.

[3] 杨义勇,金德闻.机械系统动力学[M].北京:清华大学出版社,2009.

[4] 杨廷力,张明.平面连杆机构摆动力和摆动力矩完全平衡的一般理论[J].机械工程学报,1992,27(6):99 – 102.

YANG Tingli, ZHANG Ming. General theory of complete balance of shaking force and shaking moment of planar linkage[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1992,27(6):99 – 102. (in Chinese)

[5] ARAKELIAN V. Inertia forces and moments balancing in robot manipulators: a review[J]. Adv. Rob., 2017, 31(14):717 – 726.

[6] FARMANI M R. Multiobjective optimization for force and moment balance of a four-bar mechanism using evolutionary algorithms [J]. Journal of Mechanical Science & Technology, 2011,25(12):2971 – 2977.

[7] CHAUDHARY K, CHAUDHARY H. Optimum balancing of slider-crank mechanism using equimomental system of point-masses [J]. Procedia. Technol., 2014,14:35 – 42.

[8] BERKOF R S, LOWEN G G. A new method for completely force balancing simple linkages[J]. ASME Journal of Engineering for Industry, 1969,91:21 – 26.

[9] 唐锡宽,金德闻.机械动力学[M].北京:高等教育出版社,1985.

[10] BAGCI C. Complete balancing of linkages using complete dynamical equivalents of floating links; CDEL method[J]. Flexible Mechanisms Dynamics and Analysis, 1992, 47:477 – 488.

[11] 杨廷力,张明.平面连杆机构摆动力完全平衡的质量矩替代法[R].东南大学机构学研究报告会,1992.

[12] 郭瑞琴,孔宪文.平面连杆机构摆动力完全平衡的质量矩替代法[J].机械传动,2000(1):9 – 12,49.

GUO Ruiqin, KONG Xianwen. Mass moment substitution method for complete balance of swing force of planar linkage mechanism [J]. Mechanical Transmission, 2000(1): 9 – 12,49. (in Chinese)

[13] BRIOT S, ARAKELIAN V, LE BARON J P. Shaking force minimization of high-speed robots via center of mass acceleration control [J]. Mech. Mach. Theory, 2012 57(11):1 – 12.

[14] OUYANG P R, LI Q, WANG W J. Integrated design of robotic mechanisms for force balancing and trajectory tracking[J]. Mechatronics, 2003,13:887 – 905.

[15] OUYANG P R, ZHANG W J. Force balancing of robotic mechanisms based on adjustment of kinematic parameters[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2005, 127(3):433 – 440.

[16] CHAUDHARY K, CHAUDHARY H. Minimization of shaking force and shaking moment in multiloop planar mechanisms [C]// Machines and Mechanisms, 2013.

[17] GENG J, ARAKELIAN V. Design of partially balanced planar 5R symmetrical parallel manipulators via an optimal motion planning[C]// Advances in Mechanism and Machine Science, 2019.

[18] 杨廷力.机械系统基本理论:结构学,运动学,动力学[M].北京:机械工业出版社,1996.

[19] 张会芳,沈惠平,杨廷力.机构摆动力完全平衡有限位置法及其应用[J].机械科学与技术,2009,28(3):360 – 366.

ZHANG Huifang, SHEN Huiping, YANG Tingli. Finite position method for mechanism pendulum force complete balance and its application [J]. Mechanical Science and Technology, 2009,28(3): 360 – 366. (in Chinese)

[20] 廖斌,罗玉峰,石志新,等.震动力完全平衡的有限位置法在空间机构中的应用[J].南昌大学学报(工科版),2012, 34(2):176 – 178,182.

LIAO Bin, LUO Yufeng, SHI Zhixin, et al. Application of finite position method of complete balance of vibration force in spatial mechanism [J]. Journal of Nanchang University (Engineering Edition), 2012,34(2): 176 – 178,182. (in Chinese)

- [11] YANG Z, POPOV A, MCWILLIAM S. Variation propagation control in mechanical assembly of cylindrical components[J]. *Journal of Manufacturing Systems*, 2012, 31(2): 162–176.
- [12] HUSSAIN T, YANG Z, POPOV A, et al. Straight-build assembly optimization: a method to minimize stage-by-stage eccentricity error in the assembly of axisymmetric rigid components (two-dimensional case study) [J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2011, 133(3): 031014.
- [13] SHIU B W, CEGLAREK D, SHI J. Multi-stations sheet metal assembly modeling and diagnostics[J]. *Trans. NAMRI/SME*, 1996: 199–204.
- [14] WHITNEY D E, GILBERT O L, JASTRZEBSKI M. Representation of geometric variations using matrix transforms for statistical tolerance analysis in assemblies[J]. *Research in Engineering Design*, 1994, 6(4): 191–210.
- [15] MANTRIPRAGADA R, WHITNEY D E. Modeling and controlling variation propagation in mechanical assemblies using state transition models[J]. *Robotics & Automation IEEE Transactions on*, 1999, 15(1): 124–140.
- [16] 杨勇, 孙群, 沈晔湖, 等. 基于结构-整机性能映射模型的机床薄弱件结构优化方法[J/OL]. *农业机械学报*, 2018, 49(12): 420–428.
YANG Yong, SUN Qun, SHEN Yehu, et al. Structure optimization method of machine tool weak part based on mapping model between structure and whole machine performance[J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2018, 49(12): 420–428. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20181250&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.12.050. (in Chinese)
- [17] 刘检华. 军工数字化装配技术[J]. *国防制造科技*, 2011(4): 5–11.
LIU Jianhua. Military digital assembly technology[J]. *Defense Manufacturing Technology*, 2011(4): 5–11. (in Chinese)
- [18] 丁丕满, 吴斌, 徐超. 拦截器制导系统敏感装置捷联布局设计研究[J]. *科学技术与工程*, 2011, 11(7): 1495–1499.
DING Peiman, WU Bin, XU Chao. Research on strapdown layout design of sensitive device in interceptor guidance system[J]. *Science Technology and Engineering*, 2011, 11(7): 1495–1499. (in Chinese)
- [19] 孙婷婷, 储海荣, 贾宏光, 等. 捷联式光学图像导引头视线角速率估计[J]. *光学学报*, 2014, 34(6): 163–169.
SUN Tingting, CHU Hairong, JIA Hongguang, et al. Line-of-sight angular rate estimation of strapdown optical image seeker[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(6): 163–169. (in Chinese)
- [20] HUANG W, LIN J, KONG Z, et al. Stream-of-variation (SOVA) modeling II: a generic 3D variation model for rigid body assembly in multistation assembly processes[J]. *Journal of Manufacturing Science & Engineering*, 2007, 129(4): 821–831.
- [21] TUTUNEA-FATAN O R, FENG H Y. Determination of geometry-based errors for interpolated tool paths in five-axis surface machining[J]. *Journal of Manufacturing Science & Engineering*, 2005, 127(1): 60–67.
- [22] PATIR N. A numerical procedure for random generation of rough surfaces[J]. *Wear*, 1978, 47(2): 263–277.
- [23] WU J J. Simulation of rough surfaces with FFT[J]. *Tribology International*, 2000, 33(1): 47–58.
- [24] UCHIDATE M, SHIMIZU T, IWABUCHI A, et al. Generation of reference data of 3D surface texture using the non-causal 2D AR model[J]. *Wear*, 2004, 257(12): 1288–1295.
- [25] RAJA J, BALA M, FU S. Recent advances in separation of roughness, waviness and form[J]. *Precision Engineering*, 2002, 26(2): 222–235.

(上接第 391 页)

- [21] BAIGUNCHEKOV Z H, IZMAMBETOV M, NAURUSHEV B. Structural and kinematic synthesis of a planar parallel mechanism with two rectilinear moving end-effectors[C]// *Proceedings of 2014 Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators*, 2014.
- [22] 沈惠平, 朱小蓉, 尹洪波, 等. 并联机构的结构降耦原理及其设计方法[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(23): 102–113.
SHEN Huiping, ZHU Xiaorong, YIN Hongbo, et al. Structural decoupling principle and design method of parallel mechanism[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(23): 102–113. (in Chinese)
- [23] 沈惠平, 张震, 杨廷力, 等. 3T1R 并联机构结构降耦设计与运动学分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2017, 48(10): 380–389, 400.
SHEN Huiping, ZHANG Zhen, YANG Tingli, et al. Structure coupling-reducing design and kinematics analysis of 3T1R parallel mechanism [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2017, 48(10): 380–389, 400. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20171049&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2017.10.049. (in Chinese)
- [24] 朱小蓉, 胡畅, 沈惠平, 等. 3T1R 并联机构降耦设计与分析[J/OL]. *农业机械学报*, 2018, 49(12): 393–401.
ZHU Xiaorong, HU Yang, SHEN Huiping, et al. Design and analysis of structure coupling reduction on novel 3T1R parallel mechanism [J/OL]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2018, 49(12): 393–401. http://www.j-csam.org/jcsam/ch/reader/view_abstract.aspx?flag=1&file_no=20181247&journal_id=jcsam. DOI:10.6041/j.issn.1000-1298.2018.12.047. (in Chinese)
- [25] 杨廷力, 刘安心, 罗玉峰, 等. 机器人机构拓扑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2012.